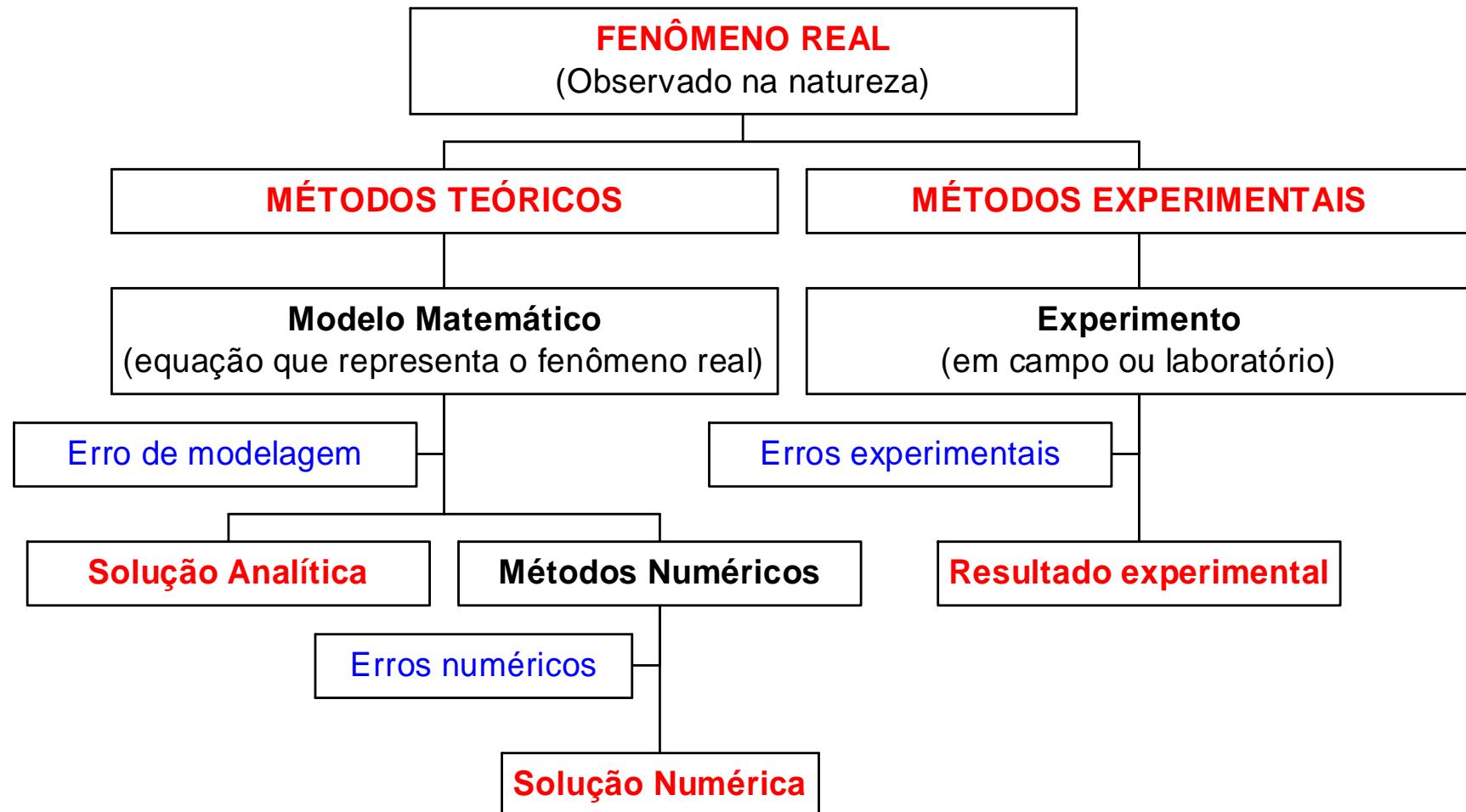


# **DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**

# Problemas de engenharia

- Métodos analíticos
- Métodos experimentais
- Métodos numéricos

# Problemas de engenharia

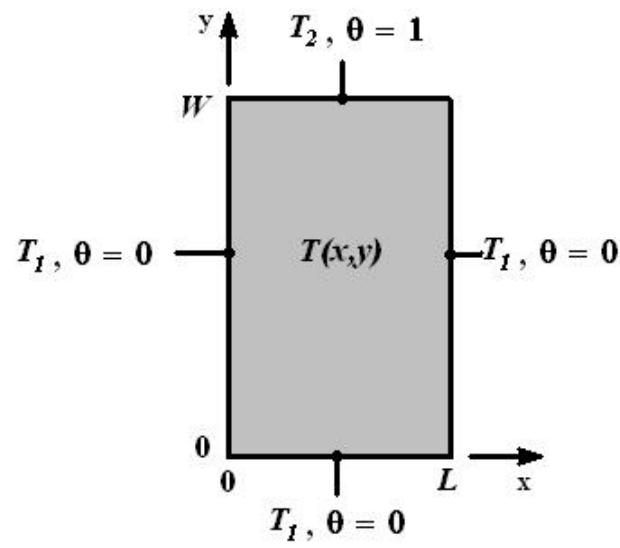


# Métodos analíticos

- Soluções contínuas sobre o domínio.
  - Soluções fechadas.
  - Baixos custos de implementação.
- 
- Geometrias e condições de contorno simples.
  - Geralmente restrito a problemas lineares.
  - Possuem erros de modelagem.

