CAPÍTULO 10

RESISTÊNCIA À FADIGA DAS PEÇAS

A resistência à fadiga do material é o inicio do processo de análise, podendo ser obtida através de ensaios, ou então estimada por alguns dos procedimentos descritos no Capítulo 9. A aplicação destes dados para o projeto do produto não é, no entanto, imediata, já que a peça não é o corpo de prova e as diferenças entre ambos deverão ser consideradas. Este Capítulo discute os vários aspectos que devem ser considerados neste caso e a forma de aplicar cada um deles na análise de fadiga da peça e na avaliação de sua vida. Estes procedimentos são desenvolvidos para tratar do problema da nucleação das trincas de fadiga, de acordo com os modelos tradicionais representados pelas curvas σ - N e ε - N.

10.1 - INTRODUÇÃO.

No Capítulo anterior o comportamento quanto à resistência à fadiga de um material foi analisado para cargas cíclicas alternantes, ou seja, de média zero, e com amplitude constante, através do diagrama σ - N ou então do diagrama ε - N. Para um componente mecânico não nos é possível aplicar diretamente estes resultados, pois os mesmos são válidos apenas para os corpos de prova, porque existem vários aspectos que alteram a resistência à fadiga do componente, em relação aos resultados obtidos no ensaio com os corpos de prova. As diferenças dizem respeito quanto ao tipo de solicitação e a distribuição de tensões dentro do material, bem como a fatores que afetam a resistência do material propiamente dito. As principais diferenças entre um corpo de prova de fadiga e uma peça real podem ser resumidamente listadas como:

1 - ACABAMENTO SUPERFICIAL.

O corpo de prova tem a sua superfície retificada ou muitas vezes polida, enquanto que o componente mecânico é apenas usinado ou mesmo é usado no estado bruto de fabricação, como de laminação, de forjamento, de solda ou de fundição. Estas diferenças são importantes, principalmente para vidas elevadas, acima da vida de transição do material. Um acabamento superficial de pior qualidade em geral degrada a resistência à fadiga da peça, diminuindo em muito a sua vida útil. Esta redução de vida pode ser de 10^3 vezes ou mais.

2 - TAMANHO.

O corpo de prova é em geral de pequeno diâmetro, com um pequeno volume de material solicitado pelas tensões máximas, o que reduz as heterogeneidades que podem existir no volume. Nas peças de grandes dimensões as regiões centrais são mais sujeitas a segregações, inclusões e outros defeitos metalúrgicos, o que compromete a resistência da peça. Existe também o efeito aparente do tamanho, quando comparamos carga de tração com carga de flexão, pela existência de deformações plásticas não levadas em conta no cálculo, em geral elástico, das tensões nominais de flexão.

3 - CONFIABILIDADE.

É plenamente conhecido que o processo de falha por fadiga apresenta uma considerável dispersão de resultados. Assim, quando o nosso projeto deve usar os dados da resistência de fadiga com um nível de segurança que considere a dispersão existente, a tensão de esistência à fadiga deve ser corrigida por este efeito. Isto faz com que a tensão limite de fadiga fique abaixo do correspondente valor médio, quando é necessária uma confiabilidade superior a 50%.

4 - TEMPERATURA.

Quando o componente que está sendo projetado deve trabalhar a uma temperatura distinta da temperatura em que os ensaios de fadiga foram realizados é necessária uma correção na resistência à fadiga do material para adequá-la à temperatura de trabalho. Em geral ocorre uma pequena queda da resistência à fadiga para temperaturas até 200 a 250 °C. Acima deste valor de temperatura a queda é mais acentuada.

5 - GEOMETRIA.

Os corpos de prova possuem seção uniforme, com uma transição suave para os extremos onde são fixadas as garras, enquanto que nos componentes mecânicos sempre existirão variações bruscas da geometria que acarretarão concentrações de tensão. Estes pontos de concentração de tensão tem uma importância bastante grande, pois é a partir deles que a falha inícia. Uma grande parcela deste Capítulo é dedicada à discussão do problema de concentração de tensão.

6 - CARGA.

Na grande maioria dos casos os ensaios de corpos de prova de fadiga a solicitação é simples, ou seja, de apenas um tipo, de flexão, tração ou torção. Para os componentes mecânicos reais normalmente existe uma superposição de vários tipos de solicitações, tornando necessária uma análise do efeito combinado. O modo de tratamento apresentado neste Capítulo considera apenas o caso de carregamentos em fase, em que a direção das tensões principais não muda. Para o caso de carregamento fora de fase o problema ainda hoje não apresenta unanimidade quanto a forma de tratamento.

7 - OUTROS EFEITOS.

Outras variáveis tais como tensões residuais, tratamentos superficiais, ambiente agressivo etc., também influenciam na vida do componente mecânico em relação à vida dos corpos de prova. Isto faz com que devamos levar em consideração estes efeitos quando do projeto de produtos que irão trabalhar naquelas condições.

Pelo efeito cumulativo destes aspectos é necessário distinguir entre a resistência à fadiga do material, medida através de ensaios, realizados com corpos de prova, e a resistência à fadiga da peça propriamente dita, que é a resistência que esta apresentará quando em serviço. Como foi comentado, a resistência à fadiga do material, caracterizada pelos diagramas σ - N ou ε - N, é afetada pelo conjunto de efeitos citados. Sendo assim, a forma de atacar o problema depende do tipo de diagrama usado, ou em outras palavras, depende da variável usada para definir o nível de solicitação no material, seja a tensão ou a deformação atuante, consiste em estudar separadamente os efeitos sobre cada um dos dois tipos de diagramas comentados no Capítulo anterior.

10.2 - EFEITOS SOBRE O DIAGRAMA σ - N.

As discrepâncias das vidas entre o corpo de prova e o componente mecânico serão consideradas pelo uso de vários fatores empíricos obtidos experimentalmente, pois não é possível, ao menos até o momento, prever, através de um modelo matemático, o comportamento real de componentes sujeitos à ação da fadiga. Assim, estes fatores são usados de modo a permitir a estimativa da vida do componente. A tensão limite de fadiga do material é σ_F , porém no componente, pelos diversos aspectos comentados, a tensão limite de fadiga será menor e denominada de σ_F', podendo ser estimada por:

$$\sigma_F' = k_1\, k_2\, k_3\, k_4 \;......\; k_i\, \sigma_F \qquad (10.1)$$

sendo k_i o fator de correção para o iésimo efeito. A curva σ - N da peça fica assim caracterizada pela tensão σ_F' em 10^6 ciclos. Para vidas menores verifica-se que os efeitos diminuem de magnitude e assim considera-se o mesmo valor de σ_N , em 10^3 ciclos, para definir a curva da peça, conforme mostra a figura 10.1. A seguir são apresentados os diversos fatores de correção e a forma de sua determinação, bem como a forma de sua aplicação.

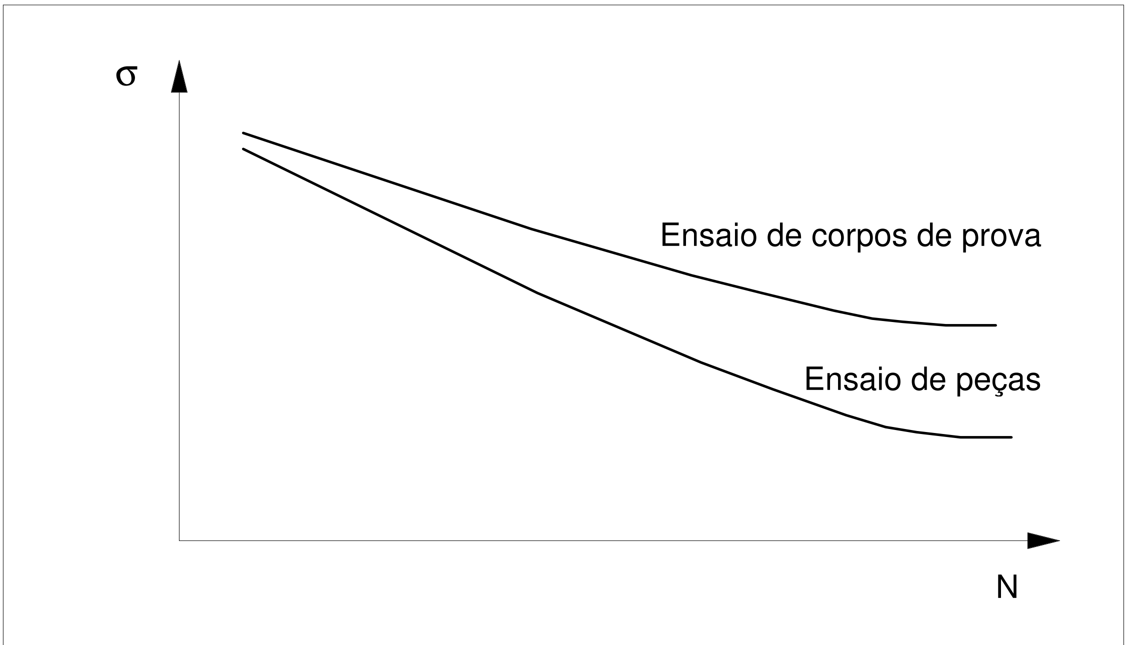

Figura 10.1 - Curva de resistência à fadiga para a peça e material.

INFLUÊNCIA DO ACABAMENTO SUPERFICIAL.

Na maioria das peças o dano devido à fadiga começa na superfície do material e, por isso, o estado desta superfície exerce uma grande influência sobre o limite de resistência à fadiga ou sobre o período útil de trabalho da peça, quando sujeita à fadiga. Nos cálculos de resistência à fadigade uma peça, as particularidades referentes ao acabamento da superfície são consideradas pela definição do coeficiente de qualidade do acabamento da superfície, k_1 , denominado de fator de acabamento superficial.

$$k_1 = \sigma_F' / \sigma_F \qquad (10.2)$$

onde

σ_F' - tensão limite de fadiga do corpo de prova com acabamento real;

σ_F - tensão limite de fadiga do corpo de prova polido.

Na figura 10.2 estão dados os valores aproximados do coeficiente de qualidade da superfície de diversos aços em função da tensão limite de resistência e do tipo de acabamento superficial. Estes valores apresentados foram obtidos como uma tendência dos dados disponíveis na literatura, os quais não são necessariamente coincidentes.

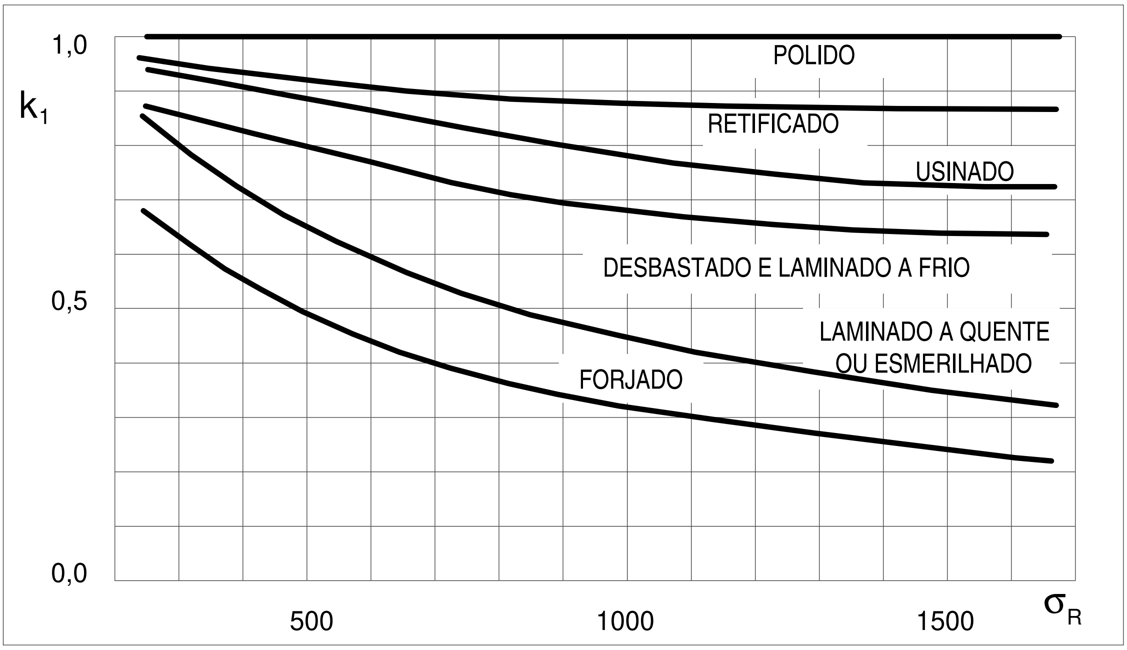

Figura 10.2 - Fator de acabamento superficial k_1 , para aços.

O bom acabamento de amostras de ligas de alumínio dá valores de k_1 = 0,8 a 0,9. No caso de acabamentos cuidadosos de amostras de ligas magnésio, recomenda-se usar k_1 = 0,7 a 0,8. O limite de resistência das amostras de ligas de titânio com acabamento simples, é inferior em 33% o limite de resistência das amostras retificadas, para o ensaio realizado em condições normais de temperatura. A corrosão do metal exerce, por sua vez, uma grande influência sobre a tensão limite de fadiga.

Os fatos comentados acima sempre reduzem a vida do elemento, porém existem alguns tratamentos superficiais que aumentam a resistência à fadiga, os quais serão comentados a seguir. Na indústria são utilizados vários métodos de endurecimento superficial de peças que trabalham nas condições de carregamentos cíclicos como molas e semieixos de automóveis, dentes de engrenagens, etc. Estes tratamentos superficiais não visam a alteração geral das características de resistência do material, mas tratam-se de processos que visam o aumento da resistência à fadiga, a qual se acrescenta a exigência de aumentar a resistência ao desgaste. Entre estes métodos, aplicados em diversas combinações, convém assinalar os métodos termoquímicos, como a nitretação, têmpera com cementação, têmpera superfícial com correntes de alta frequência e ainda o endurecimento a frio da camada superficial por jateamento de granalha, ou por trabalho com rolos. Estes tratamentos superficiais tem duplo efeito, em primeiro lugar elevam a resistência da camada superficial, sendo mantidas inalteradas as propriedades das camadas inferiores, e, em segundo lugar, na camada superficial são criadas tensões residuais de compressão que impedem, ou retardam, a formação de trincas. A Tabela 10.1 fornece dados aproximados de k_1 que caracterizam a ordem de grandeza do efeito de aumento da resistência à fadiga, devido ao endurecimento superficial, para aços carbono e ligados.

