CAPÍTULO 11

O EFEITO DE SOLICITAÇÕES MÉDIAS

Em grande parte das situações que ocorrem na prática, a solicitação cíclica no ponto crítico apresenta um valor médio não nulo, em torno do qual a tensão varia ciclicamente. Em muitos casos temos que, mesmo que o carregamento externo aplicado no equipamento, que gera as tensões cíclicas dentro do material da peça em estudo, seja de natureza alternante, o estado de tensões no ponto crítico pode ter sobreposto um valor de tensão média não nulo, pela presença, por exemplo, de tensões residuais. Desta forma, passa a ser fundamental estudarmos o que ocorre com o material quando as solicitações cíclicas possuem uma média distinta de zero.

11.1 DIAGRAMAS σ_a - σ_m.

Conforme rapidamente observado, no Capítulo 9, quando uma tensão média, não nula, atua sobreposta a uma tensão alternante, a resistência à fadiga do material fica bastante prejudicada, em especial no caso em que as tensões médias são de tração. Em geral este efeito é representado por meio de diagramas onde a tensão média aplicada é um parâmetro, ou então uma variável. Para representar os dados experimentais sobre o efeito de tensão média sobre a resistência à fadiga, vários tipos de diagramas e curvas foram propostas e utilizadas, dependendo do sistema de coordenadas utilizado, ou seja, de quais variáveis estão sendo consideradas sobre os dois eixos coordenados, dentre as diferentes tensões que definem o ciclo de carregamento. Dos vários tipos de diagramas existentes, todos os tipos de diagramas comentados apresentam curvas onde a vida é uma constante, ou seja, são curvas que representam as várias combinações de tensões que levam a uma mesma vida, sendo também chamados de diagramas de vida constante, ou ainda diagramas com linhas de vida constante. O levantamento experimental de um diagrama deste tipo requer um apreciável esforço, pois é necessário ensaiar dezenas ou mesmo centenas de corpos de prova, para cobrir todo o campo de combinações de tensões médias e tensões alternadas, com a devida consideração da dispersão de resultados, inerente ao processo de fadiga. O diagrama mais antigo é o chamado diagrama de Smith, que usa a tensão média no eixo das abcissas e as tensões máximas e mínimas no eixo das ordenadas, como mostrado na figura 11.1.

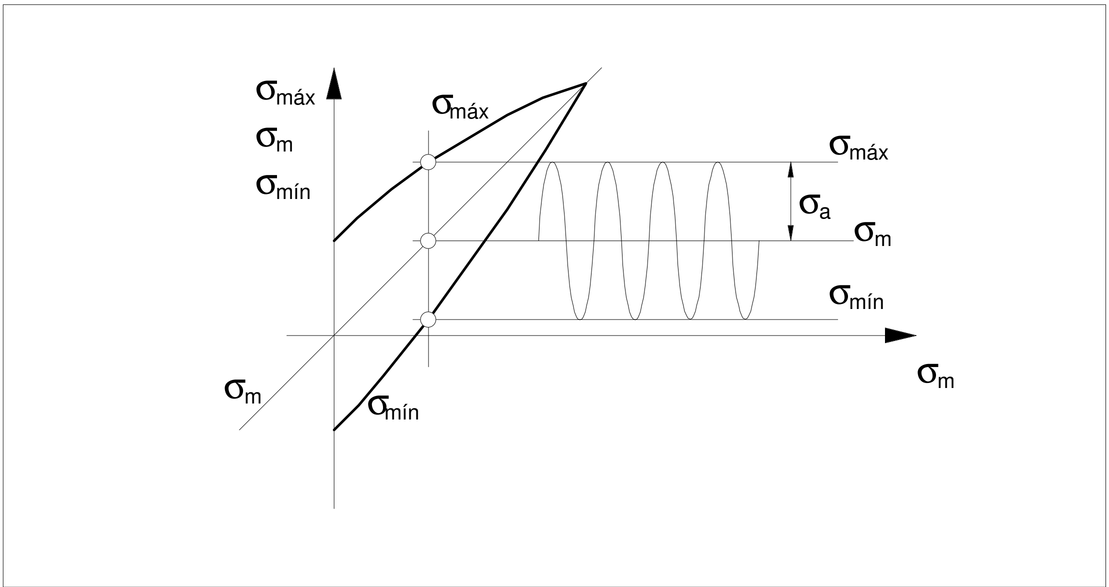

Figura 11.1 - Diagrama $\sigma_{máx}$ / $\sigma_{mín}$ - σ_m, ou diagrama de Smith, e a definição das tensões que caracterizam o carregamento.

