CAPÍTULO 4

CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO

Podemos afirmar que para todo e qualquer processo de falha que um dado componente venha sofrer, o ponto de início da falha está localizado em um local onde o nível de solicitação ultrapassou o nível de resistência. Esta situação ocorre seja por uma baixa resistência localizada naquele ponto, seja por um aumento local na solicitação que atua no material, na forma de uma tensão ou uma deformação. É justamente esta última condição que procuramos atacar no presente Capítulo, ou seja, porque as tensões que atuam no material excedem em alguns pontos aqueles valores calculados pelo uso das expressões clássicas da Mecânica dos Sólidos. Estes pontos são portanto para onde a nossa atenção deve se dirigir, visto serem estes os prováveis pontos críticos, formando o que chamamos de pontos de concentração de tensão, onde a máxima tensão que atua no material pode ser várias vezes superior à tensão nominal calculada naquela seção da peça.

4.1. INTRODUÇÃO

As tensões calculadas nos diversos componentes e peças estruturais, pelo uso das expressões da Mecânica dos Sólidos, são valores nominais, ou seja, são válidos apenas se fôr satisfeita uma série de condições, [97], que na grande maioria dos casos reais não ocorre, pois as regiões mais prováveis de falha são as que contém seções com alterações da geometria, o que faz com que a distribuição de tensões fique perturbada, ocorrendo pontos onde temos um aumento localizado de tensões, os pontos de concentração de tensão. Nestes pontos as tensões que atuam podem ser muito maiores que as tensões nominais, calculadas usando as expressões habituais, tipo força sobre área ou momento fletor sobre módulo de rigidez. Este efeito de um aumento localizado de tensões é fundamental na análise dos modos de falha onde as características locais de resistência do material são importantes, como no caso da fadiga, de uma ruptura frágil, de corrosão sob tensão, de início de escoamento, entre outros mais. Assim, devemos ter condições de avaliar o estado de tensões nestes pontos, e de usar corretamente esta informação, visto que praticamente em toda e qualquer peça ocorre o efeito de concentração de tensão, pela necessidade de introduzirmos detalhes na geometria da peça. Estes detalhes estão associados com a funcionalidade da peça, na forma de um furo, um rebaixo, um rasgo de chaveta, uma rosca, etc., como os vários exemplos que a figura 4.1 mostra.

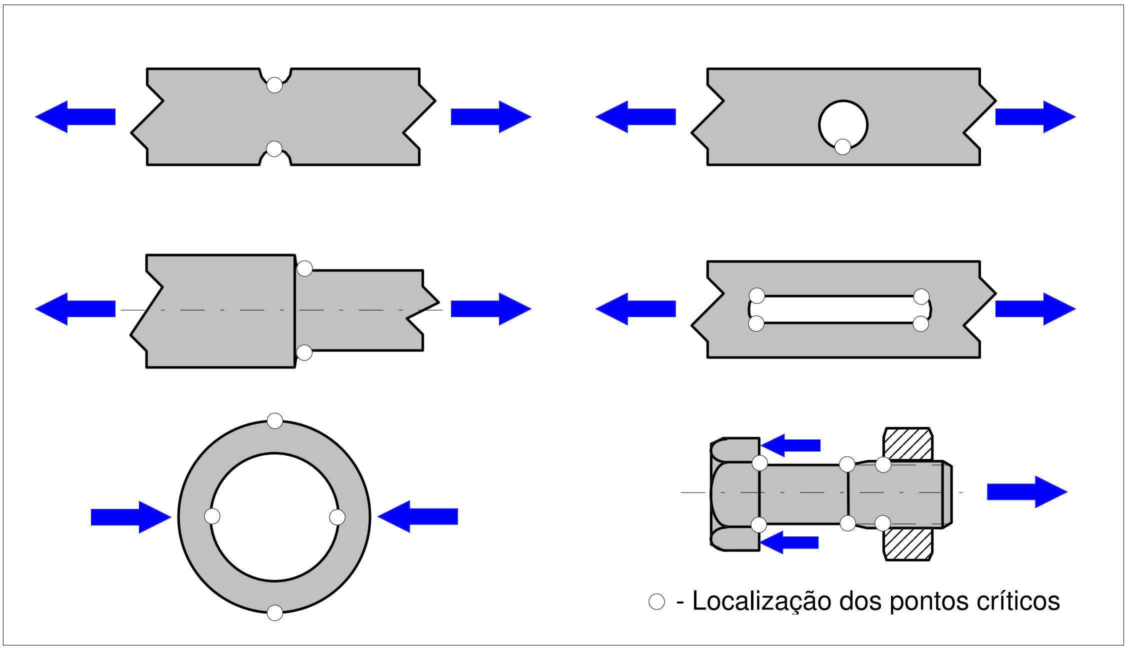


Figura 4.1 - Exemplos de regiões com concentração de tensão provocada pela geometria da peça, com indicação dos pontos críticos.

De um modo geral o efeito de concentração de tensão leva a perturbações localizadas na distribuição de tensões, que ocorrem em toda e qualquer situação onde existem descontinuidades, tais como:

- Alteração da geometria;
- Alteração de propriedades elásticas;
- Cargas concentradas.

O primeiro tipo de descontinuidade é o mais comum em peças e componentes mecânicos, em função da necessidade de introduzirmos detalhes construtivos que são definidos pelas características funcionais do produto. Alguns exemplos são ilustrados na figura 4.1. Os pontos assinalados como críticos são os pontos onde a tensão que solicita o material atinge um máximo, ou seja, é o ponto onde ocorre de forma mais acentuada o efeito de concentração de tensão. A figura 4.2 ilustra a distribuição de tensões em uma barra submetida à flexão, tanto na região onde a variação de seção não influencia a distribuição de tensões como na seção da transição, onde fica evidente a perturbação provocada pela descontinuidade.

Normalmente o estado de tensão na peça ou componente estrutural tem a sua magnitude caracterizada pelo valor da tensão nominal que atua na seção sob análise. Esta tensão é calculada com o formulário tradicional da Mecânica dos Sólidos, considerando como seção resistente a seção mínima, ou seja, descontando a área devida à presença de furos, rebaixos, etc, que é referida como seção ou área líquida. No caso ilustrado na figura 4.2, a tensão nominal será

$$\sigma_0 = M / W_f \qquad (4.1)$$

sendo, para uma seção retangular de altura h e largura b,

$$W_f = b\, h^2 / 6 \qquad (4.2)$$

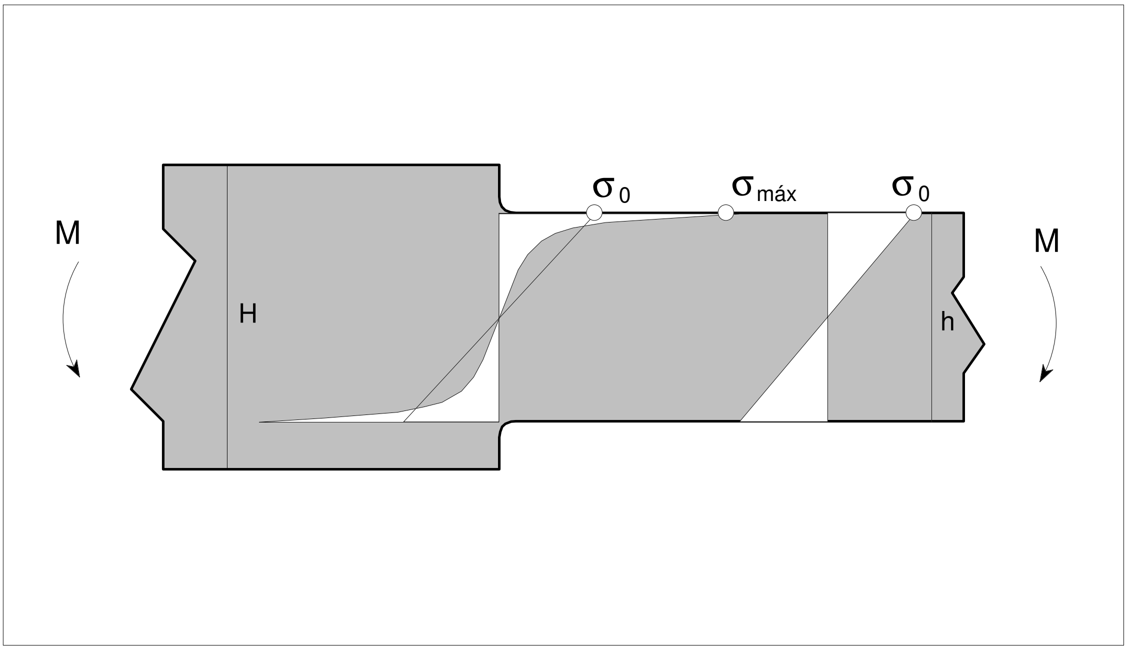


Figura 4.2 - Distribuição de tensões em uma barra escalonada submetida à flexão. Resultados obtidos por uma análise numérica.

Quanto à tensão que ocorre na seção crítica, esta atinge um valor máximo que é significativamente superior a σ_0, porém é necessário recorrer a métodos de análise de tensões mais sofisticados para poder determinar a tensão de pico, $\sigma_{máx}$, pois com o tratamento convencional da Mecânica dos Sólidos não é possível determinar a concentração de tensão causada pela descontinuidade. Estas perturbações no campo de tensões podem ser previstas e calculadas com o uso de métodos de análise de tensões mais exatos, que possibilitem a determinação do campo de tensões, ou ao menos da tensão ou deformação no ponto mais solicitado do material. Estes métodos podem ser tanto analíticos, como numéricos, ou experimentais, conforme comentado no Capítulo 1. Para geometrias e carregamento mais comuns a bibliografia possui soluções já obtidas, na forma de gráficos ou equações, [75].

