CAPÍTULO 6

MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICA LINEAR

O desenvolvimento dos estudos a respeito da Mecânica da Fratura iniciou quando os processos usuais de cálculo estrutural se tornaram insuficientes para explicar falhas de estruturas solicitadas por níveis de tensões bastante abaixo dos admissíveis. O modo de falha habitual nestes casos era a propagação instável de uma trinca, sem que tivessem ocorrido apreciáveis deformações plásticas. Assim, a energia que era absorvida no processo de fratura era pequena. O principal ponto de estudo da Mecânica da Fratura é o comportamento do material quando contém uma fissura, ou seja, uma trinca. O processo de ruptura do material ocorre pelo crescimento de uma fissura. Esta fissura pode ser um defeito inerente ao material, decorrente do processo de fabricação, como trincas de tratamento térmico, defeitos de soldagem, falhas internas em componentes fundidos, etc. Em outros casos a fissura pode se desenvolver devido a uma solicitação dinâmica, como na nucleação de trincas de fadiga.

O uso cada vez mais generalizado da Mecânica da Fratura se deve ao fato de que esta permite quantificar de uma forma bastante precisa os níveis admissíveis em que um componente com trincas pode operar, sem que venha a falhar. Este aspecto é extremamente importante em peças de elevado custo de fabricação, que estão sujeitas à ocorrência de defeitos, como, por exemplo, grandes rotores fundidos ou soldados, reservatórios soldados e oleodutos. Devido aos processos de fabricação, utilizados normalmente, é quase impossível assegurar que não ocorram defeitos internos no material. Quando o controle de qualidade detecta um defeito de tamanho significativo, a decisão de rejeitar, ou não, o componente, passa a ser uma decisão com um peso econômico bastante elevado, devido ao custo do componente. Por outro lado, quando o controle de qualidade não detecta qualquer defeito isto não significa que o componente esteja isento de defeitos, pois estes podem passar desapercebidos. Testes de sobrecarga podem ser utilizados para fornecer uma idéia de qual o tamanho máximo de defeitos que o componente pode eventualmente conter. Nestas situações é que a Mecânica da Fratura encontra plena aplicação, tornando possível uma decisão conscienciosa sobre o procedimento a adotar, para refugar ou não uma peça, por exemplo.

Outra situação igualmente importante surge quando a estrutura deve ter o seu peso reduzido a um mínimo, elevando, portanto, as tensões de operação. Sob uma carga dinâmica é certo que este nível de tensão provoca o desenvolvimento de trincas de fadiga, que vão crescendo até levar à falha final. A Mecânica da Fratura pode ser utilizada de uma forma vantajosa neste caso, pois permite prever a velocidade de crescimento das fissuras. Deste modo é possível estabelecer uma política de inspeção e de manutenção, com intervalos de inspeção obtidos de forma que uma trinca eventual não atinja o tamanho crítico, sem que antes seja detectada em uma inspeção. Assim, a programação de inspeções é estabelecida como ponto de partida para o projeto, formando um conjunto consistente.

A fratura, de um modo geral, podemos dizer que consiste na separação ou fragmentação de um corpo sólido em duas ou mais partes, pela ação de tensões. Sem dúvida, o assunto de fratura é bem vasto e envolve áreas tão diversas como a física do estado sólido, a ciência dos materiais e a mecânica do contínuo, ou seja, a fratura deve ser tratada no todo como um fenômeno envolvendo as mais diferentes áreas do conhecimento humano. A fratura pela propagação de trincas pode ser induzida de várias maneiras, como pela aplicação de cargas lentas, de impacto, por fadiga, devido a gradientes de temperatura ou ainda por deformações dependentes do tempo. Neste Capítulo será feita uma apresentação do comportamento do material na presença de uma trinca, com uma introdução à Mecânica da Fratura Elástica Linear.

6.1 - PROPAGAÇÃO DA TRINCA

Uma trinca, para se propagar, exige que a tensão no seu extremo ultrapasse a tensão coesiva do material, que é a tensão que mantém os átomos unidos. Esta tensão pode ser determinada teoricamente como sendo da ordem de E / 10, onde E é o módulo de elasticidade do material. Este critério não é muito útil em aplicações práticas porque é impossível medir a tensão que realmente atua na ponta de uma trinca. Um critério para materiais frágeis, denominado de critério de Griffith, baseado em um balanço de energias, prevê a força que deve ser aplicada em um corpo para propagar a fissura ou trinca, é mais adequado para iniciar o estudo da fratura.

Como mencionado, a tensão teórica de fratura de um sólido é da ordem de E / 10, mas a resistência real, que observamos nos materiais de uso corrente, é bem menor, da ordem de E / 100 ou até E / 1000. A primeira tentativa de obter uma explicação para esta discrepância foi de A. A. Griffith, baseada no modelo analítico da solução elástica da distribuição de tensões em torno de um orifício elíptico, em uma placa infinita. Griffith propôs que a queda de resistência é provocada por defeitos internos ao material, sejam estes macroscópicos ou não. Considerando inicialmente, para este caso, o efeito de concentração de tensão, o correspondente fator é o apresentado pela equação (4.7). A tensão máxima ocorre na extremidade do eixo maior da elipse, conforme apresentado na figura 6.1 e pode ser calculada pela equação

$$\sigma_{máx} = \sigma_0 \,(1 + 2\,a / b) \qquad (6.1)$$

onde:

$\sigma_{máx}$ - tensão nominal

2a - eixo maior da elípse

2b - eixo menor da elípse

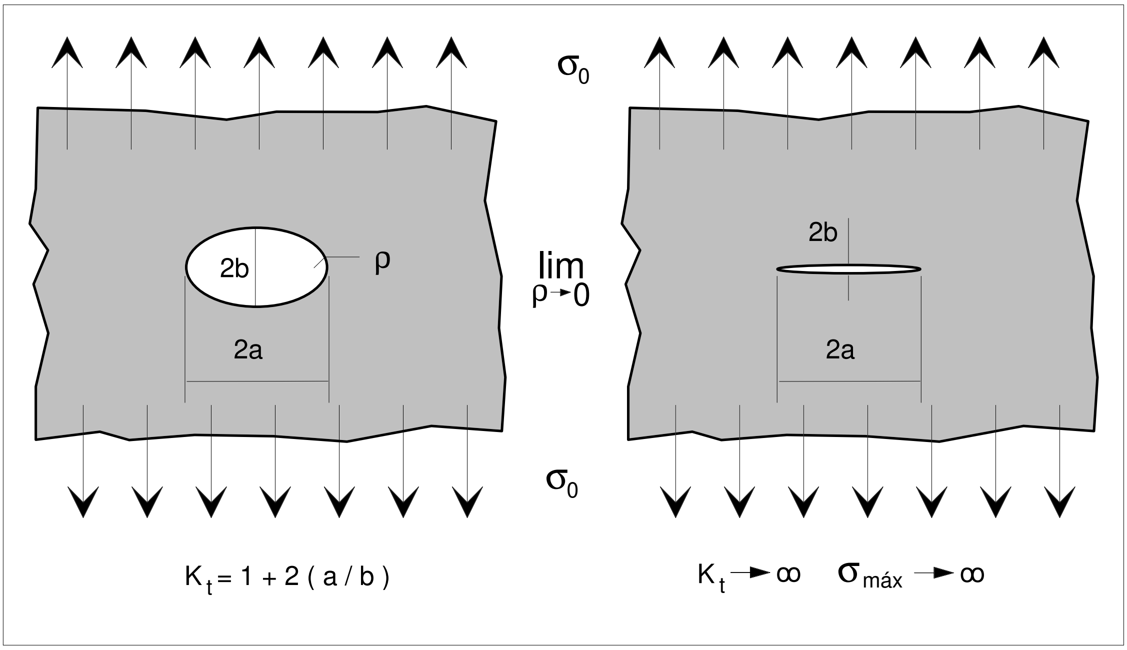


Figura 6.1 - Placa com orifício elíptico, que no limite tende a uma trinca.

Na equação (6.1) o semi eixo b da elipse é paralelo à direção da carga aplicada. Para a análise de um defeito interno ao material, este pode ser idealizado como uma trinca que apresenta espessura zero. Assim, esta situação pode ser pensada como um processo de limite, onde a elipse vai se tornando mais e mais achatada e logo b tende a zero e a elipse tende a uma trinca de comprimento 2a. Para uma elipse qualquer, o menor raio de curvatura é fornecido por:

$$\rho = b^2 / a$$

Substituindo na equação (6.1), esta pode ser escrita como:

$$\sigma_{máx} = \sigma_0 \left(1 + 2\sqrt{a/\rho}\right) \qquad (6.2)$$

Nota-se que se $\rho \Rightarrow 0$, temos $\sigma_{máx} \Rightarrow \infty$. Este entalhe elíptico, além de produzir uma concentração de tensão também induz uma condição não uniaxial de tensões. Nos casos reais em que a geometria é diferente da analisada, as fórmulas exatas para o cálculo de $\sigma_{máx}$ variam, mas em todos os casos o efeito de concentração de tensão aumenta com o aumento da profundidade do entalhe e com a diminuição do raio de curvatura da ponta do entalhe. Apesar do avanço na análise dos problemas de peças com trincas, permitido por esta solução, ainda não se explicava porque as trincas maiores se propagam com maior facilidade que as pequenas.

6.2 - CRITÉRIO DE GRIFFITH

Griffith idealizou uma base teórica para prever a tensão nominal de fratura de corpos sólidos que contenham trincas, a partir de um critério termodinâmico. Este critério relaciona a variação total na energia de um corpo trincado com a variação do tamanho da trinca, e diz que, somente se a energia total decrescer, a trinca poderá crescer espontaneamente pela ação da tensão aplicada. A figura 6.2 mostra uma trinca de comprimento 2a, situada em uma placa infinita, serve para iniciar a abordagem do critério de Griffith. Esta é a chamada geometria de Griffith. O modelo considera um material elástico linear.

Vamos considerar a variação da energia do sistema quando a trinca sofre um aumento infinitesimal, da. A energia necessária para provocar a propagação da trinca, consumida pelo material ao romper as ligações atômicas, deve ser fornecida de alguma forma. Esta energia, dissipada pela ruptura do material, chamada de energia de superfície, é consumida para criar novas superfícies livres no material e é o produto da energia de superfície, por unidade de área, γ, pelo acréscimo da área da trinca, dA. As outras parcelas de energia são determinadas a partir da consideração de que é possível obter-se as curvas de carga versus deslocamento para o corpo trincado, para as condições de trincas de comprimento a e (a + da). As curvas resultantes deste ensaio estão esquematizadas na figura 6.3.

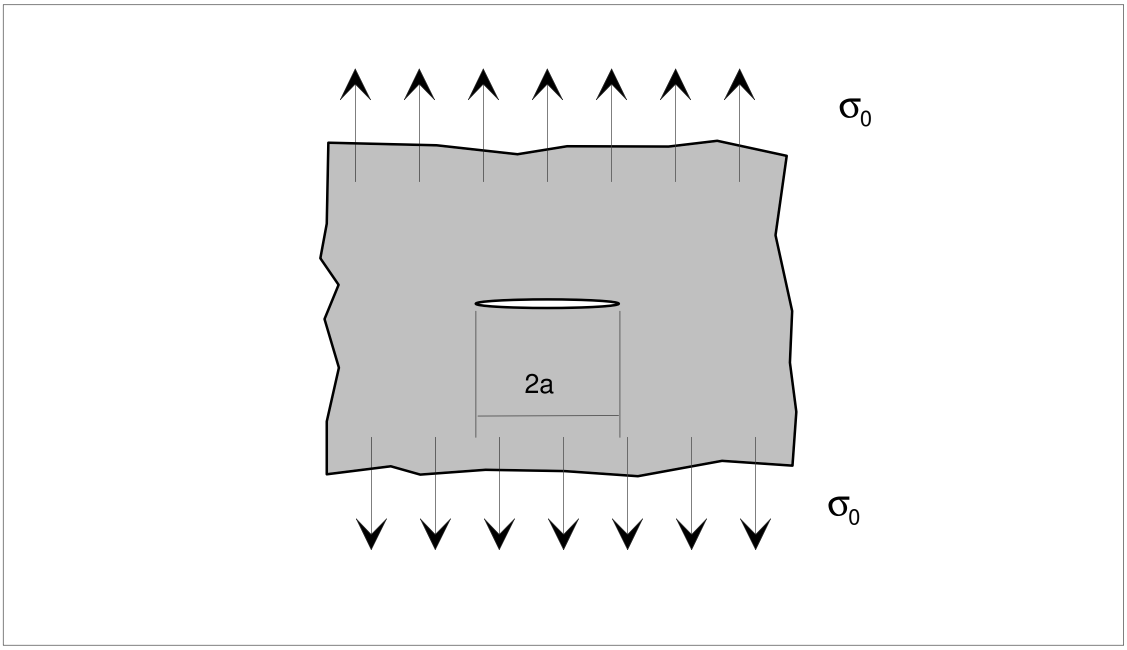


Figura 6.2 - Trinca em uma placa infinita, sob carga uniaxial.

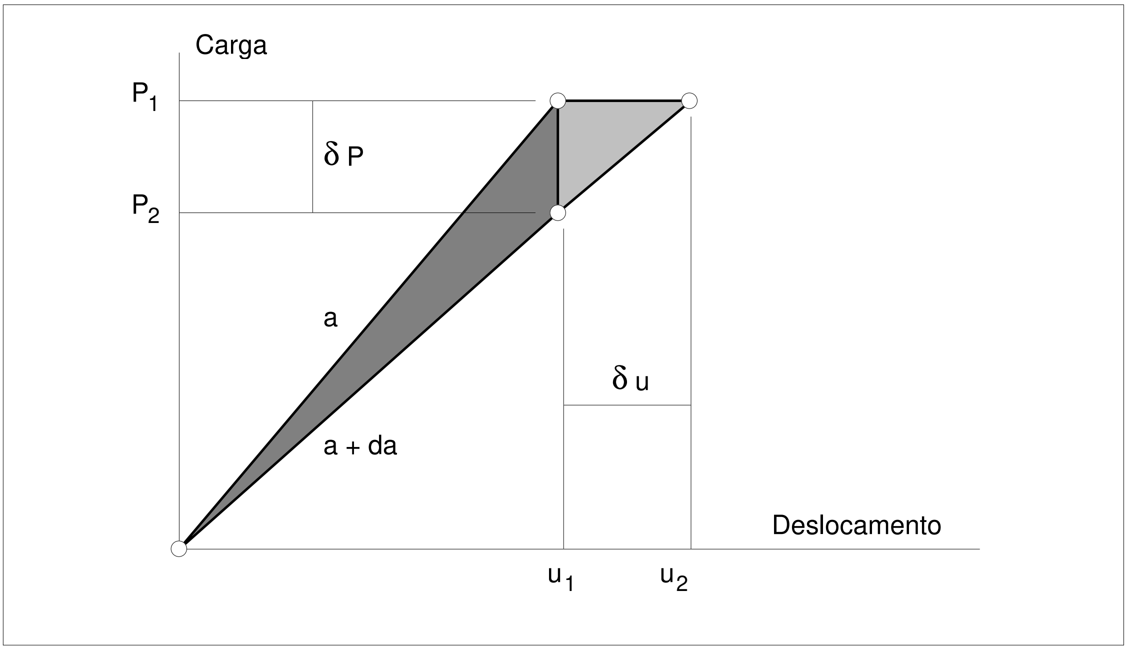


Figura 6.3 - Ensaio hipotético de tração em uma placa com trinca.

Se para os dois tamanhos de trinca o deslocamento for fixado e mantido constante, por exemplo em u_1, com o aumento da trinca de a para a + da, haverá uma redução da energia elástica de deformação, de 1/2 P_1 u_1, para 1/2 P_2 u_1, já que o corpo, com a trinca maior, se comporta como fosse uma mola mais flexível em relação ao corpo com a trinca menor, ou seja, o aumento da trinca diminui a rigidez da placa fazendo com que a força exercida sobre a placa se reduza de P_1 para P_2. Sob estas condições, o aumento da trinca libera a energia elástica $1/2 (P_1 - P_2) u_1$, que pode ser transformada em energia de superfície, absorvida pelas novas faces geradas pelo avanço da trinca.