A resistência à fadiga do material fica definida pela região limitada pelas duas linhas do diagrama, a de $\sigma_{máx}$ - σ_m e a σ_{min} - σ_m. A figura 11.1 mostra o diagrama e as tensões características mais importantes. A tensão média, σ_m, é, evidentemente, dada por

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{máx} + \sigma_{mín}}{2} \tag{11.1}$$

e a amplitude da tensão aplicada, ou tensão alternante, é

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{máx} - \sigma_{mín}}{2} \tag{11.2}$$

Uma forma bastante útil em muitas ocasiões de descrever o nível de tensão média é adotar uma media relativa, pelo uso dos fatores A ou R, que podem ser chamados de fator de simetria do ciclo, definidos respectivamente por:

$$R = \frac{\sigma_{mín}}{\sigma_{máx}}, \text{ e} \qquad A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$

Outro tipo de diagrama, de uso comum na indústria aeronáutica, é similar ao diagrama $\sigma_{máx}$ / $\sigma_{mín}$ - σ_m, o qual permite uma interpretação e uso mais eficiente. Neste tipo de diagrama podemos trabalhar com qualquer um dos tipos de tensão que definem o carregamento cíclico, seja máxima, mínima, alternante ou média, conforme figura 11.2, pois os eixos inclinados a 45° fornecem as coordenadas de tensões médias e alternantes e os eixos horizontal e vertical fornecem as coordenadas de tensões mínimas e máximas, respectivamente. A figura 11.2 mostra este tipo de diagrama, muitas vezes denominado de diagrama padrão, também chamado "master diagram".

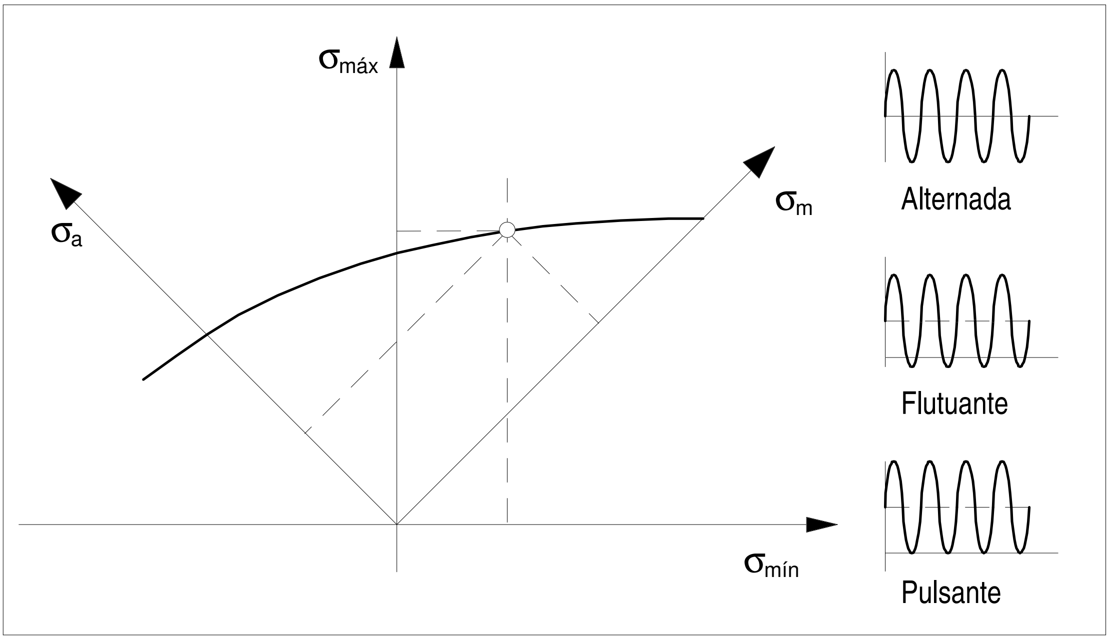

Figura 11.2 - Diagrama $\sigma_{máx}$ - $\sigma_{mín,}$ σ_a - σ_m e definição do tipo de carga cíclica.