4.2 - DEFINIÇÃO DO FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO

A tensão máxima, $\sigma_{máx}$, que ocorre na região próxima de uma descontinuidade de um elemento estrutural é proporcional à tensão nominal atuante, enquanto o material estiver dentro do regime elástico. O fator de proporcionalidade entre a tensão máxima no local perto da descontinuidade e a tensão nominal é denominado de fator de concentração de tensão, K_t. O fator de concentração de tensão, K_t, depende da geometria do componente e do modo de carregamento, e independe da intensidade deste último, já que se considera como hipótese básica, na definição deste fator, que o material tenha um comportamento elástico linear. A definição é dada por:

$$K_t = \frac{\sigma_{máx}}{\sigma_0} \tag{4.3}$$

EXEMPLO 4.1

Vamos considerar a distribuição de tensões em uma placa, submetida a uma solicitação de tração, contendo um orifício circular de raio a, como mostra a figura 4.3. A solução deste problema, pela Teoria da Elasticidade, leva às expressões abaixo para o estado de tensões em um ponto de coordenadas (r , θ), sendo $\alpha = a / r$, [107]. É importante observar que nos pontos com $\theta = 0$ e $\theta = \pi$ a tensão tangencial atinge o valor de $-\sigma_0$, ou seja, é compressiva.

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 [(1 - \alpha^2) + (1 - \alpha^2) (1 - 3 \alpha^2) \cos (2 \theta)] / 2 \tag{4.4}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_0 [(1 + \alpha^2) - (1 + 3 \alpha^4) \cos (2 \theta)] / 2 \tag{4.5}$$

$$\tau_{r\theta} = -\sigma_0 [(1 - \alpha^2) (1 + 3 \alpha^2) \cos (2 \theta)] / 2 \qquad (4.6)$$

Os pontos mais solicitados, que são os prováveis pontos críticos, estão em $\theta = \pi / 2$ e em $\theta = 3\pi / 2$. Nestes pontos temos a distribuição de tensões esquematizada na figura 4.4. Pela análise da distribuição de tensões esquematizada concluimos que os pontos críticos estão localizados sobre o perímetro do orifício, com os valores das tensões, nos pontos indicados, mostrados na figura 4.3 e 4.4. Concluimos assim que $K_t = 3$, para o ponto mais solicitado.

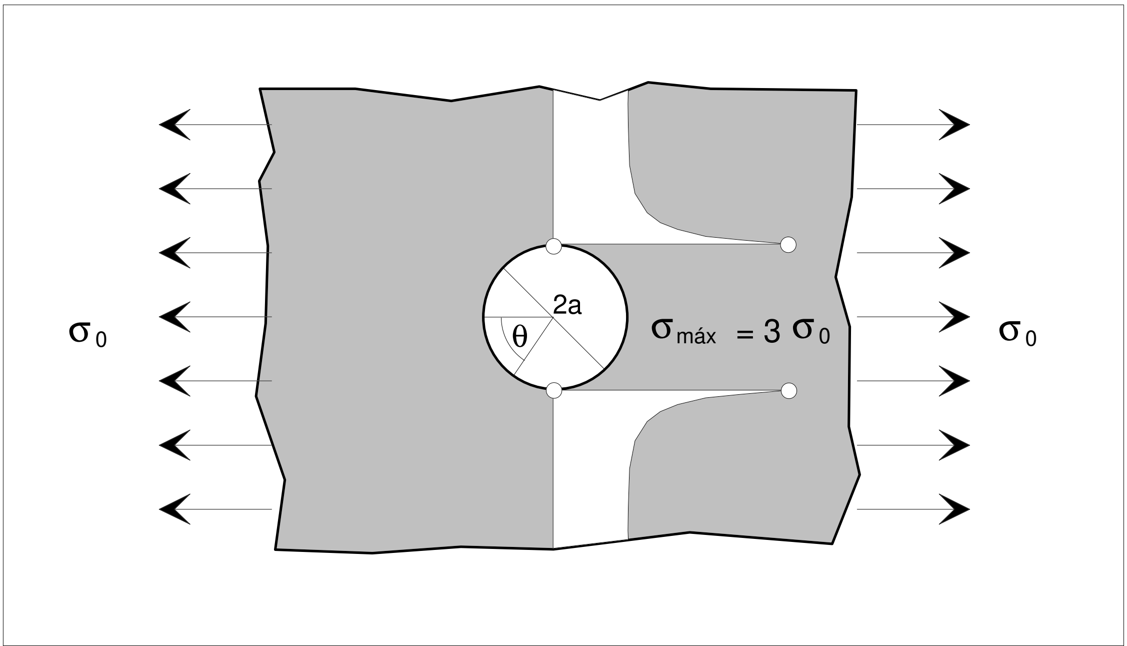


Figura 4.3 - Placa infinita com orifício circular sob tração.

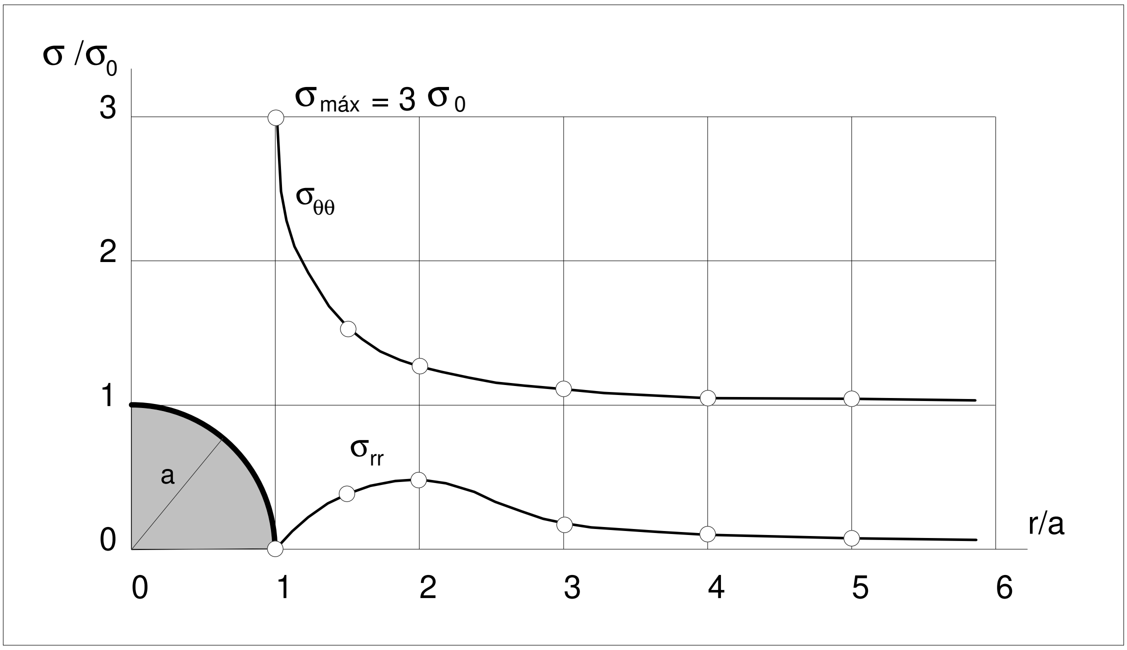


Figura 4.4 - Distribuição das tensões radial e tangencial, em $\theta = \pi / 2$.

Uma análise similar, realizada também pela Teoria da Elasticidade, para a geometria de um orifício elíptico em uma placa infinita sob tração, leva à expressão (4.7), onde a é o semi-eixo da elípse, perpendicular à direção de atuação do carregamento e b é o semi-eixo paralelo à direção do carregamento. Desta expressão vemos que para orifícios elípticos, alongados, é fácil obtermos valores de K_t da ordem de 5 ou mais, o que é preocupante em termos de segurança. Para o caso onde a = b a elipse passa a ser uma circunferência e portanto resulta $K_t = 3$, como é de se esperar, considerando o resultado anterior. O valor de K_t algumas vezes é referido como K_{te}, para referir ao caso do furo elíptico.

$$K_t = 1 + 2 (a / b) \qquad (4.7)$$

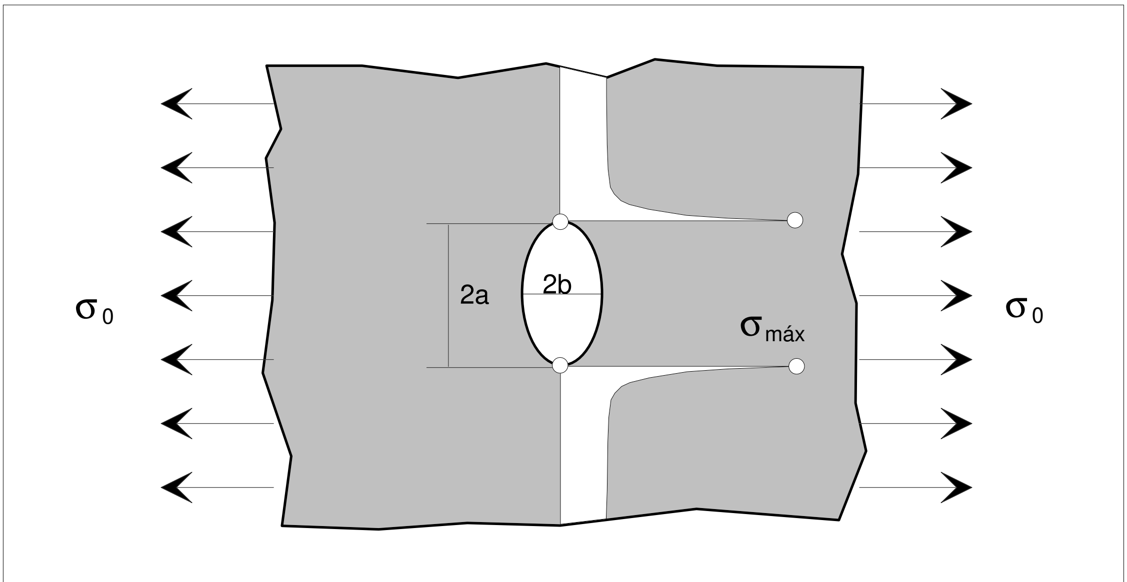


Figura 4.5 - Concentração de tensão em placa com furo elíptico.

EXEMPLO 4.2

Neste exemplo vamos considerar uma placa com orifício circular submetida a um estado biaxial de tensões, com igual intensidade nas duas direções. O carregamento aplicado sobre a placa está esquematizado na figura 4.6. Podemos determinar as tensões nos pontos críticos pelo uso do princípio da superposição, pois o comportamento elástico é uma hipótese para a definição de K_t.