# Métodos analíticos

- Equação de Laplace bidimensional:



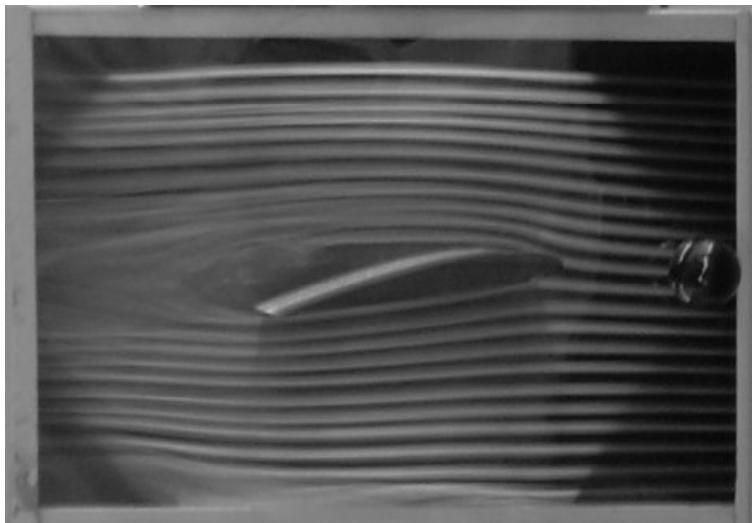
Fonte: Incropera et al. (2008)

$$\theta(x,y) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^{n+1} + 1}{n} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \frac{\operatorname{senh}\left(\frac{n\pi y}{L}\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{n\pi W}{L}\right)} \right]$$

# Métodos experimentais

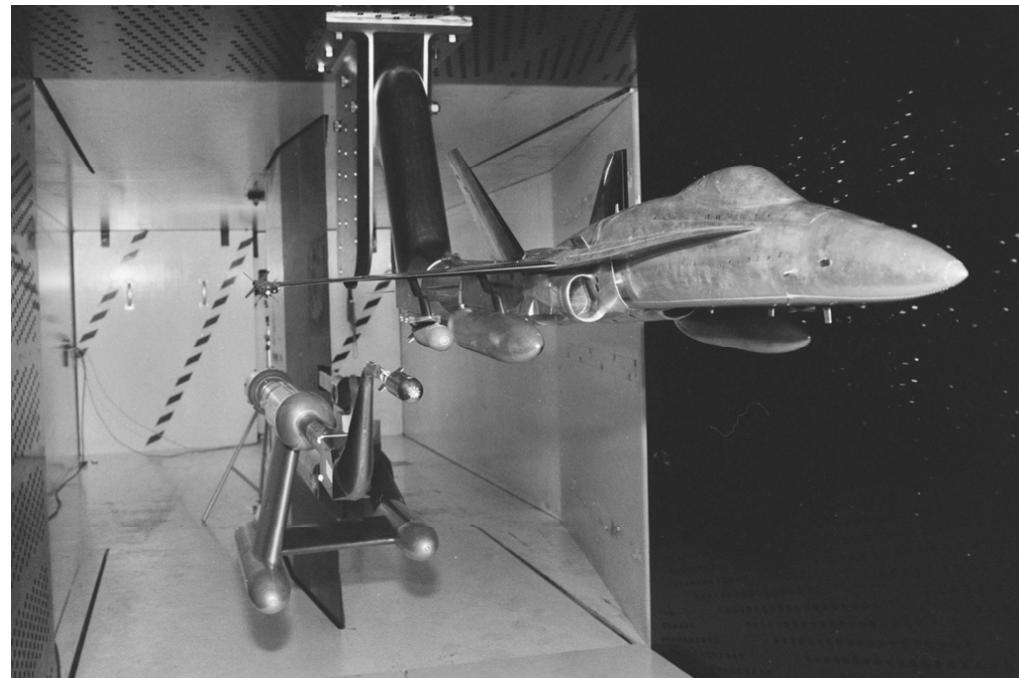
- Trabalham com a configuração real.
- Possibilidade de ser executado na ausência de modelos matemáticos adequados.
  
- Custo elevado.
- Dificuldades de realização (questões de segurança, reprodução de condições reais).
- Dificuldades de medição.
- Possuem erros experimentais.