Uma nomenclatura bastante usada para definir o tipo de carregamento cíclico que ocorre é definir a carga como alternante, pulsante ou flutuante. Assim, se σ_m = 0 a carga é dita alternante, caso contrário ela será flutuante. Se $\sigma_{mín}$= 0, a solicitação, embora flutuante, será agora denominada pulsante. Uma outra forma de apresentar os resultados do efeito de uma tensão média, não nula, sobre a resistência à fadiga do material, é usando um sistema de coordenadas de tensão média-tensão alternante. Estes são chamados de diagramas σ_a - σ_m e são os diagramas mais simples, onde o efeito de σ_m é marcado pela redução da tensão alternante σ_a que o material resiste, isto para diferentes vidas. Vamos nos deter, ao longo deste texto, apenas no uso dos diagramas do tipo σ_a - σ_m, deixando de lado os diagramas tanto do tipo $\sigma_{máx}$ - $\sigma_{mín,}$ σ_a - σ_m como os do tipo $\sigma_{máx}$, $\sigma_{mín,}$, σ_m , pois a diferença de uso entre um tipo de diagrama e outro é pequena, sendo fácil de transpor o processo de cálculo de um para outro tipo. O diagrama do tipo σ_a - σ_m é o mais simples de traçar e de trabalhar, permitindo uma boa visualização do processo. Para uma aplicação o ideal é que se tenha o diagrama σ_a - σ_m do material, obtido experimentalmente, quando então o resultados dos cálculos serão bastante confiáveis, a menos da dispersão inerente ao processo de fadiga. Ocorre que em muitos casos esta situação não acontece, forçando-nos a trabalhar com estimativas da curva σ - N e, por sua vez, também com uma estimativa das curvas σ_a - σ_m. Assim, é interessante avaliar os modelos propostos na literatura para fazer uma estimativa do diagrama σ_a - σ_m para o nosso material. O ponto de partida está baseado nas propriedades mecânicas estáticas do material, σ_E, σ_R, σ_m, sendo que devemos iniciar o processo com a estimativa da curva σ - N do material, da curva σ - N da peça ou componente e finalmente do diagrama σ_a - σ_m para a peça.

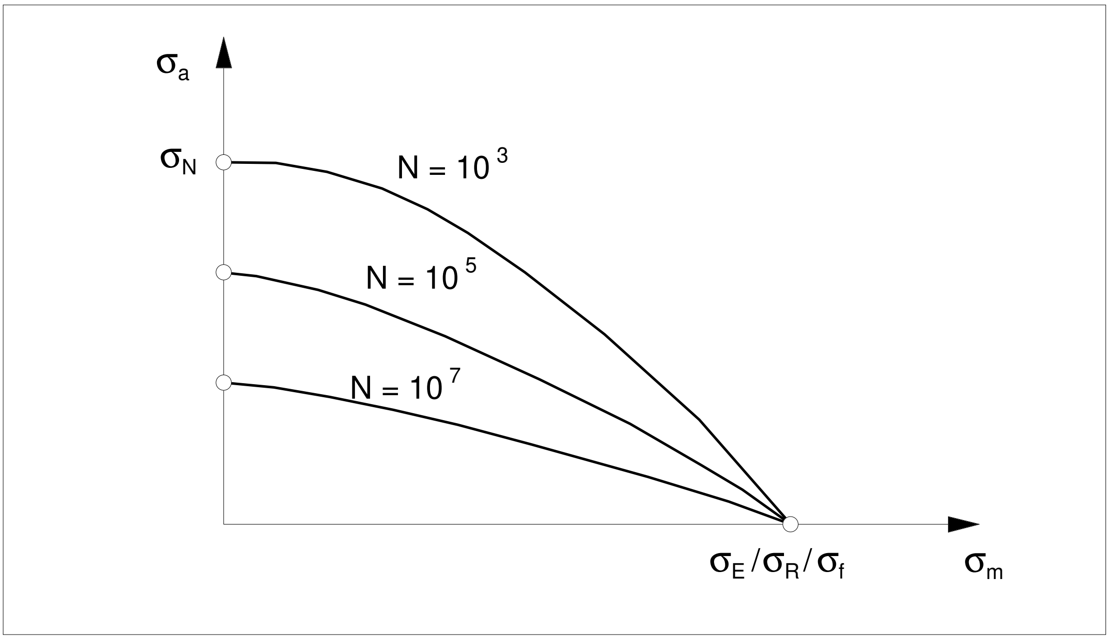

Figura 11.3 - Diagrama σ_a - σ_m típico, de forma esquemática.