A tensão nominal na direção y induz uma tensão de tração igual a $3\,\sigma_0$ nos pontos A, e uma tensão compressiva, igual a $-\,\sigma_0$, nos pontos B. Para a tensão nominal horizontal, nos pontos A temos uma tensão compressiva de $-\,\sigma_0$ e nos pontos B desenvolve-se uma tensão de tração de $3\,\sigma_0$. Sobrepondo os dois carregamentos, resulta que os pontos A e B terão uma tensão máxima dada por

$$\sigma_{máx} = 3\,\sigma_0 - \sigma_0 = 2\,\sigma_0 \qquad (4.8)$$

resultando assim em um fator de concentração de tensão efetivo $K_t = 2$.

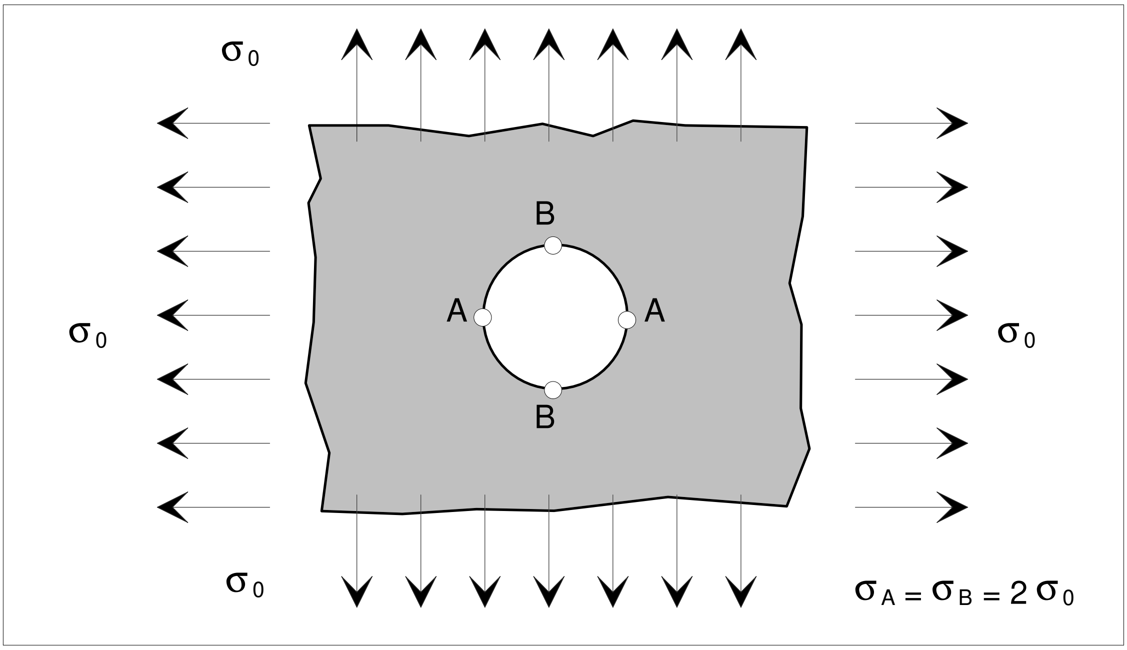


Figura 4.6 - Tensões nos pontos críticos do exemplo 4.2.

EXEMPLO 4.3

Vamos tratar agora o problema de uma placa plana com orifício circular, submetida a tensões de intensidade diferentes nas bordas (σ_X; σ_Y). A geometria e o carregamento do problema estão indicada na figura 4.7.

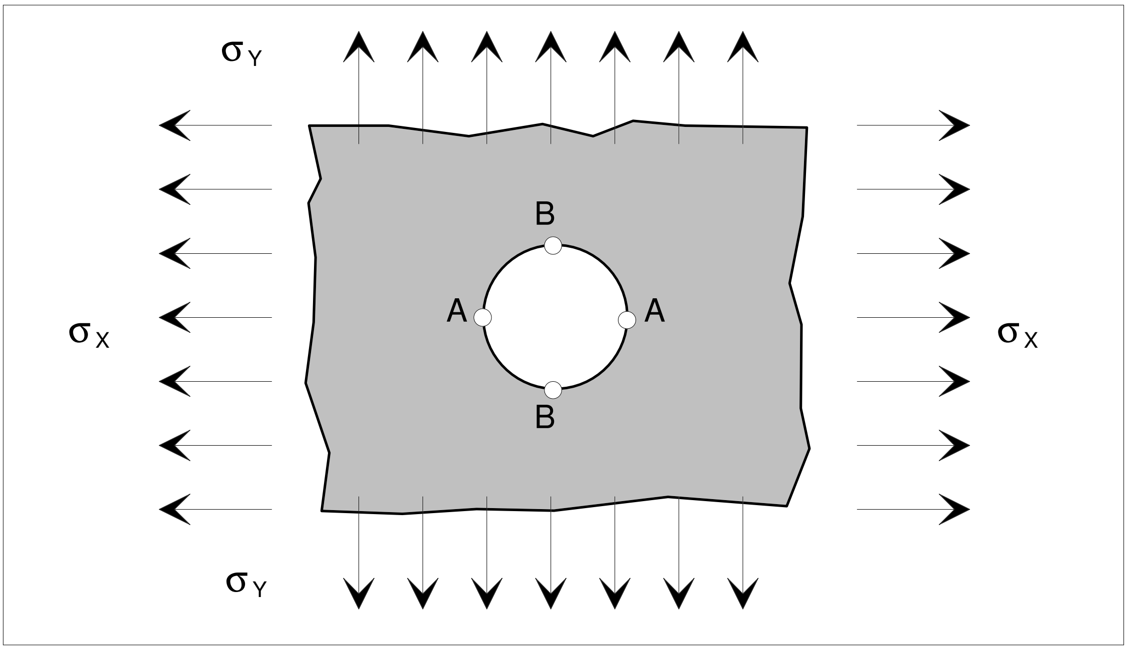


Figura 4.7 - Placa com furo sob a ação de cargas em direções ortogonais.

As tensões σ_X e σ_Y podem ser interpretadas como as tensões principais que ocorrem na região do orifício, função do carregamento externo. Aplicando novamente o princípio da superposição, este fornece para o ponto A e para o ponto B, respectivamente:

$$\sigma_A = 3\,\sigma_Y - \sigma_X \tag{4.9}$$

$$\sigma_B = 3\,\sigma_X - \sigma_Y \tag{4.10}$$

Vemos assim que o efeito de concentração de tensão depende dos valores particulares das tensões que atuam no local considerado, bem como do tipo de solicitação imposta. Estas expressões podem ser particularizadas para outros casos de carregamento, que levam a tensões principais de diferentes magnitudes. No primeiro caso é considerado um reservatório cilíndrico de parede fina, sob pressão interna. O outro caso é de um tubo cilíndrico de parede fina, sob torção. A seguir são destacados estes casos particulares, onde é aplicado o princípio de superposição sobre o campo de tensões provocado por uma e por outra tensão principal.

- Reservatório cilíndrico.

Para reservatórios cilíndricos longos, de parede fina, podemos dizer que a tensão longitudinal σ_Y é a metade da tensão circunferencial σ_0, a tensão nominal do reservatório. De acordo com as equações anteriores, que fornecem as tensões nos pontos A e B, obtemos que o fator de concentração de tensão no ponto crítico é de 2,5, pois pode-se escrever, neste caso:

$$\sigma_A = 3\,\sigma_0 / 2 - \sigma_0 = 0{,}5\,\sigma_0 \tag{4.11}$$

$$\sigma_B = 3\,\sigma_0 - \sigma_0 / 2 = 2{,}5\,\sigma_0 \tag{4.12}$$

- Tubo circular sob torção.

Para um tubo de seção circular, de parede fina, o estado de tensões fica definido pelas tensões principais σ_1 e σ_3, onde $\sigma_1 = \tau$ e $\sigma_3 = -\tau$. Como são iguais em módulo, serão denominadas de σ_0. A tensão cisalhante no tubo pode ser calculada como:

$$\tau = M / (2\,A\,t) \tag{4.13}$$

sendo M o momento torsor, A a área média da seção e t a espessura da parede. Aplicando este estado de tensões na região do orifício, com o uso do princípio da superposição resulta

$$\sigma_B = 3\,(-\sigma_0) - \sigma_0 = -4\,\sigma_0 \tag{4.14}$$

$$\sigma_A = 3\,\sigma_0 - (-\sigma_0) = 4\,\sigma_0 \tag{4.15}$$

Para esta situação o fator de concentração de tensão tem um valor 4, significativamente maior do que nos outros casos estudados. A tensão nominal é igual à tensão cisalhante.

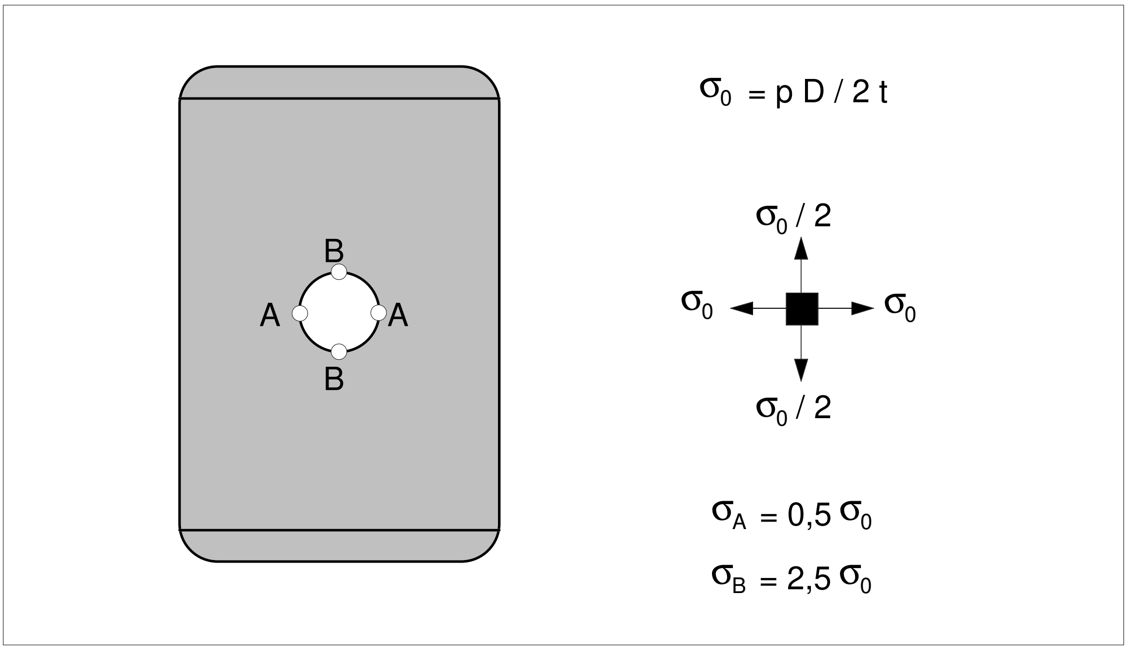


Figura 4.8 - Reservatório sob pressão interna, com orifício.