Agora, para os dois tamanhos de trinca, ao considerarmos a condição de carregamento constante, o corpo com a trinca maior, funcionando como uma mola mais fraca, sofre um deslocamento maior que quando tinha a trinca menor e a energia elástica de deformação armazenada é maior. Desta forma a variação da energia potencial é dada pela variação da energia complementar, como segue:

$$P_1 (u_2 - u_1) - 0,5 P_1 (u_2 - u_1) = 0,5 P_1 (u_2 - u_1) \quad (6.3)$$

Resumindo, temos que:

- Com deslocamentos iguais a energia de deformação decresce de:

$$0,5 (P_1 - P_2) u_1 \quad (6.4)$$

- Com cargas iguais a energia potencial total decresce de:

$$0,5 P_1 (u_2 - u_1) \quad (6.5)$$

Chamando

$$dP = P_1 - P_2 \text{ e } du = u_2 - u_1 \quad (6.6)$$

podemos escrever que:

- Variação de energia de deformação:

$$dU = - 0,5 u \, dP \quad (6.7)$$

- Variação de energia potencial:

$$dV = - 0,5 P \, du \quad (6.8)$$

A relação entre u e P é dada por:

$$u = C\ P \tag{6.9}$$

onde C é uma constante para um dado comprimento de trinca, denominada de flexibilidade do sistema, o inverso da rigidez. Como a variação do comprimento da trinca tende a zero, da ⇨ 0, o valor de C é igual para as trincas de comprimento a e (a + da), logo

$$du = C\ dP \tag{6.10}$$

Com estas duas últimas expressões, as equações da variação da energia podem ser reescritas como:

$$-\ 0{,}5\ u\ dP = -\ 0{,}5\ C\ P\ dP \tag{6.11}$$

$$-\ 0{,}5\ P\ du = -\ 0{,}5\ P\ C\ dP \tag{6.12}$$

o que prova que os dois conceitos são equivalentes quando o acréscimo da trinca é pequeno. Assim, para um aumento infinitesimal do comprimento da trinca, a redução da energia elástica de deformação de um corpo trincado, com condições de deslocamento constante, é igual à redução da energia potencial sob condições de carga constante.

A partir disto, Griffith propôs que a força crítica, necessária para propagar uma trinca, é relacionada com o equilíbrio entre a energia liberada, com o aumento da trinca, e a energia necessária para criar novas superfícies. Assim, podemos dizer que a energia dU, que é liberada pelo material, na forma de energia de deformação, quando ocorre o crescimento da trinca, pode ser consumida, no todo ou em parte, pela energia de superfície dS, necessária para provocar a ruptura do material. Na condição de propagação com o deslocamento mantido constante, portanto com o trabalho das forças externas nulo, tem-se que, se

$$dU < dS \tag{6.13}$$

a trinca tem um comportamento estável, já que a energia liberada é menor que a necessária para propagação, e se

$$dU > dS \tag{6.14}$$

a condição de instabilidade é atingida e ocorre a propagação da trinca. Na condição de igualdade entre dU e dS ocorre um equilíbrio instável para a trinca. Do critério dU = dS, para uma dada dimensão da trinca, Griffith determinou a tensão nominal de falha, ou tensão crítica, para o estado plano de tensões, como sendo

$$\sigma_{cr}^2 = 2\, E\, \gamma / \pi\, a \tag{6.15}$$

onde

σ_{cr} - Tensão crítica

E - Módulo de elasticidade

γ - Densidade de energia de superfície

a - Dimensão característica da trinca.

A densidade de energia de superfície representa o consumo de energia pelo material para romper as ligações atômicas, por unidade de área exposta, sendo considerada uma propriedade do material. Esta é uma energia que deve ser entregue ao material, para conseguir quebrar as forças de coesão atômica. É portanto uma parcela dissipativa, ao contrário da energia de deformação. A energia de superfície é dada pela equação a seguir, onde A é toda a área de material exposto pela presença da trinca.

$$S = \int_A \gamma\, dA$$

A equação de Griffith mostrou boa concordância com resultados experimentais, especialmente para materiais frágeis, como vidros e cerâmicas. Em termos de uma aplicação prática, a equação (6.15) mostra a dependência entre a tensão crítica e o tamanho da trinca, o que é verificado experimentalmente. O uso dos conceitos, como expostos, não é usual, sendo o uso da Mecânica da Fratura feito com novas definições, como a do fator de intensidade de tensão. Para tal, inicialmente a equação (6.15) deve ser reescrita como:

$$\sigma_{cr}^2\, \pi\, a = 2\, E\, \gamma \tag{6.16}$$

onde o termo da esquerda contém informações relacionadas com a geometria e a carga, enquanto que o termo da direita representa as propriedades do material.

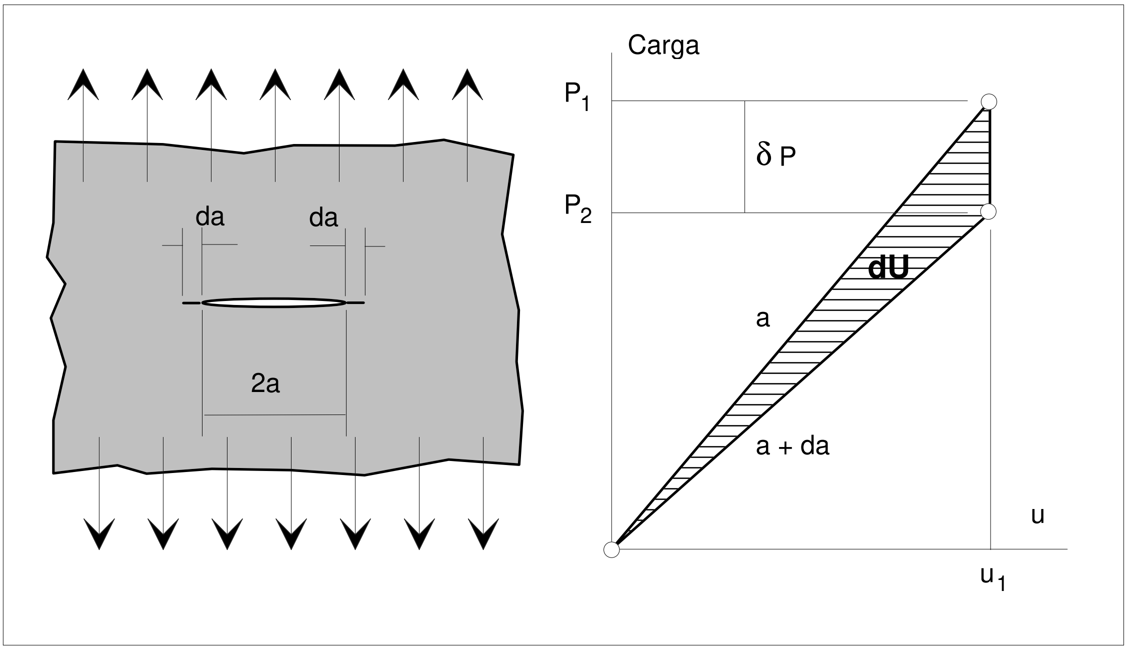


Figura 6.4 - Esquema da variação da energia de um corpo em função do acréscimo da trinca.

6.3 - FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO

O efeito de uma trinca na concentração de tensão pode ser visualizado a partir da solução analítica para um orifício elíptico, considerando a trinca como condição limite para uma elípse achatada, em que a tensão máxima é dada por (6.1). Neste caso o fator de concentração de tensão é dado por (6.17), sendo denominado de K_{te} justamente para caracterizar o fato de que se trata de uma elipse.

$$K_{te} = 1 + 2 \, (a / b) \qquad (6.17)$$

Considerando agora o menor raio de curvatura, ρ, o fator de concentração de tensão pode ser escrito, a partir de (6.2), como

$$K_{te} = 1 + 2 \sqrt{a/\rho} \qquad (6.18)$$

Em uma trinca, como $\rho \Rightarrow 0$, temos $K_{te} \Rightarrow \infty$ e logo $\sigma_{máx} \Rightarrow \infty$. Desta forma o conceito do fator de concentração de tensão não é útil na resolução de problemas com singularidades, pois com qualquer tensão nominal, $\sigma_0 \neq 0$, temos sempre $\sigma_{máx} \Rightarrow \infty$, o que não contribui para a solução do problema. Daí surgiu a necessidade de definir o fator de intensidade de tensão, o que pode ser feito, para melhor entendimento, pelo limite do produto da tensão $\sigma_{máx}$ e a raiz de ρ, como

$$K_I = \lim_{\rho \to 0} \sigma_{máx} \sqrt{\rho}\, \sqrt{\pi}\ / 2 \tag{6.19}$$

onde a constante $\sqrt{\pi}$ / 2 é adotada por conveniência. Nesta definição a tensão $\sigma_{máx}$ tende a infinito, mas o produto possui um limite, que é então definido como o fator de intensidade de tensão. Deve ser salientada a diferença entre K_I e K_t, pois este último é adimensional, enquanto que K_I tem como unidades MPa$\sqrt{m}$ no sistema internacional.

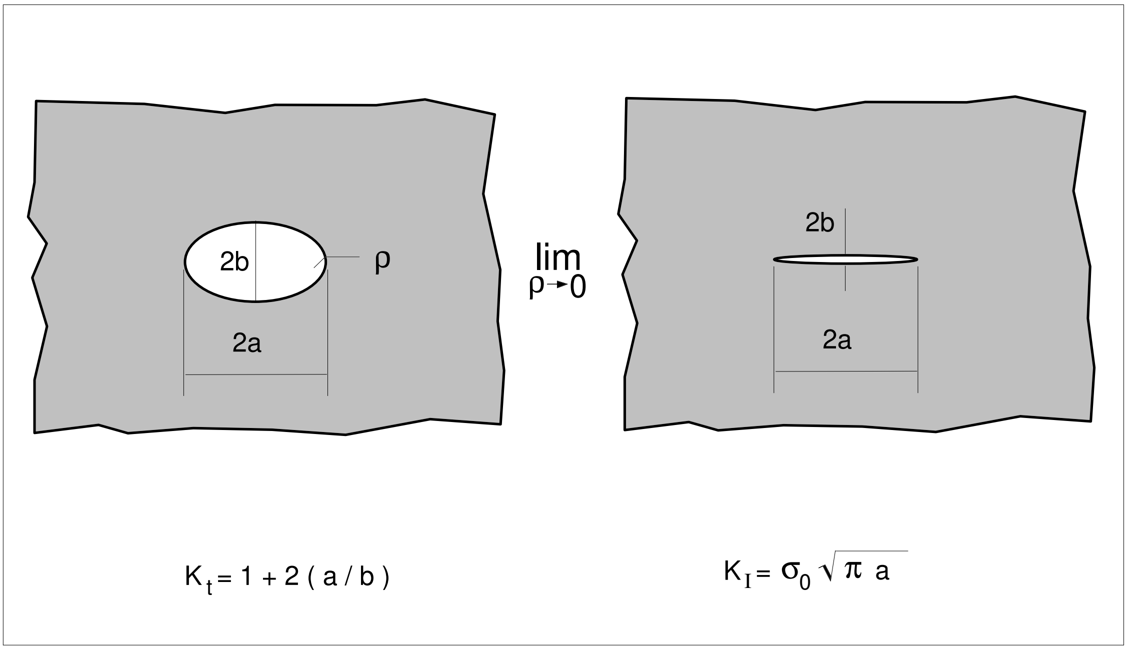


Figura 6.5 - Solução do problema de um furo elíptico e de uma trinca.

No caso particular da geometria de um orifício elíptico em uma placa infinita, $K_t = 1 + 2 \sqrt{(a / \rho)}$, logo temos que $\sigma_{máx} = \sigma_0 (1 + 2 \sqrt{(a / \rho)})$ e substituindo $\sigma_{máx}$ na equação (6.19), resulta

$$K_I = \lim_{\rho \to 0} \sigma_0 \left(1 + 2 \sqrt{a / \rho} \right) \sqrt{\rho}\, \sqrt{\pi}\ / 2$$

$$K_I = \lim_{\rho \to 0} \sigma_0 \sqrt{\rho}\, \sqrt{\pi}\ / 2 + \lim_{\rho \to 0} \sigma_0 \sqrt{a}\, \sqrt{\pi} \tag{6.20}$$

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi\, a} \tag{6.21}$$

Esta equação permite calcular um valor numérico, que é o valor do fator de intensidade de tensão, K_I. Este valor fornece uma maneira de quantificar o nível de solicitação que ocorre dentro do material situado à frente do extremo da trinca, unindo, em um único parâmetro, o efeito do carregamento e do tamanho do defeito. Este relacionamento entre o nível de carga e o tamanho da trinca também surge na teoria de Griffith, através do seu critério para definir a condição crítica, para a instabilidade da trinca. Pelo critério de Griffith a falha ocorre quando

$$\sigma_{cr}^2 \pi a = 2 E \gamma,$$

ou seja, depende de uma constante que é característica do material, no caso, função do módulo de elasticidade e da densidade de energia de superfície. Comparando a expressão de Griffith com a equação (6.21), verificamos a semelhança que existe entre a expressão de K_I e a de Griffith, quando da condição crítica, de instabilidade da trinca. Isto nos leva à suposição, lógica, de que, no instante de instabilidade da trinca, o fator de intensidade de tensão atinge um valor limite, crítico para o material, denominado de tenacidade à fratura, K_{IC}, que, de acordo com a teoria de Griffith, é igual a raiz quadrada de $2 E \gamma$.

EXEMPLO 6.1

Para a geometria de Griffith, a solução exata do fator de concentração de tensão é a da expressão da figura 6.5, o que leva que o fator de intensidade de tensão é calculado a partir de

$$K_I = \lim_{\rho \to 0} \sigma_0 \left(1 + 2 \sqrt{a / \rho} \right) \sqrt{\rho} \sqrt{\pi} \; / 2$$

Neste exemplo vamos calcular um valor aproximado para o fator de intensidade de tensão, ou seja, sem levar a expressão acima ao limite, trabalhando com ρ pequeno, mas finito. Desta forma a tabela a seguir ilustra os valores numéricos para o caso em que 2a = 100 mm e σ_0 = 100 MPa. O valor exato para o fator de intensidade de tensão é 39,633 MPa $\sqrt{m}$. A última coluna mostra a razão entre o valor aproximado e o exato. Com os valores numéricos torna-se evidente o que se está fazendo durante o proceso de limite, onde o valor calculado tende assintoticamente para o valor exato.

a / ρ	10	20	50	100	1000
K_t	7,325	9,944	15,142	21	64,246
ρ [m]	0,005	0,0025	0,001	0,0005	0,00005
$K_t \sqrt{\rho}$	0,518	0,497	0,479	0,470	0,454
K_I aproximado	45,907	44,045	42,450	41,653	40,235
Razão	1,158	1,111	1,071	1,051	1,015

O campo de tensões nas proximidades do extremo de uma trinca fica definido univocamente por K_I, equação (6.22) a seguir, desde que $r << a$, com a, r e θ definidos de acordo com a figura 6.6, sendo r e θ as coordenadas polares de um ponto próximo ao extremo da trinca, em relação a um sistema com origem no extremo da trinca.

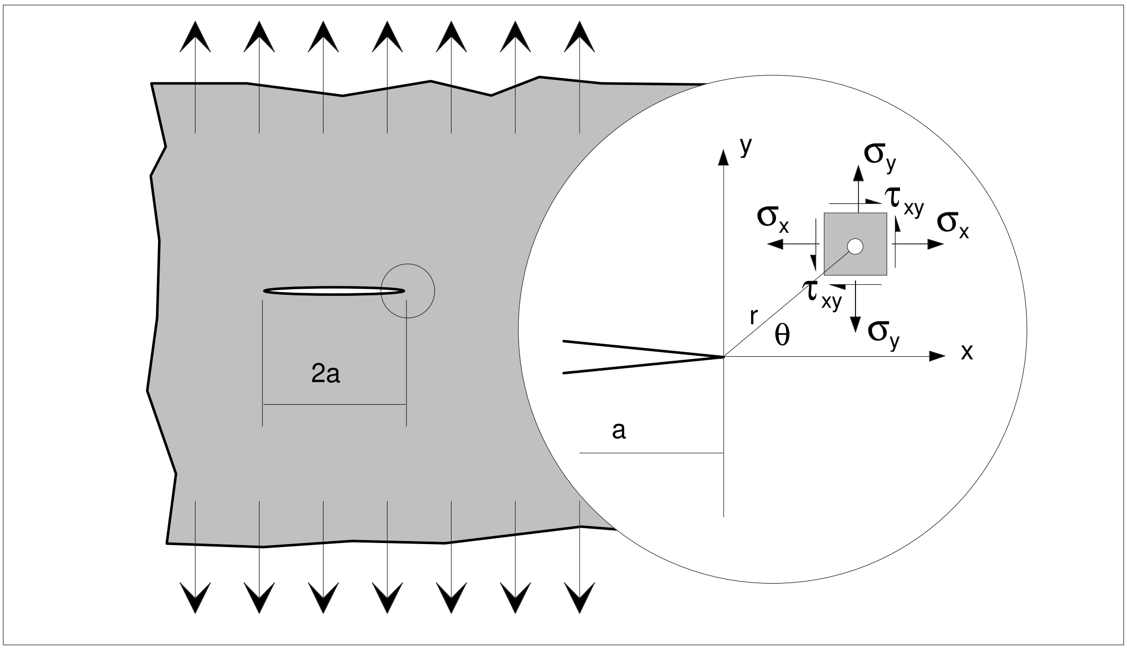


Figura 6.6 - Estado de tensões em um ponto próximo da trinca.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \begin{Bmatrix} 1 - \mathrm{sen}(\theta/2)\,\mathrm{sen}(3\theta/2) \\ 1 + \mathrm{sen}(\theta/2)\,\mathrm{sen}(3\theta/2) \\ \mathrm{sen}(\theta/2)\,\cos(3\theta/2) \end{Bmatrix} \tag{6.22}$$

Estas expressões são exatas apenas para $r \Rightarrow 0$, sendo uma boa aproximação com $r << a$, já que correspondem ao termo predominante de uma expansão em série da solução exata do problema. Na prática é aceitável usar as equações (6.22) para o cálculo das tensões para valores de r até 10% do tamanho da trinca, sem comprometer o resultado. O exemplo 6.2 ilustra de forma clara estes aspectos.