Resumindo, podemos dizer que o efeito do acabamento superficial, conforme ilustrado pela figura 10.2, engloba diferentes mecanismos, que levam a uma alteração da resistência à fadiga do material. Em peças usinadas o acabamento superficial representa um maior ou menor efeito de concentração de tensão, devido às irregularidades provenientes do processo de usinagem. Em peças polidas, as camadas superficiais sofrem trabalho a frio, ou seja, ficam encruadas e com um estado de tensões residuais de compressão. Esta tensão residual faz com que o efeito geométrico do acabamento superficial (concentração de tensão) fique parcialmente mascarado. Em componentes laminados a quente ou forjados o efeito de superfície considera o aspecto geométrico do acabamento, como também a redução de resistência mecânica à fadiga pela descarbonetação superficial nestas peças. Quando o meio ambiente é agressivo, para o material que forma o componente, o aspecto de ataque químico também está embutido no fator de acabamento superficial. Apenas na primeira situação, para peças usinadas, é que o fator de acabamento superficial contém alguma interação com o efeito de concentração de tensão, não ocorrendo qualquer interação nas outras situações. É conveniente reforçar que para a fadiga de alto ciclo a influência do acabamento superficial é grande, em especial para materiais de alta resistência, enquanto que na fadiga a baixos ciclos ela é desprezável.

INFLUÊNCIA DO TAMANHO.

Se fabricarmos, do mesmo material, vários grupos de corpos de prova de diâmetros diferentes, chega-se, através do ensaio de fadiga, à conclusão que a tensão limite de fadiga diminui com o aumento do diâmetro. Esta dependência tem um caráter assintótico, o que leva a crer que quando os corpos de prova se tornarem suficientemente grandes, a tensão limite de resistência à fadiga deixa de diminuir com o aumento do diâmetro. A redução da tensão limite de resistência à fadiga correspondente ao aumento das dimensões da peça é denominada de efeito de tamanho e é considerada na equação (10.1) pelo fator de tamanho, k_2. Este efeito deve ser interpretado como uma consequência evidente de que a tensão máxima numa peça, ou corpo de prova, não caracteriza totalmente o processo de destruição por fadiga, e que o limite de resistência à fadiga não é uma função apenas das propriedades do material. A melhor maneira de quantificar este efeito é a de acumular, sistematizar e analisar os dados experimentais, pois ainda não existe um modelo teórico que forneça resultados confiáveis. Uma orientação quanto ao valor de k_2 a usar em um projeto de fadiga para vida infinita é dado na figura 10.3, para solicitações de flexão e de torção. Os dados mostrados indicam que para carga de tração este efeito de tamanho não é relevante, fornecendo k_2 = 1,0.

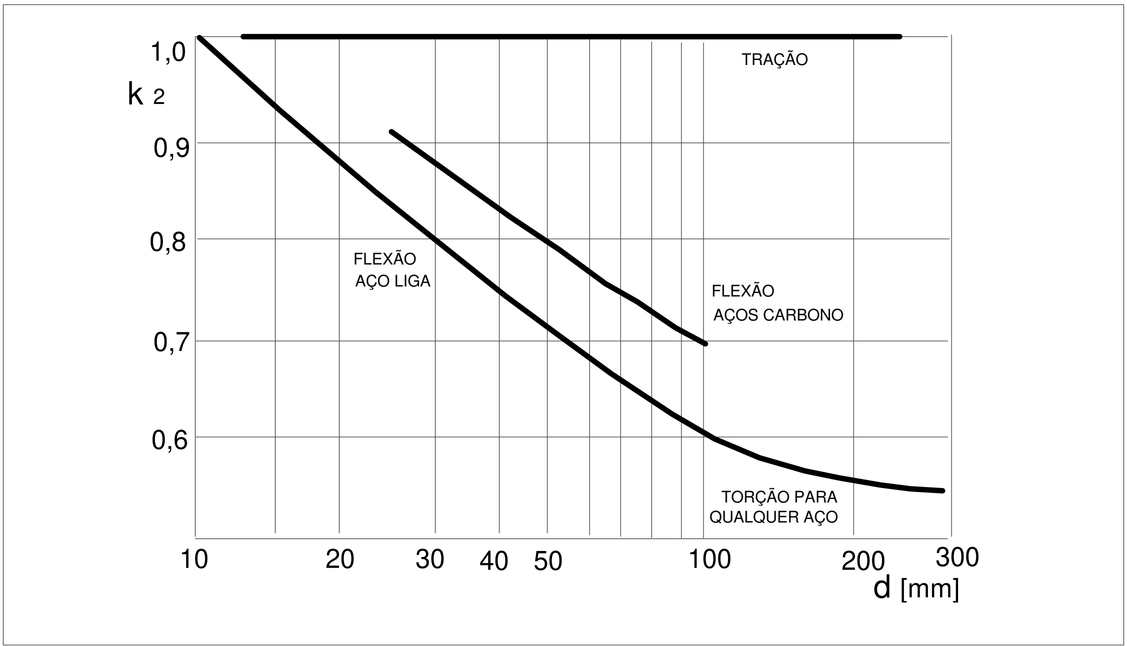

Figura 10.3 - Fator de tamanho k_2 a usar na determinação de σ_F'.

O efeito de tamanho geralmente pode ser explicado de duas maneiras, que são complementares. A primeira é o chamado efeito estatístico. Este considera que com maiores dimensões existe um maior volume de material e a probabilidade da existência de pontos mais fracos, com menor resistência, ou com maiores defeitos, passa a ser maior. Este efeito estatístico é mais significativo em certos materiais do que em outros. A segunda maneira de explicar o efeito de tamanho é que as peças, ou corpos de prova, quando submetidos a carregamentos de flexão, ou de torção, tem uma distribuição de tensões tal que para ser calculada a tensão máxima é necessário conhecer a curva tensão-deformação do material. Esta é geralmente considerada na sua fase elástica. Assim, as tensões são calculadas pelas fórmulas tradicionais de flexão ou de torção elástica. Ocorre que se o problema é de fadiga, o material sempre tem deformações plásticas, mesmo que sejam em uma pequena região localizada. Assim, considerar um cálculo elástico apresenta erros e estes erros são maiores com peças de pequenas dimensões, ou seja, a tensão máxima que realmente atua é proporcionalmente menor em peças pequenas do que em peças grandes. Desta forma a **aparente** resistência à fadiga em peças pequenas é maior do que em peças grandes. Este efeito de tamanho é portanto aparente, pois se as tensões forem calculadas com o comportamento elastoplástico do material ele deixa de existir. Assim, este efeito aparente de tamanho surge apenas pelo fato das tensões serem calculadas elasticamente, o que leva a erros na determinação da tensão máxima. Quando são usadas as curvas ε - N, para caracterizar a resistência à fadiga do material, as deformações plásticas estão explícitas, o que faz com que o efeito de tamanho não se aplica neste tipo de curvas, apenas nas curvas σ - N.

Para carga axial, o fator de tamanho tem um efeito bastante reduzido, pois atua apenas o efeito estatístico, sendo inclusive desconsiderado por varios autores. Uma estimativa mais conservadora para o fator de tamanho para carga axial pode ser dada por:

$$k_{2\ \text{tração}} = 1 - 0{,}5\,(1 - k_{2\ \text{flexão}}) \qquad (10.3)$$

Para flexão, o fator k_2 pode ser obtido da figura 10.3, quando usada uma análise elástica. Se for feita uma análise elastoplástica, com o uso do diagrama tensão- deformação cíclico, devemos usar o valor $k_2 = 1$. Os esquemas da figura 10.4 dão a idéia da dimensão característica para o uso da figura 10.3.

INFLUÊNCIA DA CONFIABILIDADE.

O projeto de peças e componentes mecânicos, ou estruturais, quanto à falha por fadiga do material deve ser feita, para uma dada vida, com um nível de segurança adequado, nível este que, para o caso da fadiga, deve considerar a dispersão de resultados inerentes ao processo de falha. Deste modo, o nível de segurança é interpretado com base na Teoria da Probabilidade, definindo assim a confiabilidade para um certo nível de tensão como a probabilidade de que a peça não falhe por fadiga, na vida considerada. Os dados de dispersão dos resultados de ensaios de fadiga indicam que o desvio padrão da tensão limite de fadiga do material fica na faixa de 6% a 8% do correspondente valor médio, [ ].

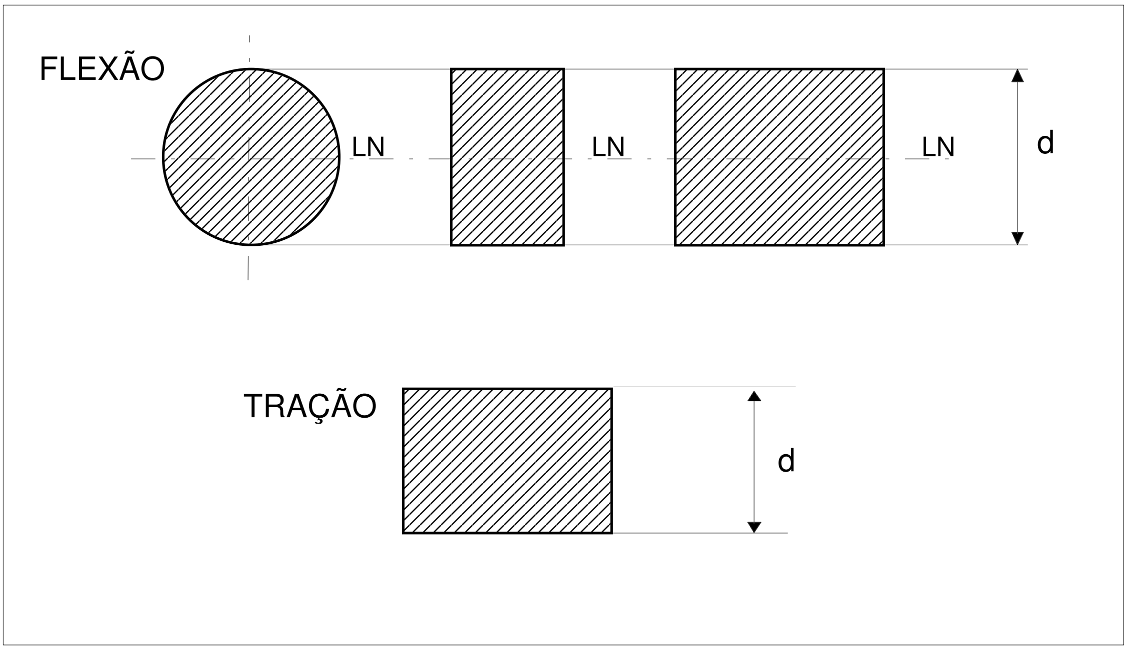

Figura 10.4 - Dimensão característica para uso na determinação de k_2.

Considerando que temos uma distribuição normal para a tensão limite de fadiga, o fator k_3 , de confiabilidade, será calculado por

$$k_3 = 1 - 0{,}08\ z \qquad (10.4)$$

sendo z a abcissa padronizada da distribuição normal, que indica quantos desvios padrão abaixo da média vamos ficar para definir a tensão limite de fadiga a ser considerada no projeto. Esta equação considera um desvio padrão de 8% da média da resistência. A Tabela 10.2 abaixo indica os valores de z para alguns níveis de confiabilidade.

Para confiabilidades superiores a 0,99, o uso da hipótese de uma distribuição normal pode ser perigosa, no sentido de que a forma da cauda da distribuição estatística da tensão limite de fadiga passa a ser fundamental. Assim, os valores de z para altas confiabilidades devem ser encarados apenas como orientativos, pois a distribuição exata deve ser conhecida, caso necessitemos de confiabilidades superiores, o que pode não ser fácil, pois um grande número de ensaios deverá ser realizado para definir a cauda da distribuição.

Tabela 10.2. Valores de z para o cálculo do fator de confiabilidade.

Confiabilidade	**Valor de z**
0,50	0,00

0,90	1,29
0,95	1,65
0,99	2,33

EFEITO DA TEMPERATURA.

Quando o material deve trabalhar a temperaturas distintas do ambiente, as propriedades mecânicas alteram-se e portanto a resistência à fadiga também é influenciada. Este efeito da temperatura deve ser obtido a partir de dados experimentais, seja através de um levantamento em laboratório ou por busca na literatura especializada. Quando tal não for possível, uma estimativa do efeito, para altas temperaturas, pode ser feita pelo uso da equação (10.5) abaixo [3], para uso em temperatura na faixa de 450 °C a 550 °C, no caso de aços. Acima de 550 °C a falha por fluência do material passa a ser importante e pode interagir com o mecanismo de fadiga, exigindo uma análise mais elaborada.

$$k_4 = 1 - 0{,}0058\ (T - 450) \qquad (10.5)$$

INFLUÊNCIA DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO.