Com os processos do Capítulo 9, a curva σ - N do material pode ser obtida, e a partir desta podemos estimar a curva σ - N da peça, usando os fatores de correção no extremo direito da curva. O próximo passo é a estimativa do diagrama σ_a - σ_m. Isto é feito considerando que no diagrama σ_a - σ_m existem dois pontos de fácil obtenção. Um ponto é, para uma dada vida N, a amplitude da tensão alternante que leva à falha, com $\sigma_m = 0$, que é o valor obtido da curva σ - N da peça, na vida de N ciclos. Na figura 11.5 este é o ponto (0; σ_N). O outro ponto característico é obtido considerando um limite para a tensão média, em que a componente alternante do carregamento é zero. Neste caso a tensão média identifica-se com a tensão máxima, o que corresponde a um carga estática. O valor limite que a tensão pode alcançar é, por exemplo, σ_R. Se considerarmos que $\sigma_m + \sigma_a = \sigma_{máx} = \sigma_R$, resulta portanto $\sigma_m = \sigma_R$, e temos assim o segundo ponto da figura 11.5.

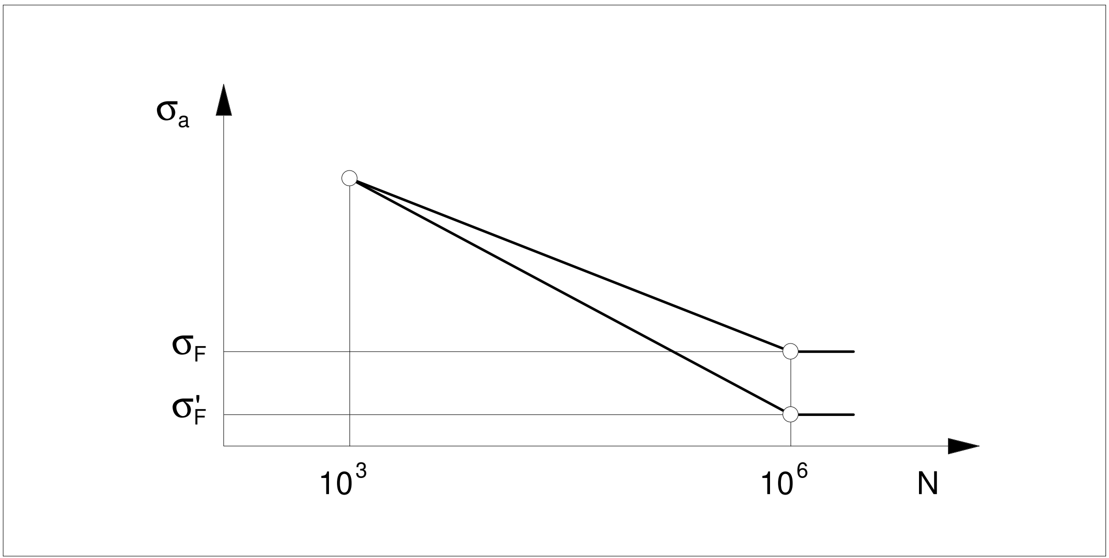

Figura 11.4 - Curva σ - N do material e do componente.

Os dados dos ensaios respeitam os dois pontos extremos, mas os pontos intermediários podem se distribuir das mais diversas formas, dependendo do material, da geometria da peça, das condições de carregamento e outros fatores. Na falta de maiores informações, podemos utilizar uma reta unindo os dois pontos, como uma forma de estimar a curva. Existem vários critérios para definir a curva σ_a - σ_m, dependendo de como é definido o modo de falha para carga estática do componente, e, portanto, como é limitada a resistência para este modo de falha. Este limite pode ser a tensão limite de escoamento, a tensão limite de resistência ou então a tensão real de fratura. O uso de uma ou outra vai depender da aplicação que estamos dando ao diagrama e da maneira que as tensões são tratadas, se como tensões locais, no ponto crítico ou como tensões nominais na seção crítica.