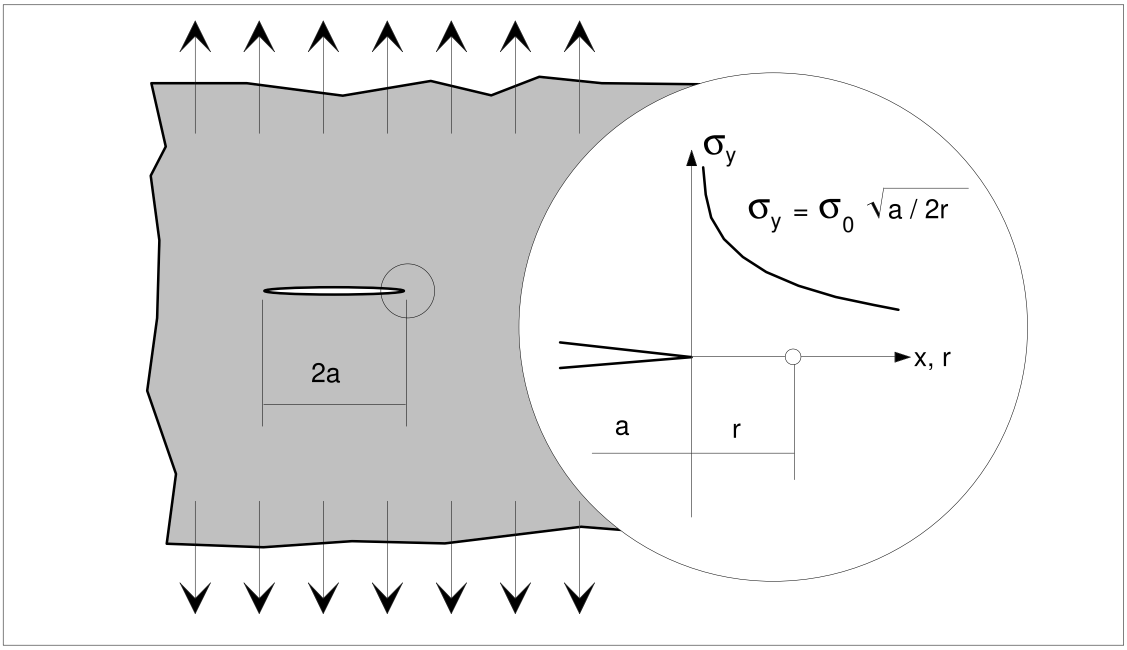


Figura 6.7 - Distribuição da tensão σ_y próxima à frente de uma trinca.

Como o campo de tensões à frente da trinca fica univocamente definido pelo valor do fator de intensidade de tensão, conforme evidenciado pelas equações (6.22), se considerarmos que o início da propagação da trinca, rompendo o material à sua frente, depende de um particular estado de tensões, no caso da ruptura por clivagem, ou de um particular estado de deformações plásticas, no caso de uma ruptura por crescimento de vazios, é lógico então supor que o início da propagação da trinca depende diretamente do fator de intensidade de tensão. Deve ser observado de que a introdução do conceito do fator de intensidade de tensão é uma nova maneira de atacar o problema, porém os aspectos físicos deste continuam idênticos, ou seja, as tensões continuam tendo um ponto de singularidade junto ao extremo da trinca, com $r \Rightarrow 0$, visto que este fato é uma característica do problema físico, não sendo eliminada com a definição de K_I. A grande diferença entre o fator de concentração de tensão e o fator de intensidade de tensão é de que este último define o estado de tensões em uma região próxima ao ponto de singularidade, que é o extremo da trinca, e não apenas a tensão no ponto mais solicitado, que neste caso não é relevante, como faz o fator de concentração de tensão.

EXEMPLO 6.2

Para a geometria de Griffith, a solução exata para a distribuição de tensões à frente da trinca, é fornecida pela expressão abaixo, com $\theta = 0$, obtida a partir da teoria da elasticidade. Nesta equação z é a soma a + r.

$$\sigma_y = \frac{\sigma_0}{\sqrt{1 - a^2/z^2}}$$

A solução aproximada, conforme (6.22), é σ_y', que pode ser escrita como:

$$\sigma_y' = \sigma_0 \sqrt{a / 2r}$$

A relação entre as duas equações, σ_y' / σ_y, depende da posição relativa do ponto considerado, à frente da trinca, representada por r / a. A tabela abaixo mostra os valores, onde fica evidente a convergência de resultados, conforme o ponto se aproxima do extremo da trinca, e como o erro cresce rápidamente para r maior do que 10% de a.

r / a	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20	0,50	1,00	2,00
σ_y' / σ_y	0,9926	0,9853	0,9642	0,9315	0,8740	0,7454	0,6124	0,2357

A solução aproximada apresenta valores cada vez menores da tensão porque no limite a tensão cai a zero, para pontos muito afastados da trinca, o que não corresponde às condições de contorno do problema, ou seja, σ_y deve tender ao valor da tensão nominal, σ_0, como ocorre com a solução exata do problema.

A partir da equação de σ_y, para $\theta = 0$, segundo a equação (6.22), é possível obter uma outra definição para K_I, como sendo

$$K_I = \lim_{r \to 0} \sigma_y \sqrt{2\pi r} \tag{6.23}$$

sendo esta a definição mais usual para o fator de intensidade de tensão, adotada pela ASTM [12]. Deve ser salientado que todas as equações vistas estão baseadas em um comportamento elástico linear do material. A tensão σ_z, depende do estado de tensões no ponto.

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 0 && \text{estado plano de tensões} \\ \sigma_z &= \nu\,(\sigma_x + \sigma_y) && \text{estado plano de deformações} \end{aligned} \tag{6.24}$$

Das equações (6.22) o campo de tensões no extremo da trinca fica univocamente definido por K_I fortalece a justificativa de que K_{IC} é uma propriedade do material. Assim, se a ruptura inicia com um estado crítico de tensões à frente da trinca, este estado é caracterizado por K_I e logo a ruptura inicia com um valor crítico de K_I, denominado K_{IC}.

EXEMPLO 6.3

Vamos considerar um aço de alta resistência, que apresenta um comportamento macroscopicamente frágil quando da ruptura. Para um aço assim, valores típicos do módulo de elasticidade e da tenacidade à fratura, são: E = 200 000 MPa e K_{IC} = 40 MPa $\sqrt{m}$.

Desejamos saber qual o valor da sua densiodade de energia de superfície. Para tal, vamos considerar a igualdade entre K_{IC} e $2 \cdot E \cdot \gamma$, como pode ser deduzido. Assim,

$$\gamma = \frac{K_{IC}^2}{2E}$$

Substituindo os valores, resulta portanto,

$$\gamma = 4,0 \text{ kJ} / \text{m}^2$$

Este valor, para a densidade de energia de superfície, na realidade não é correto, tendo em vista que o mecanismo de fratura não é por clivagem, ou seja, a energia consumida no processo de fratura não é usada exclusivamente para a ruptura das ligações atômicas. Uma grande parte desta energia é usada para deformar plasticamente o material à frente da trinca, formando uma camada de material plastificado sobre a superfície rompida. Assim, quando da aplicação do critério de Griffith para materiais metálicos foi proposta uma modificação, onde é incluida uma parcela de energia consumida pelo trabalho de deformação plástica, junto à energia de superfície. Assim, para um acréscimo em da no tamanho da trinca, a energia consumida passa a ser

$$\gamma + \gamma_p$$

sendo γ_p a energia correspondente à deformação plástica. O valor calculado de 4 kJ / m^2 é assim a soma da energia de superfície, elástica, com a energia plástica. No caso de materiais metálicos, com mecanismos dúteis de fratura, a parcela γ_p é predominante, enquanto que nos materiais com comportamento mais frágil, a energia de superfície γ é que predomina.

6.4 - FATOR GEOMÉTRICO E O PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO

As expressões (6.19) e (6.24) consideram situações totalmente diversas para definir K_I, já que a primeira expressão parte de uma geometria onde a trinca, na realidade, é uma elipse e o processo de limite transforma a geometria para uma trinca. Já a equação (6.24) trata a geometria de uma trinca no material e faz o limite sobre o campo de tensões que se desenvolve próximo ao extremo da trinca, convergindo para este ponto. Por outro lado, o fator de intensidade de tensão calculado por $K_I = \sigma_0 \sqrt{(\pi a)}$ é válido apenas para a geometria de uma placa infinita com um carregamento ortogonal à fissura, ou seja, para a chamada geometria de Griffith. Para outras configurações geométricas, distintas desta, como as mostradas na figura 6.8, a formulação apresentada não é válida. Desta forma, o cálculo de K_I deve partir da definição geral, conforme a equação (6.19). A sua aplicação para outras geometrias é bastante facilitada com a definição do fator geométrico Y, como

$$Y = \lim_{\rho \to 0} (K_t / K_{te}) \qquad (6.25)$$

Na expressão (6.25) temos que K_t é o fator de concentração de tensão para a geometria de interesse e K_{te} é o fator de concentração de tensão para um orifício elíptico, equações (6.17) e (6.18).

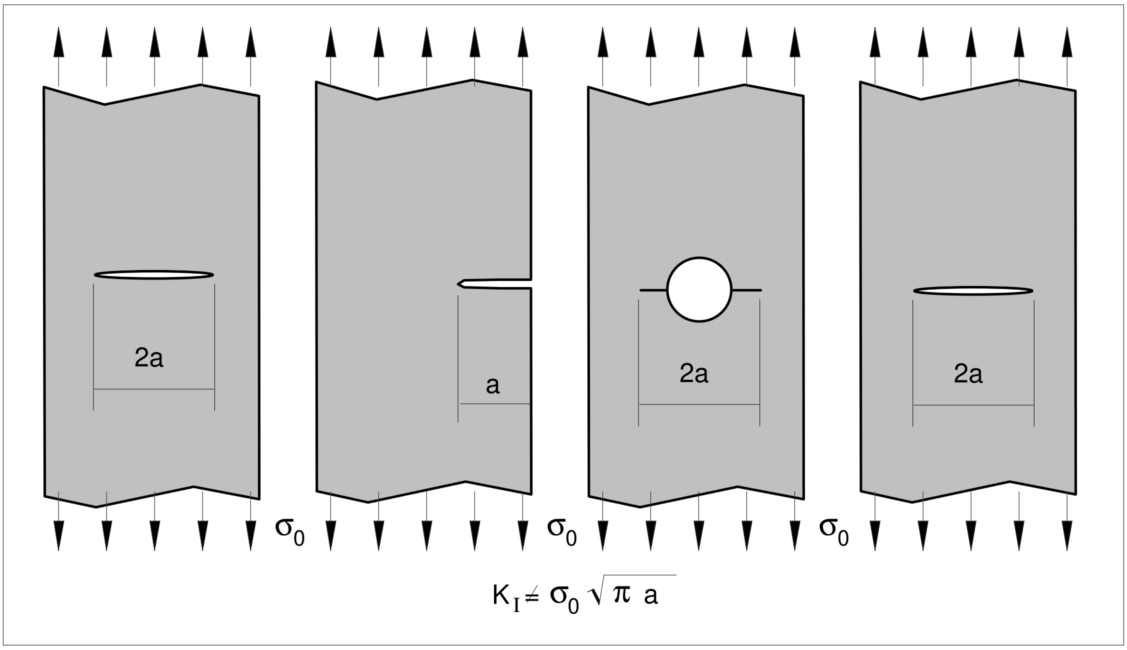


Figura 6.8 - Limitações da aplicação da fórmula de K_I. Em todos os casos ilustrados o fator de intensidade de tensão não pode ser calculado como indicado pela equação (6.21).

O fator geométrico representa o quanto mais severa é a concentração de tensão da geometria de interesse, em relação a geometria de referência, ou seja, a de uma elipse em uma placa infinita, sob tração. Usando a definição do fator de intensidade de tensão conforme a equação (6.24), o fator geométrico pode ser interpretado como a maior ou menor severidade do campo de tensões, também de forma relativa.

A equação (6.19) pode ser reescrita como:

$$K_I = \lim_{\rho \to 0} \frac{K_t}{K_{te}} \sigma_0 \sqrt{\rho} \sqrt{\pi} \frac{K_{te}}{2}$$

$$K_I = \lim_{\rho \to 0} \frac{K_t}{K_{te}} \cdot \lim_{\rho \to 0} \sigma_0 \sqrt{\rho} \sqrt{\pi} \frac{K_{te}}{2}$$

O primeiro termo da equação acima está definido pela equação (6.25), e o segundo termo está definido pela equação (6.21). Com as devidas substituições,

$$K_I = Y \sigma_0 \sqrt{\pi a} \qquad (6.26)$$

K_I - Fator de intensidade de tensão para a geometria;

Y - Fator geométrico;

a - Tamanho característico da trinca;

σ_0 - Tensão nominal na peça.

Assim, uma vez conhecido o fator geométrico para a configuração da peça, localização do defeito e tipo de carregamento, o uso da expressão (6.26) torna imediato o cálculo do fator de intensidade de tensão. Um resumo das geometrias, com seus correspondentes fatores geométricos, está colocado logo abaixo, nas tabelas 6.1 a 6.9. Para alguns outros casos o fator geométrico pode ser obtido do Apêndice 4, permitindo assim a determinação direta de K_I. O fator geométrico tem um valor normalmente próximo à unidade, sendo uma correção aplicada para calcular K_I para a geometria específica, em relação à geometria de Griffith, onde Y é unitário.

A tensão nominal a ser usada na equação (6.26) é geralmente calculada na área plena, sem considerar a existência da trinca, como indicado. Esta convenção é oposta ao que normalmente é feito na definição do fator de concentração de tensão, em que a tensão nominal é definida para a área líquida.

É importante salientar que para o caso de trincas internas o comprimento total é 2a, enquanto que para trincas superficiais o comprimento é apenas a, como nos casos das tabelas 6.1 e 6.2. Nas tabelas 6.5 e 6.6 deve ser observado que a força F, concentrada, é por unidade de espessura da placa, em unidades coerentes com o tamanho da trinca.

TABELA 6.1

Fator geométrico para placa de largura finita, com trinca central.

a / w	Y
0,1	1,01
0,2	1,03
0,3	1,06
0,4	1,11
0,5	1,19
0,6	1,30

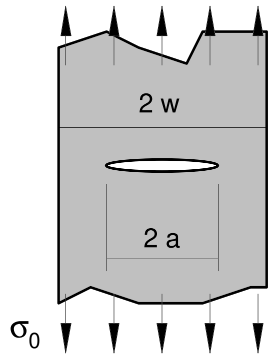


TABELA 6.2

Fator geométrico para placa de largura finita, com trinca na borda.

a / w	Y
0,0	1,12
0,1	1,19
0,2	1,37
0,3	1,67
0,4	2,11
0,5	2,83

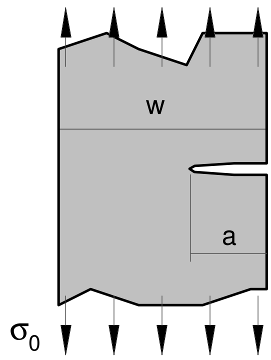


TABELA 6.3

Fator geométrico para placa com trinca na borda, sob flexão.

a / w	Y
0,1	1,02
0,2	1,06
0,3	1,16
0,4	1,32
0,5	1,62
0,6	2.10

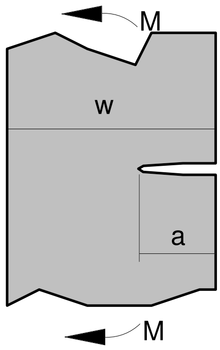


TABELA 6.4

Fator geométrico para placa com trinca nas duas bordas, sob tração.

a / w	Y
0,0	1,12
0,2	1,12
0,3	1,13
0,4	1,14
0,5	1,15
0,6	1,22

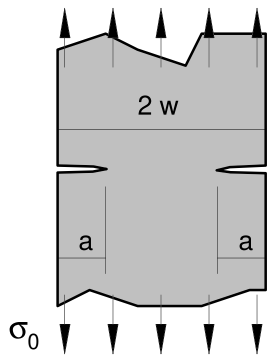


TABELA 6.5

Fator geométrico para placa com força concentrada na trinca.

$$K_I = \frac{F}{\sqrt{\pi a}}$$

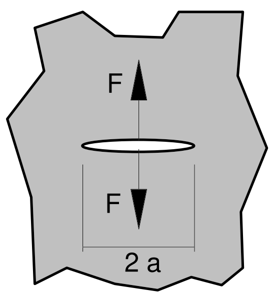


TABELA 6.6

Fator geométrico para placa com força concentrada, equilibrada pela tensão nominal no outro extremo.

$$K_I = 0{,}5\,\sqrt{\pi\, a}\left(\sigma_0 + \frac{F}{\pi\, a}\right)$$

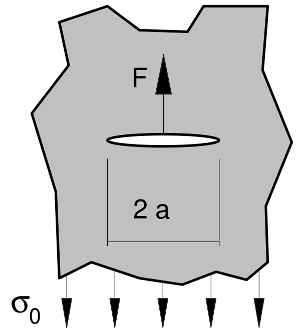


TABELA 6.7

Fator geométrico para placa com duas trincas. a partir de um furo.