A forma como um entalhe em um componente altera a vida à fadiga pode ser vista pelas curvas da figura 10.5, onde temos diversas curvas σ - N, cada uma para um valor do fator de concentração de tensão para a geometria do corpo de prova. A geometria dos corpos de prova usados era uma barra, de alumínio, com entalhe, carregada axialmente e, como esperado, tiveram a sua vida reduzida com o aumento de K_t , para uma dada amplitude de tensão nominal σ_0 , já que a tensão no ponto crítico tende a aumentar com o aumento da concentração de tensão. A partir de um gráfico típico como este nota-se que, para uma dada vida, a relação entre as tensões alternantes para diferentes valores de K_t não é constante, mas varia ao longo da vida. Isto sugere um fator, denominado de fator de concentração de tensão em fadiga, K_N, como indicado na equação (10.6), em que a resistência à fadiga é a tensão, nominal alternante, que leva à falha o corpo de prova, com entalhe e sem entalhe, em que o fator K_N está sendo calculado.

$$K_N = \frac{\text{Resistência à fadiga sem entalhe para N ciclos}}{\text{Resistência à fadiga com entalhe para N ciclos}} \qquad (10.6)$$

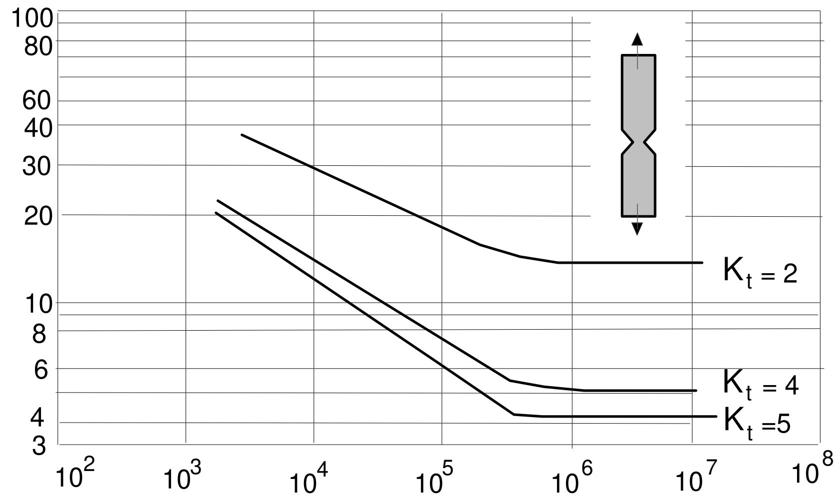

Figura 10.5 - Efeito de concentração de tensão na fadiga, para a liga 7074-T6.

A variação de K_N com a vida é devida principalmente à plastificação no fundo do entalhe, o que não permite que as tensões atinjam o limite máximo definido por K_t. O uso de K_t para a fadiga então tenderá a ser conservativo, principalmente para materiais dúteis e com pequenos entalhes, pois a tendência será de $K_N << K_t$. Na figura 10.5 nota-se ainda que para altos valores de K_t a redução na tensão é menos acentuada que para pequenos K_t . O uso de K_t para valores elevados é demasiado conservativo em relação a K_N. A análise do efeito de concentração na fadiga é assim feita em duas etapas distintas, a análise do efeito para vidas infinitas, trabalhando com a tensão limite de fadiga, σ_F, e a análise para vidas finitas, usando ou as curvas σ - N ou ε - N. Para vida infinita, K_N torna-se K_f, chamado de fator de concentração de tensão para fadiga, ou de fator de redução da resistência à fadiga, que deve ser obtido experimentalmente pela equação (10.6), trabalhando agora com a tensão limite de fadiga, para as duas condições, de peças sem e com entalhe. O valor de K_f pode também ser estimado através do uso do conceito do fator de sensibilidade ao entalhe para fadiga, q, definido como

$$q = (K_f - 1) / (K_t - 1) \qquad (10.7)$$

similarmente ao utilizado no Capítulo 4, para o caso de uma solicitação estática.

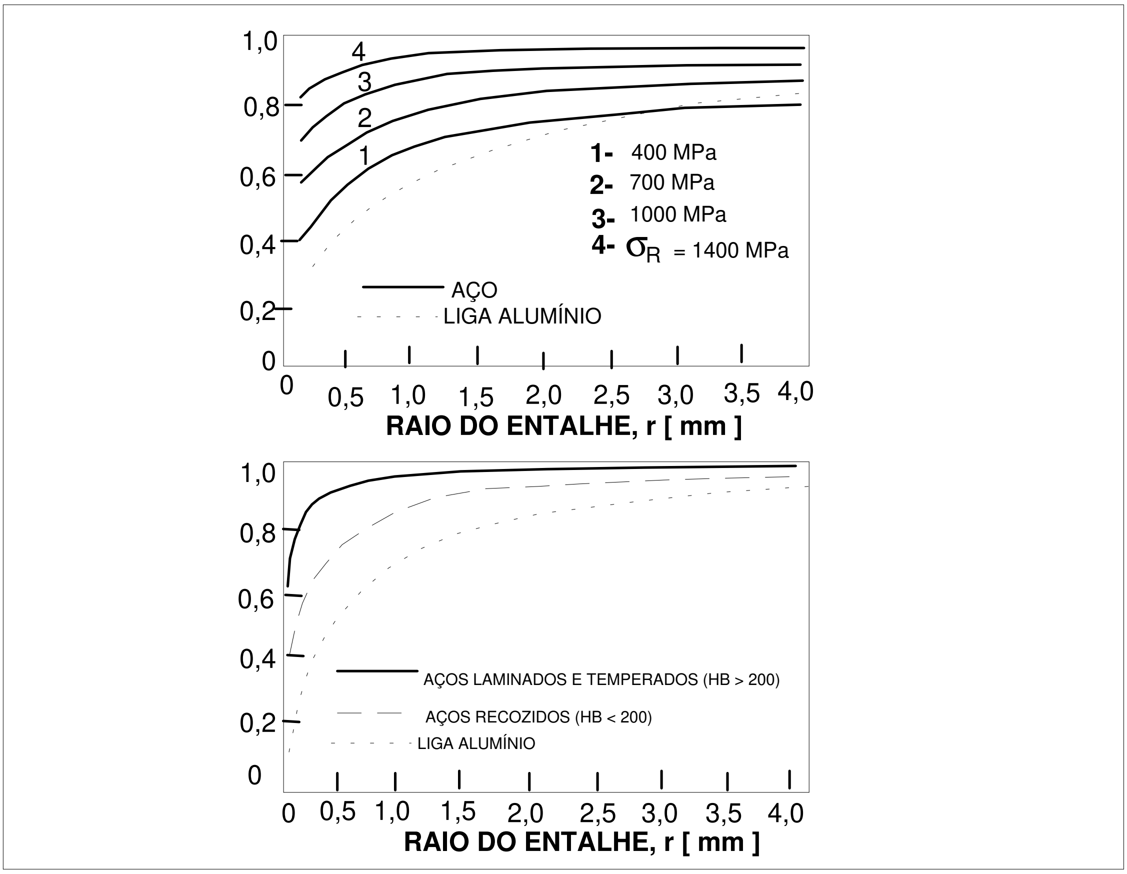

Figura 10.6 - Fator de sensibilidade ao entalhe para solicitação de fadiga.

Então K_f pode ser obtido como

$$K_f = 1 + q\,(K_t - 1) \tag{10.8}$$

O fator de sensibilidade ao entalhe, q, para tração, flexão e torção é obtido da figura 10.6 em função da tensão limite de resistência, σ_R ou da dureza HBN, e do raio no fundo do entalhe, r.

Devemos observar que K_f foi definido como um fator de redução de resistência à fadiga, sugerindo que seja usado como os fatores k_1 e k_2, para reduzir a curva σ - N de resistência à fadiga do corpo de prova para a peça com entalhe. Porém, o correto, devido à possibilidade do desenvolvimento de tensões residuais e de carregamentos combinados, é usar K_f como um fator de aumento das tensões ou deformações aplicadas na peça. O problema com os casos de carregamentos combinados, como tração e flexão, é fácil de compreender, pois qual o valor de K_t a usar para o cálculo de K_f na redução da resistência? Vamos usar K_t para tração ou para flexão? Considerando K_f como um fator que aumenta a solicitação, este problema desaparece pois cada tensão nominal é mutiplicada por K_t, ou K_f , adequado a ela. Usando este conceito podemos também analisar a resistência à fadiga da peça pela resistência no ponto crítico, onde vamos determinar o nível de solicitação considerando o efeito de concentração de tensão, comparando a solicitação com a resistência à fadiga que o ponto crítico apresenta, levando em conta o efeito do acabamento superficial neste ponto. O uso do fator K_f, obtido via equação (10.8), adequado então à vida infinita, fornece resultados cada vez mais conservativos quanto menor a vida, pois a tendência de K_N é diminuir, em relação à K_f, com o decréscimo da vida. Uma análise específica para esta situação deverá ser ainda desenvolvida.

Da discussão acima podemos então resumir o enfoque que será adotado ao longo de todo este trabalho como sendo o de analisar o que está ocorrendo no ponto mais solicitado da peça, ou seja, no seu ponto crítico. Neste ponto devemos verificar qual é a solicitação que está efetivamente ocorrendo, considerando o carregamento atuante, os efeitos de concentração de tensão, bem como ainda as eventuais tensões residuais que podem estar presentes. A solicitação neste ponto crítico deve então ser comparada com o nível de resistência que o material apresenta, considerando agora os efeitos locais para a correção da curva de resistência à fadiga, como o de acabamento superficial, o de confiabilidade e outros fatores quando necessário. Esquematicamente podemos então dizer que o problema se resume a verificar o nível de solicitação e a resistência à fadiga do ponto, como ilustrado na figura 10.7.

Este enfoque contrasta com o procedimento muitas vezes encontrado na bibliografia sobre o projeto para evitar falhas por fadiga, onde a referência é a tensão nominal que atua na seção crítica, tanto para caracterizar a solicitação como para definir a resistência. Este enfoque da tensão nominal é mais simples de usar, embora apresente alguns problemas conceitualmente. Em primeiro lugar, sendo a tensão nominal usada para definir a solicitação que atua no material, não estamos considerando o efeito de concentração de tensão, o que deverá ser feito usando o fator K_f como um fator que divide a resistência à fadiga do material. Por outro lado, sendo a solicitação definida pela tensão nominal, as tensões residuais que podem a vir se formar no ponto de concentração de tensão não poderão ser calculadas e muito menos consideradas no cálculo da solicitação. Quanto a resistência à fadiga do material, que deve então ser corrigida pelo fator K_f , representa a resistência em termos da tensão nominal, e não a que existe no ponto crítico. Assim, diferenças locais de resistência deverão ser consideradas de um modo artificial, e a definição de qual fator K_f deve ser usado, para o caso de carregamentos combinados, é um aspecto sem uma resposta final. Devido a estes pontos, bem como, principalmente, ao fato de que o uso das solicitações locais é conceitualmente mais correto, será sempre enfatizado o uso das informações de solicitação e de resistência no ponto crítico, e não o chamado método da tensão nominal. Este método é discutido rapidamente no Capítulo 11, para mostrar o procedimento, sem no entanto ser recomendado. A figura

10.7 mostra esquematicamente o procedimento a ser adotado para a análise de resistência à fadiga de peças, quanto à nucleação de trincas. Deve ser dito ainda que conceitualmente o método é o mesmo, seja para o uso das curvas σ - N como para o uso das curvas ε - N.

SOLICITAÇÃO NO PONTO CRÍTICO
VERSUS
RESISTÊNCIA NO PONTO CRÍTICO

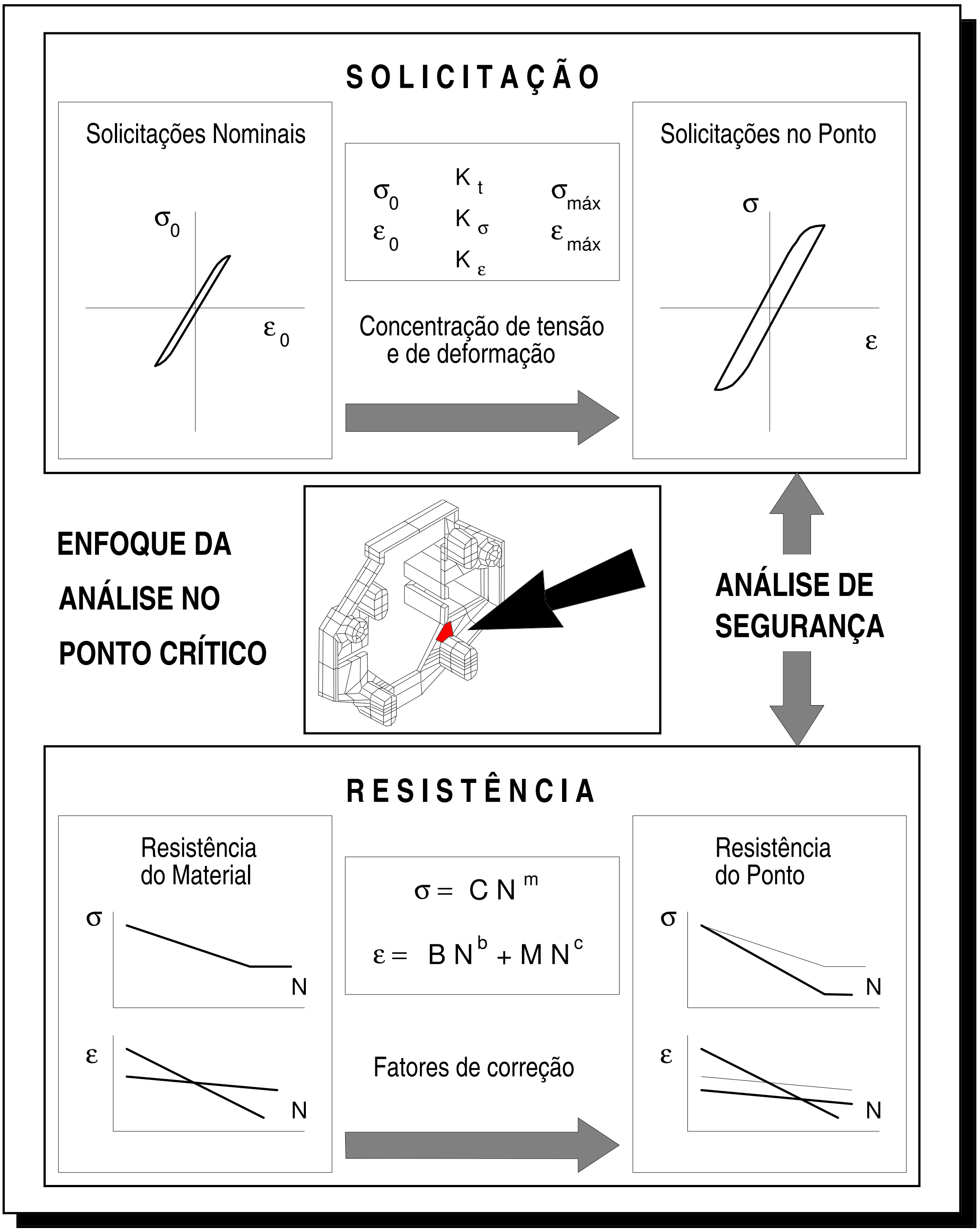

Figura 10.7 - Procedimento geral para a análise de fadiga, com ênfase sobre o comportamento no ponto crítico da peça .