# Métodos experimentais



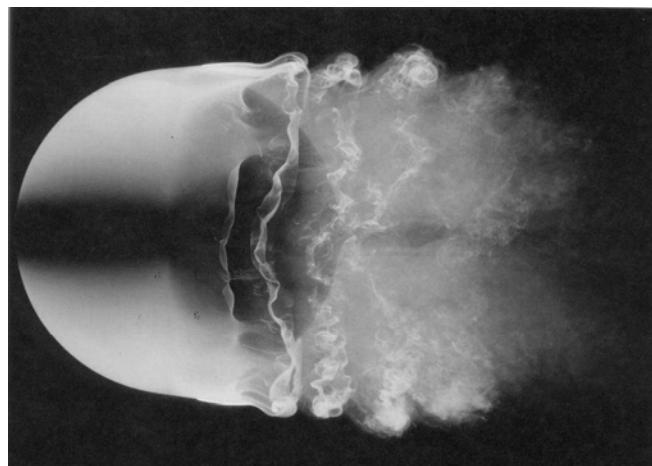
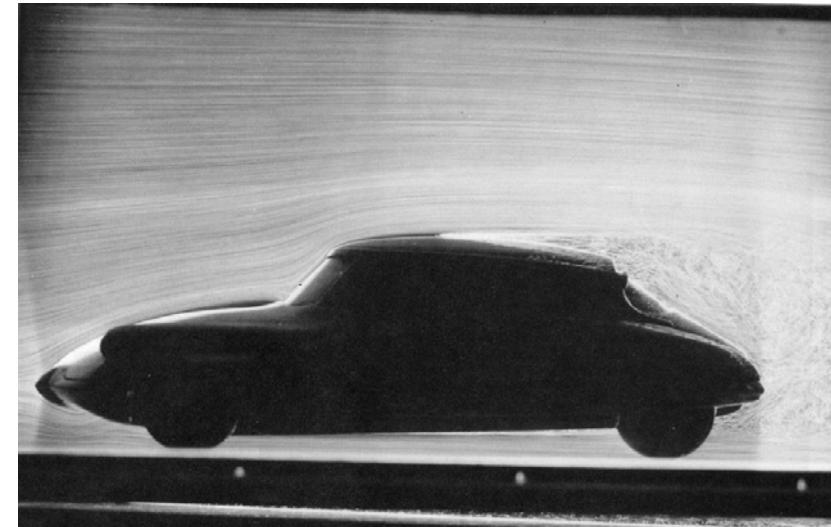
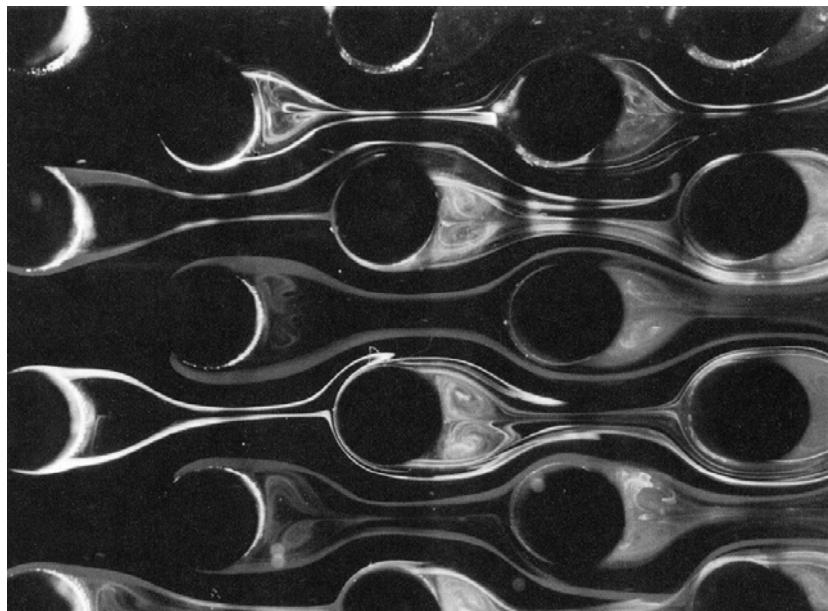
Fonte:

[http://est.ualg.pt/est/index.php?option=com\\_content&task=view&id=107&Itemid=106](http://est.ualg.pt/est/index.php?option=com_content&task=view&id=107&Itemid=106)



Fonte: [http://iar-ira.nrc-cnrc.gc.ca/press/news\\_1\\_16a\\_e.html](http://iar-ira.nrc-cnrc.gc.ca/press/news_1_16a_e.html)