L / r	Y
0,1	0,82
0,2	0,98
0,4	1,05
0,6	1,05
1,0	1,02
2,0	1,00

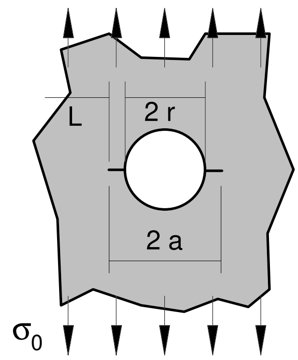


TABELA 6.8

Fator geométrico para placa com trinca excêntrica.

$$Y^2 = \sec\,\frac{\pi\,\lambda}{2}\,\frac{\text{sen}\,x}{x}$$

$$\lambda = a / w_1$$

$$\varepsilon = e / w$$

$$x = 2\,\lambda\,\varepsilon$$

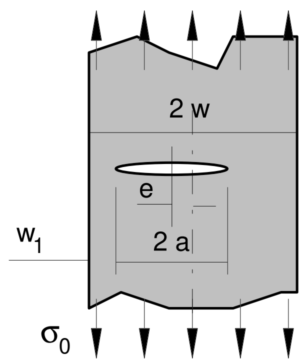
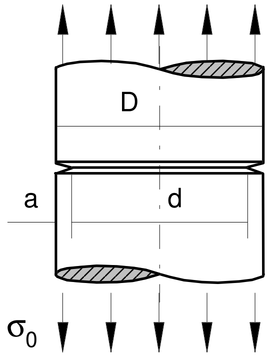


TABELA 6.9

Fator geométrico para barra circular com trinca concêntrica.

a / D	Y
0,0	1,12
0,1	1,15
0,2	1,48
0,3	2,38
0,4	6,13
0,45	16,55



A figura 6.9 apresenta os modos de abertura da trinca, onde Y é o fator geométrico para cada tipo de carregamento. Estes modos de abertura da trinca são os modos básicos, de forma que uma situação geral de carregamento sobre um corpo trincado sempre pode ser decomposta nestes três modos. Para os casos usuais, podemos dizer que o modo I de solicitação é o mais perigoso, pois pode excitar o mecanismo de ruptura por clivagem, logo levando a uma ruptura frágil, com pequena absorção de energia no processo de fratura. Assim, em termos práticos, a grande maioria dos problemas e soluções apresentadas são para o modo I, dai surgindo a notação, universal, de K_I para o fator de intensidade de tensão no modo I de abertura da trinca. Para os outros modos o fator de intensidade de tensão correspondente é denominado de K_{II} e K_{III}.

Modo I

$$K_I = Y_I \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

Modo II

$$K_{II} = Y_{II} \tau_0 \sqrt{\pi a}$$

Modo III

$$K_{III} = Y_{III} \tau_0 \sqrt{\pi a}$$

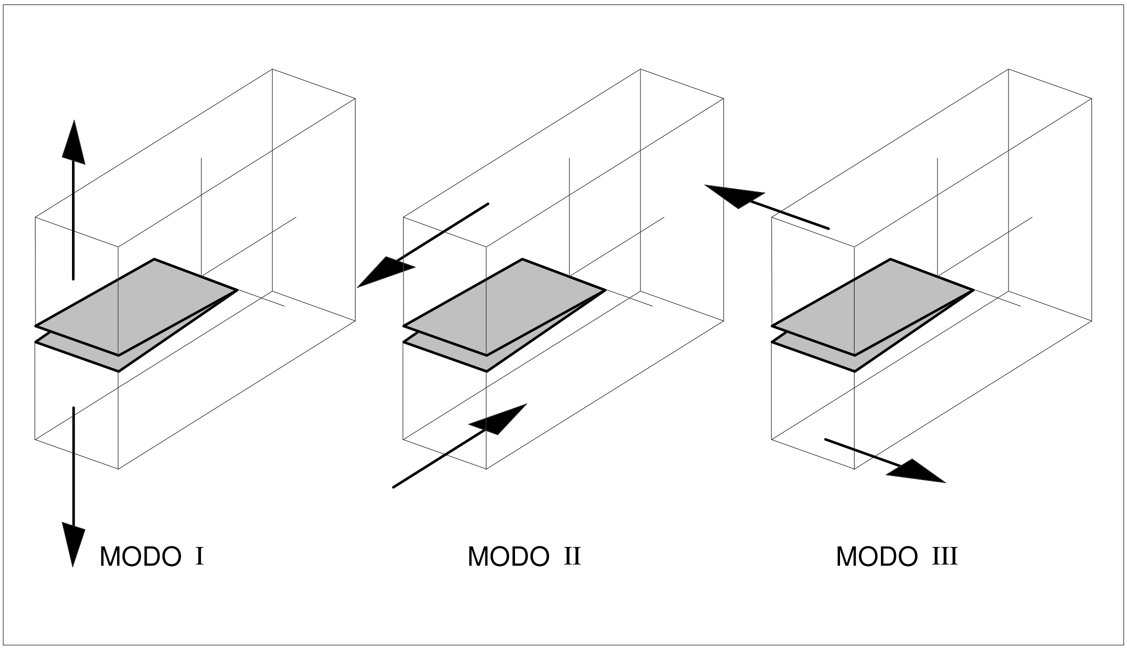


Figura 6.9 - Modos de abertura da trinca, função da solicitação aplicada.

EXEMPLO 6.4

Uma situação bastante comum é a formação de trincas a partir de pontos de concentração de tensão, como por exemplo a nucleação nas bordas de um furo. A solução exata deste tipo de problema depende da geometria particular que se está analizando, o que muitas vezes dificulta obtermos uma solução na literatura. Uma maneira aproximada para o cálculo do fator de intensidade de tensão pode ser usada, considerando dois casos limites. No primeiro caso a trinca é muito pequena, quando comparada com as dimensões do detalhe que gera a concentração de tensão. Neste caso a trinca está totalmente imersa no campo de tensões dominado por $\sigma_{máx}$, ou seja, para o tamanho da trinca o gradiente de tensões é muito suave. Para esta condição limite podemos usar o modelo onde a trinca é considerada como sendo uma trinca externa em uma placa sob tração, conforme Tabela 6.2.

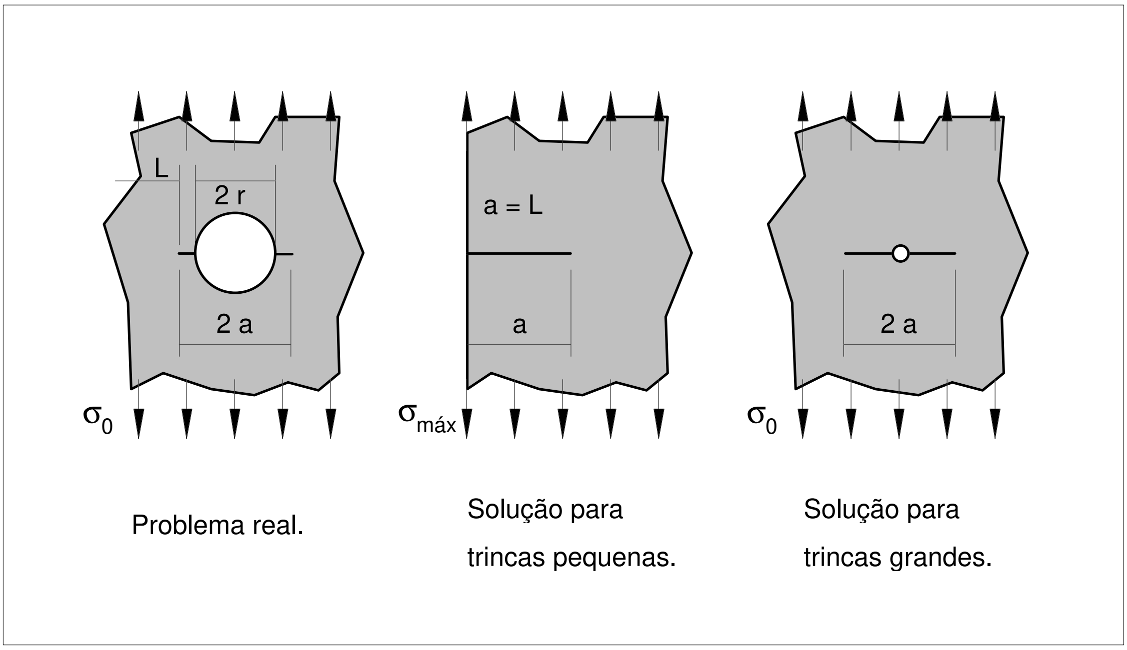


Figura 6.10 - Modelos da geometria do exemplo 6.3.

A tensão nominal que atua sobre a trinca será a própria tensão $\sigma_{máx}$ devida à concentração de tensão. Assim, usando a nomeclatura da figura 6.10 a), o fator de intensidade de tensão será

$$K_I = 1{,}12\, K_t\, \sigma_0 \sqrt{\pi\, a}$$

e para uma concentração de tensão provocada por um furo circular, como $K_t = 3{,}0$, vem:

$$K_I = 3{,}36\, \sigma_0 \sqrt{\pi\, a}$$

Para comparar esta solução com os dados da Tabela 6.7, devemos usar uma nova definição para o tamanho da trinca, ou seja,

$$K_I = 3{,}36\, \sigma_0 \sqrt{\pi L}$$

e como L = a - r, definindo a constante $\alpha = L / r$, o fator de intensidade de tensão será

$$K_I = 3{,}36 \sqrt{\frac{\alpha}{1+\alpha}}\, \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

Esta expressão é exata para L tendendo a zero, ou, o que é equivalente, α tendendo a zero. A tabela abaixo fornece os valores do fator geométrico correspondente a esta expressão aproximada e os valores da solução exata, conforme Tabela 6.7.

No caso de trincas longas, com L > r ou $\alpha > 1$, a existência do furo é irrelevante, ou seja, é como se houvesse apenas a trinca na chapa. Neste caso o fator de intensidade de tensão é calculado como

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

ou seja, Y é unitário, pois recaimos na geometria de Griffith. Este valor constante é portanto independente de α.

α	0,01	0,05	0,10	0,20	0,40	0,60	1,00	2,00
Y_{APROX}	0,334	0,733	1,01	1,37	1,79	2,05	2,37	2,74
Y_{EXATO}	0,326	0,646	0,82	0,98	1,05	1,05	1,02	1,00

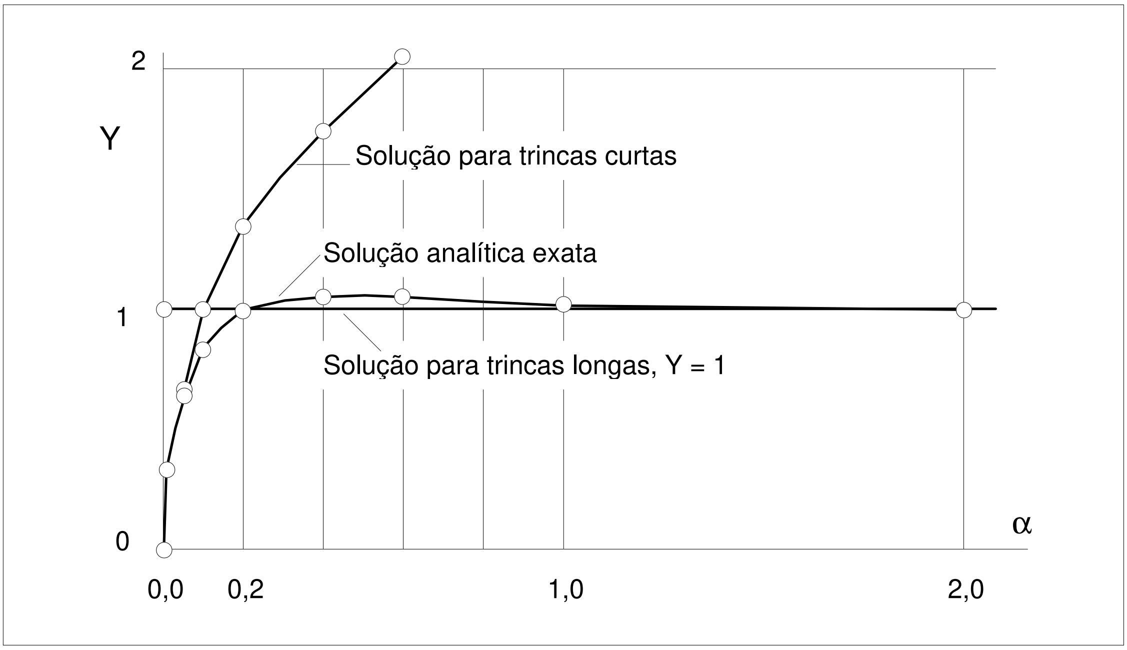


Figura 6.11 - Soluções para o fator geométrico do exemplo 6.3.

Das curvas da figura 6.11 fica evidente que a aproximação para trincas curtas deve realmente ser limitada para $\alpha < 0{,}1$, e que a solução para trincas longas apresenta bons resultados já para $\alpha > 0{,}2$. Estes valores particulares de α são, no entanto, específicos para a geometria tratada.

EXEMPLO 6.5

Uma geometria de defeito que se apresenta com bastante frequência em problemas práticos tridimensionais é o de uma trinca com projeção elíptica, ou semi elíptica. Neste caso o fator de intensidade de tensão varia ao longo da frente da trinca, como este exemplo mostra.

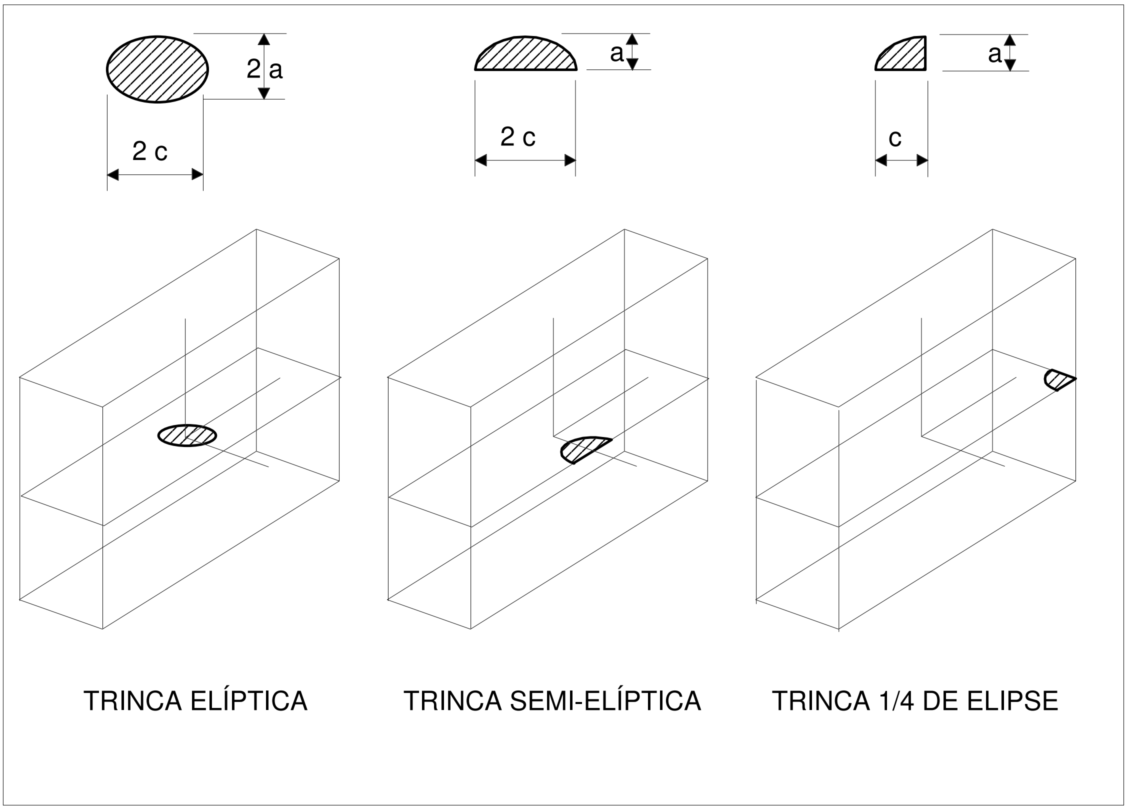


Figura 6.12 - Situações de geometria para uma trinca elíptica. Modo I.