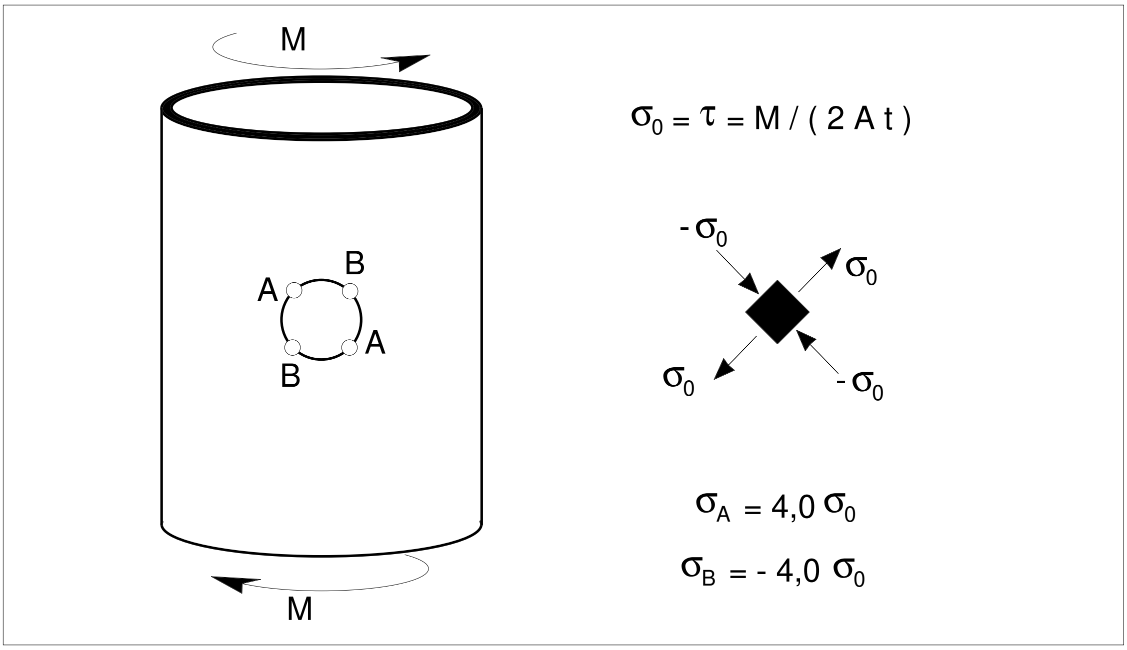


Figura 4.9 - Tubo cilíndrico submetido à torção.

Com os exemplos vistos fica claro que o efeito de concentração de tensão não é função apenas da geometria, mas também depende do modo de carregamento. A Tabela 4.1 resume os resultados das várias situações discutidas nos exemplos acima. Uma coletânea de dados de concentração de tensão para diversas geometrias mais usuais está colocada no Apêndice 3, ao final do texto. Maiores informações podem ser encontradas na bibliografia especializada, principalmente nas referências [75] e [79].

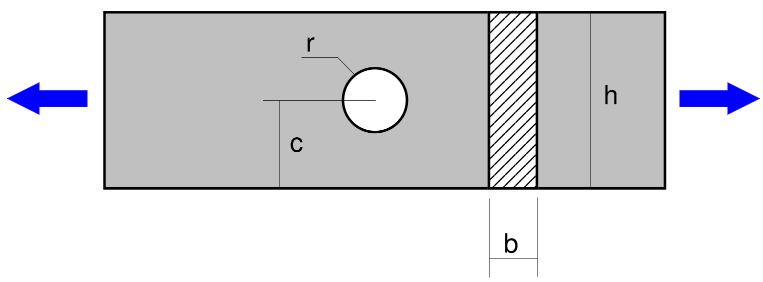
TABELA 4.1

Fator de concentração de tensão para os casos de carregamento estudados.

Tração uniaxial	$K_t = 3,0$
Tração equibiaxial	$K_t = 2,0$
Reservatório cilíndrico	$K_t = 2,5$
Torção pura	$K_t = 4,0$

EXEMPLO 4.4

Neste exemplo vamos considerar uma placa com orifício circular, mas agora com largura finita, submetida a um estado uniaxial de tensões de tração. A figura 2.1 do Apêndice 3 fornece os correspondentes valores. No caso deste gráfico deve ser observado que as curvas foram obtidas usando a área plena da placa para definir a tensão nominal, o que não é usual no caso de concentração de tensão. Assim, vamos determinar os valores do fator de concentração de tensão com base na área líquida. A tabela na figura abaixo fornece os valores de K_t a partir das curvas da figura 2.1.



r / c	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
K_t	3,04	3,15	3,38	3,75	4,31

Figura 4.10 - Concentração de tensão em placa de largura finita, calculado com base na área plena.

Para obter o valor de K_t baseado na tensão nominal calculada na área líquida devemos inicialmente reconhecer que a tensão máxima que atua no material, para uma dada carga, independe da definição de K_t, logo, sendo K_{t1} o fator de concentração de tensão baseado na área plena e K_{t2} o correspondente fator baseado na área líquida,

$\sigma_{máx} = K_{t1}\, \sigma_{01}$ e, logicamente, $\sigma_{máx} = K_{t2}\, \sigma_{02}$.

As tensões nominais são $\sigma_{01} = F / A_1$ e $\sigma_{02} = F / A_2$. Igualando as tensões máximas,

$$K_{t1}\, F / A_1 = K_{t2}\, F / A_2,$$

ou o que é equivalente, $K_{t1} / A_1 = K_{t2} / A_2$, resultando logicamente, $K_{t2} = K_{t1}\, A_2 / A_1$.

As áreas A_1 e A_2 são calculadas como $A_1 = b\,h$ e $A_2 = b\,(h - 2r)$. Substituindo,

$$K_{t2} = K_{t1}\,(h - 2r) / h \text{ , ou, } K_{t2} = K_{t1}\,(1 - 2r / h) \text{ e finalmente,}$$

$$K_{t2} = K_{t1}\,(1 - r / c)$$

A tabela abaixo fornece os valores do fator de concentração de tensão conforme a equação acima deduzida.

r / c	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
K_{t1}	3,00	3.04	3,15	3,38	3,75	4.31
K_{t2}	3,00	2.74	2,52	2,37	2,25	2.15

A solução de placa infinita corresponde à relação r / c = 0. Para esta relação temos, logicamente, $K_t = 3{,}0$, qualquer que seja a definição da tensão nominal.

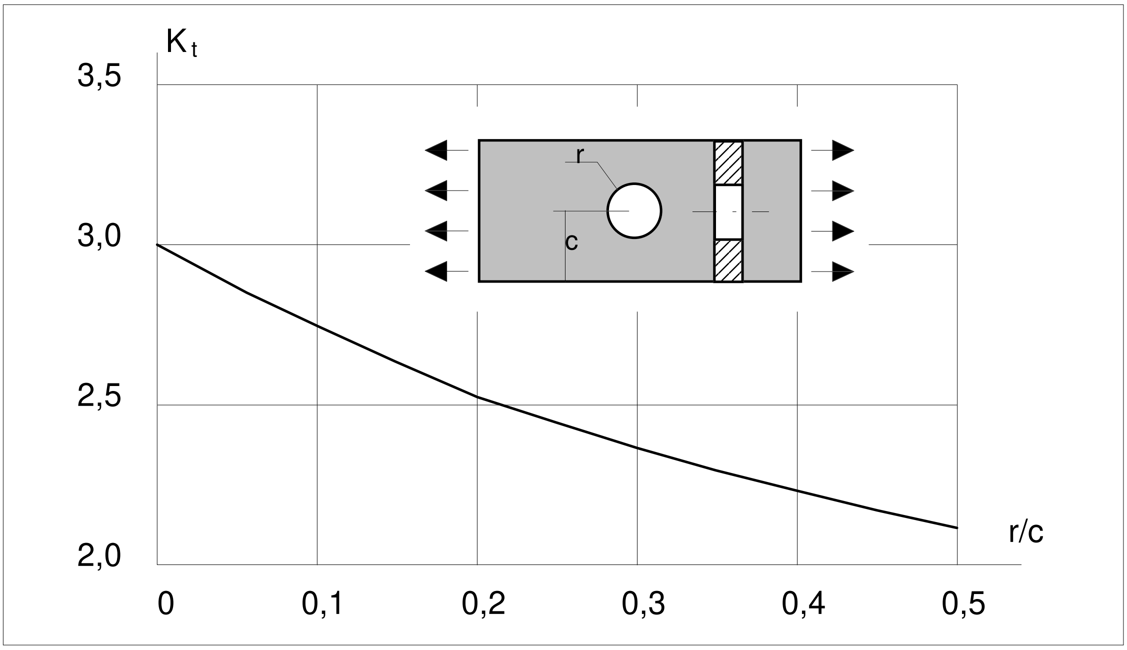


Figura 4.11 - Fator de concentração de tensão para uma placa de largura finita sob tração, baseado na tensão nominal da área líquida.

4.3 - FORMAS DE REDUZIR A CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO

Em muitas situações devemos procurar maneiras alternativas de configuração para a geometria do componente sob estudo, procurando melhorar, ou até otimizar, a sua resistência mecânica. Em muitas peças a resistência mecânica fica comprometida pela existência de pontos de concentração de tensão, e assim é interessante suavizar o seu efeito, através de medidas que diminuam o valor do fator de concentração de tensão. Existem duas maneiras fundamentais de reduzir o fator de concentração de tensões. Do comportamento das curvas do fator de concentração de tensão, uma possibilidade que podemos visualizar é aumentar o raio de concordância no ponto crítico e outra é desviar o fluxo de tensões do ponto crítico, fazendo com que a solicitação nominal neste ponto seja muito baixa, levando assim a uma tensão máxima também menor. Os esquemas da figura 4.12 ilustram estas maneiras de reduzir o fator de concentração de tensão.