# Métodos experimentais

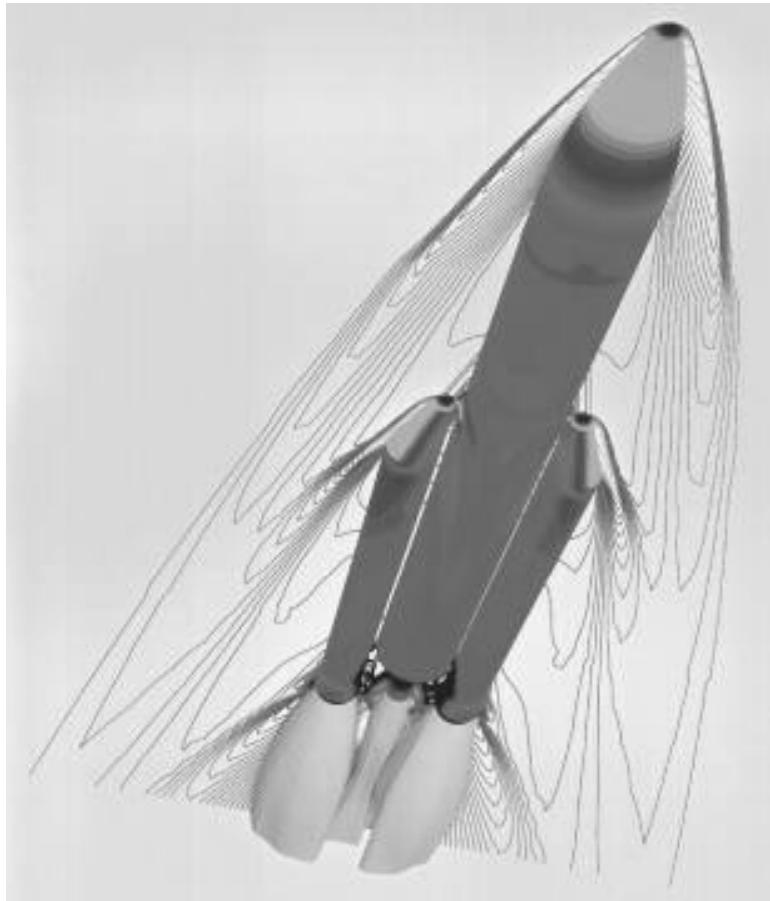


Fonte:  
<http://stoa.usp.br/fep0114/weblog/5703.html>

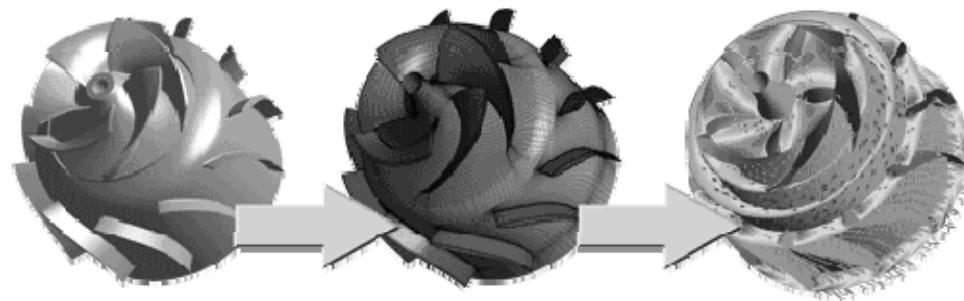
# Métodos numéricos

- Geometrias e condições de contorno complexas.
- Menor custo e redução significativa no tempo de obtenção dos resultados.
- Simulações de risco (explosões, radiação, poluição)
  
- Erros de modelagem e numéricos.
- Condições de contorno.

# Métodos numéricos

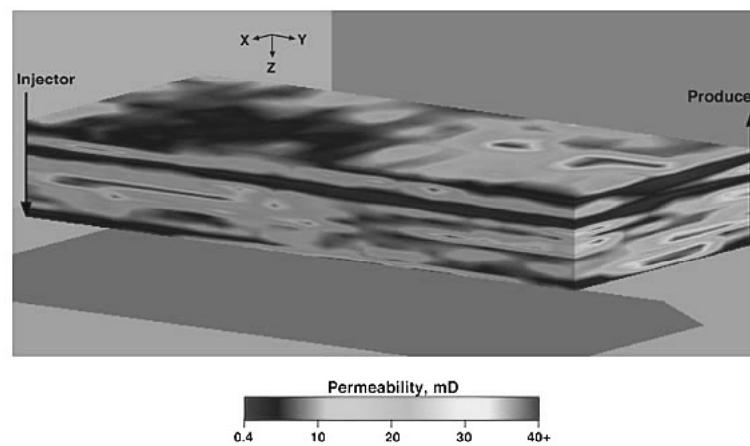


Fonte: <http://www.onera.fr/photos-en/simulations/ariane5.php>



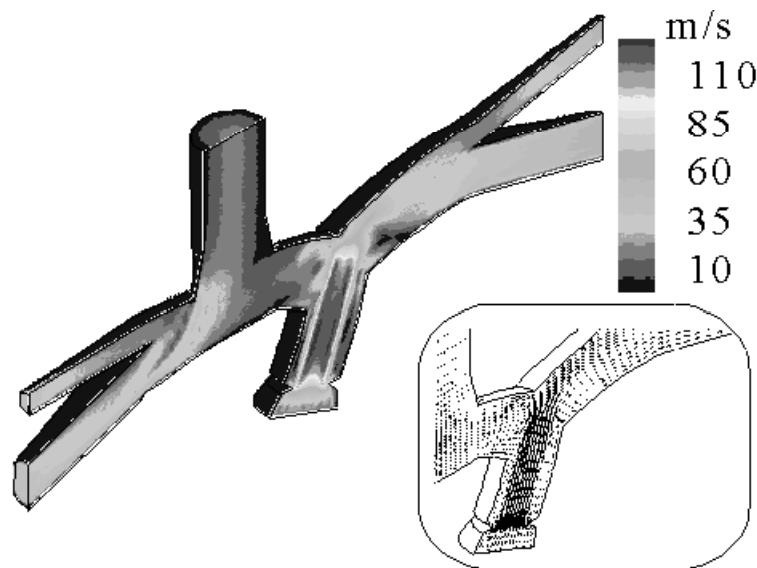
Fonte: <http://www.ansys.com/solutions/fluid-dynamics.asp>

**Stochastic Permeability Field**

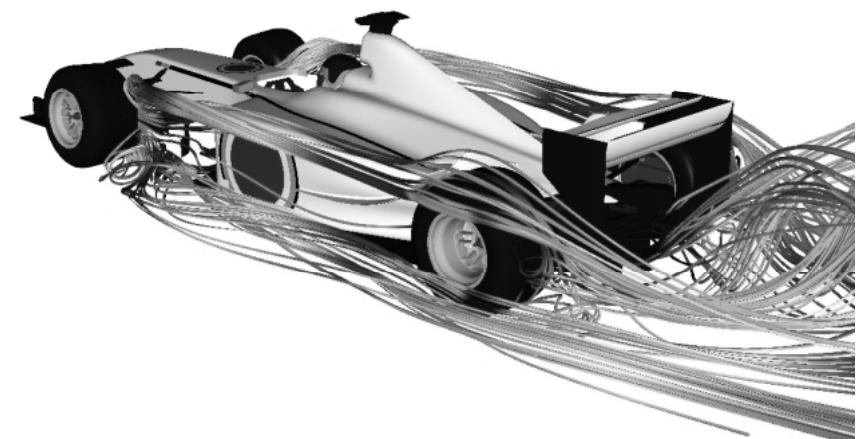


Fonte:  
[http://www.cpge.utexas.edu/new\\_generation/](http://www.cpge.utexas.edu/new_generation/) <sup>10</sup>