EXEMPLO 10.1:

Qual o coeficiente de segurança para vida infinita do eixo, cuja seção crítica está esquematizada abaixo, submetido à flexão, se a tensão nominal varia ciclicamente com amplitude de 65 MPa, (tensão média zero)?

Dados:

D = 80 mm

d = 55 mm

r = 2 mm

Aço SAE-ABNT 1045, com 225 HBN

ε_f = 1,04

σ_R = 724 MPa

σ_E = 634 MPa

SOLUÇÃO:

Para chegarmos ao coeficiente de segurança é necessário estimar o valor de σ_F , como os passos a seguir indicam.

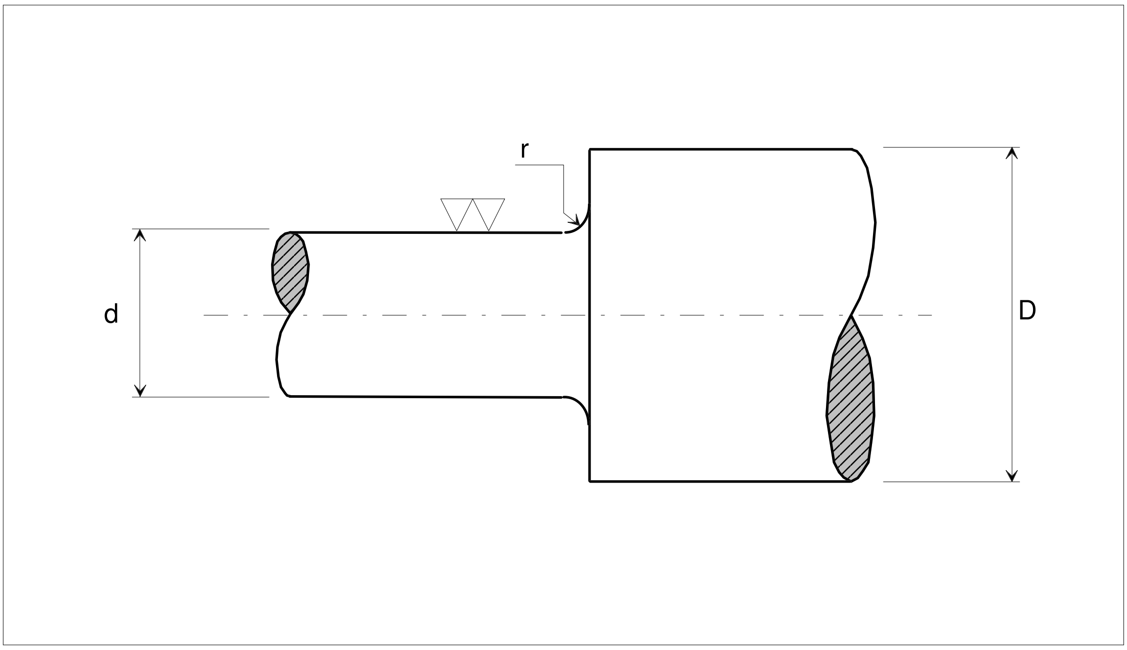

Figura 10.8 - Geometria da peça do exemplo 10.1.

Estimativa da curva σ_N , para o material em flexão rotativa.

σ_N = $0{,}8 \cdot \sigma_R$ para N = 10^3 ciclos

$\sigma_N \quad = 0,8\cdot(724)$

$\sigma_N \quad = 579$ MPa

$\sigma_F \quad = 0,5\cdot\sigma_R$ para $N = 10^6$ ciclos

$\sigma_F \quad = 0,5\cdot(724)$

$\sigma_F \quad = 362$ MPa

Esta curva fica alterada, para a peça, em função dos fatores de acabamento superficial e de tamanho, os quais serão introduzidos a seguir.

Fator de acabamento superficial, da figura 10.1,

$k_1 \quad = 0,84$ ($\sigma_R = 724$ MPa)

Fator de tamanho, da figura 10.3,

$k_2 \quad = 0,78$ (d = 55 mm)

O menor dos dois diâmetros da peça é o usado na determinação de k_2 , porque as tensões nesta região são maiores, ou seja, é o diâmetro da seção crítica.

Sendo assim,

$\sigma_F' = k_1\, k_2\, \sigma_F \; = 0,84\cdot 0,78\cdot 362$

$\sigma_F' = 237$ MPa

O valor de σ_N não é alterado pelos fatores de correção, porque para fadiga a baixo ciclo, k_1 e k_2 tendem a zero. O fator de concentração de tensão, devido à geometria da peça, será considerado para o cálculo das tensões aplicadas à mesma, e não para a construção do diagrama σ - N. O fator de concentração de tensão para fadiga é dado pela equação (10.8).

$K_f \quad = 1 + q\cdot(K_t - 1)$

Para esta geometria, com as seguintes relações,

$$\frac{D}{d} = \frac{80}{55} = 1,45$$

$$\frac{r}{d} = \frac{2}{55} = 0,04$$

e do gráfico 3.2 do Apêndice 3 temos

$K_t = 2,25$

e da figura 10.6 obtemos, para r = 2 mm, que o fator de sensibilidade ao entalhe para flexão é:

q = 0,82 e com isto,

$K_f = 1 + 0,82\cdot(2,4 - 1)$

$K_f = 2,15$

Como a tensão nominal de flexão σ_0 , é dada no problema, a tensão máxima vale

$$\sigma_{máx} = K_f \cdot \sigma_0 = 2,15 \cdot 65$$

$$\sigma_{máx} = 140 \text{ MPa}$$

A comparação entre a tensão na peça e a admissível pelo material fornece o coeficiente de segurança, como segue

$$n = \frac{\sigma_f'}{\sigma_{máx}}, \qquad n = \frac{237}{140} = 1,7$$

Isto significa dizer que a peça tem uma margem de segurança de 70%, quanto ao carregamento, para a vida infinita.

10.3 - EFEITOS SOBRE O DIAGRAMA ε - N.

Os fatores de correção vistos na seção anterior, não são agora tão relevantes, quando trabalhamos com o diagrama ε - N. A maneira de trabalhar com estes efeitos está detalhada a seguir.

1 - ACABAMENTO SUPERFICIAL.

O fator k_1 de acabamento superficial deve ser usado na análise, só que atuando apenas na parte elástica da deformação total, pois para vidas curtas não existe um efeito acentuado do acabamento superficial, uma vez que a grande deformação plástica dos materiais mascara o efeito das irregularidades superficiais. Devemos usar k_1 quando os dados do material foram obtidos a partir de corpos de prova retificados e polidos. Se os corpos de prova forem somente retificados, ou mesmo apenas usinados, o fator k_1 não deve ser empregado.

2 - TAMANHO.

O fator de tamanho não é relevante pois as deformações são calculadas para o ponto mais solicitado, a partir das características cíclicas do material. Quando o cálculo é feito a partir de uma tensão nominal elástica, mesmo no ponto crítico, surge a necessidade do emprego do fator de tamanho, como descrito no uso da curva σ - N.

3 - GEOMETRIA.

O efeito de concentração de tensão é plenamente atuante, porém é mais conveniente que seja encarado como fator de aumento de solicitação da peça, do que como um fator de redução de resistência, pois o efeito das descontinuidades geométricas será, muitas vezes, variável ao longo do eixo do número de ciclos, dificultando a análise se o efeito for considerado como uma redução da resistência.

Os efeitos decorrentes do acabamento superficial e de pontos com concentração de tensão serão comentados a seguir, sendo os demais efeitos, para este caso da curva ε - N, aplicados somente em situações especiais. Quando a solicitação que atua no ponto crítico é calculada considerando as deformações plásticas existentes, verifica-se que o único efeito atuante sobre a curva ε - N é o fator de acabamento superficial. Isto é considerado com a aplicação do fator k_1 sobre a parcela elástica da deformação total da resistência à fadiga do material. A deformação total é definida como

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_e + \Delta\varepsilon_p$$

A figura 10.9 representa esta equação, para uma escala logarítmica. Como comentado o efeito do acabamento superficial é importante só para vidas superiores a N_{tr}. e assim este efeito é considerado como:

$$\Delta\varepsilon = k_1\,\Delta\varepsilon_e + \Delta\varepsilon_p \tag{10.9}$$

sendo que comportamento da equação (10.9) é similar ao que verifica-se com o uso da curva σ - N. Nesta, k_1 é aplicado sobre σ_F apenas, ficando σ_N, em 10^3 ciclos, inalterada, e o efeito de k_1 fica reduzido para vidas menores do que 10^6 ciclos, se anulando para 10^3 ciclos.

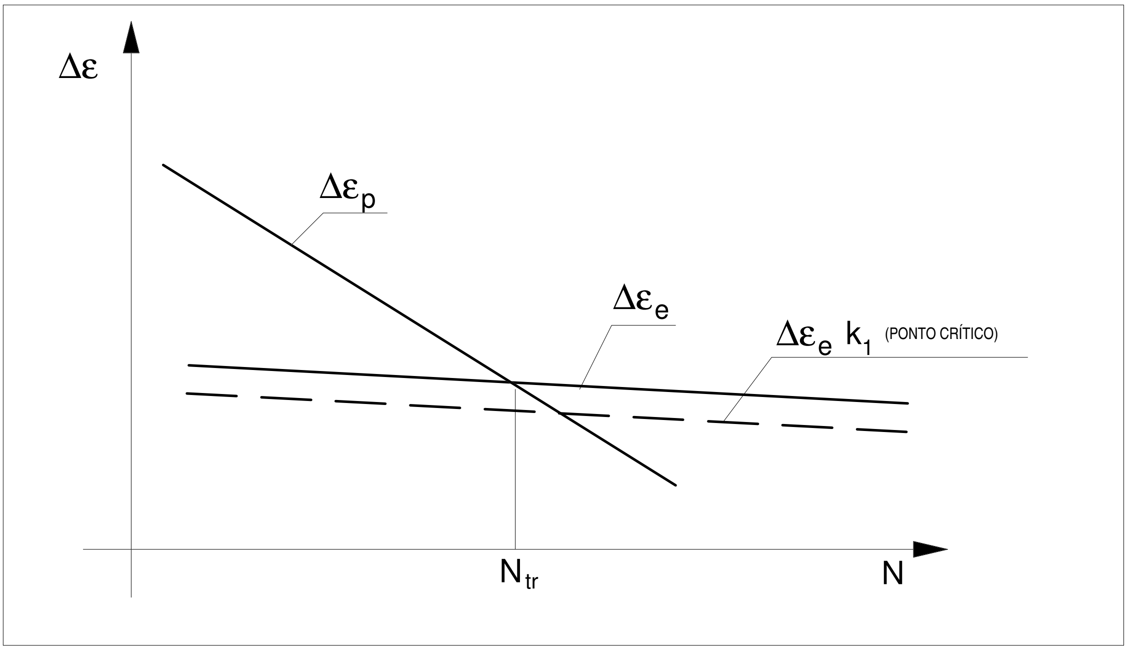

Figura 10.9 - Deformações elásticas e plásticas en função da vida N.

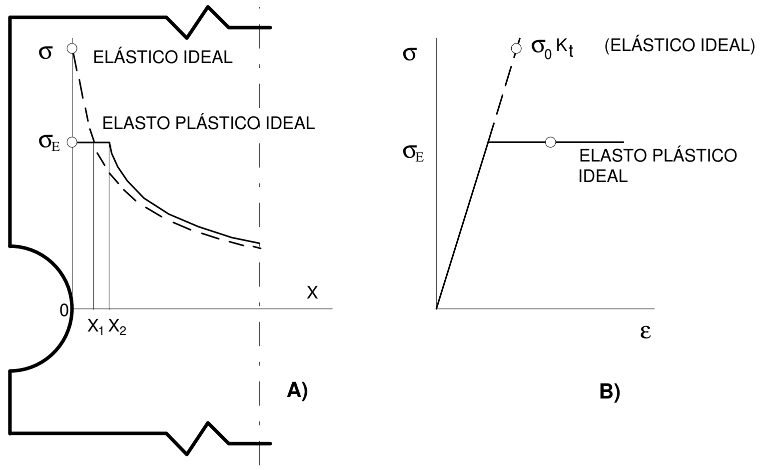

Figura 10.10 - Distribuição de tensões e deformações próximas a um entalhe.

10.4 - EFEITO DE DESCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS.