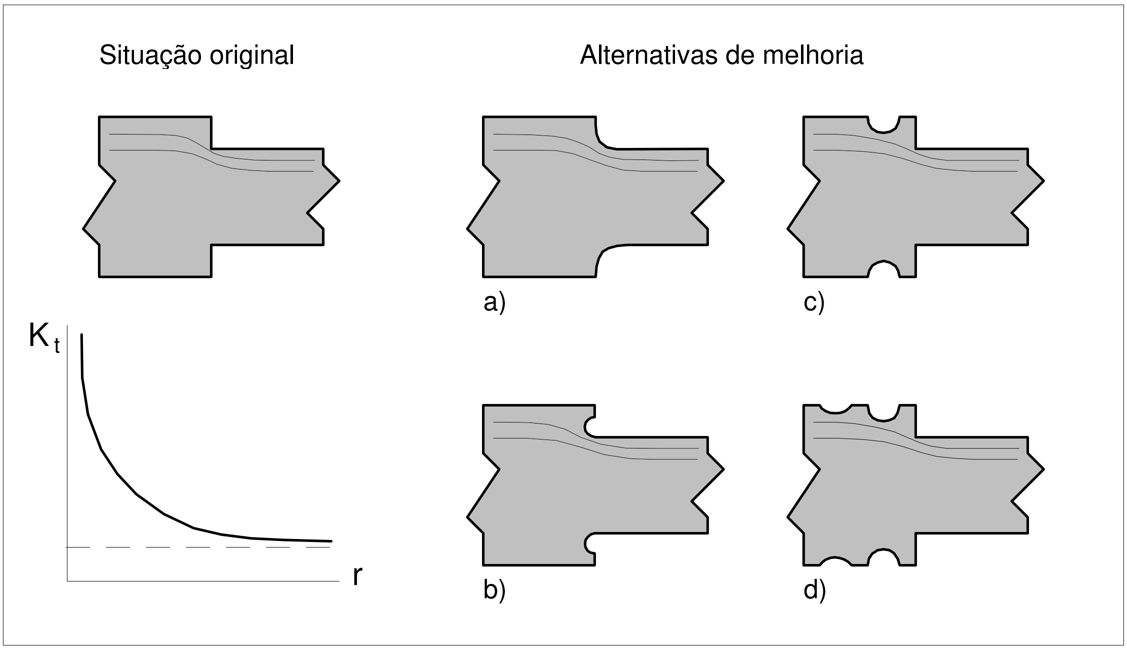


Figura 4.12 - Formas de alterar a concentração de tensão em entalhes.

A primeira opção de reduzir K_t, na figura 4.12 a, é no sentido de aumentar o raio de curvatura na concordância na seção crítica. Em muitos casos isto não pode ser feito como desejado, pela necessidade de apoio a uma outra peça que vai montada, por exemplo. Nestes casos uma possibilidade é embutir o raio de concordância, como mostra o esquema b. Outra opção é desviar o fluxo de tensões do ponto crítico, através de rebaixos, esquemas c e d, ou de um orifício, de forma similar ao esquema c. Esta última solução só vale para peças planas, enquanto que as outras podem ser aplicadas também para peças com simetria de revolução, como eixos, pinos e parafusos. No caso da concentração de tensão ser provocada pelo contato entre duas peças, uma de comprimento menor em relação à outra, podemos reduzir o efeito de concentração diminuindo a rigidez das peças na região de fim de contato, ou suavizando a transição de forma do conjunto, pelo uso de contornos curvos, como é o caso de rolamentos de rolos cilíndricos, como mostra a figura 4.13.

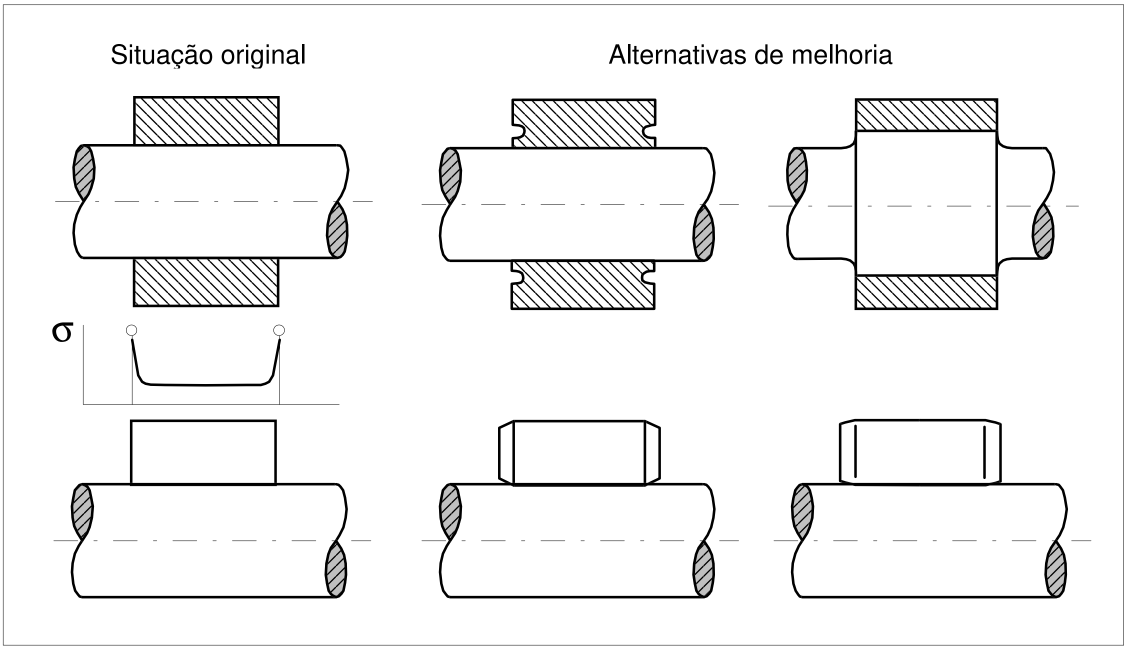


Figura 4.13 - Diferentes formas de reduzir o efeito de concentração de tensão para condições de contato entre dois corpos.

4.4 - EFEITOS NA RESISTÊNCIA ESTÁTICA

O efeito que a concentração de tensão tem sobre a resistência que uma dada peça apresenta tem pesos diferentes, dependendo do modo de falha considerado, ou seja, pode ser extremamente prejudicial, para uma falha por fadiga ou por fratura frágil, mas de pouco efeito para uma fratura dútil. Assim, para considerar a concentração de tensão, é necessário definirmos inicialmente qual o modo de falha em estudo.

FALHA POR INÍCIO DE ESCOAMENTO

Uma falha por início de escoamento é definida quando a tensão máxima que atua no material atinge pela primeira vez a tensão limite de escoamento. Assim, a carga de início de escoamento é a carga que, atuando na peça, estabelece o fim do comportamento elástico desta peça. A carga de início de escoamento é denotada F_E, M_E, ou de um modo geral, para uma carga generalizada, Q_E. Como critério de falha temos portanto,

$$\sigma_{máx} = \sigma_E \tag{4.16}$$

e como o material está necessariamente respondendo dentro do regime elástico, a tensão máxima pode ser calculada pelo uso do fator de concentração de tensão,

$$\sigma_{máx} = \sigma_0 K_t$$

Com o conhecimento de qual a tensão nominal que satisfaz o critério de falha, a correspondente carga pode ser obtida, que é, portanto, a carga de início de escoamento.

FALHA POR RUPTURA

Uma primeira aproximação sobre o efeito da concentração de tensão na resistência estática, quanto à ruptura, é considerar que a ruptura do material inicie no ponto mais solicitado da seção, e que neste ponto a solicitação seja definida pela tensão $\sigma_{máx}$. Este critério é equivalente a considerar que $\sigma_R = \sigma_{cl}$. O critério de ruptura é então:

$$\sigma_{máx} = \sigma_R \tag{4.17}$$

onde σ_R é a tensão limite de resistência do material. Se o material for perfeitamente frágil, ou seja, elástico até a ruptura, é correto escrever

$$\sigma_{máx} = \sigma_0 K_t \tag{4.18}$$

e na condição de ruptura, usando o critério acima citado, após igualar (4.17) a (4.18), temos:

$$\sigma_R = \sigma_{0R} K_t$$

onde σ_{0R} é a tensão nominal que leva à ruptura e logo,

$$\sigma_{0R} = \sigma_R / K_t \tag{4.19}$$

Se agora o material apresentar alguma deformação plástica no ponto crítico, o cálculo de $\sigma_{máx}$ como feito acima apresentará erros grosseiros, pela redistribuição de tensões na seção, fazendo com que tenhamos

$$\sigma_{máx} < \sigma_0 K_t \tag{4.20}$$

No caso de uma ruptura com deformações plásticas o critério correto é o da deformação plástica crítica, ε_f^*, porém de dificil aplicação prática. Assim, será considerando que ainda seja válido, como critério de ruptura,

$$\sigma_{máx} = \sigma_R \tag{4.21}$$

temos, portanto

$$\sigma_{0R} \geq \sigma_R / K_t \tag{4.22}$$

Para quantificar a tensão nominal, na ruptura com plastificação, é definido o fator de ruptura K_R, como sendo.

$$K_R = \sigma_R / \sigma_{0R} \tag{4.23}$$

logo

$$K_R \leq K_t \tag{4.24}$$

onde a igualdade vale para o caso de um material elástico, ou seja, um material perfeitamente frágil.

O fator de ruptura é função tanto da geometria como do material, o que leva a uma necessidade da determinação de um grande número de resultados experimentais, para várias geometrias de peças, em um mesmo material. Isto pode ser contornado pelo uso da relação entre os acréscimos de tensão no ponto crítico em relação a σ_0 , ou seja, entre o aumento de tensões verificado na realidade sobre o ponto crítico e o previsto para o material elástico, considerando o instante da ruptura. Os acréscimos assim definidos serão:

Material Real

$\Delta\sigma_1 = K_R\,\sigma_0 - \sigma_0$

Material Elástico

$\Delta\sigma_2 = K_t\,\sigma_0 - \sigma_0$

e logo a relação é

$q_s = \Delta\sigma_1 / \Delta\sigma_2 = (K_R\,\sigma_0 - \sigma_0) / (K_t\,\sigma_0 - \sigma_0)$

$$q_s = (K_R - 1) / (K_t - 1) \qquad (4.25)$$

sendo q_s denominado de fator estático de sensibilidade ao entalhe. Podemos considerar o valor de q_s aproximadamente constante para um dado tipo de materiai, podendo-se adotar, como uma primeira aproximação, os valores da Tabela 4.2, [91].