# Métodos numéricos

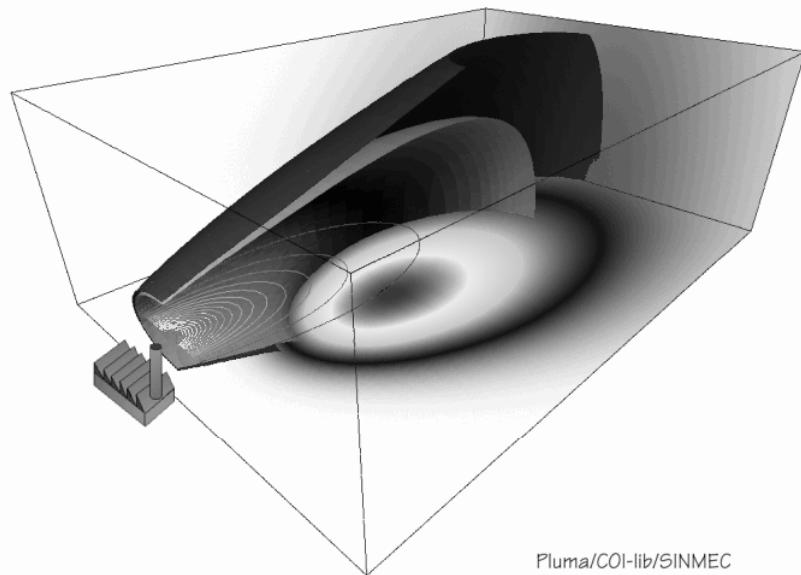


Fonte:  
<http://www.health.gov.mt/impaedc/ard/issue/issue2/1125/1125.htm>



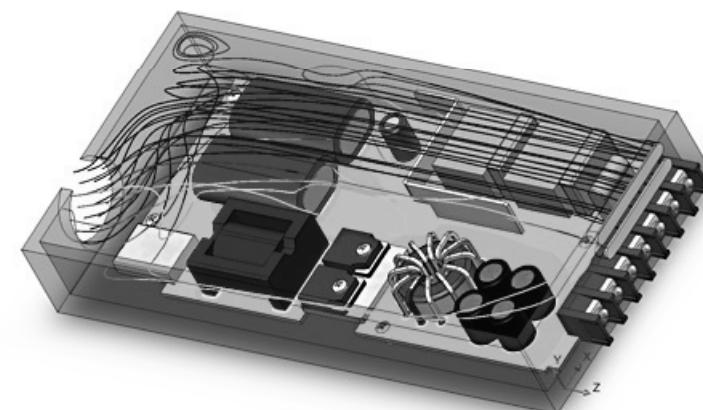
Fonte: <http://www.symscape.com/node/261>

# Métodos numéricos



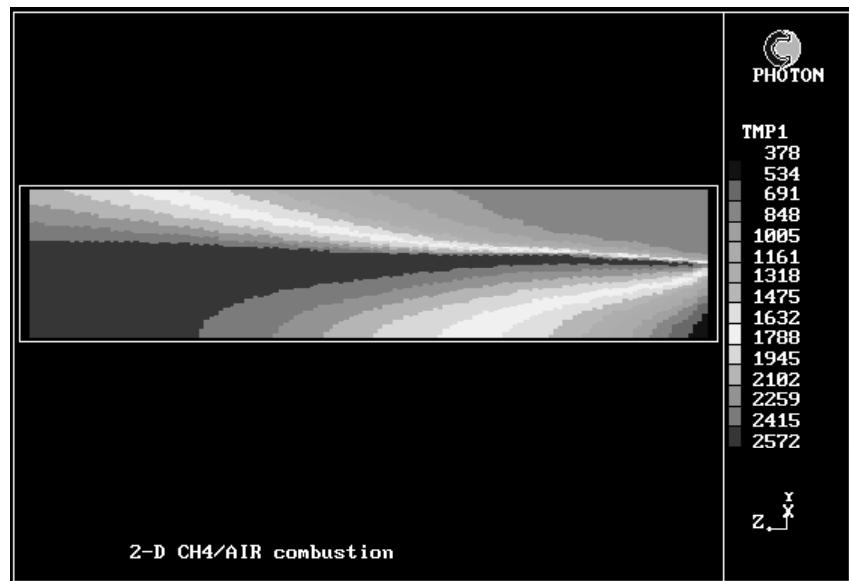
Pluma/COI-lib/SINMEC

Fonte:  
<http://www.sinmec.ufsc.br/sinmec/atividades/resultados/escoamento.html>

