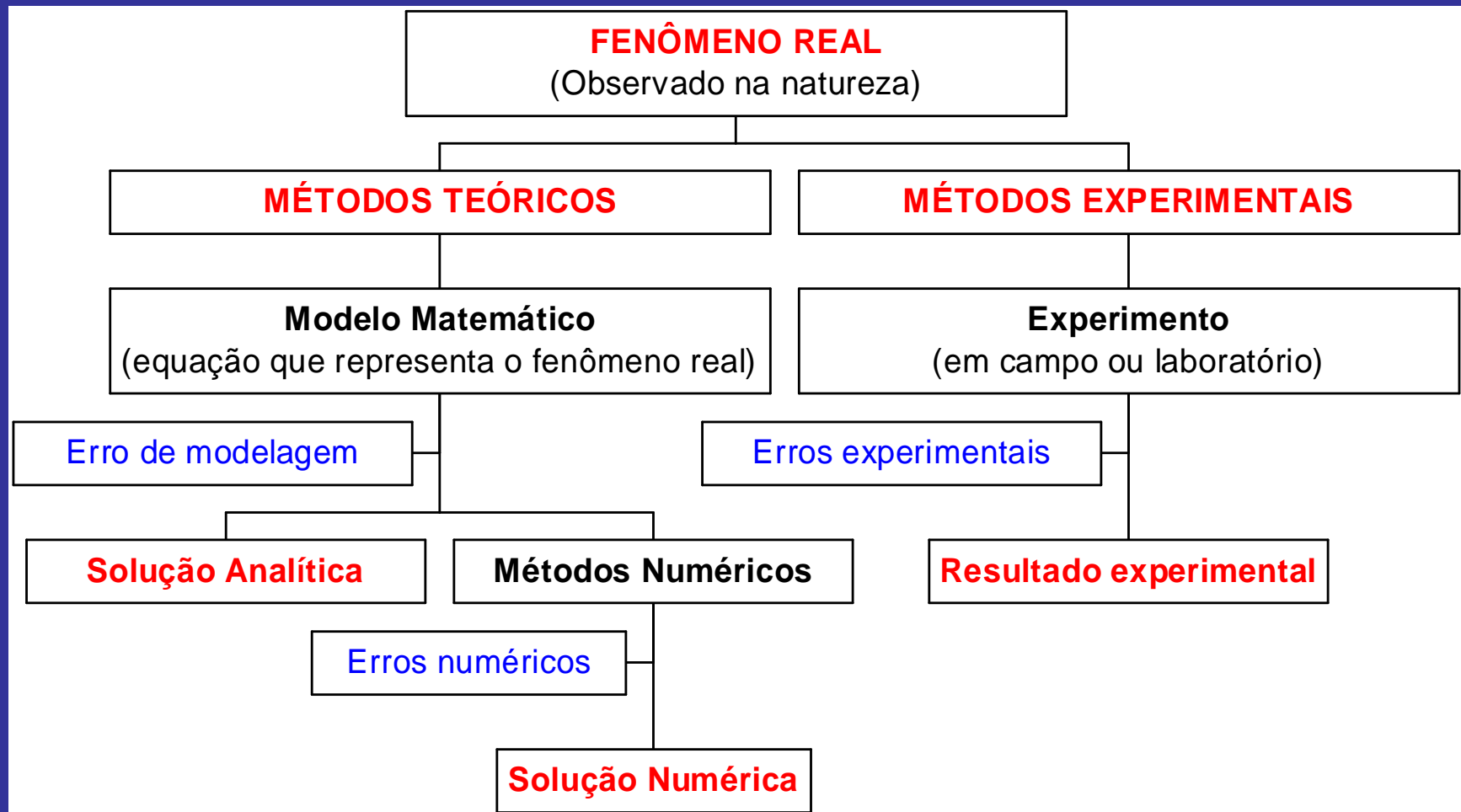


# DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

# Problemas de engenharia

- Métodos analíticos
- Métodos experimentais
- Métodos numéricos

# Problemas de engenharia

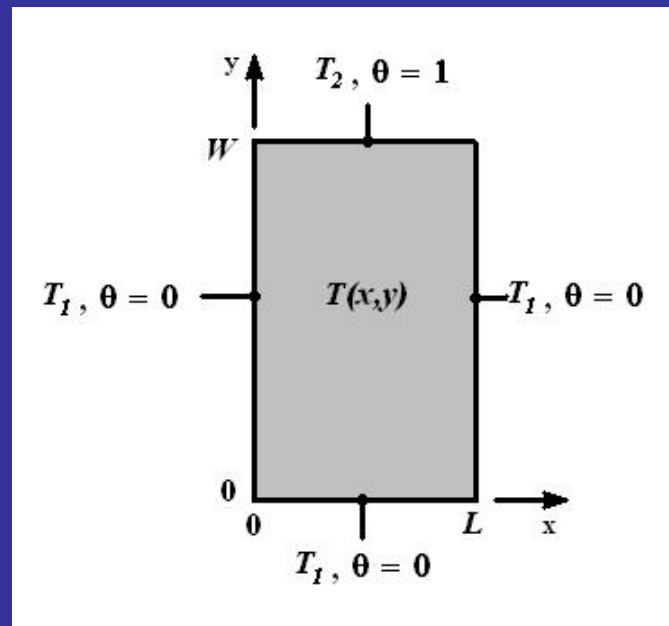


# Métodos analíticos

- Soluções contínuas sobre o domínio.
- Soluções fechadas.
- Baixos custos de implementação.
  