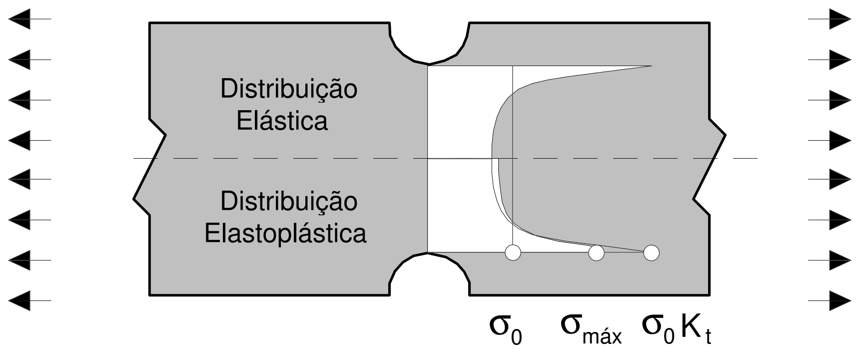


Figura 4.14 - Redistribuição de tensões devida ao escoamento do material.

TABELA 4.2

Valores do fator estático de sensibilidade ao entalhe [91].

Carregamento lento	q_s
Aço temperado e revenido	0,15
Aço só temperado	0,25

Ferro fundido	0,00
Carregamento de impacto	q_s
Materiais dúteis	0,4 a 0,6
Materiais duros e frágeis	1.0
Ferro fundido	0,5

O fator de sensibilidade ao entalhe depende da diferença existente entre o diagrama tensão-deformação do material e o diagrama de um material elástico, considerados no ponto correspondente à falha. Como critério de falha podemos adotar que a tensão no ponto crítico seja igual à tensão limite de resistência, válida para materiais frágeis. No caso dos materiais dúteis o critério de falha mais indicado é o da deformação plástica crítica, que fornece o ponto a partir do qual inicia o processo de ruptura por crescimento e coalescimento de vazios, como discutido no Capítulo 2. Deste modo, o valor de q_s depende da forma da curva tensão-deformação do material considerado.

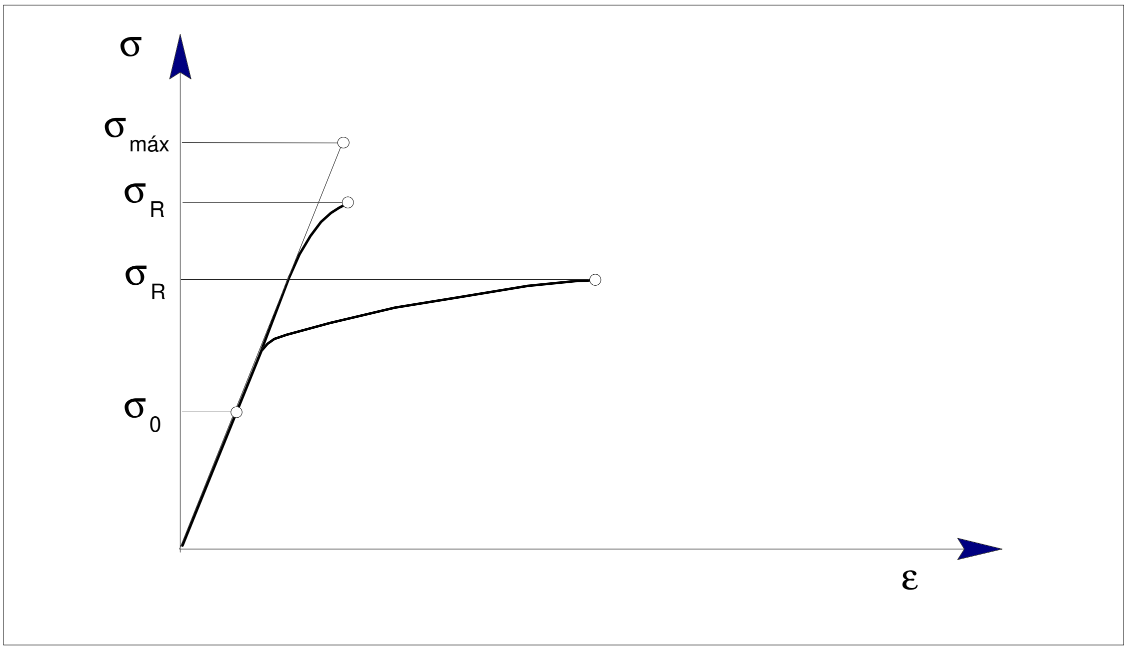


Figura 4.15 - Curvas tensão-deformação para materiais frágeis e dúteis.

Assim, dependendo da deformação onde ocorre a ruptura, teremos diferentes valores de q_s, ou seja, se o material for frágil, a ruptura ocorre no ponto de máxima carga, e corresponde à tensão σ_R e não existe grande diferença entre $\sigma_{máx}$ e σ_R quando da ruptura. No caso de um material dútil, o ponto de ruptura ocorre com deformações significativamente maiores do que a correspondente ao máximo de carga no ensaio de tração. Assim a tensão máxima, elasticamente calculada, é muito maior que σ_R , fazendo com que q_s seja próximo de zero. Nas duas situações limites de comportamento do material temos:

Material perfeitamente frágil $q_s = 1$

Material perfeitamente dútil $q_s = 0$

Os materiais reais normalmente possuem q_s situado entre os dois extremos, evidenciando um comportamento intermediário entre um material perfeitamente dútil e um frágil, como mostra a Tabela 4.2.

EXEMPLO 4.4

A peça esquematizada na figura 4.16 é contruida com um aço SAE-ABNT 4340, laminado a quente, com as seguintes propriedades:

$\sigma_E = 635$ MPa

$\sigma_R = 825$ MPa

$\varepsilon_f = 0{,}57$

Determinar:

a) A tensão máxima para uma carga de tração de 100 kN.

b) Idem, porém para uma carga de flexão de 1,5 kNm.

c) As cargas de início de escoamento para tração e flexão.

d) A carga de ruptura, por impacto, sob tração.

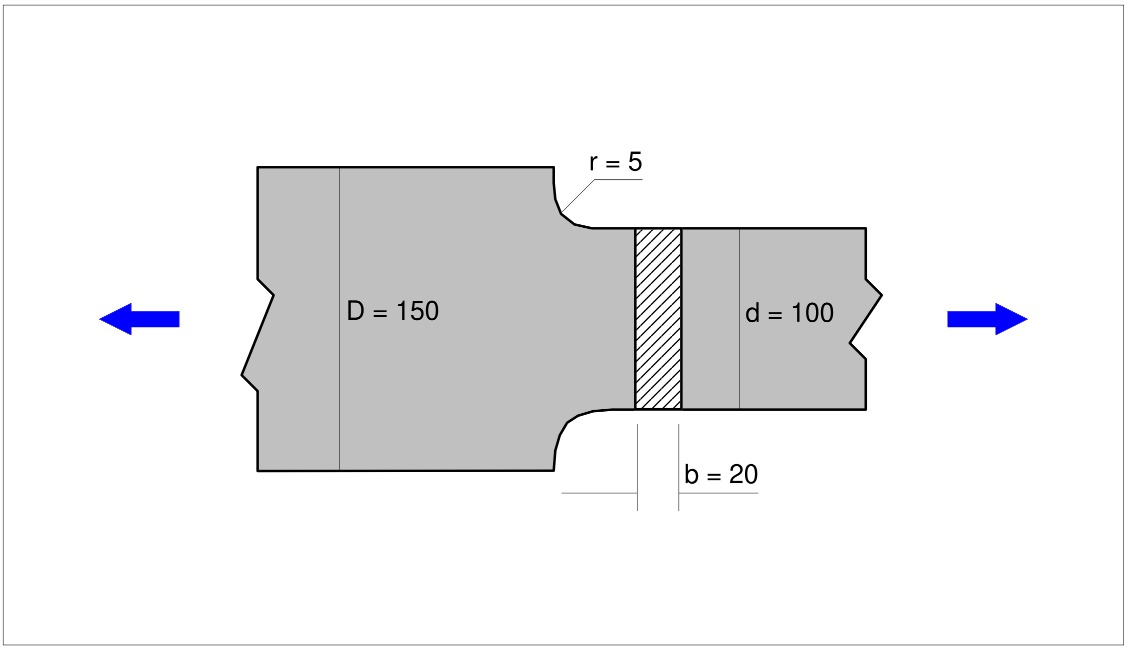


Figura 4.16 - Barra sob tração para o exemplo 4.4.

SOLUÇÃO:

a) A barra com uma carga de tração de 100 kN está esquematizada na figura 4.16. A tensão máxima é dada por

$$\sigma_{máx} = \sigma_0 K_t$$

onde o fator K_t é obtido em função do tipo do carregamento e da geometria da peça, nos gráficos de anexos, no Apêndice 3. Quanto à σ_0 , é a tensão nominal determinada de acordo com a especificação do gráfico de K_t. O gráfico 1.1 do Apêndice 3 se adapta perfeitamente para este caso. As grandezas necessárias para o uso deste são:

$r / d = 0{,}05$

$D / d = 1{,}5$

A tensão nominal na seção líquida, de dimensões 100 x 20, será dada por:

$\sigma_0 = F / 2000$

$\sigma_0 = 50$ MPa

Com as duas relações geométricas podemos obter do gráfico

$K_t = 2{,}7$

Com o valor de σ_0 e o fator K_t, temos o valor da tensão máxima como

$\sigma_{máx} = 2{,}7\ 50 = 135$ MPa

Como o valor da tensão máxima é bem menor que σ_E, significa dizer que o material está trabalhando dentro da faixa elástica, logo o uso de K_t é válido.