A solução para o fator geométrico para trincas de projeção elíptica, em um plano perpendicular à direção de carregamento, modo I, figura 6.12, é fornecida pelas expressões:

Trinca elíptica interna: $$Y = \frac{1}{\phi} f(\beta)$$

Trinca circular interna: $$Y = \frac{2}{\pi}$$

Trinca semi elíptica na face: $$Y = 1{,}12 \frac{1}{\phi} f(\beta)$$

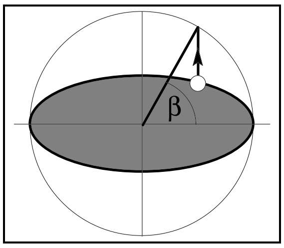
Trinca um quarto de elípse, na aresta: $$Y = 1{,}12^2 \frac{1}{\phi} f(\beta)$$

Estas expressões fazem uso da integral elíptica do segundo tipo, ϕ, que depende da relação entre os semi-eixos da elípse, conforme a tabela abaixo.

a / c	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ϕ	1,00	1,02	1,05	1,10	1,15	1,21	1,28	1,35	1,42	1,49	1,57

$f(\beta) = [\text{sen}^2 \beta + (a/c)^2 \cos^2 \beta]^{1/4}$

Quanto à função f(β), esta caracteriza a variação do fatro geométrico, e logo do fator de intensidade de tensão, ao longo da borda da trinca, ou seja, a solicitação na frente da trinca é variável ponto a ponto, ao contrário dos casos vistos até agora, onde a solicitação na borda da trinca era independente do ponto considerado.



O cálculo da função depende do ângulo β, que é obtido com o uso de uma circunferência auxíliar, circunscrita à elipse, conforme indicado pelo esquema ao lado. Pela expressão da função f(β), vemos que esta assume um máximo, igual à unidade, para pontos sobre o semi eixo menor da elipse, ou seja, β = 90°, atingindo um mínimo para os pontos sobre o semi eixo maior, β = 0°. Desta forma os pontos mais propensos a iniciar a propagação da trinca são os pontos próximos aos extremos do semieixo menor, aumentando este, fazendo com que a trinca elíptica tenda assim a uma trinca circular, onde f(β) é constante ao longo de toda o perímetro da trinca, como pode ser visto, fazendo a = c na expressão de f(β). Uma geometria de trinca semi elíptica é bastante comum em peças onde a trinca tem origem a partir de um defeito superficial, que nucleia a trinca e esta vai penetrando no material.

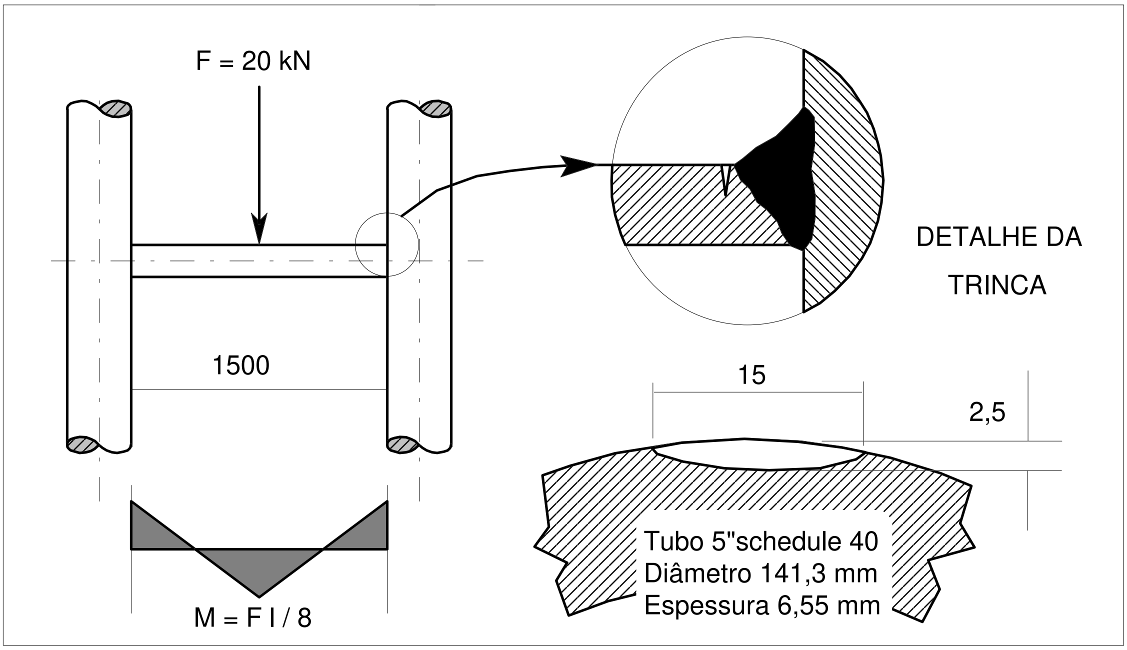


Figura 6.13 - Geometria do exemplo 6.5.

EXEMPLO 6.6

Calcular o fator de intensidade de tensão, K_I , para a geometria e o carregamento que estão indicados na figura 6.13.

SOLUÇÃO:

O fator de intensidade de tensão para esta geometria é dado pela equação (6.26), onde Y é obtido conforme o exemplo 6.4 acima, no caso para uma trinca semi elítica.

$$Y = 1{,}12\,\frac{1}{\phi}\,f(\beta)$$

onde

$a = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ m

$2c = 15 \cdot 10^{-3}$ m

e ϕ é uma integral elíptica do segundo tipo, que é função de a/c, conforme a tabela do exemplo 6.4. Para a/c = 0,33 e interpolando os valores da tabela obtemos ϕ de 1,1150. Para esta mesma geometria, vem que

$$f(\beta) = [\mathrm{sen}^2\beta + (a/c)^2\cos^2\beta]^{1/4}$$

e calculando para $\beta = \pi / 2$, no fundo do entalhe, onde ocorrerá o máximo valor de Y, resulta $f(\beta) = 1$. Logo Y = 0,897 e assim

$$K_I = 0{,}897 \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{\pi\, a}$$

A tensão nominal é dada por:

$$\sigma_0 = \frac{M_f}{W_f}$$

$$W_f = \frac{R_e^4 - R_i^4}{4R_e}$$

$W_f = 89\,289\ \mathrm{mm}^3$

$$\sigma_f = \frac{1}{8}\,\frac{(20000)\cdot(1500)}{89\,289}$$

$\sigma_f = 42$ MPa

$$K_I = 0{,}897 \cdot 42 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0{,}0025}$$

$K_I = 3{,}23\ \mathrm{MPa}\cdot\sqrt{m}$

PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO

Como a solução de K_I é baseada no comportamento elástico linear do material, é possível o uso do princípio da superposição de efeitos. O seu uso permite a solução de muitos problemas pela combinação de soluções já conhecidas, sejam soluções de uma mesma geometria, submetida a diferentes carregamentos, ou diferentes geometrias, com uma superposição de condições de contorno. Os exemplos que seguem permitem que se tenha uma visão da metodologia e da potencialidade da aplicação do princípio da superposição.

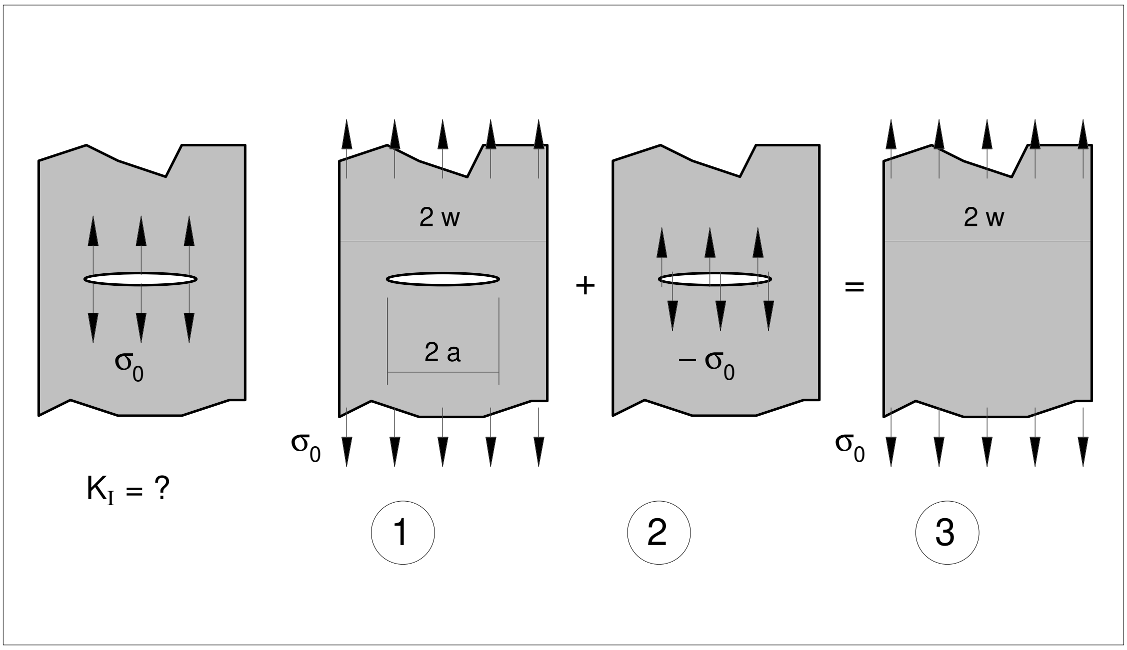


Figura 6.14 - Geometria da trinca do exemplo 6.6 e sua decomposição em soluções conhecidas.

EXEMPLO 6.7

Determinar o fator de intensidade de tensão para uma trinca central com carregamento de pressão interna atuando nas suas faces, conforme figura 6.14.

SOLUÇÃO:

Este problema pode ser resolvido pelo princípio da superposição, considerando as três geometrias ilustradas na figura 6.14. O caso número 3 é de uma placa sem trinca, logo o fator de intensidade de tensão é nulo. As duas outras situações são para uma placa com trinca central, onde a presença da trinca, no caso 2, está sendo compensada pelas tensões atuantes nas faces desta trinca, na geometria 1, fazendo o papel que o material deveria realizar, na transferência de carga da parte superior para a parte inferior, na região trincada. Deste modo a superposição das geometrias 1 e 2, com as correspondentes condições de carregamento, equivale a uma placa sem trinca. Assim é possível escrever, como $K_3 = 0$,

$$K_3 = K_1 + K_2$$

$$K_1 = - K_2$$

$$K_2 = - \sigma_0 \sqrt{\pi \cdot a}$$

E logo,

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi \cdot a}$$

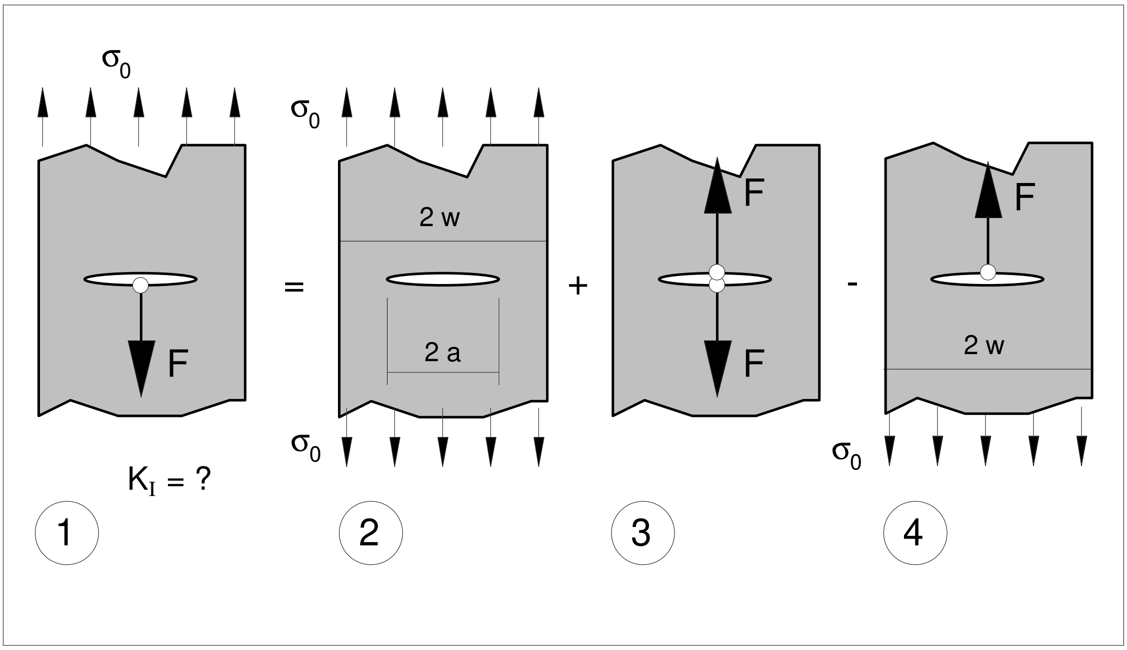


Figura 6.15 - Geometria do exemplo 6.7, obtida como a superposição de três casos.

EXEMPLO 6.8

Determinar o fator de intensidade de tensão para uma trinca que inicia em um orifício de rebite, onde este suporta a carga transmitida pelo painel, conforme figura 6.15.

SOLUÇÃO:

Vamos novamente decompor a situação sob análise em outras situações já conhecidas, como mostra a figura 6.15. Os casos 2 e 3 estão colocados nas tabelas 6.1 e 6.5, tendo assim soluções conhecidas. Colocando a solicitação do material em termos do fator de intensidade de tensão, podemos escrever

$$K_1 = K_2 + K_3 - K_4$$

Porém, em termos da solicitação no extremo da trinca a quarta situação é idêntica à primeira, ou seja, $K_1 = K_4$, e assim

$$K_1 + K_4 = K_2 + K_3$$

$$2\,K_1 = K_2 + K_3$$

Porém,

$$K_2 = \sigma_0 \sqrt{\pi\, a}$$

$$K_3 = \frac{F}{\sqrt{\pi\, a}}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\pi\, a} \left(\sigma_0 + \frac{F}{\pi\, a} \right)$$

$$K_1 = \sigma_0 \sqrt{\pi\, a}\, \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\overline{\sigma}}{\pi\, \sigma_0} \right)$$

Usando a definição do fator geométrico, é possível escrever

$$Y = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\overline{\sigma}}{\pi\, \sigma_0} \right)$$

onde a tensão $\overline{\sigma}$ é dada abaixo, lembrando que F é força por unidade de espessura da placa que forma o painel considerado.

$$\overline{\sigma} = \frac{F}{a}$$

EXEMPLO 6.9

Determinar K_I para a geometria e carregamento ilustrados na figura 6.16. Adotar um valor σ_E = 560 MPa. Considerar, para a força F que está atuando, o valor da força de plastificação da seção, reduzida por um coeficiente de segurança n = 2,5.

SOLUÇÃO:

A força de trabalho será a força de plastificação da seção líquida dividida por n.

$F = F_P / n$

onde:

F = força de trabalho.

F_P = força de plastificação.

n = coeficiente de segurança.

Desta forma a força de plastificação, na seção líquida, é

F_P = 70 · 12,7 · 560 = 498 kN

e a força de trabalho, F = 498 / 2,5 = 199 kN. Deste modo a tensão nominal vale

σ_0 = 131 MPa

O problema a ser resolvido, é esquematizado no diagrama de corpo livre da figura 6.17. O fator geométrico Y deste problema pode ser aproximado pelo esquema da geometria da tabela 6.6, desde que consideremos a trinca como longa, como discutido no exemplo 6.3.

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi\, a}\, \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\overline{\sigma}}{\pi\, \sigma_0} \right)$$

com

2a = 50 + 2 · 7 = 64 mm

σ_0 = 131 MPa

F = 15,57 kN / mm

Assim, temos

K_I = 45,5 MPa$\sqrt{m}$

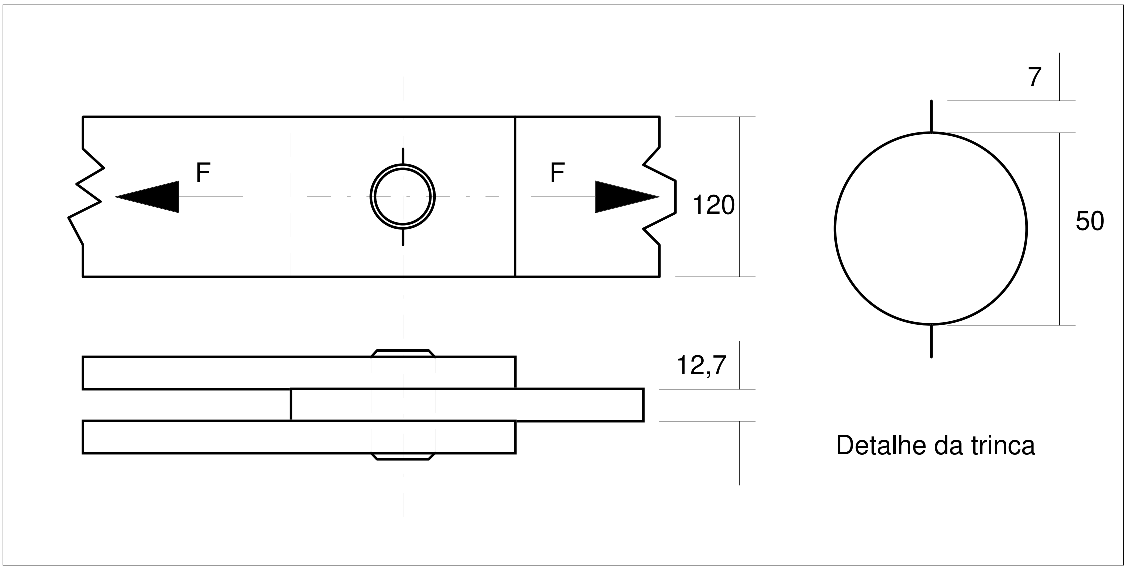


Figura 6.16 - Geometria do exemplo 6.8.