- Geometrias e condições de contorno simples.
- Geralmente restrito a problemas lineares.
- Possuem erros de modelagem.

# Métodos analíticos

- Equação de Laplace bidimensional:



Fonte: Incropera et al. (2008)

$$\theta(x, y) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^{n+1} + 1}{n} \operatorname{sen} \left( \frac{n \pi x}{L} \right) \frac{\operatorname{senh} \left( \frac{n \pi y}{L} \right)}{\operatorname{senh} \left( \frac{n \pi W}{L} \right)} \right]$$

# Métodos experimentais

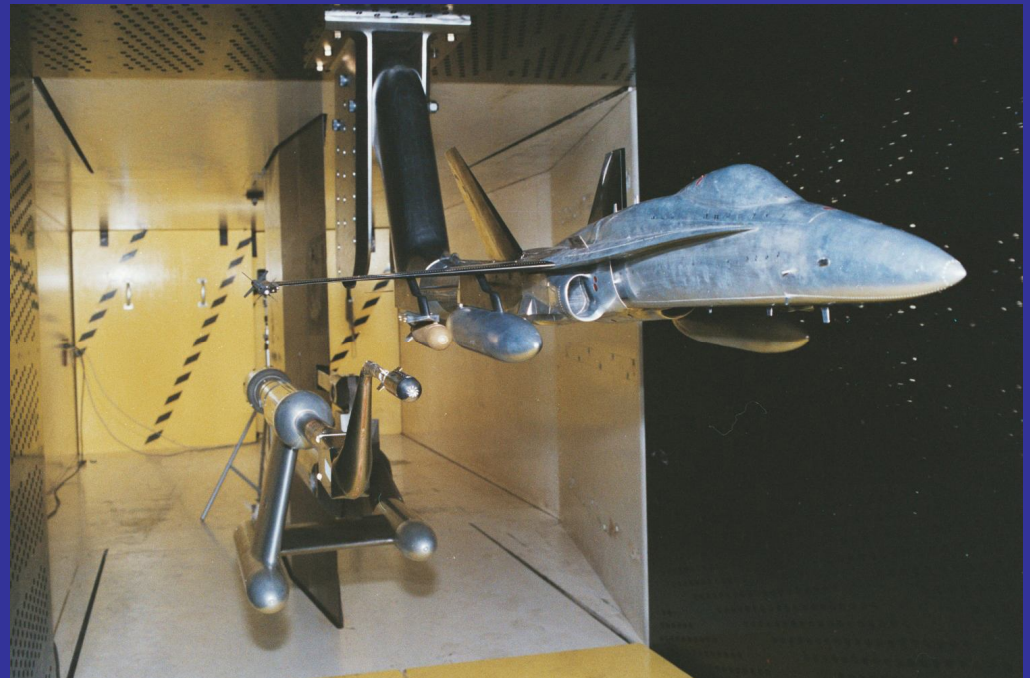
- Trabalham com a configuração real.
- Possibilidade de ser executado na ausência de modelos matemáticos adequados.
- Custo elevado.
- Dificuldades de realização (questões de segurança, reprodução de condições reais).
- Dificuldades de medição.
- Possuem erros experimentais.

# Métodos experimentais



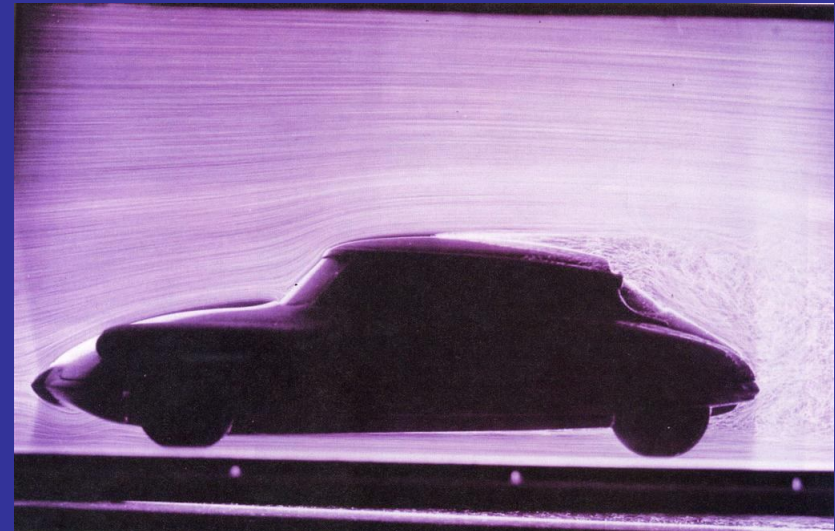
Fonte:

[http://est.ualg.pt/est/index.php?option=com\\_content&task=view&id=107&Itemid=106](http://est.ualg.pt/est/index.php?option=com_content&task=view&id=107&Itemid=106)



Fonte: [http://iar-ira.nrc-cnrc.gc.ca/press/news\\_1\\_16a\\_e.html](http://iar-ira.nrc-cnrc.gc.ca/press/news_1_16a_e.html)

# Métodos experimentais



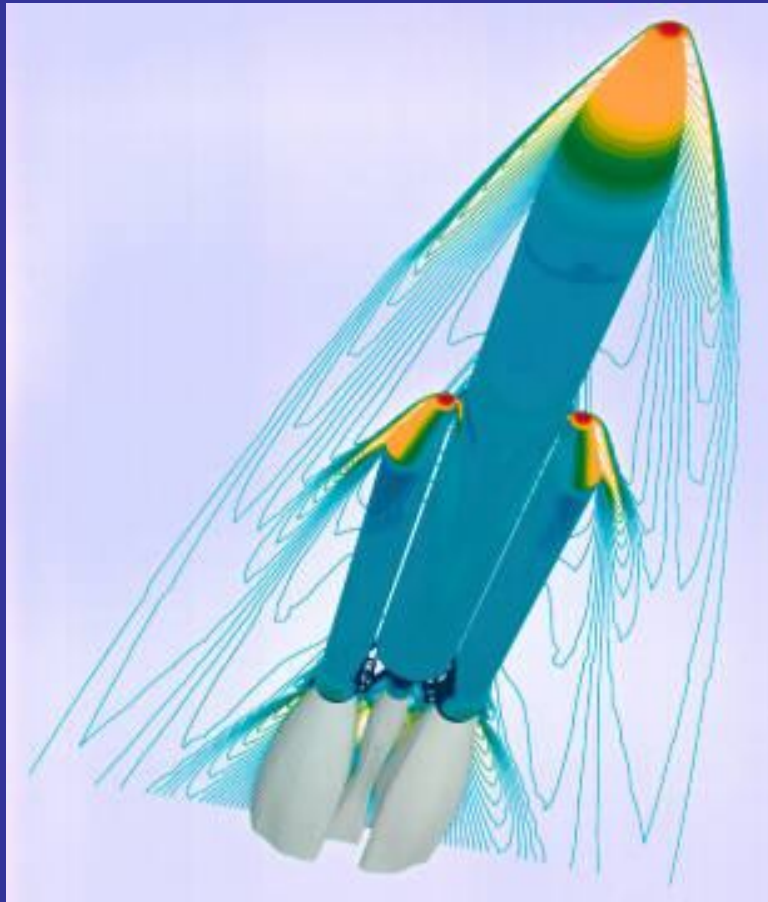
Fonte:  
<http://stoa.usp.br/fep0114/weblog/5703.html>



# Métodos numéricos

- Geometrias e condições de contorno quaisquer.
- Menor custo e redução significativa no tempo de obtenção dos resultados.
- Simulações de risco (explosões, radiação, poluição)
- Erros de modelagem e numéricos.