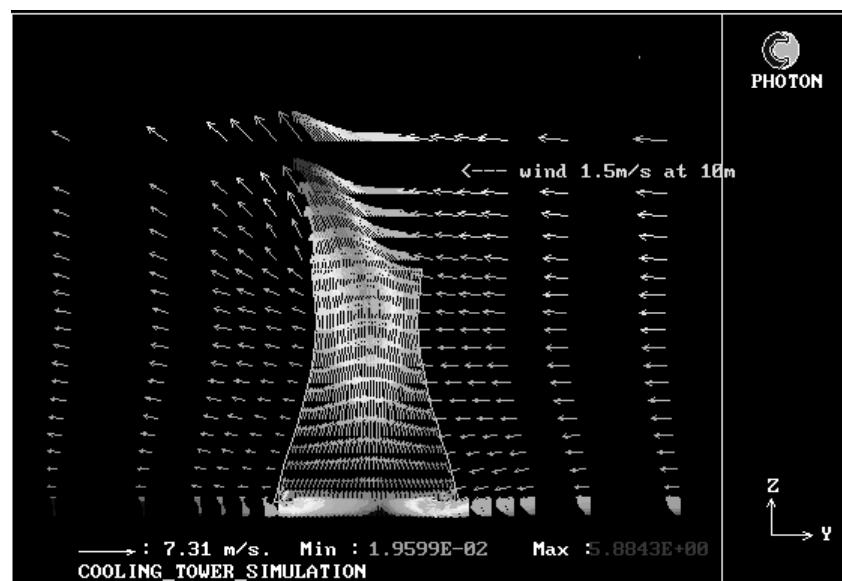


Fonte:  
[http://www.flomerics.com/casestudies/details\\_casestudies\\_efd.php?id=1153](http://www.flomerics.com/casestudies/details_casestudies_efd.php?id=1153)

# Métodos numéricos



Fonte:  
[http://www.cham.co.uk/phoenics/d\\_polis/d\\_applic/appcom.htm](http://www.cham.co.uk/phoenics/d_polis/d_applic/appcom.htm)



Fonte:  
[http://www.cham.co.uk/phoenics/d\\_polis/d\\_applic/d\\_power/tact.htm](http://www.cham.co.uk/phoenics/d_polis/d_applic/d_power/tact.htm)

# Definição de CFD

- “Área da computação científica que estuda métodos computacionais para simulação de fenômenos que envolvem fluidos em movimento com ou sem trocas de calor” (Fortuna, 2000).
- Pode-se, também, estudar fenômenos associados ao escoamento de fluidos e transferência de calor, como reações químicas (Versteeg e Malalasekera, 1995).

# Alguns assuntos estudados em CFD

- Aerodinâmica.
- Hidrodinâmica.
- Turbomáquinas.
- Engenharia elétrica e eletrônica.
- Engenharia de processos químicos.
- Reservatórios de petróleo.
- Climatologia.
- Engenharia biomédica.

# Desenvolvimento histórico

- 1910: Richardson – esquemas iterativos para equação de Laplace e biarmônica.
- 1928: Courant, Friedrichs and Lewy – questões sobre existência e unicidade para soluções numéricas de EDP's.
- 1940: Southwell – esquema de relaxação para problemas estruturais e fluidodinâmicos.
- II Guerra Mundial a 1950: Neumann – método para avaliar estabilidade de métodos numéricos para problemas transientes.

# Desenvolvimento histórico

- 1954: Lax – ondas de choque.
- A partir da década de 1950 – *solvers* (SOR, ADI,...)
- A partir de 1965 – NASA: utilização em pesquisas (*grand challenges*).
- Década de 1970: Desenvolvimento de modelos (turbulência, escoamentos compressíveis,...)
- Década de 1980: *Softwares* comerciais.
- Década de 1990: Expansão da utilização de CFD na indústria.

# Obtenção da solução numérica

- Definição do problema.
- Definição do modelo numérico.
- Discretização do domínio de cálculo.
- Discretização do modelo matemático.
- Obtenção da solução numérica.
- Visualização e análise de resultados.

# Definição do problema

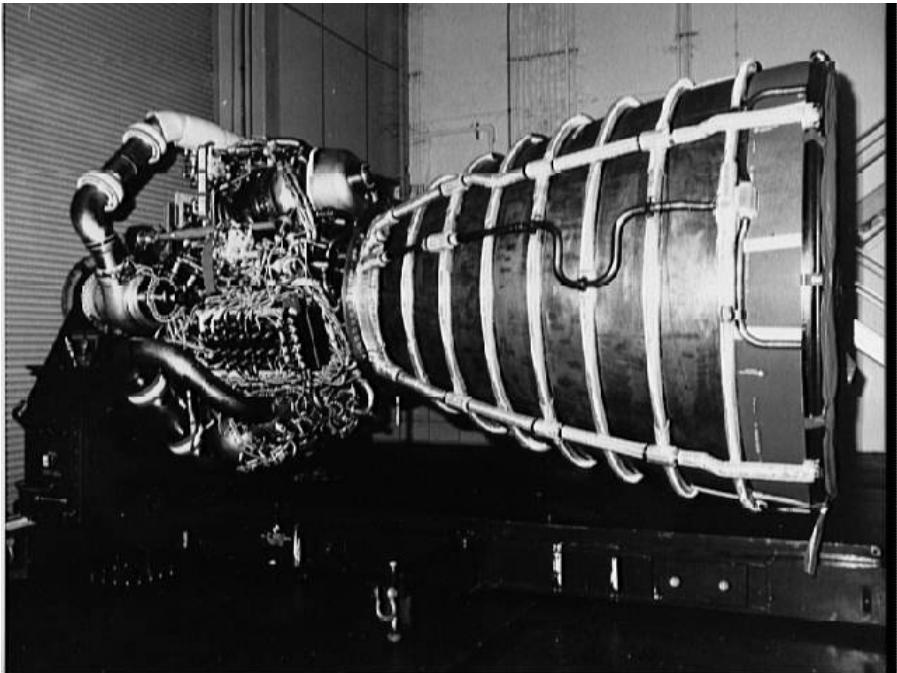
- Modelo matemático: equações, condições de contorno e iniciais.
- Geometria do domínio de cálculo.
- Propriedades dos meios sólido(s) e fluido(s) envolvidos no problema.