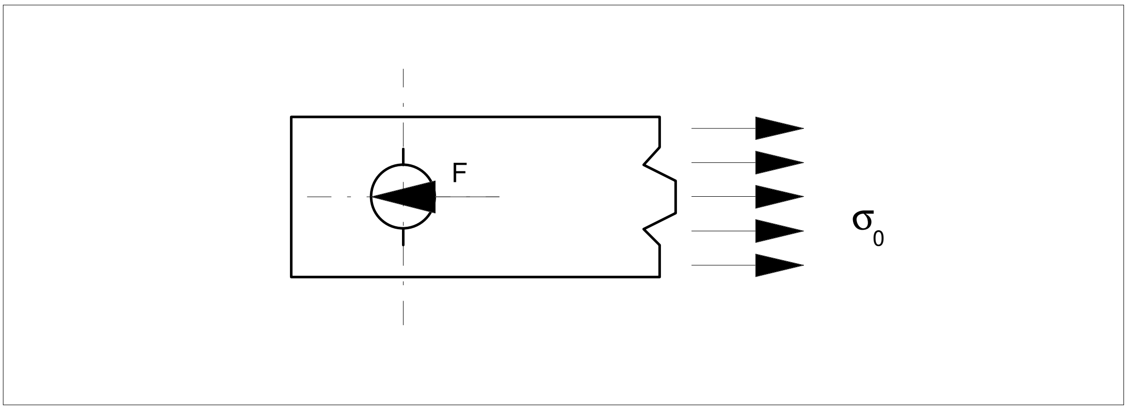


Figura 6.17 - Diagrama do corpo livre do exemplo 6.7.

6.5 - EFEITO DE DEFORMAÇÕES PLÁSTICAS.

Conforme visto quando estudamos a distribuição de tensões na região próxima ao extremo da trinca, dada pelas equações (6.22), se a distância r → 0, então a tensão σ_y tende a infinito. Deste modo, para um material elastoplástico, ocorre um escoamento na região próxima à ponta da trinca, levando assim a uma redistribuição de tensões no local. A formação desta região plastificada contribui para aumentar a tenacidade do material, pois corresponde a um maior consumo de energia antes da ruptura, embora comprometa uma análise elástica do problema da fratura.

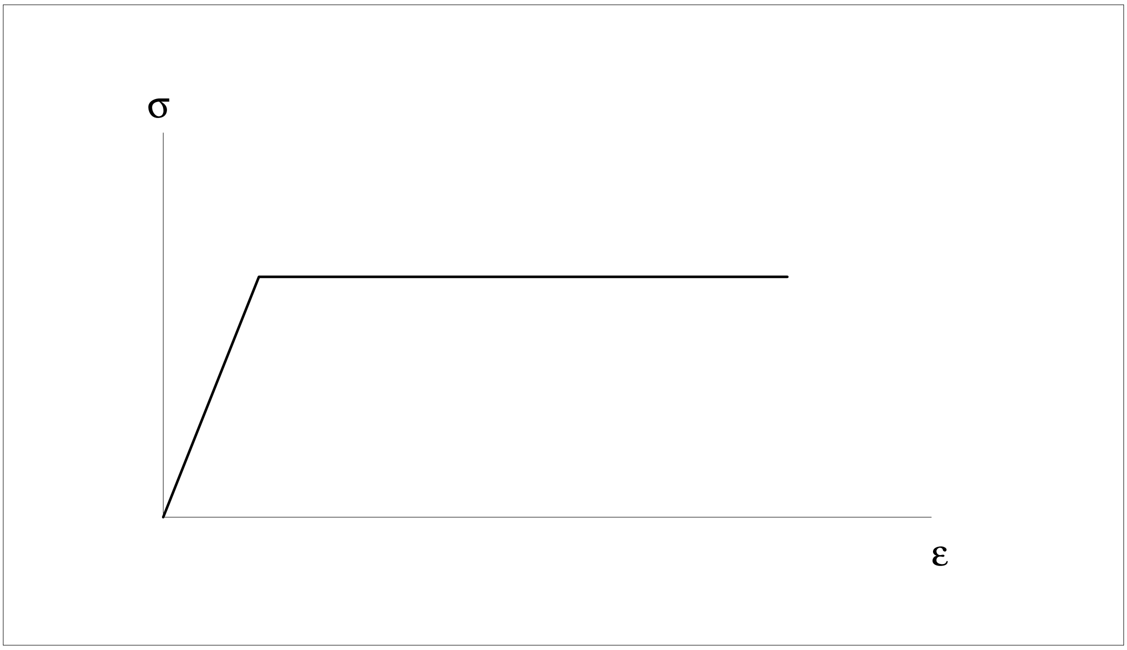


Figura 6.18 - Comportamento elastoplástico ideal para o material.

Para um comportamento elastoplástico ideal, como o esquematizado na figura 6.18, é possível estimar o comprimento da zona plastificada, usando um critério de escoamento. Para isto partimos da equação de σ_y , equação (6.22), com θ = 0. Considerando que o material esteja em um estado plano de tenões e adotando a teoria da máxima tensão cisalhante como critério de escoamento, este ocorre quando $\sigma_y = \sigma_E$ e podemos ter assim, para o ponto onde ocorre a igualdade,

$$\sigma_E = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_p}} \tag{6.27}$$

sendo r_p a distância do extremo da trinca até o ponto considerado.

A distribuição de σ_y, para o comportamento elástico, está mostrado na figura 6.19, abaixo. Porém é possível, neste caso termos ou um estado plano de tensões ou um estado plano de deformações, logo o raio de plastificação para cada uma destas condições tem valores diferentes, como será mostrado a seguir. Esta diferença é decorrência da restrição à deformação plástica, que ocorre em um estado plano de deformação, pelo surgimento da tensão transversal, provocada por este estado de tensões. Esta restrição à deformação plástica faz com que a tensão necessária para provocar o escoamento seja maior, o que ocorre mais próximo ao extremo da trinca. Desta forma, em um estado plano de deformações a tensão σ_y aproximadamente $\sqrt{3}\ \sigma_E$ e assim a região em que ocorre o escoamento fica mais próxima ao extremo da trinca, o que se traduz em um menor raio de plastificação. Para os dois estados de tensão, os raios de plastificação são dados pelas equações (6.28) e (6.29). O raio de plastificação no estado plano de deformações é da ordem de três vezes menor do que o correspondente raio para um estado plano de tensões.

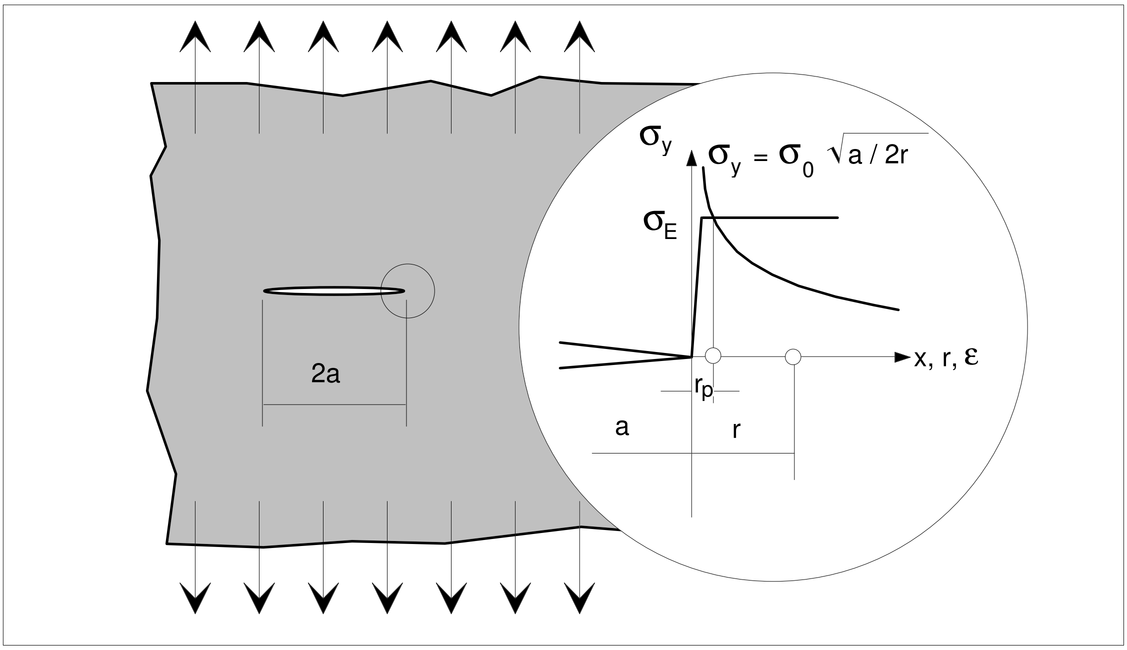


Figura 6.19 - Distribuição das tensões σ_y na extremidade da trinca.

- Raio de plastificação com um estado plano de tensões (EPT)

$$r_p = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{K_I}{\sigma_E}\right)^2 \tag{6.28}$$

- Raio de plastificação num estado plano de deformações (EPD)

$$r_p = \frac{1}{6\pi}\left(\frac{K_I}{\sigma_E}\right)^2 \qquad (6.29)$$

A espessura da peça pode ser usada para definir, de modo aproximado, o estado de tensões, de acordo com a discussão que segue. Se a peça for de grande espessura, ou seja, tiver uma espessura maior que um valor mínimo, $B_{mín}$, então o material à frente da trinca está num estado plano de deformações, o que corresponde a um raio de plastificação obtido pela equação (6.29). A espessura mínima para garantir um EPD está justamente definida em função do raio de plastificação, pois o tamanho da zona plastificada, relativamente à espessura da peça, indica o grau de restrição à deformação plástica no sentido transversalà direção de propagação da trinca. Assim, um pequeno raio de plastificação dificulta a contração transversal, enquanto que um grande raio facilita a contração plástica, relaxando as eventuais tensões transversais que tenham se formado. A espessura mínima para garantir um estado plano de deformação é da ordem de 50 vezes o raio de plastificação em um EPD, equação (6.30). Se a espessura for menor que o valor mínimo, podemos estar em um estado misto, ou então em um estado plano de tensões. Este último ocorrerá sempre nas superfícies livres do material, mas para que os pontos internos também estejam em um estado plano de tensões, ou seja, $\sigma_Z = 0$, a espessura deve ser pequena, comparada com a zona plástica, de modo que o material possa escoar transversalmente também, desenvolvendo a deformação ε_Z , necessária para uma tensão transversal nula. Para garantir um estado plano de tensões a peça deve ser suficientemente fina, ou seja, ter uma espessura menor que uma espessura máxima, $B_{máx}$, da ordem de duas vezes o raio de plastificação em um EPT, resultando assim na equação (6.31). Para os casos onde a espessura é maior que $B_{máx}$, mas menor que $B_{mín}$, o estado de tensões dentro do material será um estado mixto, intermediário entre as duas situações.

$$B_{mín} = 2{,}5\ (K_I / \sigma_E)^2 \quad \text{(mínimo para garantir EPD)} \qquad (6.30)$$

$$B_{máx} = 0{,}3\ (K_I / \sigma_E)^2 \quad \text{(máximo para garantir EPT)} \qquad (6.31)$$

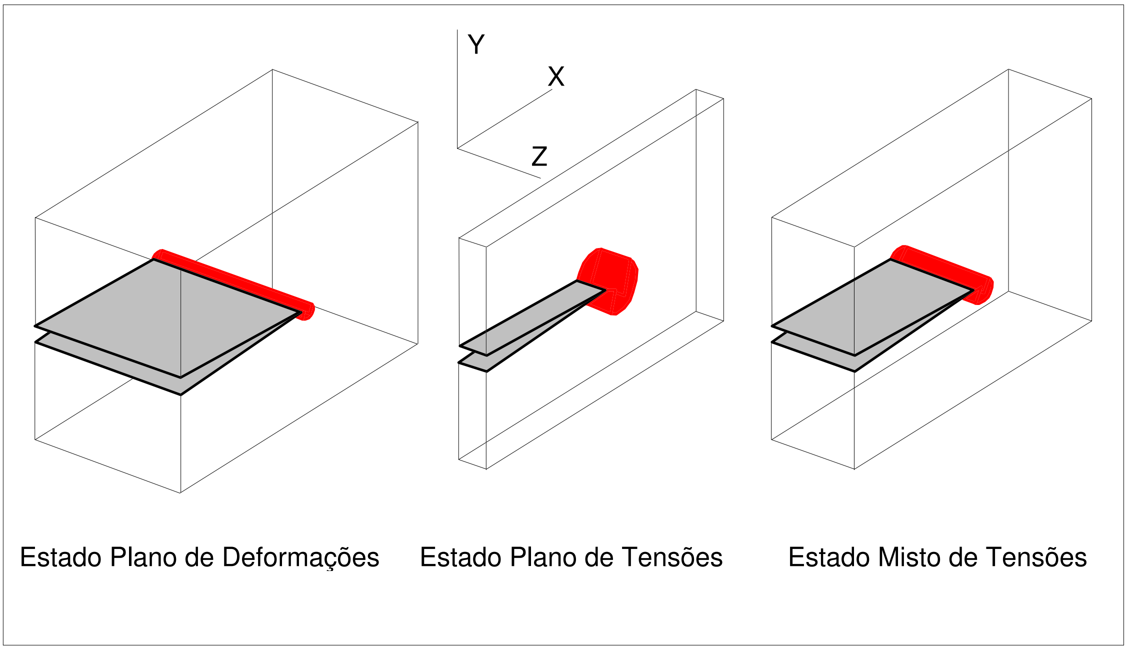


Figura 6.20 - Efeito da espessura sobre a zona plastificada na frente da trinca.

A redistribuição de tensões, na região próxima ao extremo da trinca, provocada pelo escoamento do material, faz com que tenhamos um deslocamento para a direita da curva de σ_y , como está mostrado na figura 6.21. Pode-se mostrar que este deslocamento é igual a r_p, para que a condição de equilíbrio seja satisfeita entre a distribuição de tensões com escoamento e o carregamento externo aplicado, ao menos para a geometria de Griffith. Assim a distribuição de tensões σ_y será assintótica a um eixo transladado de r_p, ou seja, é como a distribuição elástica de uma trinca com comprimento igual a $a + r_p$. A soma $(a + r_p)$ é denominada comprimento de trinca equivalente, segundo Irwin, ou seja,

$$a_{eq} = a + r_p \tag{6.32}$$

onde r_p é dado pela equação (6.28), ou (6.29), dependendo do estado de tensões. A idéia ao definir o comprimento da trinca equivalente é de permitir uma análise elástica em uma geometria com uma trinca levemente maior, que forneça a mesma distribuição de tensões que o caso real, com a trinca física, porém com escoamento. A figura 6.21 esquematiza o comentado. Com o deslocamento para a direita da curva de σ_y, o comprimento real da zona plastificada passa a ser de duas vezes o raio de plastificação, gerando assim uma região plastificada de forma aproximadamente circular, com raio igual a r_p, como mostra a figura 6.21.

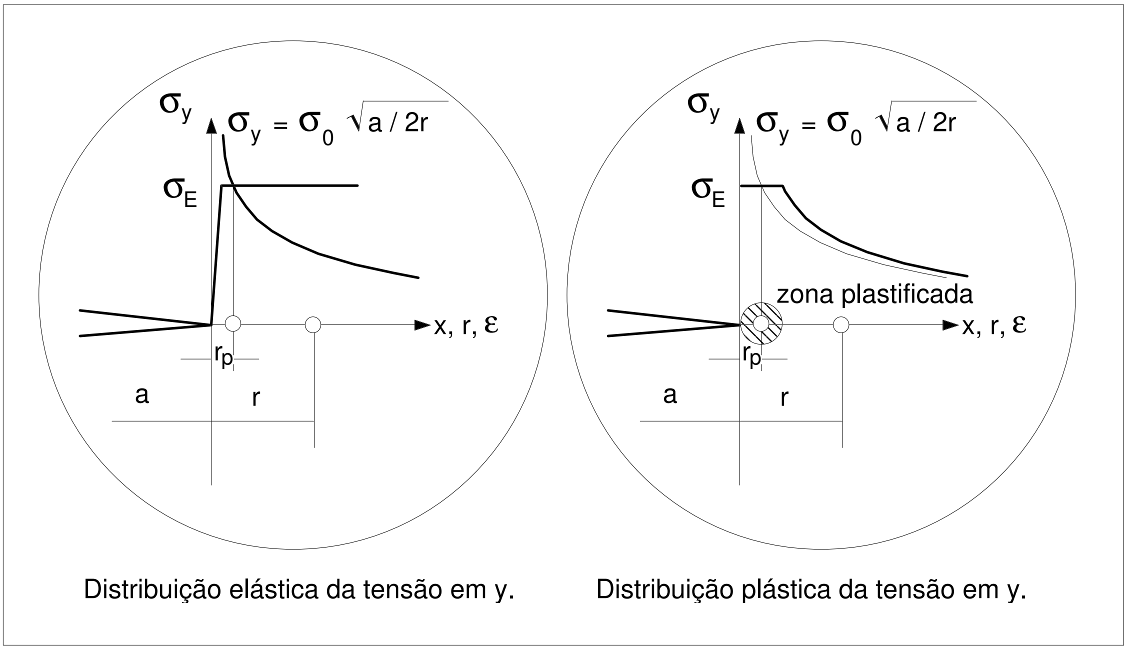


Figura 6.21 - Redistribuição de tensões devido ao escoamento.