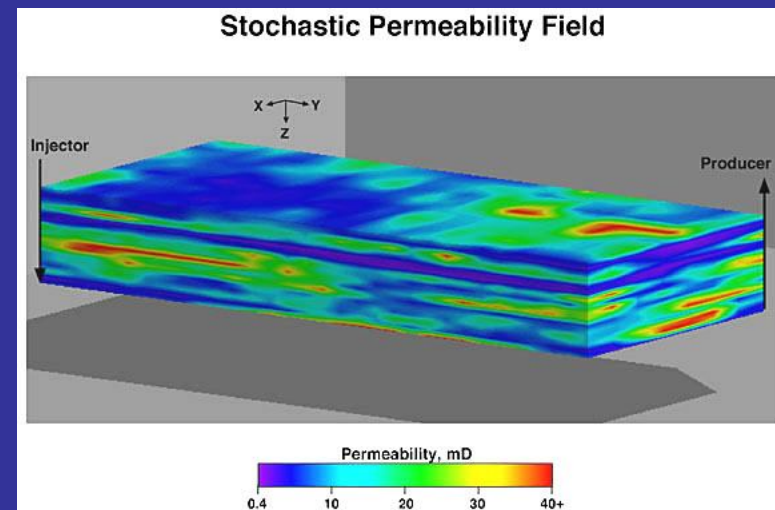
# Métodos numéricos



Fonte: <http://www.onera.fr/photos-en/simulations/ariane5.php>

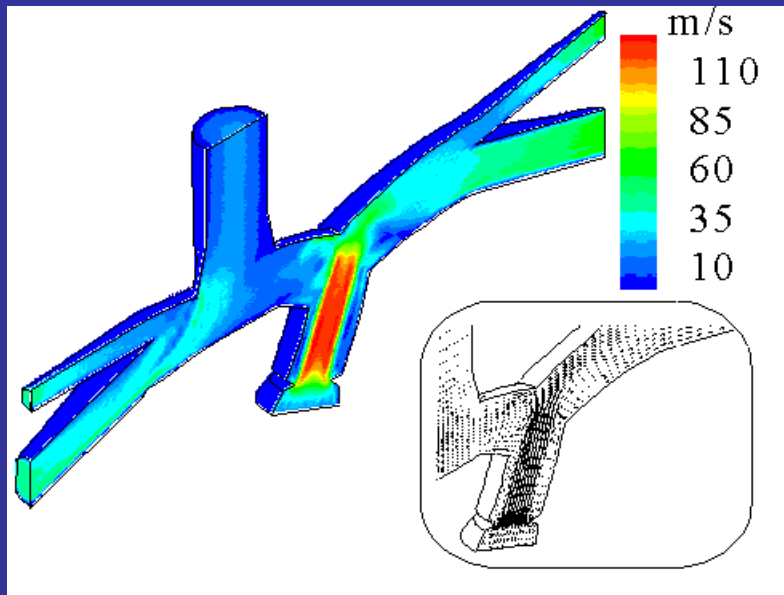


Fonte: <http://www.ansys.com/solutions/fluid-dynamics.asp>



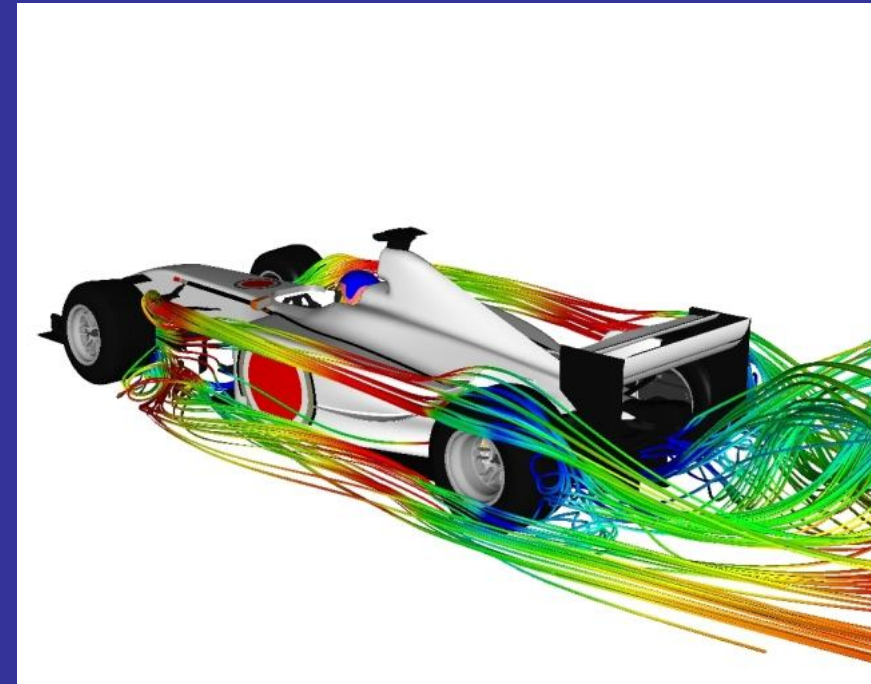
Fonte: [http://www.cpge.utexas.edu/new\\_generation/](http://www.cpge.utexas.edu/new_generation/) 10