Quando uma peça possui pontos onde existam descontinuidades geométricas, ou seja, pontos com concentração de tensão, caso as tensões atuantes nestes pontos forem menores que tensão limite de escoamento, os estados de tensão e deformações no ponto crítico podem ser calculados a partir da tensão nominal, com o uso do fator de concentração de tensão. Porém quando a tensão no ponto crítico for superior à tensão de escoamento, ocorre uma redistribuição de tensões na região e o processo de cálculo das tensões e deformações não pode ser realizado diretamente a partir de K_t . A obtenção da deformação máxima existente nesta região, bem como a respectiva tensão, é tratada a seguir. Na figura 10.10 estão mostradas as distribuições de tensões para um material com comportamento elástico e para outro com comportamento elastoplástico ideal. Devido à redistribuição de tensões, a deformação correspondente à tensão limite de escoamento ocorre no ponto X_2 para o material elastoplástico, enquanto que na distribuição elástica de tensões esta deformação ocorria em X_1 . A distribuição de tensões para o material elastoplástico ideal nunca excede a σ_E , ou seja, para os pontos situados no intervalo de 0 a X_2 a tensão é sempre igual à de escoamento. Porém as deformações, apesar de se redistribuirem, alcançam valores maiores que a deformação de escoamento, entre 0 e X_2 , como na figura 10.10. A seguir é estabelecido um critério de cálculo que permite considerar estes efeitos, com a finalidade de obtermos a influência das descontinuidades geométricas na determinação das solicitações na peça. Quando ocorre um escoamento localizado, temos um comportamento elastoplástico para o material, que leva às seguintes desigualdades

$c\sigma \leq \sigma_0 K_t$

$\varepsilon \geq \varepsilon_0 K_t$

em que:

σ - tensão real na peça;

σ_0 - tensão nominal;

ε - deformação real no ponto;

ε_0 - deformação nominal;

K_t - fator de concentração de tensão;

ou seja, a tensão no ponto crítico é menor que a prevista para o caso elástico, porém a deformação é maior, portanto as concentrações de deformação e de tensão não podem ser determinadas diretamente a partir de K_t. Desta forma é necessário definirmos os fatores de concentração de tensão e de deformação, dentro do regime plástico,K_σ e K_ε respectivamente como

$$K_\sigma = \sigma / \sigma_0 \tag{10.10}$$

$$K_\varepsilon = \varepsilon / \varepsilon_0 \tag{10.11}$$

σ , ε - tensão, deformação no ponto mais solicitado

σ_0 , ε_0 - tensão, deformação, valores nominais na seção

K_σ , K_ε - fatores de concentração de tensão e deformação

A partir destas definições podemos afirmar que:

Para o regime elástico $K_\sigma = K_t$

$K_\varepsilon = K_t$

Para o regime elastoplástico $K_\sigma \leq K_t$

$K_\varepsilon \geq K_t$

Verificou-se que para a análise de fadiga usando o diagrama ε - N, o uso de K_f no lugar de K_t, é mais exato, ajustando-se melhor aos resultados experimentais, e assim, as desigualdades passam a ser

$K_\sigma \leq K_f$

$K_\varepsilon \geq K_f$

A obtenção de K_ε, para a determinação de $\varepsilon_{máx}$, de modo a usar o diagrama ε - N, é função do estado de tensões na peça e desta forma temos as duas situações limites, de um estado plano de tensões e de um estado plano de deformações.

ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÕES.

Em peças espessas, tais como placas de grande espessura, eixos, e outras peças que tipicamente são solicitadas sob um estado plano de deformação, verificou-se experimentalmente que é possível adotar, em uma primeira aproximação, a chamada regra linear [1], expressa pela igualdade

$$K_\varepsilon = K_f \qquad (10.12)$$

Isto significa que a análise de fadiga através da definição da solicitação por deformação fica idêntica à análise de fadiga por tensão, diferindo apenas no diagrama de resistência à fadiga usado na análise. Este fato pode ser justificado pela existência de um estado triaxial de tensões, o qual reduz a capacidade de deformação do material, mesmo com a redistribuição de tensões, fazendo com que a deformação no ponto crítico não aumente significativamente com o escoamento, ou seja, K_ε fica contido, impedido de crescer além do valor de K_f.

ESTADO PLANO DE TENSÕES.

Em peças mais finas, onde não chega a desenvolver-se uma tensão transversal, a equação proposta por Neuber apresenta melhores resultados que a proposição da regra linear [ ], [ ]. A equação correspondente à regra de Neuber é

$$K_\sigma K_\varepsilon = K_t^2 \qquad (10.13)$$

Esta equação é óbvia para o regime elástico, pois neste caso temos que $K_\sigma = K_\varepsilon = K_t$, porém para o estudo da fadiga o valor relevante é K_f e não K_t , conforme comentado, e desta forma a última equação pode ser posta como

$$K_\sigma K_\varepsilon = K_f^2 \qquad (10.14)$$

O problema do cálculo de K_ε, neste caso do uso da equação de Neuber, é que devemos recorrer à curva tensão- deformação do material, exigindo muitas vezes uma solução gráfica ou iterativa. No entanto, se o material segue a equação $\Delta\varepsilon$ - N,

$$\Delta\varepsilon = BN^b + MN^c \qquad (10.15)$$

é possível obter a seguinte equação, como detalhado na seção 10.6,

$$K_\varepsilon = K_f \,[1 + (N/N_{tr})^{c-b}]^{1/2} \qquad (10.16)$$

onde N_{tr} é o número de ciclos de transição de fadiga de baixo para altos ciclos. Esta equação é válida quando a tensão nominal está abaixo da tensão limite de escoamento, ou seja, pode haver escoamento apenas na região crítica. Usando o método das inclinações universais para determinar a curva ε - N, os expoentes b e c são b = - 0,12 e c = - 0,60, e com isto a expressão anterior fica:

$$K_\varepsilon = K_f\,[1 + (N/N_{tr})^{-0,48}]^{1/2} \qquad (10.17)$$

O diagrama σ - N, bem como o ε - N, apresentam resultados similares quando utilizados para um número de ciclos maior ou igual a dez vezes N_{tr} . Na faixa entre N_{tr} e 10 N_{tr}, os dois métodos apresentam discrepâncias pequenas, enquanto que para vidas menores que N_{tr}, a única solução é trabalhar com o diagrama ε - N, devido ao alto grau de plastificação, o que é tratado com dificuldade usando as curvas σ - N. Resumindo, podemos então dizer que, dependendo da vida, o critério a ser adotado será:

Vida	Critério apropriado:
$N > 10\ N_{tr}$	Os dois critérios apresentam resultados próximos.
$N_{tr} < N < 10\ N_{tr}$	Os dois critérios tem pequenas discrepâncias.
$N < N_{tr}$	O critério apropriado é o da curva ε - N.

EXEMPLO 10.2:

Determinar o momento fletor que provoca uma fissura de fadiga em 10^5 ciclos, usando o diagrama ε - N, na peça esquematizada na figura 10.11, considerando um aço SAE-ABNT 4340, com 350 HBN.

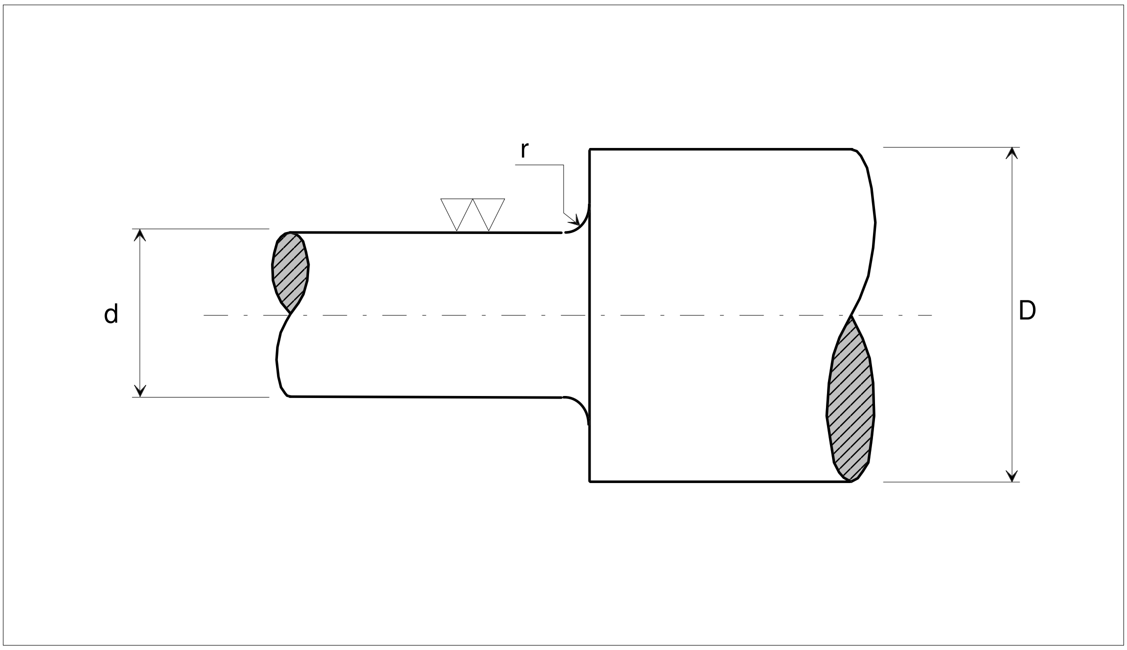

Figura 10.11 - Peça do exemplo 10.2.

Dados

D	= 150 mm
d	= 100 mm
r	= 5 mm
E	= 200000 MPa
σ_{EC}	= 758 MPa
σ_R	= 1240 MPa
ε_f	= 0,84

SOLUÇÃO:

Para determinar a curva ε - N, pelo método das inclinações universais, temos

$$\Delta\varepsilon = 3,5\frac{\sigma_R}{E}N^{-0,12} + \varepsilon_f^{\,0,6}\,N^{-0,6}$$

Substituindo os valores vem

$$\Delta\varepsilon = 3,5\frac{1240}{200000}N^{-0,12} + 0,84^{0,6}\,N^{-0,6}$$

logo

$$\Delta\varepsilon = 0,0217\,N^{-0,12} + 0,9007\,N^{-0,6}$$

é a curva ε - N do material.

Para verificar se a falha ocorre em fadiga de baixo ciclo, é necessário determinar N_{tr}. Isto é conseguido fazendo $\Delta\varepsilon_e = \Delta\varepsilon_p$, ou seja, conforme a equação (9.9),

$$N_{tr} = \left(\frac{0,9007}{0,0217}\right)^{1/0,48}$$

N_{tr} = 2350 ciclos

Como a falha deverá ocorrer em 10^5 ciclos, está caracterizada a fadiga de alto ciclo, e consequentemente o fator de acabamento superficial influencia de forma apreciável a curva ε - N para o ponto crítico, logo:

$$\Delta\varepsilon = k_1\,0,0217\,N^{-0,12} + 0,9007\,N^{-0,6}$$

O fator de acabamento superficial é

k_1 = 0,75

logo

$$\Delta\varepsilon = 0,75\;0,0217\,N^{-0,12} + 0,9007\,N^{-0,6}$$

De posse da curva para o ponto crítico, podemos determinar a deformação total que leva à falha para N = 10^5 ciclos, o que representa a deformação total que pode atuar em cada ciclo, levando a uma vida de 10^5 ciclos.

$$\Delta\varepsilon = 0,0163\,(10^5)^{-0,12} + 0,9007\,(10^5)^{-0,6}$$

$$\Delta\varepsilon = 0,0050$$

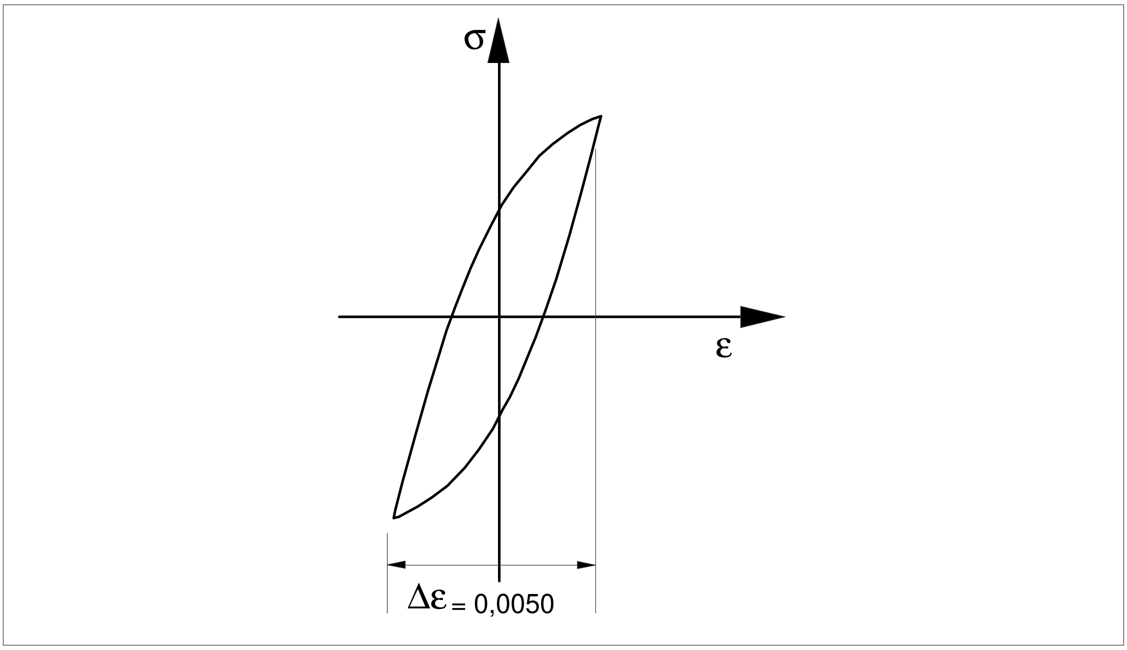

Figura 10.12 - Deformação cíclica no ponto crítico.

Pela definição de fator de concentração de deformação temos

$K_\varepsilon = \varepsilon / \varepsilon_0$

Porém para o caso de um eixo, K_ε pode ser obtido pela regra linear,

$K_\varepsilon = K_f$

e pela equação (10.8) obtemos K_f .

$K_f = 1 + q\ (K_t - 1)$

Para esta geometria, o fator de concentração de tensão é K_t = 2,25 e o fator de sensibilidade ao entalhe obtido vale

q = 0,94 e logo K_f = 2,175.