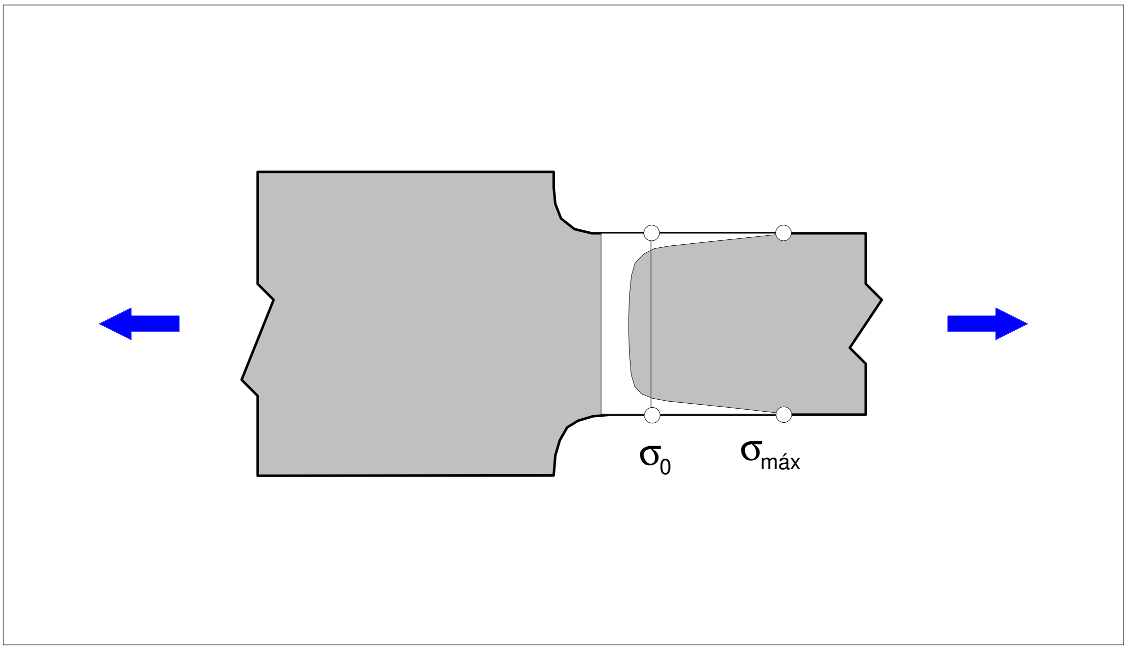


Figura 4.17 - Tensões na barra do exemplo 4.4.

b) O modelo, com carga de flexão de 1,5 kNm, está esquematizado na figura 4.17.

A tensão máxima é dada novamente por:

$\sigma_{máx} = \sigma_0\, K_t$

Usando as relações anteriores, e através do gráfico 1.2, obtemos o valor $K_t = 2{,}2$. A tensão nominal, segundo o gráfico, é calculada por:

$\sigma_0 = 6\, M / b\, d^2$

logo

σ_0 = 45 MPa

$\sigma_{máx}$ = 2,2 45 = 99 MPa

A tensão $\sigma_{máx}$ é menor do que a de escoamento, logo, K_t pode ser aplicado no cálculo, sem problemas.

c) Carga de início de escoamento para tração e flexão.

i - Tração: Para o início de escoamento temos que a tensão máxima que pode ocorrer é igual à tensão de escoamento, ou seja:

$\sigma_E = \sigma_{máx} = K_t \sigma_0$

e

$\sigma_0 = \sigma_E / K_t$

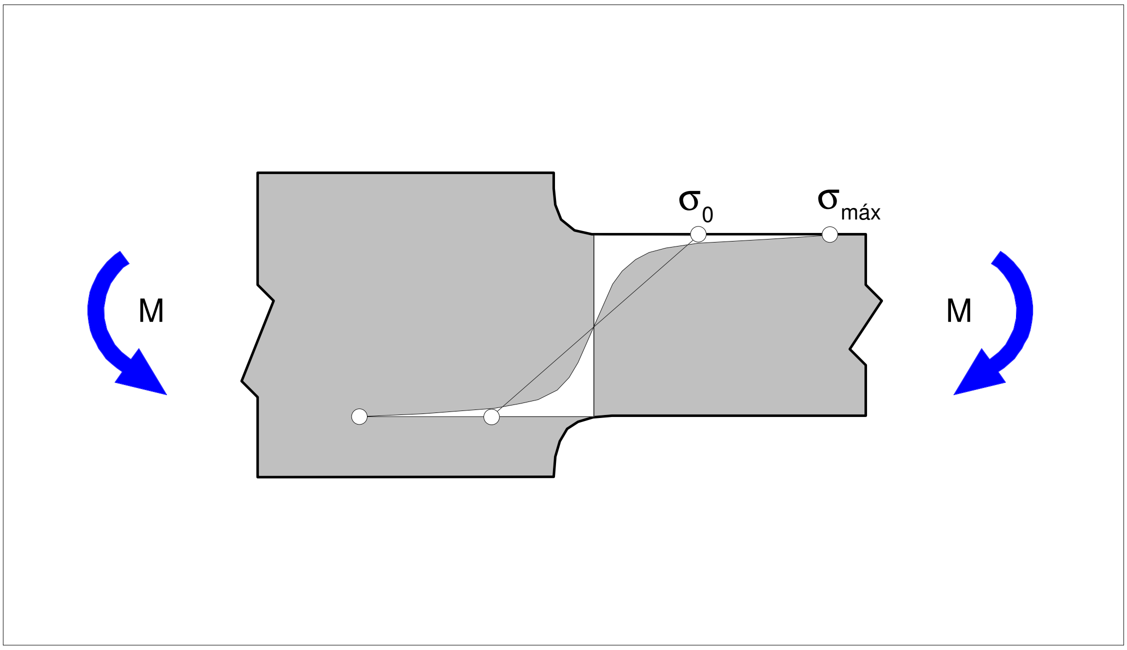


Figura 4.18 - Distribuição de tensões na flexão.

O fator de concentração de tensões K_t, não muda com a intensidade da carga, logo é igual ao levantado no ítem a. Assim:

σ_0 = 635 / 2,7 = 235,19 MPa

Como F = σ_0 b d , logo F_E= 235,19 20 100

F_E = 470 370 N

ou

F_E = 470,4 kN

A força acima é a necessária para o início de escoamento, chamada assim de F_E.

ii - Flexão: Para o início de escoamento a tensão máxima é igual a de escoamento, logo:

$\sigma_E = \sigma_{máx} = K_t \sigma_0$

onde K_t é agora o fator de concentração de tensão para flexão. Sendo a tensão nominal

$\sigma_0 = 6\ M / b\ d^2$, logo: $M_E = \sigma_E\ b\ d^2 / 6\ K_t$, ou

$M_E = 9\ 621\ 212$ N mm

$M_E = 9{,}62$ kN m

Este momento é o necessário para início de escoamento.

d) A carga de ruptura, por impacto, implica que as tensões máximas serão maiores do que a de escoamento e ocorrerá plastificação. Assim, a definição de K_t para o regime elástico não se aplica, sendo necessário, então, aplicar a definição de q_s para o cálculo de K_R.

$q_s = (K_R - 1) / (K_t - 1)$

$K_R = 1 + q_s (K_t - 1)$

Da Tabela 4.2, temos para carregamentos de impacto e materiais dúteis, $0{,}4 < q_s < 0{,}6$. Adotando $q_s = 0{,}5$, resulta:

$K_R = 1 + 0{,}5 (2{,}7 - 1)$ e portanto,

$K_R = 1{,}85$

A tensão nominal de ruptura da peça é dada por:

$\sigma_{0R} = \sigma_R / K_R$

$\sigma_{0R} = 445{,}95$ MPa

A força de ruptura é assim

$F_R = \sigma_{0R}\ b\ d$

$F_R = 891\ 900$ N

$F_R = 892$ kN

Esta força é que causa a ruptura da peça por uma solicitação de impacto, de acordo com o calculado.

EXEMPLO 4.5

A peça ilustrada na figura 4.19 é solicitada por uma carga de impacto, conforme mostrado. Para determinar a sensibilidade estática do material, sob o efeito de concentração de tensão, foi ensaiado um corpo de prova sob tração, figura 4.20, com carga de impacto. A carga de ruptura do corpo de prova foi de 13,2 kN. Determinar a carga de ruptura para a peça.

Material: Aço SAE-ABNT 4130 com dureza 365 HBN.

$\sigma_R = 1427$ MPa

$\sigma_E = 1358$ MPa

SOLUÇÃO:

a) Determinação de q_s pela análise do ensaio com o corpo de prova, figura 4.20.

$\sigma_{0R} = F / A$

$\sigma_{0R} = 672$ MPa

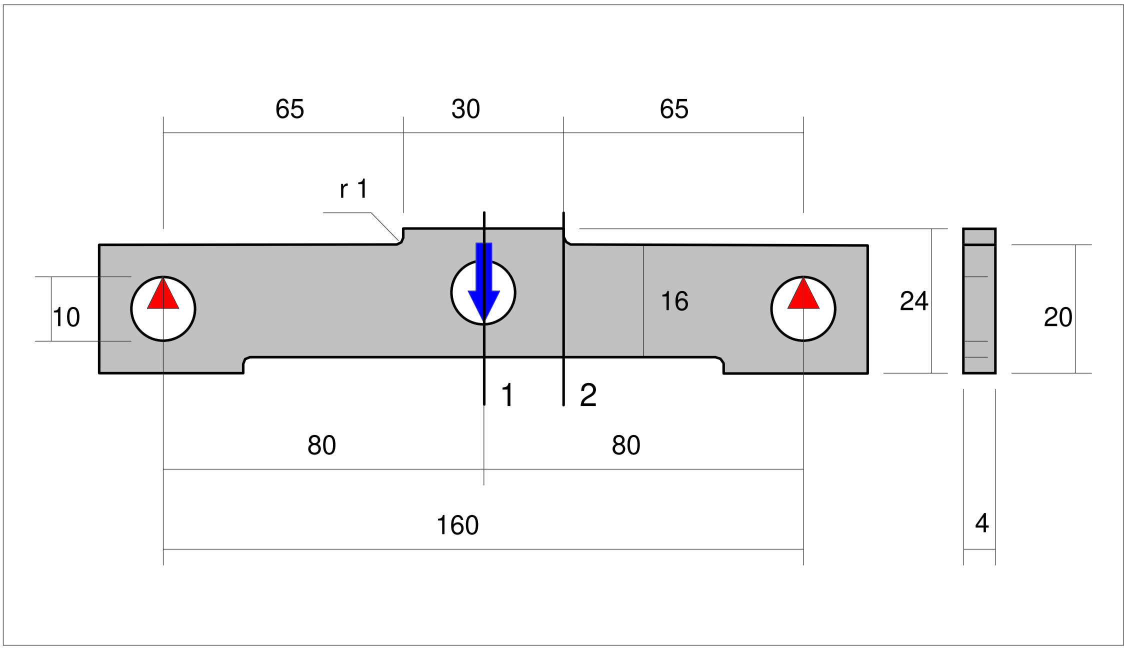


Figura 4.19 - Geometria da peça do exemplo 4.5.