# Métodos numéricos



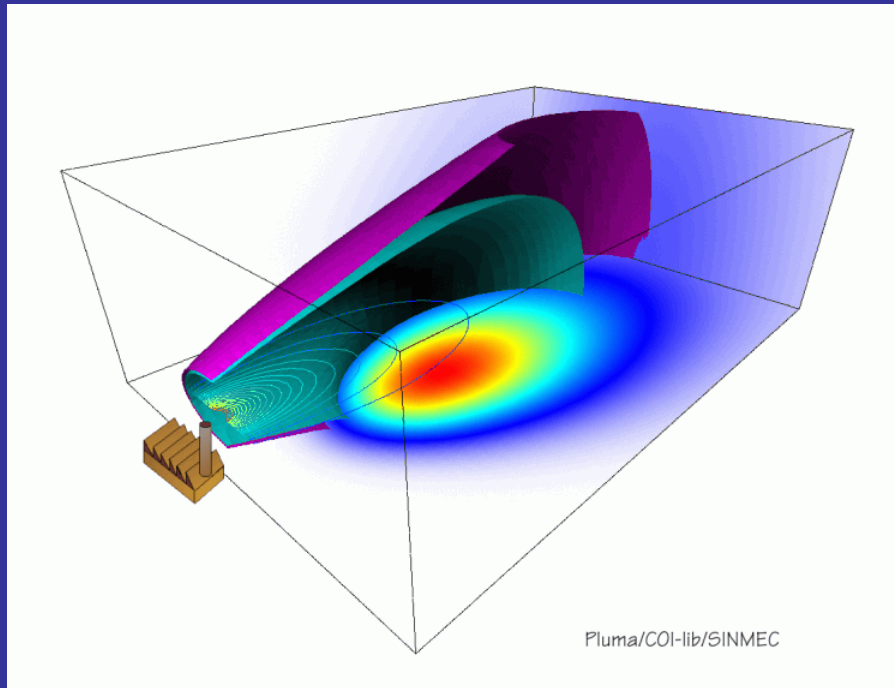
Fonte:

<http://www.health.gov.mt/impaedcard/issue/issue2/1125/1125.htm>



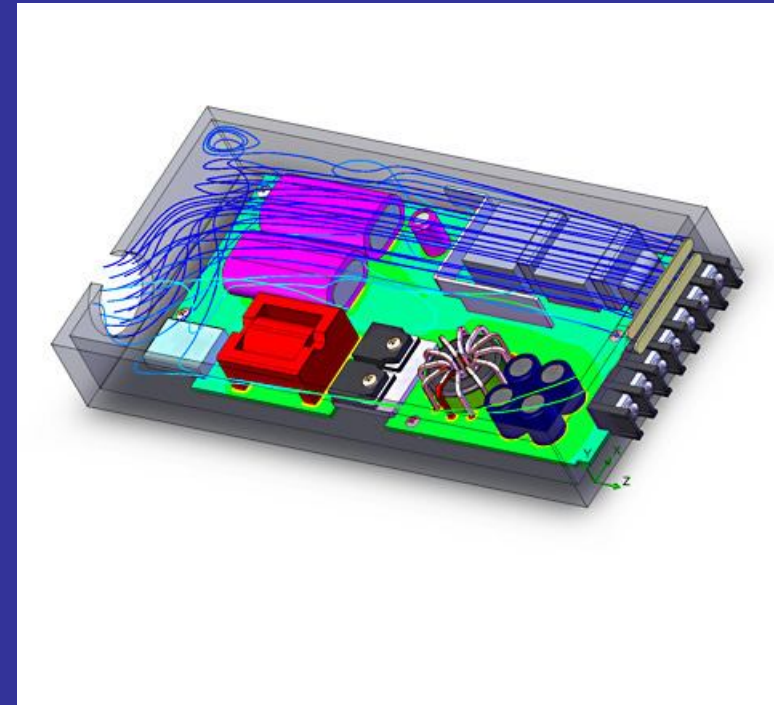
Fonte: <http://www.symscape.com/node/261>

# Métodos numéricos



Fonte:

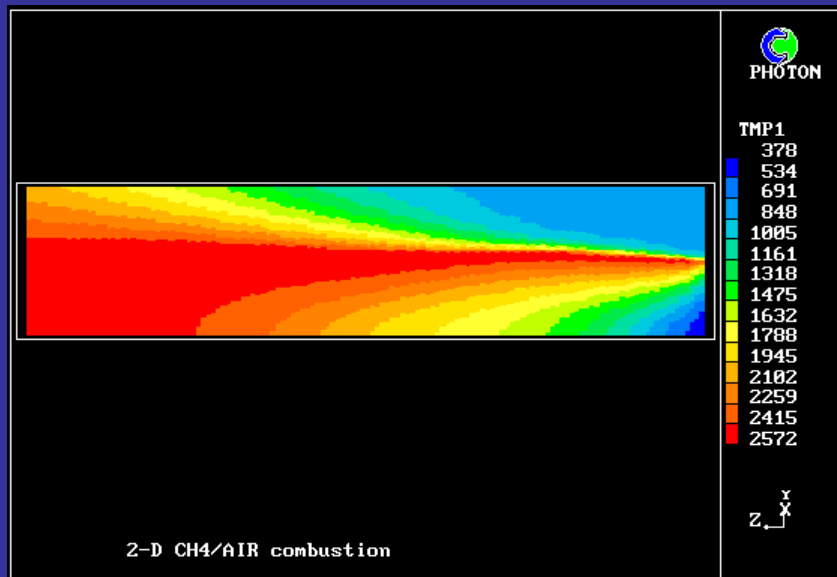
<http://www.sinmec.ufsc.br/sinmec/atividades/resultados/escoamento.html>