A amplitude da parcela alternante da deformação nominal na seção é

$\varepsilon_0 = \varepsilon / K_f$

porém

$\varepsilon = \Delta\varepsilon / 2$

$$\varepsilon = \frac{0,0050}{2} = 0,0025$$

então:

$$\varepsilon_0 = \frac{0,0025}{2,175} = 0,00115$$

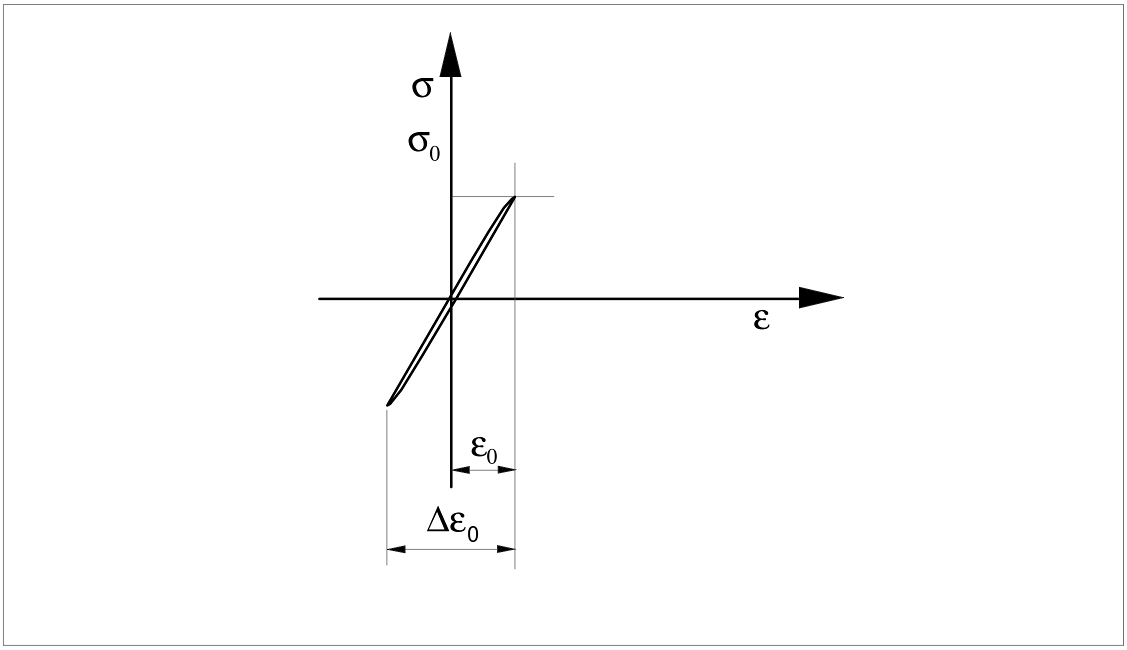

Figura 10.13 - Laço de histerese com as deformações e tensões nominais.

Estas grandezas nominais estão representadas na figura 10.13. Para prosseguir com os cálculos é necessário determinar a amplitude da tensão nominal. Se o material está no regime elástico

$$\sigma_0 = \varepsilon_0 E$$

$$\sigma_0 = 0{,}00115.200000$$

$$\sigma_0 = 230 \text{ MPa}$$

Como a tensão de escoamento cíclica, σ_{EC} , é bem maior do que σ_0 , garante-se que o comportamento na seção nominal é elástico, logo o momento fletor alternante que causa esta tensão nominal é

$$M_f = \sigma_0 \; W_f$$

e para a seção em questão

$$W_f = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi 100^3}{32}$$

$$W_f = 98175 \, mm^3$$

logo:

$$M_f = 22{,}6 \text{ kNm}$$

EXEMPLO 10.3:

Para a peça do exemplo 10.2, determinar qual o momento fletor alternante que provoca uma fissura de fadiga em 10^5 ciclos, usando o diagrama σ - N.

SOLUÇÃO:

A equação para a curva σ - N do material é dada por

$$\sigma_N = C \cdot N^m$$

e conforme visto no Capítulo 9, as constantes C e m são calculadas por

$$m = \frac{\log \sigma_1 / \sigma_2}{\log N_1 / N_2}$$

$$C = \sigma_1 / N_1^m$$

Adotando o ponto 1 em 10^3 ciclos e o ponto 2 em 10^6 ciclos, podemos obter

$\sigma_1 = 0{,}8 \cdot \sigma_R = 0{,}8.1240$

$\sigma_1 = 992$ MPa

$\sigma_2 = \sigma_F'$

$\sigma_{F'} = k_1 \cdot k_2 \cdot \sigma_F$

Da seção 9.4,

$\sigma_F = 0{,}5\ \sigma_R = 0{,}5.1240$

$\sigma_F = 620$ MPa

Considerando o mesmo $k_1 = 0{,}75$ usado no exemplo 10.2, e da figura 10.3 $k_2 = 0{,}6$, resulta

$\sigma_F' = 0{,}75 \cdot 0{,}6 \cdot 620 = 280$ MPa

e portanto

$m = -\,0{,}161$

$C = 992 \cdot (10^3)^{0{,}161}$

$C = 3016$ MPa

Portanto a equação σ - N é

$\sigma_N = 3016 \cdot N^{-\,0{,}161}$

Calculando para 10^5 ciclos, $\sigma_N = 472{,}6$ MPa.

Quanto à solicitação, esta pode ser obtida da tensão nominal que leva à falha em 10^3 ciclos, ou seja,

$\sigma_0 = M / W_f = \sigma_N / K_f$

Do exemplo 10.2, $W_f = 98175$ mm^3 e $K_f = 2{,}175$ e assim

$\sigma_o = 217{,}3$ MPa

e logo

$M_f = 21{,}3$ kNm

Nota-se que o valor do momento obtido é próximo aquele do Exemplo 10.2, obtido pelo uso do diagrama ε - N, uma vez que o problema é de fadiga a alto ciclo.

EXEMPLO 10.4:

Para a mesma peça do exemplo 10.2, determinar:

a) O momento fletor que provoca uma fissura por fadiga em 2000 ciclos, usando o diagrama ε - N.

b) Idem ao item a, porém usando o diagrama σ - N.

SOLUÇÃO:

a) A equação ε - N é:

$$\Delta\varepsilon = 0,750 \cdot 0,0217 \cdot N^{-0,12} + 0,9007 \cdot N^{-0,6}$$

e para N = 2000 ciclos

$\Delta\varepsilon$ = 0,01595

$\varepsilon_0 = \Delta\varepsilon/2K$

Do exemplo 10.2, $K_\varepsilon = K_f$ = 2,175. A amplitude da deformação nominal, ε_0, é:

$$\varepsilon_0 = \frac{0,01595}{2(2,175)} = 0,00367$$

Supondo que esta deformação nominal máxima esteja na faixa linear, elástica,

$\sigma = E\,\varepsilon_0$ = 733 MPa

Uma vez que $\sigma_0 < \sigma_{EC}$, realmente podemos considerar que estamos na faixa elástica do material. O momento fletor é

$M = \sigma_0 W_f$

e tomando W_f do exemplo 10.2,

M = 733 MPa 98175 mm^3

M = 71,96 kNm

b) Deve ser salientado que o procedimento a seguir não é correto, conforme será mostrado, sendo no entanto usado para comparação. Do exemplo 10.3, a curva σ - N é

$\sigma_N = 3016\ N^{-0,161}$

Para N = 2000 ciclos

σ_N = 887,08 MPa

Quanto à solicitação,

$\sigma_0 = M / W_f = \sigma_N / K_f$

Para W_f = 98175 mm^3 , e K_f = 2,175,

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_N}{K_f} = \frac{887,08}{2,175}$$

σ_0 = 407,85 MPa

M $= \sigma_0 \cdot W_f$ = 407,85 · 98175

M = 40,04 kNm

Para fadiga a baixo ciclo vemos que a diferença entre as soluções, usando as curvas σ - N e ε - N, são significativas, pois o efeito da plastificação não foi corretamente considerado no diagrama σ - N. O valor obtido pelo uso do diagrama σ - N é muito conservativo, pois na realidade temos que $K_f = K_f$ (N) e foi utilizado K_f para vida infinita, quando para vida finita devemos usar o fator K , que é menor que K_f. O uso de K_f para amplificar o carregamento é equivalente a utilizá-lo para reduzir toda a curva σ - N de resistência à fadiga do material, como mostra a figura 10.14, ou seja, para qualquer número de ciclos o efeito de redução da resistência à fadiga é considerado uniformemente.

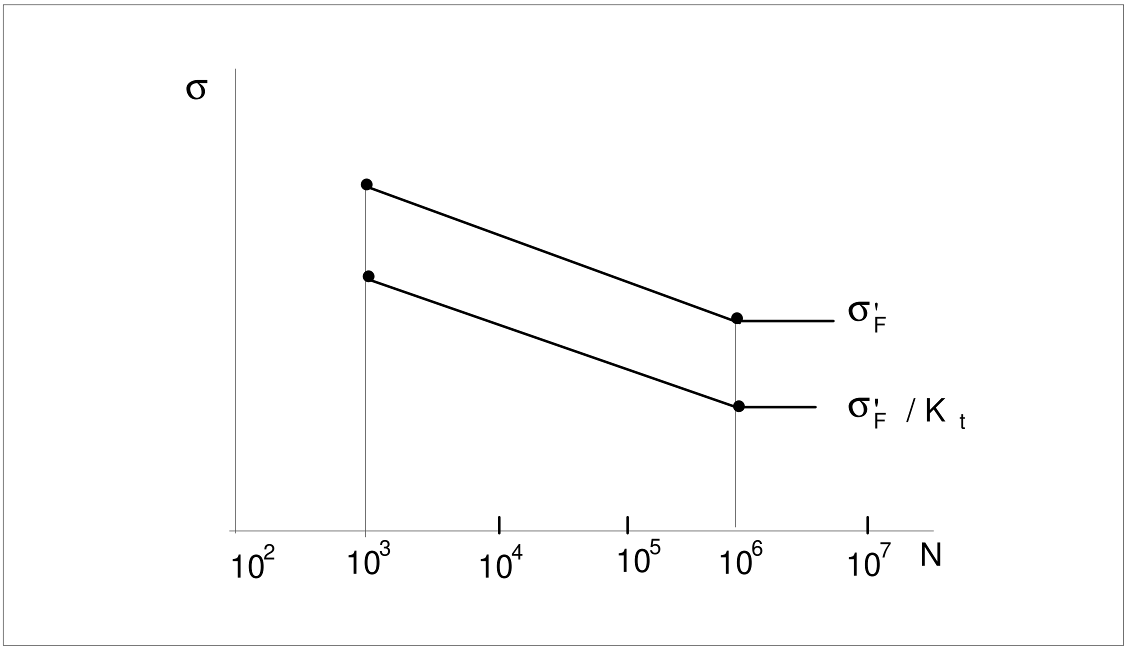

Figura 10.14 - Uso incorreto de K_f na redução da resistência.

O correto é adotar a correção mostrada na figura 10.15, onde o efeito do fator aplicado diminui gradativamente com a redução da vida, de forma que tenhamos $K_N = 1$ para uma vida de 10^3 ciclos.

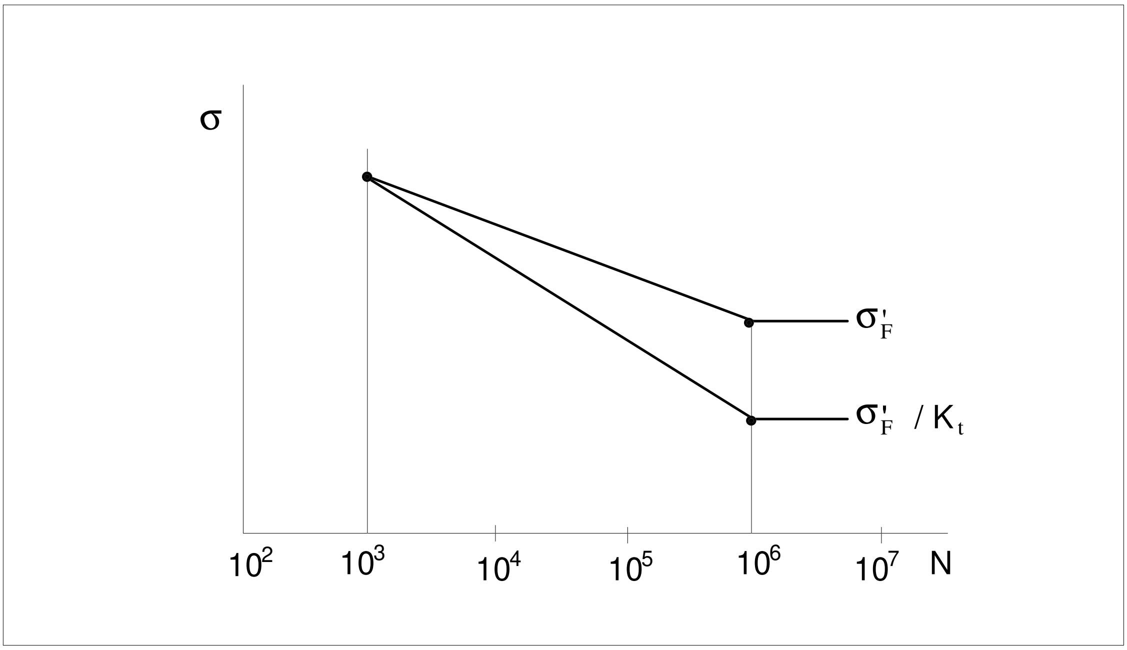

Figura 10.15 - Uso correto de K_f como redutor de resistência.

Como usaremos K_f apenas como um fator de aumento das tensões nominais aplicadas, para baixa vida é necessário o uso de K_f , quando do uso das curvas σ - N, ou então, obter a tensão do diagrama σ - N e da equação da curva tensão- deformação cíclica tirar e, obtendo $\varepsilon_0 = \varepsilon /K_\varepsilon$, onde $K_\varepsilon = K_f$ se ε_0 for elástico, e obter $\sigma_0 = E\varepsilon_0$. Este último procedimento é mais complexo, mas útil quando não temos K_f disponível. Com o valor calculado de σ podemos agora obter as dimensões ou cargas conforme desejado.