# Definição do modelo numérico

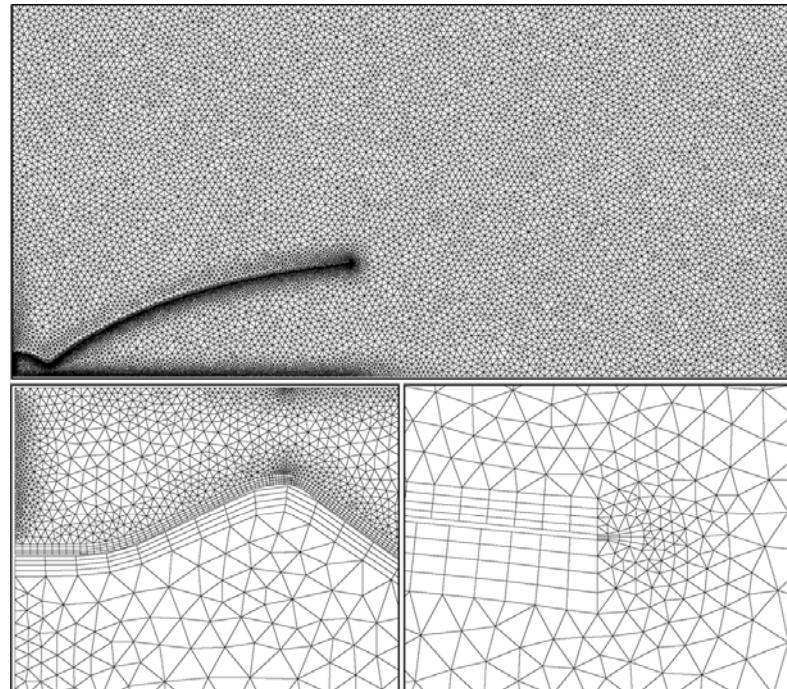
- Tipo de malha.
- Método numérico.
- Tipos de aproximações numéricas.
- Variáveis de interesse.
- Método de solução do sistema de equações (*solver*).
- Critérios de convergência do processo iterativo.
- Estimadores de erros numéricos.

# Discretização do domínio

- Geração da malha na qual a solução numérica é obtida.



Fonte: [www.nasa.gov](http://www.nasa.gov)



Fonte: Wang (2006)

# Discretização do modelo matemático

- Os termos das equações do modelo matemático (bem como condições de contorno e iniciais) são aproximados através de um método numérico, gerando um sistema de equações algébricas (discretizadas).

# Obtenção da solução numérica

- Utilização de um método (*solver*) direto ou iterativo para solução de um sistema de equações.

$$[\mathbf{A}][\mathbf{x}] = [\mathbf{b}]$$

$$[\mathbf{x}] = [\mathbf{A}]^{-1}[\mathbf{b}]$$

# Análise e visualização

- Gráficos bi e tridimensionais.
- Isolinhas, isorregiões e isossuperfícies.
- Vetores.
- Estimativas de erros de modelagem e numéricos.

# Métodos numéricos

- Diferenças Finitas.
- Volumes Finitos.
- Elementos Finitos.

# Diferenças Finitas

- Método mais antigo para solução numérica de EDP's.
- Equação de conservação na forma diferencial.
- Em cada ponto da malha as derivadas (parciais) da equação original é substituída por aproximações baseadas na expansão de Taylor e/ou interpolação polinomial.

# Volumes Finitos

- Baseado na forma integral das equações de conservação.
- Divisão do domínio em volumes de controle.
- Método conservativo.
- Todos os termos que necessitam de aproximações possuem significado físico.

# Elementos Finitos

- Domínio dividido em um conjunto de volumes ou elementos finitos.
- Equações multiplicadas por uma função peso antes de serem integradas; trabalha-se com a forma variacional das equações.

# Sistema de coordenadas

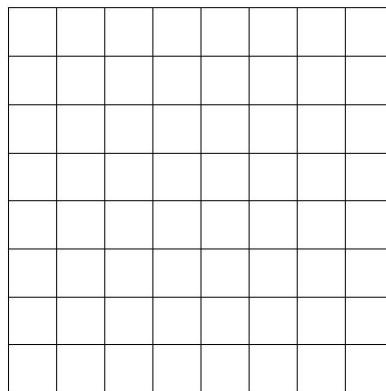
- Coordenadas cartesianas.
- Coordenadas cilíndricas.
- Coordenadas esféricas.
- Coordenadas generalizadas.

# Discretização do domínio

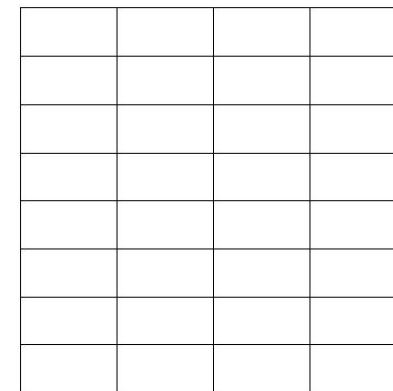
## (malhas)

- Malhas estruturadas.
  - Malhas uniformes.
  - Malhas uniformes por direção.
  - Malhas não-uniformes.
- Malhas não-estruturadas.