Com a correção da zona plástica, definindo a trinca equivalente, é possível estender um pouco o campo de validade da MFEL (Mecânica da Fratura Elástica Linear), desde que r_p seja pequeno em relação ao tamanho da trinca, a, ou ao ligamento, b, que corresponde a parte não rompida, (b = W - a), indicados na figura 6.22. Assim, para que possamos usar a MFEL em condições com plastificação, é necessário que tenhamos um volume suficiente de material elástico à frente da trinca, ou seja, que r_p seja pequeno quando comparado com o ligamento. Uma orientação neste sentido pode ser de considerar um raio de plastificação de no máximo 5% da dimensão do ligamento, e assim a zona plastificada, de extensão $2r_p$, ocupa no máximo 10% do material à frente da trinca. Esta restrição se impõe pela necessidade de termos um volume suficiente de material elástico à frente da trinca, de modo a validar o cálculo elástico. Por outro, a restrição de que o raio não pode ser grande, quando comparado com o tamanho da trinca, está diretamente ligada às equações (6.22), das quais as expressões para o cálculo do raio de plastificação foram obtidas. Assim, se aquelas equações são válidas apenas para pontos próximos ao extremo da trinca, o mesmo se aplica para qualquer outra equação deduzida a partir daquelas. Estes aspectos são de fundamental importância na determinação experimental da tenacidade à fratura do material, de modo a controlar as condições em que os ensaios são realizados. Estes pontos serão discutidos na seção 6.7 que segue.

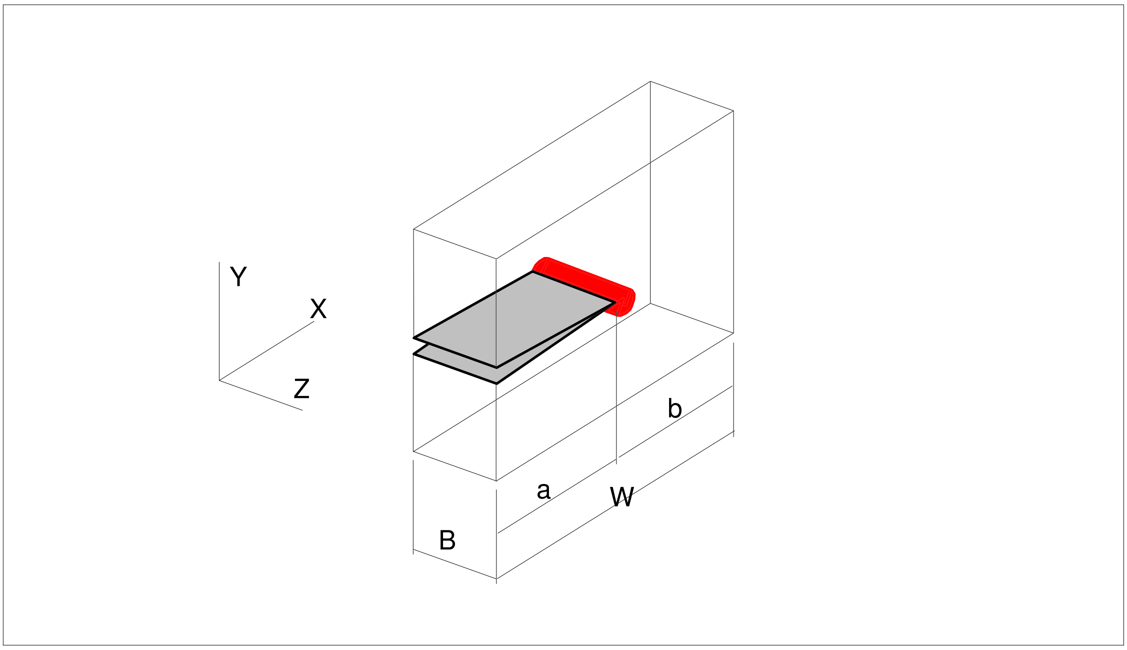


Figura 6.22 - Dimensões características da trinca e da placa.

Com o conceito de trinca equivalente é possível analisar um problema onde temos uma trinca, com comprimento físico a, em um material elastoplástico, usando as equações da MFEL, através do uso de um problema similar, onde agora a trinca tem um tamanho um pouco maior, igual a a_{eq}, mas em um material elástico. Sendo assim, o cálculo do fator de intensidade de tensões K_I, usando o conceito da trinca equivalente a_{eq}, fica:

$$K_I = Y(a_{eq}) \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{\pi \cdot a_{eq}} \tag{6.33}$$

Nesta equação o fator geométrico deve também ser obtido para o tamanho corrigido da trinca, e não para o seu tamanho físico.

EXEMPLO 6.10

Determinar r_p e K_I para a placa ilustrada na figura 6.24, onde temos os dados abaixo. Considerar um material com espessura igual a 2 mm e com uma tensão limite de escoamento de 300 MPa.

2a = 200 mm

2W = 400 mm

σ_0 = 100 MPa

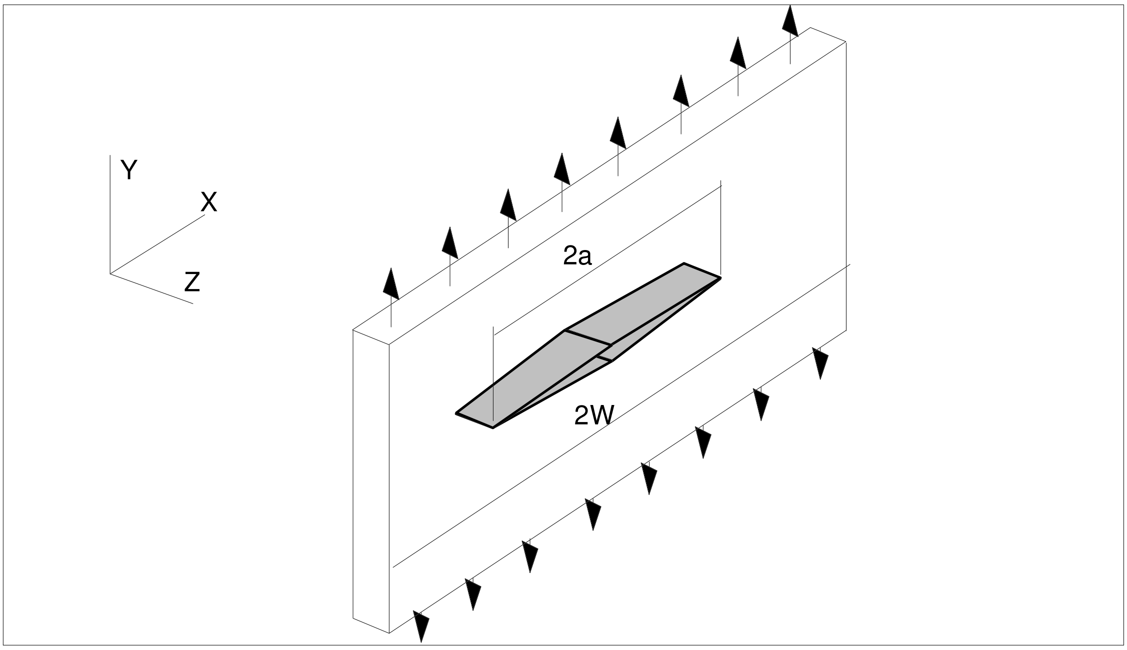


Figura 6.24 - Exemplo 6.10.

SOLUÇÃO:

Considerando o material como elastoplástico ideal podemos prever que a zona na ponta da trinca vai escoar, logo a determinação do K_I deve levar em conta este fato.

A verificação do estado de tensões é feita comparando a espessura com os valores limites, $B_{máx}$ e $B_{mín}$,

$B_{mín} = 2,5 (K_I / \sigma_E)$

$B_{máx} = 0,3 (K_I / \sigma_E)$

sendo que K_I é dado por:

$$K_I = Y(a_{eq}) \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{\pi \cdot a_{eq}}$$

Para a / W = 0,5 vem Y = 1,19, tabela 6.1, e logo,

$$K_I = (1,19) \cdot (100) \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,1}$$

$K_I = 66,7\ MPa\sqrt{m}$

Substituindo este valor nas equações acima, tem-se:

$B_{mín} = 123,6$ mm

$B_{máx} = 14,8$ mm

Uma vez que t = 2 mm, temos que t << $B_{máx}$, logo ocorre um estado plano de tensões no material. A partir deste dado, a equação para a determinação do raio de plastificação será dada por:

$$r_p = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{K_I}{\sigma_E}\right)^2$$

$r_p = 7,9$ mm

Com este resultado, o comprimento equivalente da trinca será

$a_{eq} = 100 + 7{,}9$

$a_{eq} = 107{,}9$ mm

A partir de a_{eq} calculamos o fator de intensidade de tensão, usando a trinca equivalente:

$a_{eq} / W = 0{,}54$

Interpolando os dados da tabela 6.1, Y = 1,234, e logo,

$K_I = 1{,}234 \cdot 100 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0{,}1079}$

$K_I = 71{,}54$ MPa$\sqrt{}$m

Recalculando r_p , temos

$r_p = 9{,}1$ mm

onde o processo de iteração é realizado até que haja convergência dos resultados.

6.6 - DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA TENACIDADE

A determinação experimental do valor crítico do fator de intensidade de tensão, K_{IC}, que leva à condição de instabilidade da trinca, que de acordo com a teoria de Griffith vale $(2 E \gamma)^2$, deve ser feita pelo ensaio de um corpo de prova no qual exista uma trinca. Assim, medindo a carga no instante da instabilidade podemos calcular K_{IC} para esta combinação de carga e de geometria, usando por exemplo (6.26), o que corresponde a uma estimativa do valor de K_{IC}. No entanto, a determinação experimental da tenacidade à fratura não é tão imediata assim, havendo uma série de requisitos e condições para realizar um ensaio válido. A especificação E-399 da ASTM, [1], detalha todo o procedimento do ensaio, bem como a análise dos resultados para ao final chegarmos ao valor de K_{IC}. De forma resumida, o ensaio consiste na aplicação de uma carga, com baixa velocidade de carregamento, registrando-se ao mesmo tempo a intensidade da carga e a abertura da trinca junto à superfície do corpo de prova. Esta carga é aplicada até a ruptura do material ou instabilidade da trinca. O corpo de prova, anteriormente ao ensaio, deve ter sofrido uma solicitação de fadiga para provocar uma trinca aguda no fundo do entalhe usinado. Para que o ensaio seja considerado válido, uma série de verificações sobre como transcorreu o ensaio devem ser feitas, conforme discutido no texto a seguir.

ETAPAS DE VERIFICAÇÃO DO ENSAIO DE K_{IC}.

- Pré-fissuramento por fadiga. A carga cíclica deve satisfazer a condição $K_{máx} < 0{,}6\ K_{IC}$ de forma a limitar o volume de material com deformação plástica e logo com tensões residuais compressivas no extremo da trinca. Estas tensões, se não forem eliminadas com a deformação plástica do ensaio de ruptura, levam a valores de tenacidade superiores ao real, para o material isento de tensões. O comprimento da parte rompida por fadiga deve ser ao menos 2,5% de W ou então 1,3 mm, o que for maior.

- Realização do ensaio: São úteis apenas os ensaios que resultarem num diagrama F x V quase linear, onde V é o deslocamento medido, na boca da trinca, ou próximo a ela, e F é a carga aplicada.

- É necessária ainda uma boa linearidade da frente do extremo da trinca, ou seja, um desvio máximo de 10% em relação à linha média da frente da trinca. Trincas muito curvas invalidam o ensaio, pois as expressões para o cálculo do fator de intensidade de tensão consideram uma trinca com frente retilínea. O mesmo se aplica no caso de ima trinca com a frente inclinada.

- Cálculo de K_Q, usando as expressões adequadas à geometria do corpo de prova usado, conforme geometrias padrão, detalhadas no Apêndice 4.

- Verificação de dimensões mínimas. As três dimensões básicas da seção que contêm a trinca devem satisfazer

$$(a\ ;\ B\ ;\ W - a) > 2{,}5\ (K_Q / \sigma_E)^2$$

- Se forem satisfeitas todas estas condições então K_Q, como calculado acima, é a tenacidade à fratura do material, ou seja, é K_{IC}.

No caso de $B < 2{,}5\ (K_{IC} / \sigma_E)$, não estamos em um estado plano de deformações e aqui o valor de K_Q calculado é denominado de K_C e não K_{IC}. Para esta situação, verifica-se que K_C é uma função da espessura B do corpo de prova, como ilustrado na figura 6.23. Esta dependência é função do estado de tensões à frente da trinca. Para espessuras de peça, maiores que $B_{mín}$, temos um estado plano de deformações que faz com que a ruptura seja plana, no plano que contém a trinca, desenvolvendo-se os modos de ruptura por clivagem, no caso de uma ruptura microscopicamente frágil ou por coalescimento de vazios, no caso de uma ruptura dútil. Este tipo de ruptura plana ocorre com pequeno deslocamento do corpo de prova, levando a um baixo consumo de energia quando da ruptura. Conforme a peça passe a ter uma espessura menor, saímos de um estado plano de deformações e nos aproximamos de um estado plano de tensões. Neste caso, com espessuras menores que a espessura limite para assegurar um EPT, chamada de $B_{máx}$, a fratura normalmente ocorre em um plano que forma um ângulo de 45°, com um grande trabalho de deformação plástica, por um mecanismo de cisalhamento, o que leva a um grande consumo de energia para levar o material à ruptura. Assim, para pequenas espessuras, a tenacidade à fratura é elevada, fazendo com que K_C, em um EPT, seja significativamente maior do que o valor de K_{IC}. Em situações onde a espessura está entre as duas condições limites, temos que a fratura é do tipo misto, sendo chanfrada na região próxima às superfícies livres, onde predomina um EPT, e plana na região central, onde a situação tende a um EPD. O tamanho da trinca deve ser também maior que $B_{mín}$, de forma a garantir que a região plastificada, onde ocorre o processo de fratura, esteja dentro do domínio do campo da singularidade, caracterizado por K_I, segundo (6.22). O ligamento deve também ser maior que $B_{mín}$, para assegurar um volume de material elástico a frente da trinca suficiente de modo a validar a análise com base em um comportamento elástico.

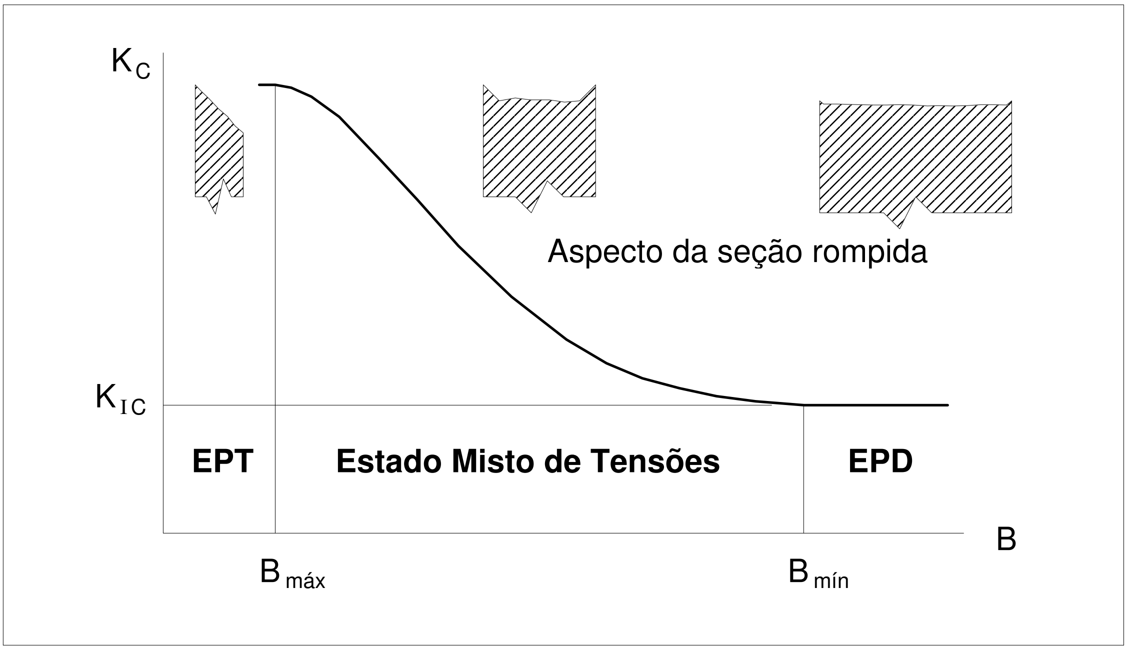


Figura 6.25 - Variação de K_C com a espessura do corpo de prova.