EXEMPLO 10.5:

Refazer o exemplo 10.4, item b, usando o diagrama σ - N e a curva tensão-deformação cíclica, adotando $K_\varepsilon = K_f$ para o cálculo de σ.

SOLUÇÃO:

Do exemplo 10.4 temos que, para N = 2000 ciclos, a tensão σ - N é de 887 MPa, obtida pelo uso do diagrama σ - N. A deformação deverá ser obtida da curva tensão-deformação cíclica. Da equação (8.1),

$$\varepsilon = \Delta\varepsilon / 2 = \sigma / E + (\sigma / k')^{1/n'}$$

para este material, da tabela 2,

$b = -0{,}076$ $\varepsilon_f' = 0{,}73$

$c = -0{,}62$ $\sigma_f' = 1655$ MPa

e da equação (9.17)

$n' = b/c = 0{,}12$

$$k' = \frac{\sigma_f'}{\varepsilon_f'^{n'}} = \frac{1655}{0{,}73^{0{,}12}}$$

$k' = 1719$ MPa

Então

$$\varepsilon = 887/2.10^5 + (887/1719)^{1/0{,}12}$$

$$\varepsilon = (4.4 + 4.03)\ 10^{-3} = 8{,}46.10^{-3}$$

Quanto à deformação alternante nominal,

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{K_\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{K_f}\,\frac{8.46.10^{-3}}{2.175}$$

$\varepsilon_0 = 3{,}9.10^{-3}$

Como a tensão de escoamento cíclica é $\sigma_{EC} = 758$ MPa, $\varepsilon_{EC} = \sigma_{EC}/E = 3{,}79.10^{-3}$, logo ε_0 está na faixa plástica. O cálculo de σ_0 deverá ser feito pela curva tensão-deformação cíclica, conforme a equação (8.1).

A deformação nominal plástica ε_{0p} é

$$\varepsilon_{0p} = \varepsilon_0 - \sigma_0 /E$$

Como não conhecemos σ_0 , temos um sistema não linear de duas equações. Substituindo uma equação na outra,

$$\sigma_0 = k' (\varepsilon_0 - \sigma_0 / E)^{n'}$$

ou

$$\sigma_0 = 1719\,(3{,}9.10^{-3} - \sigma_0 / 2.10^5)^{0{,}12}$$

e fazendo algumas tentativas encontramos σ_0 = 686 MPa, que está próximo à tensão limite de escoamento. O momento fletor será portanto

$$M = \sigma_0 \cdot W_f = 686 \cdot (98175)$$

$$M = 67{,}3 \text{ kNm}$$

que é um momento que difere apenas em 7% do obtido no exemplo 10.4, quando foi usada a curva ε - N. Sem dúvida o uso da curva ε - N é muito mais simples para resolver problemas a baixo ciclo que o uso das curvas σ - N e curva tensão-deformação cíclica, principalmente se a tensão σ_0 não estiver dentro do regime elástico.

10.5 - ANÁLISE COM USO DA REGRA DE NEUBER.

Na análise de peças entalhadas conhecemos geralmente as curvas de resistência à fadiga do material, σ - N ou ε -N, obtidas de corpos de prova sem entalhe e conhecemos também o fator de concentração de tensão K_t , ou K_f , devida ao entalhe e finalmente a solicitação nominal (σ_0 ou ε_o) devida ao carregamento. A comparação com a resistência requer então o conhecimento das tensões e deformações locais no fundo do entalhe, σ ou ε, que são obtidas via K_σ , K_ε . A regra de Neuber relaciona K_σ , K_ε e K_t ou K_f , aparentemente com duas incógnitas, que são K_σ e K_ε , porém estas são funções das tensões e deformações que ocorrem no ponto crítico bem como dos valores nominais na seção, portanto existe uma outra equação a relacioná-las, que é a equação da curva tensão-deformação cíclica. A determinação de σ ou ε via σ_o , ε_0 , e K_f , usando a regra de Neuber e a curva tensão- deformação cíclica é detalhada a seguir. No caso de σ - ε estarem dentro do regime elástico o uso de (10.12) ou de (10.16) fornece rapidamente a solução. Caso contrário, a solução é mais complexa. Partindo da equação (10.13), podemos multiplicar a equação da regra de Neuber por $\Delta\varepsilon_0^2$,

$$K_\varepsilon \Delta\varepsilon_0 K_\sigma \Delta\varepsilon_0 = K_f^2 \Delta\varepsilon_0^2 \qquad (10.18)$$

e das definições de K_σ e K_ε ,

$$\Delta\varepsilon K_\sigma \Delta\varepsilon_0 = K_f^2 \Delta\varepsilon_0^2 \qquad (10.19)$$

Multiplicando pelo módulo de elasticidade,

$$\Delta\varepsilon K_\sigma \Delta\varepsilon_0 = K_f^2 \Delta\varepsilon_0 \Delta\sigma_0 \qquad (10.20)$$

A última operação restringe a dedução a seguir ao caso onde a tensão nominal é elástica, $\sigma_0 = E \cdot \varepsilon_0$. Temos então uma equação em $\Delta\sigma$ e $\Delta\varepsilon$. Juntando com a equação da curva tensão-deformação cíclica do material temos um sistema não linear de duas equações a duas incógnitas.

$$\Delta\varepsilon = \Delta\sigma / E + 2^{1+1/n'} (\Delta\sigma / k')^{1/n'}$$

$$\Delta\varepsilon = (1/\Delta\sigma) K_f^{\,2} \Delta\varepsilon_0^{\,2} E \qquad (10.21)$$

O gráfico das duas equações é visto na figura 10.16 para um caso geral. Por outro lado a curva da equação (10.21) representa sempre uma hipérbole, chamada hipérbole de Neuber. O ponto correspondente ao estado de tensões e deformações que está ocorrendo no fundo do entalhe é o ponto de intersecção das duas curvas, a curva correspondente à hipérbole de Neuber e a correspondente à curva tensão-deformação cíclica. Na figura 10.16 o ponto A é o correspondente ao estado de tensões e deformações nominais e a solução para o estado local de tensões e deformações é o ponto D. O ponto C representa a solução pelo uso da regra linear.

De forma geral, conhecidas as tensões e deformações nominais, σ_0 e ε_0, as constantes k' e n' da curva tensão-deformação cíclica do material e o fator de concentração de tensão representado por K_f, o sistema de equações (10.21) nos dará a tensão e a deformação que ocorrem no fundo do entalhe, respectivamente σ e ε. A solução não é simples, uma vez que não é possível explicitar qualquer uma das incógnitas, e o problema deve ser resolvido iterativamente, a partir de uma estimativa inicial, até a convergência dos resultados.

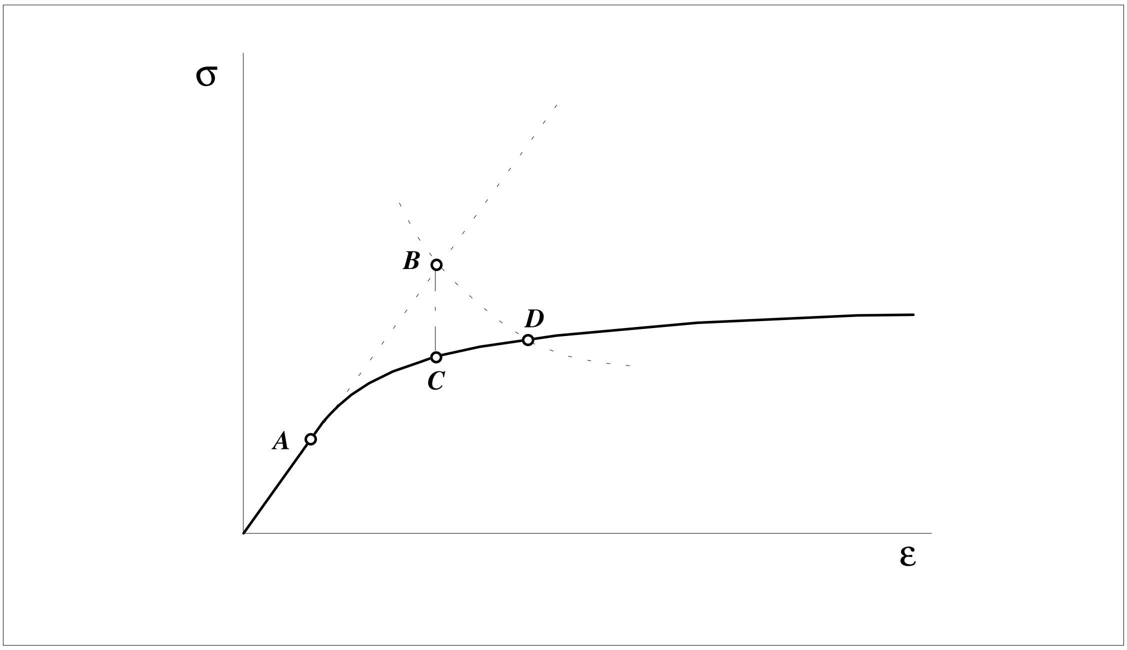

Figura 10.16 - Determinação do estado de tensões e deformações no ponto de

concentração de tensão pela regra de Neuber.

Podemos definir uma função f(σ) subtraindo as equações (10.21). Quando $\Delta\sigma$ e $\Delta\varepsilon$ satisfizerem ambas as equações temos f(σ) = 0:

$$f(\sigma)=\frac{\Delta\sigma}{E}+2^{1/1n'}\left(\frac{\Delta\sigma}{k'}\right)^{1/n'}-K_f^{\,2}\,\frac{\Delta\varepsilon_0\,\Delta\sigma_0}{\Delta\sigma} \qquad (10.22)$$

Achando a raiz para que f(σ) = 0, através de uma das equações (10.21) podemos calcular $\Delta\varepsilon$. Na solução é possível usar qualquer dos métodos numéricos disponíveis para a determinação de raizes de equações não lineares. Um dos mais simples é o método de Newton. Partindo de um valor arbitrário $\Delta\sigma_1$, estimado, a próxima aproximação da solução é dada por:

$$\Delta\sigma_{i+1}=\Delta\sigma_i-f_i\,/\,(df\,/\,d\Delta\sigma)_i=\Delta\sigma_i-f_i\,/\,f_i' \qquad (10.23)$$

sendo f' a derivada de f($\Delta\sigma$) em relação a $\Delta\sigma$,

$$f_i'=\frac{df}{d\Delta\sigma}=\frac{1}{E}+\frac{2^{(1-1/n')}}{K'n'}\left(\frac{\Delta\sigma}{K'}\right)^{1/n'-1}+\frac{K_f^{\,2}\,\Delta\varepsilon_0\,\Delta\sigma_0}{\Delta\sigma^2} \qquad (10.24)$$

EXEMPLO 10.6:

Consideremos uma peça de aço com um entalhe tal que K_f = 3,2. A peça está submetida a carga alternante que provoca uma flutuação de tensão nominal $\Delta\sigma_0$ = 756 MPa. A tensão de escoamento cíclica do material é σ_{EC}= 600 MPa, E = 2,1.10^5 MPa. Qual a faixa de deformação $\Delta\varepsilon$ no fundo do entalhe? Qual a faixa de flutuação de tensão?

SOLUÇÃO :

Para este material temos as seguintes propriedades.

k' = 1434 MPa

n' = 0,14

$\Delta\varepsilon_0$ = 3,6.10^{-3}

K_f = 3,2

$\Delta\sigma_0$ = E $\Delta\varepsilon_0$ = 756 MPa

Podemos então calcular os parâmetros para as equações (10.22) e (10.23)

1/n' = 7,143

$K_f^2\,\Delta\varepsilon_0\,\Delta\sigma_0$ = 27,97 MPa

$2^{1\,-\,1/n'}$ = 1/70,66

Então

f(σ) = $\Delta\sigma$/2,1.10^5 + 1/70,66 ($\Delta\sigma$/71434)^{7,143} - 27,87/$\Delta\sigma$

$$f'(\sigma)=\frac{1}{2{,}5.10^5}+\frac{1}{1434}\frac{1}{70{,}66}\frac{1}{0{,}14}\left(\frac{\Delta\sigma}{1434}\right)^{6{,}143}+\frac{27{,}87}{\Delta\sigma^2}$$, para $\Delta\sigma$ em MPa

$\Delta\sigma_i$ = 1200 MPa

$f_i = -1{,}3545.10^{-2}$

$f_i' = 4{,}771.10^{-5}$

$\Delta\sigma_{i+1}$ = 1484 MPa

para

$\Delta\sigma_i$ = 1484 MPa

$f_i = 6{,}364.10^{-3}$

$f_i' = 8{,}7.10^{-2}$

$\Delta\sigma_{i+1}$ = 1483,9 MPa

Consequentemente, $\Delta\sigma$ = 1484 MPa é um valor satisfatório. Das definições de K_σ e K_ε ,

$K_\sigma = \Delta\sigma/\Delta\sigma_0 = 1484/756$

$K_\sigma = 1{,}963$

$K_\varepsilon = K_f^2/K_\sigma = 3{,}2^2/1{,}963^2$

$K_\varepsilon = 5{,}22$ e portanto,

$\Delta\varepsilon = K_\varepsilon\,\Delta\varepsilon_0 = 5{,}22 \,.\, 3{,}6.10^{-3}$

$\Delta\varepsilon = 18{,}8.10^{-3}$

A vida tanto pode ser obtida de $\Delta\sigma$, num diagrama σ - N quanto de $\Delta\varepsilon$ num diagrama ε - N, como detalhado a seguir. Desde que a tensão nominal esteja na faixa elástica e que a relação ε - N seja na forma

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_p + \Delta\varepsilon_e$$

$$\Delta\varepsilon = M\,N^c + B\,N^b$$

é possível transformar a regra de Neuber, $K_\sigma\ K_\varepsilon = K_t^2$, para uma expressão do tipo K_ε = função (N).