Fonte:

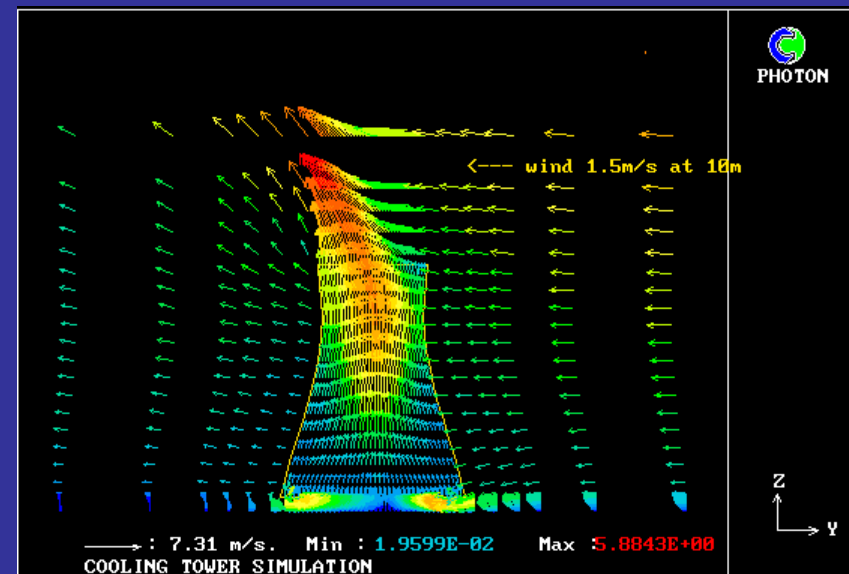
[http://www.flomerics.com/casestudies/details\\_casestudies\\_efd.php?id=1153](http://www.flomerics.com/casestudies/details_casestudies_efd.php?id=1153)

# Métodos numéricos



Fonte:

[http://www.cham.co.uk/phoenics/d\\_polis/d\\_applic/appcom.htm](http://www.cham.co.uk/phoenics/d_polis/d_applic/appcom.htm)



Fonte:

[http://www.cham.co.uk/phoenics/d\\_polis/d\\_applic/d\\_power/tact.htm](http://www.cham.co.uk/phoenics/d_polis/d_applic/d_power/tact.htm)

# Definição de CFD

- *É a área do conhecimento que trata da solução de problemas de dinâmica dos fluidos através de métodos numéricos.*
- **Envolve principalmente:**
  - Escoamento de fluidos
  - Transferência de calor e massa
  - Reações químicas

# Aplicações de CFD

- Aerodinâmica
- Hidrodinâmica
- Motores
- Turbomáquinas
- Meteorologia
- Reservatórios de petróleo
- Engenharia biomédica

# Desenvolvimento histórico

- 1910: Richardson – esquemas iterativos para equação de Laplace e biarmônica.
- 1928: Courant, Friedrichs and Lewy – questões sobre existência e unicidade para soluções numéricas de EDP's.
- 1940: Southwell – esquema de relaxação para problemas estruturais e fluidodinâmicos.
- II Guerra Mundial a 1950: Neumann – método para avaliar estabilidade de métodos numéricos para problemas transientes.



# Desenvolvimento histórico

- 1954: Lax – ondas de choque.
- A partir da década de 1950 – *solvers* (SOR, ADI,...)
- A partir de 1965 – NASA: utilização em pesquisas (*grand challenges*).
- Década de 1970: Desenvolvimento de modelos (turbulência, escoamentos compressíveis,...)
- Década de 1980: *Softwares* comerciais, *multigrid*.
- Década de 1990: Expansão da utilização de CFD na indústria.

# Etapas para obter uma solução numérica

- Definição do problema
- Definição do modelo numérico
- Discretização do domínio de cálculo
- Discretização do modelo matemático
- Obtenção da solução numérica
- Visualização e análise de resultados