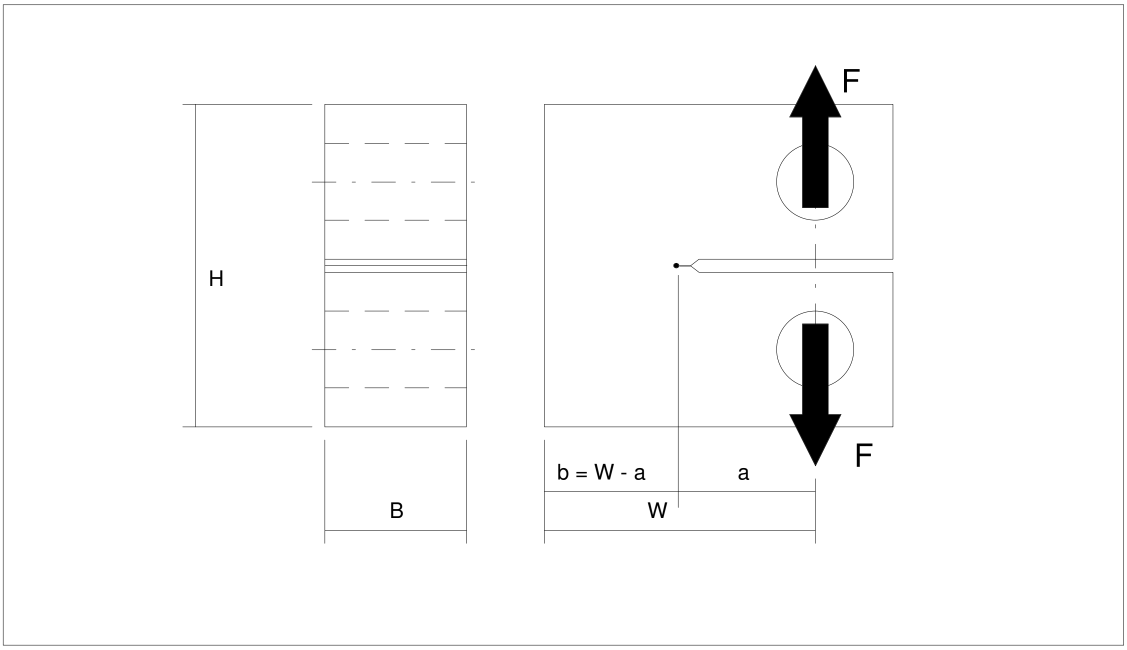


Figura 6.26 - Corpo de prova CT com o tamanho admissível da zona plástica.

EXEMPLO 6.11

Verifique se o ensaio com o corpo de prova do tipo CT como o ilustrado na figura 6.26 é válido, sabendo que σ_E = 750 MPa.

SOLUÇÃO:

As características do fator geométrico deste corpo de prova são dadas na geometria 18, Apêndice 4, sendo válidas para

H = 1,2 W

0,3 < a/W < 0,7

$$K_Q = \frac{F}{B\sqrt{W}}\,Y$$

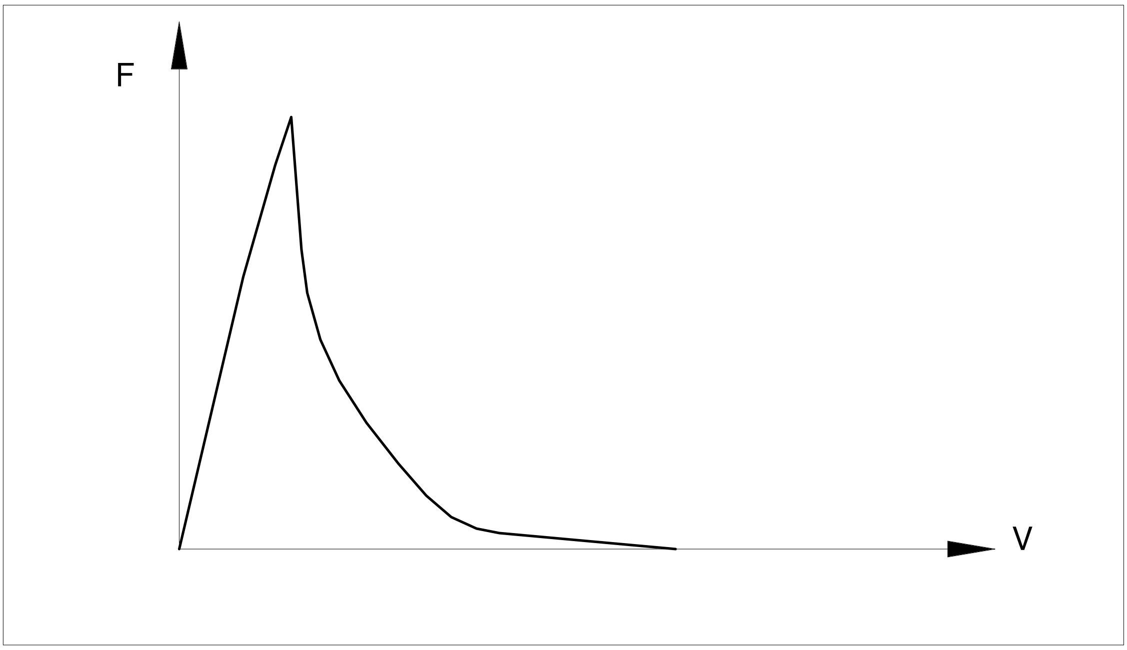


Figura 6.27 - Curva F x V obtida no exemplo 6.11.

Preferencialmente as dimensões são escolhidas tais que a / W ≈ 0,5, ou seja, a ≈ W - a. Para este tipo de corpo de prova, o fator geométrico é dado por:

a/W	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70
Y	5,85	6,50	7,32	8,34	9,60	11,26	13,54	16,78	21,54

As dimensões do corpo de prova são a = 26,3 mm, W = 50,0 mm e B = 25,0 mm.

Usando a tabela acima e interpolando resulta Y = 10,4.

Do diagrama F x V obtido temos a força máxima F = 38,3 kN. Então

$$K_Q = \frac{38,3}{0,025\sqrt{0,050}}\,10,4 = 71253 \text{ kNm} = 71,2 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$B_{mín} = 2,5\,(K_Q / \sigma_E)^2 = 0,0226\text{m} = 22,6 \text{ mm}$$

Logo as dimensões satisfazem o critério da ASTM, de serem maiores que $B_{mín}$ e assim, K_{IC} = 71,2 MPa√m.

Quando o material é muito tenaz, ou seja, possui um elevado K_{IC}, a restrição de espessura da ASTM pode levar a um corpo de prova muito grande, inviabilizando o ensaio. No caso de aços de baixo e médio carbono chegamos facilmente a um $B_{mín}$ de 500 mm ou mais. Assim, desenvolveram-se outras técnicas de medida da tenacidade, com base em estudos mais aprofundados do comportamento elastoplástico do material nas proximidades do extremo da trinca. Um destes desenvolvimentos é a denominada integral J, derivada a partir de conceitos de energia de deformação. No caso particular de um corpo de prova de flexão em três pontos, o valor da integral J é dado por

$$J = \frac{A}{2 \cdot B \cdot b} \qquad (6.36)$$

sendo A a área sob a curva carga-deslocamento, que representa o trabalho realizado, e B · b é a área não rompida à frente da trinca. Para o corpo de prova do tipo CT, a expressão é igual, à exceção do valor numérico no denominador, que varia entre 2,2896 e 2,1042, conforme a tabela a seguir.

a/W	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
f	2,2896	2,2650	2,2392	2,2126	2,1858	2,1586	2,1314	2,1042

Dentro da Mecânica da Fratura Elástica Linear, a integral J está relacionada com K_I na forma

$$J_I = \frac{K_{IC}^2}{E \cdot (1 - \nu^2)}$$

para um estado plano de deformações. Se existe um K_{IC}, verifica-se assim que existe um J_{IC} correspondente. O principal uso da integral J é na determinação de J_{IC}, a partir de corpos de prova de tamanho reduzido, pois pela ASTM E-813 a espessura mínima para o ensaio de J_{IC} ser válido é, [ ]

$$B_J = 25\, J_{IC} / \sigma_E \tag{6.37}$$

sendo recomendada a relação

$$K_I^2 = J\ E \tag{6.38}$$

Assim, para as restrições da ASTM, a relação entre as espessuras mínimas de um ensaio de K e J é

$$\frac{B_K}{B_J} = 0{,}1 \cdot \frac{E}{\sigma_E} \tag{6.39}$$

e com valores para um aço de σ_E = 500 MPa, B_K / B_J = 40, uma sensível redução de tamanho no corpo de prova requerido.

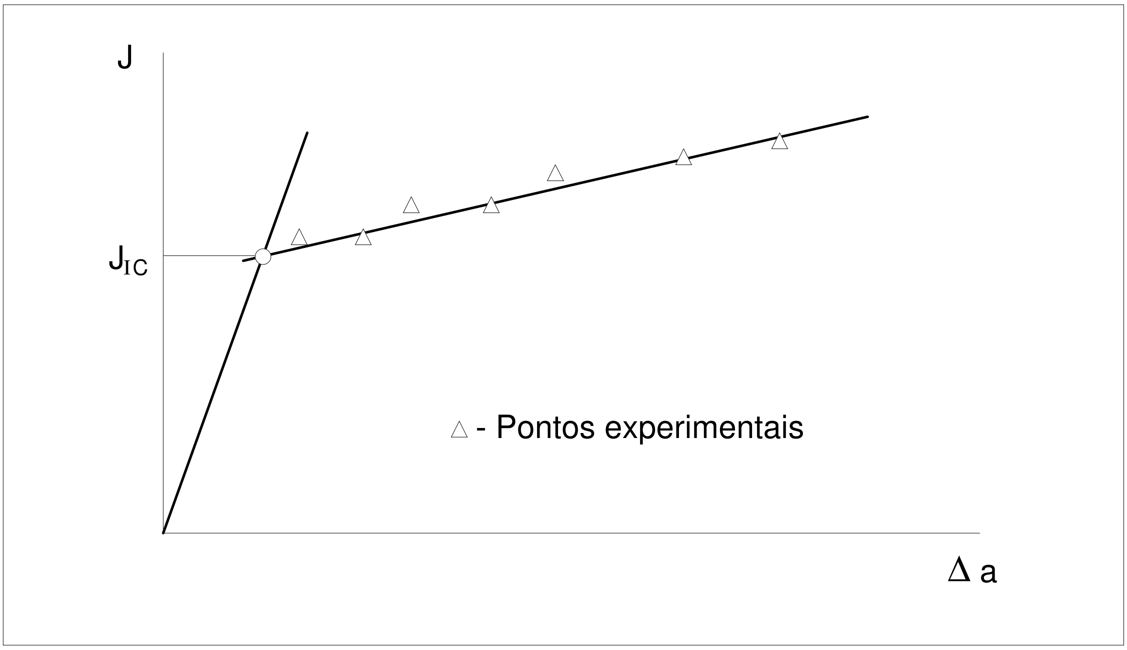


Figura 6.28 - Determinação experimental de J_{IC}, valor crítico da integral J.

O ensaio para medir J_{IC} deve ser feito com o uso de vários corpos de prova, onde cada corpo de prova ensaiado não precisa ser levado à ruptura, ou seja, a carga aplicada é suficiente apenas para uma pequena propagação estável da trinca. Assim, cada corpo de prova tem o valor de J, calculado pelo trabalho realizado pelo sistema de aplicação de carga, bem como um valor do crescimento da trinca, Δa. O conjunto de resultados é registrado em um gráfico e uma reta é ajustada ao pontos experimentais. A interseção desta reta com a reta da equação (6.40), que fornece o valor de J em função do crescimento da trinca dependendo apenas da deformação plástica à sua frente, sem que ocorra portanto ruptura do material, fornece agora o valor de J_{IC}, conforme mostra a figura 6.28.

$$J = 2\,\Delta a\,\sigma_E \qquad (6.40)$$

Além das especificações específicas para a determinação de K_{IC} e de J_{IC}, a ASTM desenvolveu outras especificações, como a E 1152, para o ensaio de J_{IC}, que faz uso de apenas um corpo de prova, a especificação E 1290, de 1989, para o ensaio de COD, e finalmente a E 1820, que é uma especificação para a determinação simultânea de K_{IC}, J_{IC} e COD, de forma unificada.

Uma maneira muito útil de estimar a curva K_{IC} versus temperatura, sem recorrer a ensaios de custo elevado, é a partir da curva de energia absorvida no ensaio Charpy, juntamente com os dados do ensaio de tração, para diversos níveis de temperatura. Os passos abaixo ilustram o método.

1 - Na maior temperatura com 100% de ruptura frágil, adotar

$$K_{IC} = 0{,}45\,\sigma_E \qquad \text{unidades ksi} \cdot \sqrt{\text{in}}\ ;\ \text{ksi}$$

2 - Na menor temperatura 100% dútil, usar a correlação K_{IC} - CVN no patamar superior de tenacidade, pondo

$$\left[\frac{K_{IC}}{\sigma_E}\right]^2 = 5 \cdot \left[\frac{CVN}{\sigma_E} - 0{,}05\right] \qquad \text{com unidades ksi} \cdot \sqrt{\text{in}},\ \text{ksi, lb-ft}$$

3 - Na temperatura de transição da aparência da fratura (FATT) considerar K_{IC} como a média aritmética entre os dois valores acima.

4 - Na temperatura de -320° F adotar $K_{IC} = 25$ ksi $\sqrt{\text{in}}$.

5 - Unir os pontos obtidos por segmentos de retas e manter K_{IC} constante no patamar superior.

A figura 6.29 relaciona a previsão acima com dados experimentais, no caso para um aço Ni - Cr - Mo - V, típico para a construção de grandes rotores de turbinas.

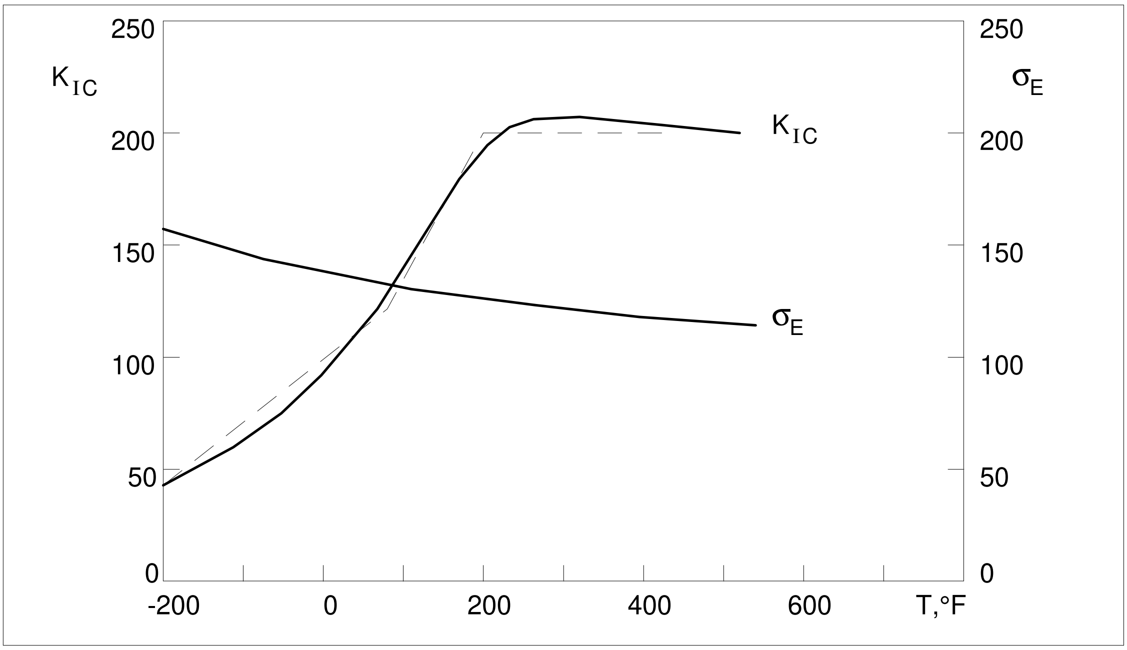


Figura 6.29 - Estimativa de K_{IC} pelo ensaio Charpy.