Se a curva ε - N tiver a forma potencial acima, na seção 9.5 mostramos que a curva tensão-deformação cíclica tem também uma forma potencial

$$\Delta\sigma/2 = k'\,(\Delta\varepsilon_p/2)^{n'} \qquad (10.25)$$

com k' e n' obtidos experimentalmente ou aproximados por

$$n' = b/c$$

$$k' = (2/M)^{n'}\,BE/2 \qquad (10.26)$$

Uma vez que

$$\Delta\varepsilon_p = M\,N^c \qquad (10.27)$$

podemos substituir na equação σ - ε_p e obter σ - N.

$\Delta\sigma/2 = k' (M N^c /2)^{n'}$

ou

$$\Delta\sigma = 2k' (M/2)^{n'} N^{cn'} \tag{10.28}$$

Isto significa que se a curva ε - N tem a forma potencial, o diagrama σ - N também o terá. Simplificando,

$\Delta\sigma = 2k' (M/2)^{n'} N^{cn'}$

$$\Delta\sigma = (2/M)^{n'}\ 2\ B\ E/2\ (M/2)^{n'} N^{cb/c} \tag{10.29}$$

$\Delta\sigma = E\ B\ N^b$

Esta expressão pode ser simplesmente obtida lembrando que, do diagrama tensão-deformação cíclico,

$$\Delta\sigma = E\Delta\varepsilon_e \tag{10.30}$$

e da equação ε - N,

$\Delta\varepsilon_e = B\ N^b$

logo

$$\Delta\sigma = E\ B\ N^b \tag{10.31}$$

Para a dedução de K_ε função de N, partimos de

$$K_\sigma K_\varepsilon = K_f^2 \tag{10.32}$$

$K_\sigma^{1/2}\ K_\varepsilon^{1/2} = K_f$

$K_\sigma = K_f (K_\varepsilon/K_\sigma)^{-1/2}$

$$K_\sigma = K_f \left(\frac{\Delta\varepsilon / \Delta\varepsilon_0}{\Delta\sigma / \Delta\sigma_0} \right)^{-1/2} \tag{10.33}$$

desde que

$\Delta\sigma_0 / \Delta\varepsilon_0 = E$

então

$$K_\sigma = K_f\, [E\Delta\varepsilon/\Delta\sigma]^{-1/2} \tag{10.34}$$

Substituindo as expressões para ε - N e σ - N,

$$K_\sigma = K_f \left[\frac{MN^c + BN^b E}{BN^b E} \right]^{-1/2} \tag{10.35}$$

$$K_\sigma = K_f \left[1 \frac{M}{B} N^{c-b} \right]^{-1/2} \tag{10.36}$$

$$K_\sigma = K_f\,[1 + (N/N_{tr})^{c-b}]^{-1/2} \tag{10.37}$$

onde N_{tr} é a vida de transição, $N_{tr} = (M/B)^{1/b\,-\,c}$, conforme visto no Capítulo 9. Uma vez que $K_\varepsilon = K_f^2\, K_r^{-1}$

$$K_\varepsilon = K_f\,[1 + (N/N_{tr})^{c-b}]^{1/2} \tag{10.38}$$

que é a relação que desejamos obter.

Para um problema de uma peça entalhada, definido por K_f sob um estado plano de tensão e propriedades do material definidas por B, M, b, c, N , sob carga alternante nominal, dentro do regime elástico $\Delta\sigma_0 = E\,\Delta\varepsilon_0$, a vida N e o estado de tensões e deformações máximas, $\Delta\sigma$ e $\Delta\varepsilon$ no fundo do entalhe são estimados pelo sistema de equações, função de N.

$$\Delta\varepsilon = K_\varepsilon\, \Delta\varepsilon_0 = K_f\,[1 + (N/N_{tr})^{c-b}]^{1/2}$$

$$\Delta\varepsilon = MN^c + B\,N^b \tag{10.39}$$

Da mesma forma que no método descrito na seção anterior, o sistema de duas equações e duas incógnitas, $\Delta\varepsilon$ e N, é não linear. Podemos seguir a mesma sistemática e usar o método de Newton, definindo a equação

$$g(N) = K_f\,[1 + (N/N_{tr})^{c-b}]^{1/2} - M\,N^c - B\,N^b = 0 \tag{10.40}$$

A raiz N desta equação será estimada a partir de um valor inicial N_i e das iterações

$$N_{i+1} = N_i - g_i / g_i' \tag{10.41}$$

com

$$g_i' = \left.\frac{dg}{dN}\right|_i = K_f\, \Delta\varepsilon_0\, \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{N}{N_{tr}} \right)^{c-b} \right]^{-1/2} \frac{c-b}{N_{tr}^{\;c-b}}\, N^{c-b-1} - M_c N^{c-1} - BbN^{b-1} \tag{10.42}$$

Esta solução é equivalente à mostrada na seção 10.10. O fator de acabamento superficial pode ser levado em conta simplesmente multiplicando B por k_1, alterando a parcela elástica na relação ε - N.

O gráfico de K_ε / K_f versus N/N_{tr} pode ser visualizado na figura 10.17 para um estado plano de deformação quando $K_\varepsilon = K_f$ e estado plano de tensão quando K_ε é dado pela equação (10.37). Nesta figura foram utilizadas as constantes do método das inclinações universais, ou seja, c = - 0,6, b = - 0,12.

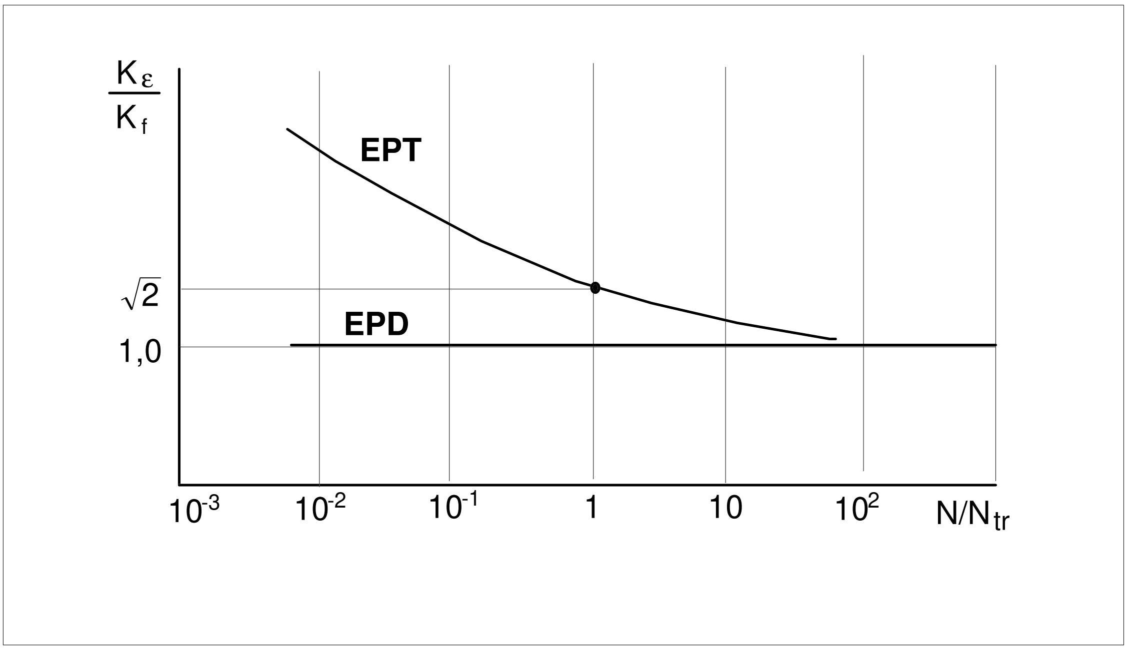

Figura 10.17 - Variação de K_ε versus N para um estado plano de tensão e um estado plano de deformação.

Tanto em um estado plano de deformações quanto em um estado plano de tensões, K_ε tende a K_f quando a vida N ultrapassa 10 vezes N_{tr} , ou seja, para fadiga a alto ciclo. Estas duas curvas representam aproximadamente os limites extremos de qualquer estado de tensão real numa peça, isto é, entre um estado plano de tensões e um estado plano de deformações. Em casos reais então a tendência mostrada pelo desenvolvimento acima é de que K_ε cresce com a redução da vida N. Se $K_\sigma = K_f^2 / K_\varepsilon$, então K_σ tende a decrescer com a redução da vida N. Assim K_f é o máximo valor de K_σ , e utilizando K_f como amplificador de tensão, para fadiga a baixo ciclos, teremos resultados bastantes conservativos.

EXEMPLO 10.7:

Resolver o exemplo 10.6 pela equação (10.42), para um componente polido.

SOLUÇÃO:

Para este material,

$\varepsilon_f' = 0,66$

$b = 0,07$

$c = -0,69$

$\sigma_f' = 1240$ MPa

$k_1 = 1{,}0$

para superfície polida, do Capítulo 9,

$\Delta\varepsilon/2 = \sigma_f' /E\ (2N)^b + \varepsilon_f'\ (2N)^{\ c}$

ou

$\Delta\varepsilon = 2^{1+b}\ \sigma_f' /E\ N^b + 2^{\ 1+c}\ \varepsilon_f'\ N^c$

$B = k_1\ 2^{1+b}\ \sigma_f' /E = 0{,}01125$

$M = 2^{\ 1+c}\ \varepsilon_{f'} = 0{,}8182$

$N_{tr} = (B/M)^{\ 1/c\text{-}b} = 1006$ ciclos

Então

$g(N) = 0{,}0115\ [1+(N/1006)^{-0{,}62}]^{1/2} -0{,}01125\ N^{-0{,}07} - 0{,}8182\ N^{-0{,}69}$

$g'(N) = -\ 0{,}25967[1+(N/1006)^{-0{,}62}]^{-1/2}\ N^{-1{,}62} + 0{,}5645\ N^{-1{,}69} + 7{,}875.10\ N^{-1{,}07}$

para

$N_i = 450$ ciclos

$g_i = 1{,}4.10^{-3}$

$g_i' = 1{,}163.10^{-5}$

$N_{i+1} = 570$ ciclos

para

Ni = 570 ciclos

gi = $4{,}193.10^{-4}$

gi+1 = $7{,}584.10^{-6}$

Ni+1 = 514,7 ciclos

para

Ni = 514 ciclos

gi = $4{,}758.10^{-5}$

gi+1 = $9{,}144.10^{-6}$

Ni+1 = 519,9

Com mais uma iteração

N = 519 ciclos.

Com esta vida N, calculamos então:

$\Delta\varepsilon = 18{,}2.10^{-3}$

$K_\varepsilon = \Delta\varepsilon/\Delta\varepsilon_0 = 5{,}058$

$K_\sigma = K_f^2 /K_\varepsilon = 2{,}025$

$\Delta\sigma = K_\sigma\ \Delta\sigma_0 = 2{,}025\ 756 = 1531$ MPa

Nota-se que os resultados são próximos aos obtidos no exemplo 10.6 pelas curvas tensão-deformação cíclica e de Neuber. Comparando as equações usadas nota-se que neste método as equações de g(N) e g'(N) são mais longas que as f(σ) e f'(σ) e portanto mais difícil de serem usadas em computação manual. A vantagem é que fornecem simultaneamente $\Delta\sigma$, $\Delta\varepsilon$ e a vida N.

10.6 - COMENTÁRIOS.

Quando se usa o diagrama σ - N ou ε - N em peças entalhadas, sob um estado plano de deformação:

a) Se K_f for usado para amplificar o carregamento, usando $\sigma = K_f\ \sigma_0$, como nos exemplos 10.1, 10.3 e 10.4, a solução será razoavelmente precisa para fadiga a altos ciclos (valores semelhantes aos obtidos via diagrama ε - N e $\varepsilon = K_f\ \varepsilon_o$, exemplos 10.2 e 10.4. Para fadiga a baixo ciclos o uso da curva σ - N dará resultados cada vez mais conservativos quanto menor a vida, enquanto que usando a curva ε -N os valores são razoáveis. Então para o regime de alto ciclo é indiferente o uso da curva σ - N ou da curva ε -N, da forma acima,

b) Se calcularmos σ do diagrama σ - N, em baixo ciclos, e obtivermos ε da relação tensão-deformação cíclica, e aplicarmos $\varepsilon_0 = \varepsilon/K_f$, como no exemplo 10.5, os resultados obtidos também serão razoáveis, embora o processo de cálculo torne-se muito mais laborioso se ε_0 não estiver no campo elástico. Um outro problema no uso do diagrama σ - N, para baixo ciclo, é que este diagrama normalmente não é disponível para vidas inferiores a 1000 ciclos;

c) Pode-se usar o outro procedimento não detalhado aqui, mas ilustrado na figura 10.15, de usar K_f como correção na extremidade de vida infinita da curva σ - N. Automaticamente a correção é atenuada quando se reduz a vida, até 10^3 ciclos, quando o fator aplicado torna-se unitário. Neste caso, como a intensificação de tensão é aplicada sobre o diagrama de resistência, o valor de σ obtido para uma dada vida já corresponde ao valor nominal σ_0.

d) De forma geral é recomedável usar ε - N para baixo ciclo, e σ - N para alto ciclo.

Estas conclusões estão resumidas na Tabela 10.3, onde temos os principais valores obtidos na resolução dos exemplos 10.2 a 10.5.

Tabela 10.3 - Comparação de resultados dos exemplos de análise.

EXEMPLO	VIDA	MÉTODO	RESISTÊNCIA
10.2	10^5	ε - N	22,6 kNm
10.3	10^5	σ - N	21,3 kNm
10.4a	2000	ε - N	71,9 kNm

10.4b	2000	σ - N	40,0 kNm
10.5	2000	σ - N	67,3 kNm