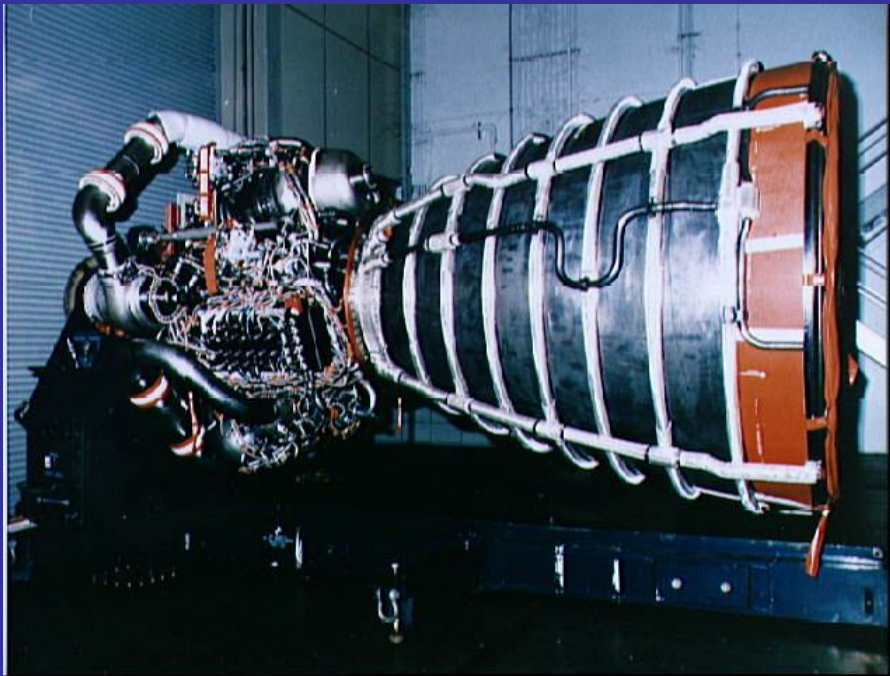
# Definição do problema

- Modelo matemático: equações, condições de contorno e iniciais.
- Geometria do domínio de cálculo.
- Propriedades dos meios sólido(s) e fluido(s) envolvidos no problema.
- Variáveis de interesse

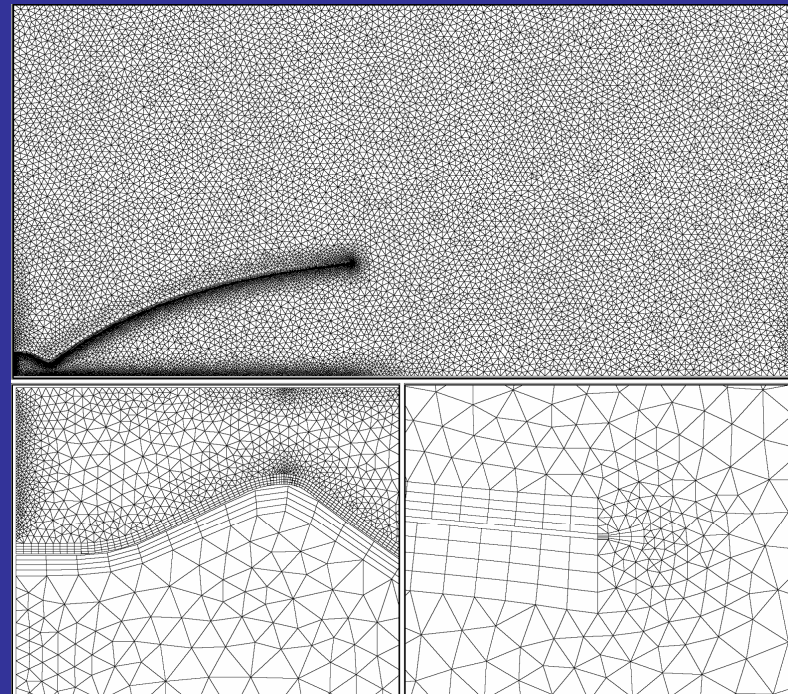
# Definição do modelo numérico

- Tipo de malha
- Método numérico
- Tipos de aproximações numéricas
- Variáveis de interesse
- *Solver*
- Critério e tolerância de convergência
- Estimador de erro numérico
- *Hardware*
- Algoritmo
- *Software*: linguagem de programação, compilador e precisão

# Discretização do domínio e geração da malha



Fonte: [www.nasa.gov](http://www.nasa.gov)



Fonte: Wang (2006)

# Discretização do modelo matemático

- Os termos das equações do modelo matemático (bem como condições de contorno e iniciais) são aproximados através de um método numérico, gerando um sistema de equações algébricas (discretizadas) do tipo

$$[\mathbf{A}][\mathbf{x}] = [\mathbf{b}]$$

# Obtenção da solução numérica

- Utilização de um método (*solver*) direto ou iterativo para obter a solução do sistema de equações, ou seja,

$$[\mathbf{x}] = [\mathbf{A}]^{-1} [\mathbf{b}]$$

# Análise e visualização

- Gráficos bi e tridimensionais
- Isolinhas, isorregiões e isosuperfícies
- Vetores
- Estimativas de erros de modelagem e numéricos



# Métodos numéricos

- Diferenças Finitas
- Volumes Finitos
- Elementos Finitos
- Elementos de contorno
- Métodos espectrais

# Diferenças Finitas

- Método mais antigo para solução numérica de equações (Euler).
- Em cada ponto da malha as derivadas (parciais) da equação original são substituídas por aproximações baseadas na expansão da série Taylor e/ou interpolação polinomial.

# Volumes Finitos

- Integração das equações.
- Divisão do domínio em volumes de controle.
- Método conservativo.
- Todos os termos que necessitam de aproximações possuem significado físico.