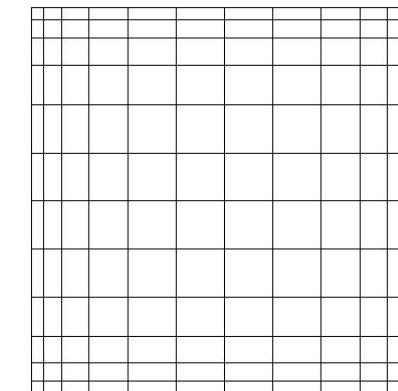
# Discretização do domínio (malhas)



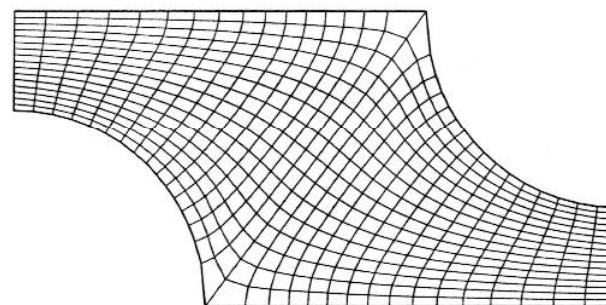
Malha uniforme



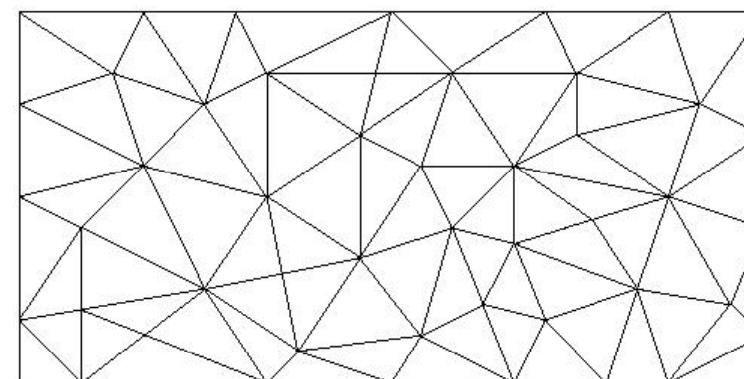
Malha uniforme por direção



Malha não-uniforme



Malha não-ortogonal



Malha não-estruturada

# Métodos de solução (*solver*)

- Sistema de equações não-lineares:
  - Newton-Raphson; Newton modificado.
- Sistema de equações lineares:
  - Métodos diretos: Eliminação de Gauss, TDMA.
  - Métodos iterativos: Gauss-Seidel, Jacobi.

# Propriedades dos métodos de solução numérica

- Consistência
  - *A discretização deve ser exata quando o tamanho dos elementos da malha são reduzidos.*
- Estabilidade
  - *Um método de solução numérica é dito ser estável se ele não amplificar erros que aparecem durante o processo de solução numérica.*

# Propriedades dos métodos de solução numérica

- Convergência
  - *A solução das equações discretizadas deve tender à solução exata das equações diferenciais, quando o tamanho da malha tende a zero.*
- Teorema de equivalência de Lax:
  - *Dados um problema linear de valor inicial e uma aproximação por diferenças finitas que satisfaça à condição de consistência, a estabilidade é uma condição necessária e suficiente para a convergência.*

# Propriedades dos métodos de solução numérica

- Teorema de equivalência de Lax:
  - Consistência + Estabilidade = Convergência.
- Conservação
  - *Como as equações a serem resolvidas são baseadas em leis de conservação, o esquema numérico deve respeitar (local e globalmente) essas leis.*

# Propriedades dos métodos de solução numérica

- Acurácia
  - Soluções numéricas: soluções aproximadas.
  - Erros de modelagem.
  - Erros numéricos:
    - Erros de truncamento.
    - Erros de iteração.
    - Erros de arredondamento.
    - Erros de programação.
  - Validação e verificação.

# Validação

- Grau de fidelidade que um determinado modelo apresenta ao representar um fenômeno físico.
- Comparação de valores obtidos com resultados experimentais (Metha, 1996; AIAA, 1998; Roache, 1998).

# Verificação

- Relacionado ao grau de correção de um modelo implementado, isto é, deve-se confirmar que a implementação de um modelo representa sua descrição conceitual (Metha, 1996; AIAA, 1998; Roache, 1998).
- Verificação do código.
- Verificação da solução (estimadores de erros).

# Cuidados em CFD

- Conhecimento dos fenômenos físicos.
- Adequação dos modelos matemáticos.
- Conhecimento dos métodos numéricos envolvidos.
- Análise de erros (de modelagem e numéricos).

# Alguns desafios em CFD

- Transição entre regimes laminar e turbulento.
- Turbulência.
- Reações químicas em escoamentos turbulentos.
- Escoamentos multifásicos.
- Interação fluido-estrutura.
- Atomização.

# Material de referência

## ➤ Livros:

- Versteeg, H. K., Malalasekera, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The finite volume method*, 2ed, Harlow (England): Pearson Educational Limited, 2007.
- Fortuna, A. O. *Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos*, São Paulo: Edusp, 2000.
- Maliska, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, 2ed, Rio de Janeiro: LTC Editora, 2004.
- Ferziger, J. H., Peric, M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*, 2ed, Berlin: Springer, 2002.
- Tannehill, J. C., Anderson, D. A., Pletcher, R. H., *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, 2 ed, New York: Taylor & Francis, 1997.

## ➤ Sites

- [www.cfd-online.com](http://www.cfd-online.com)
- [www.cfd-brasil.com](http://www.cfd-brasil.com)