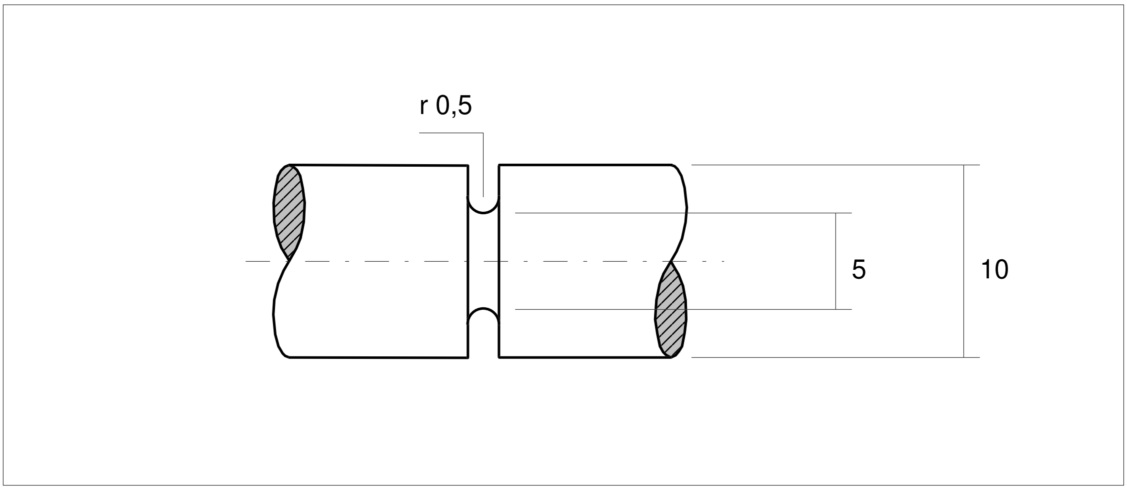


Figura 4.20 - Corpo de prova do exemplo 4.5.

$K_R = \sigma_R / \sigma_{0R}$,

$K_R = 2{,}12$

$K_t = f(D/d ; r/d)$;

$K_t = 2{,}64$ **REVISAR**

$q_s = (K_R - 1) / (K_t - 1)$

$q_s = 0{,}68$

b) Discussão da seção crítica.

Temos as seções 1 e 2 da figura 4.19 como candidatas à seção crítica, pela existência de pontos com concentração de tensão. A seção 2 não será a crítica, pois o ponto com concentração está sob a ação de tensões compressivas, logo não comprometendo a resistência estática da peça, isto porque o material, sendo dútil, sob compressão vai escoar, mas não romper. Se o modo de falha for de início de escoamento, esta seção 2 passa a ser a crítica, pois será a primeira a escoar, mesmo sob compressão. Assim, na seção 1, na posição x = 80 mm, temos que

$M = F\ 80 / 2 = F.40$ N mm

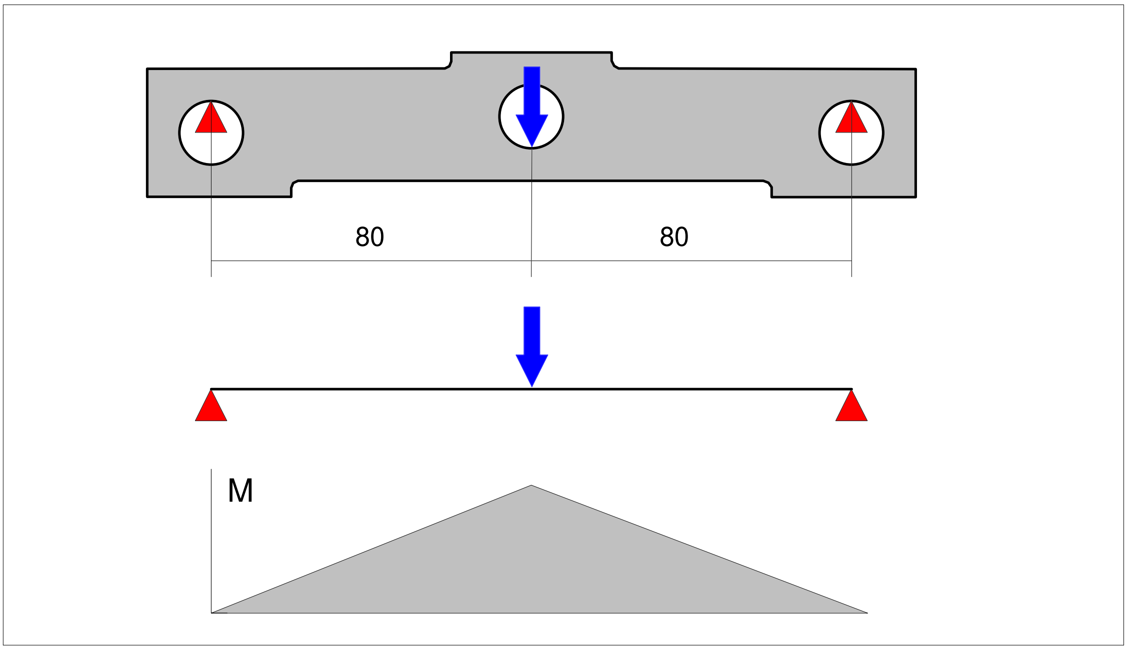


Figura 4.21 - Idealização da peça do exemplo 4.5.

c) Carga de ruptura

Como foi comentado anteriormente, a seção crítica está localizada em x = 80 mm, e o entalhe que existe neste local é um orifício, como detalhado na figura 4.22. O fator de concentração de tensão, para esta geometria e carregamento, é fornecido pelo gráfico 2.2 do Apêndice 3, onde, para obtermos os valores do fator de concentração de tensão são necessárias as seguintes relações:

$r / c = 0{,}4$

$c / e = 1{,}0$

$K_t = 1{,}05$

Como a carga é de impacto e existe plastificação, devemos determinar o fator de ruptura usando o fator estático de sensibilidade ao entalhe.

$K_R = 1 + q_s (K_t - 1)$

onde q_s é o fator de sensibilidade ao entalhe determinado pelo ensaio com o corpo de prova, ou seja, $q_s = 0{,}68$.

$K_R = 1 + 0{,}68 (1{,}05 - 1)$

$K_R = 1{,}03$

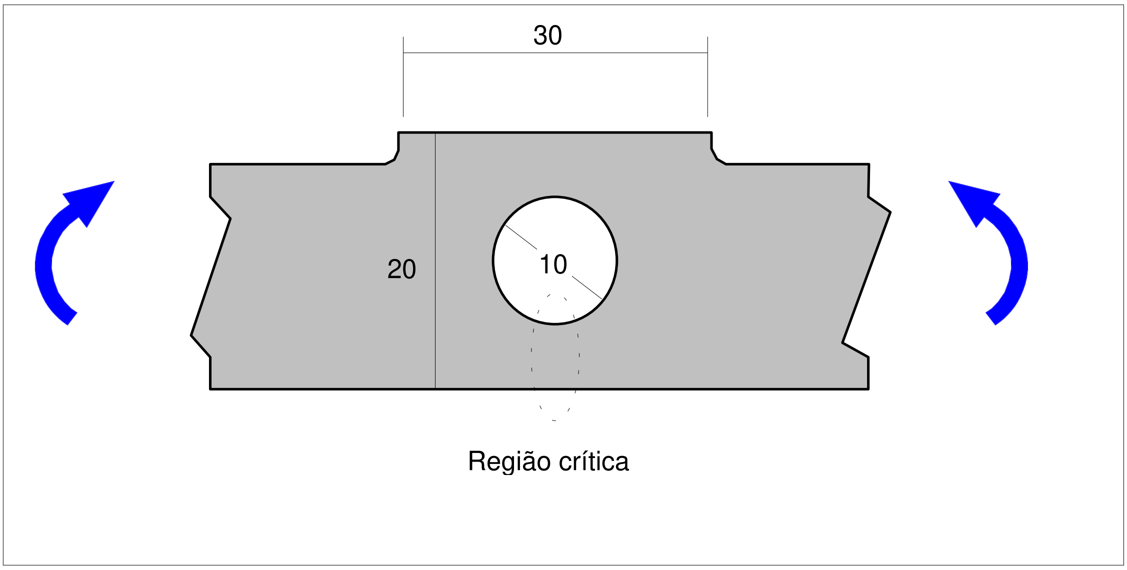


Figura 4.22 - Região de concentração de tensão na peça do exemplo 4.5.

Com isto a tensão nominal de ruptura será dada por:

$\sigma_{0R} = \sigma_R / K_t$

$\sigma_{0R} = 1427 / 1{,}034$

$\sigma_{0R} = 1380$ MPa

O momento que causa a ruptura da peça é obtido a partir da fórmula da flexão

$M_R = \sigma_{0R} W_f$

M = 368 000 Nmm

A partir da equação do momento fletor, em função da força F, conseguimos determinar o seu valor para a ruptura da peça.

$F_R = M_R / 40 = 368\ 000 / 40$

$F_R = 9200$ N

A análise completa desta peça deverá ainda incluir os outros modos de falha prováveis de ocorrer, tais como:

- Escoamento por contato no orifício de aplicação de carga;
- Escoamento generalizado na área líquida da seção 1;
- Escoamento generalizado na seção 2.

Resumindo, neste Capítulo vimos o conceito e o uso do fator de concentração de tensão, ressaltando que este uso fica restrito ao campo elástico do material, ou seja, desde que a tensão $\sigma_{máx}$ calculada seja menor do que a tensão limite de escoamento. Outro conceito importante é o de carga de início de escoamento, Q_E, F_E, M_E, definida como a carga onde pela primeira vez é atingida a tensão limite de escoamento do material, fazendo com que $\sigma_{máx} = \sigma_E$.