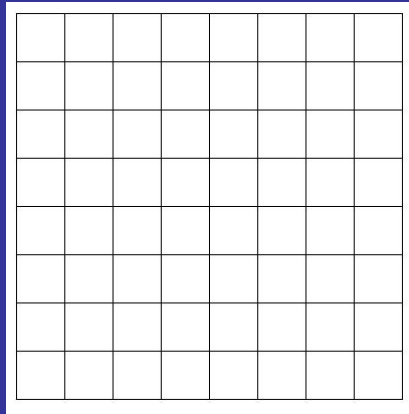
# Sistema de coordenadas

- Coordenadas cartesianas.
- Coordenadas cilíndricas.
- Coordenadas esféricas.
- Coordenadas generalizadas.

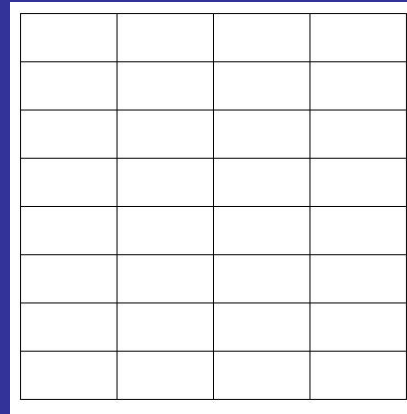
# Discretização do domínio (malhas)

- Malhas estruturadas.
  - Malhas uniformes.
  - Malhas uniformes por direção.
  - Malhas não-uniformes.
  - Malhas não-ortogonais
- Malhas não-estruturadas.

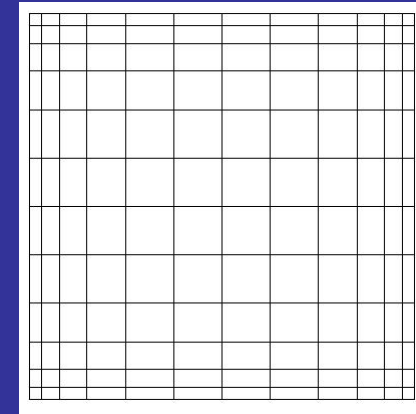
# Discretização do domínio (malhas)



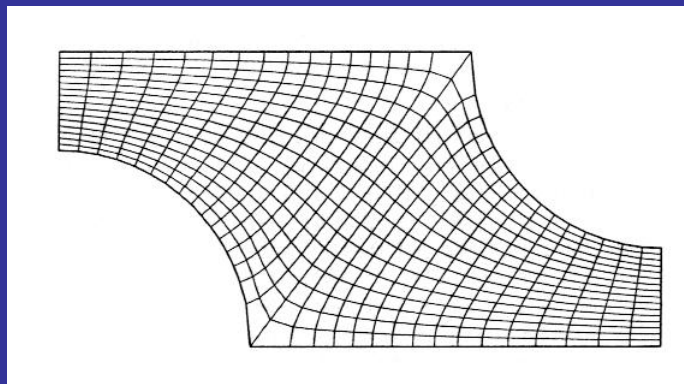
Malha uniforme



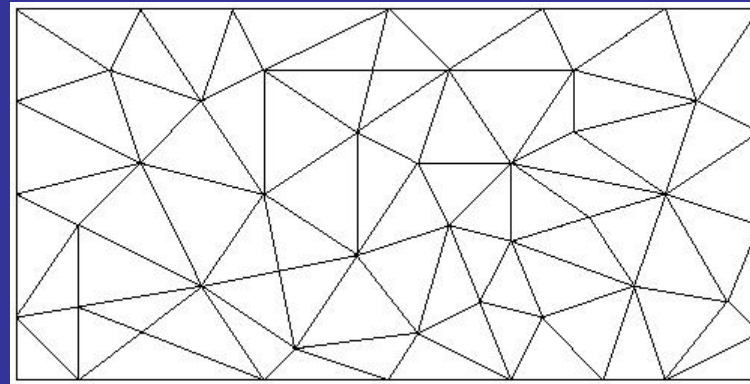
Malha uniforme por direção



Malha não-uniforme



Malha não-ortogonal



Malha não-estruturada

# Métodos de solução (solver)

- Sistema de equações não-lineares:
  - Newton-Raphson; Newton modificado.
- Sistema de equações lineares:
  - Métodos diretos: Eliminação de Gauss, TDMA.
  - Métodos iterativos: Gauss-Seidel, Jacobi.

# Cuidados em CFD

- Conhecimento dos fenômenos físicos.
- Adequação dos modelos matemáticos.
- Conhecimento dos métodos numéricos envolvidos.
- Análise de erros (de modelagem e numéricos).



# Modelos matemáticos

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = C$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\rho \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \rho \frac{\partial(uv)}{\partial y} = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \rho \frac{\partial(v^2)}{\partial y} = \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y}$$