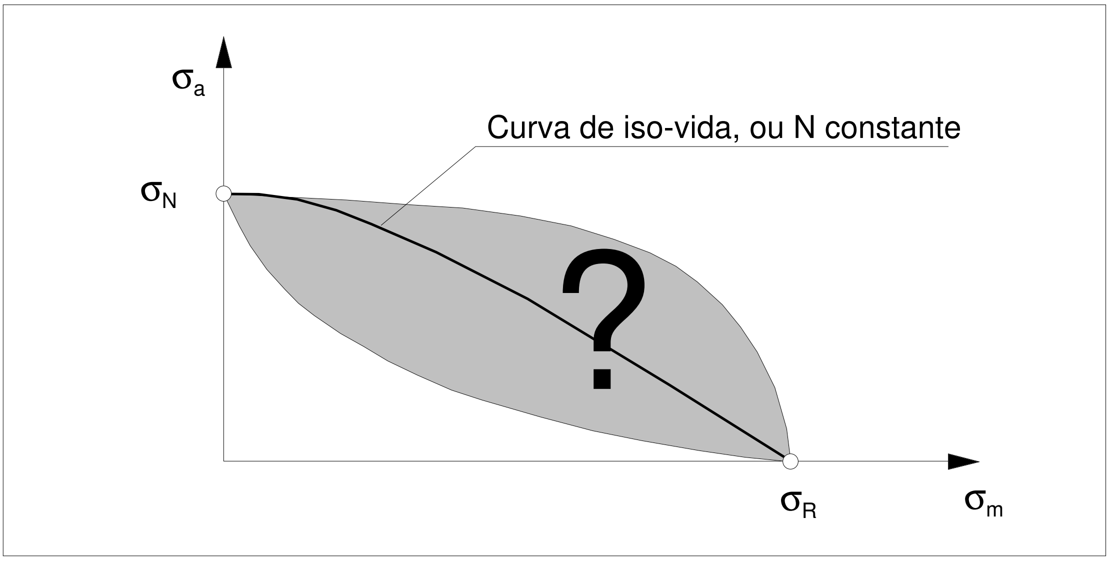

Figura 11.5 - Estimativa do diagrama σ_a - σ_m, a partir de dois pontos extremos, definidos sobre os eixos de tensão média e de tensão alternante.

Neste último caso, limitando a carga ao valor da carga de início de escoamento, para a seção líquida, impedimos que a peça venha a se deformar plasticamente de forma macroscópica, o que poderia comprometer o seu uso adequado. No caso da análise de fadiga concentrar-se sobre o ponto crítico, a situação é diferente, pois agora o fato de que a tensão limite de escoamento tenha sido atingida, ou mesmo excedida, não compromete o componente, já que a deformação plástica passa a ser localizada, em um ponto, ou em uma pequena região próxima ao ponto de concentração de tensão. Assim, é possível adotar como limite para a tensão média não só a tensão limite de escoamento, mas também a tensão limite de resistência ou mesmo a tensão real de fratura. O uso de uma ou de outra depende do critério adotado, mas de uma forma geral pode-se dizer que o uso da tensão real de fratura tem aplicação quando o critério de faha estática adotado é a ruptura do material, já que esta é a tensão que realmente caracteriza o ponto de falha no ensaio de tração. A tensão limite de resistência, conforme visto anteriormente, é uma tensão definida pelo ponto de máxima carga, mas que não caracteriza a capacidade de resistência mecânica do material, e sim o início da instabilidade plástica no ensaio de tração. O processo de interpolação a ser adotado entre as duas condições limites, de tensão média nula e a de tensão alternante nula, deve acompanhar a tendência dos dados experimentais, sendo esta interpolação em geral linear. Diferentes critérios para definir as curvas σ_a - σ_m estão colocados nas figuras a seguir. Alguns são apenas para referência, de pequena aplicação prática, sendo outros intensamente usados no dia a dia.

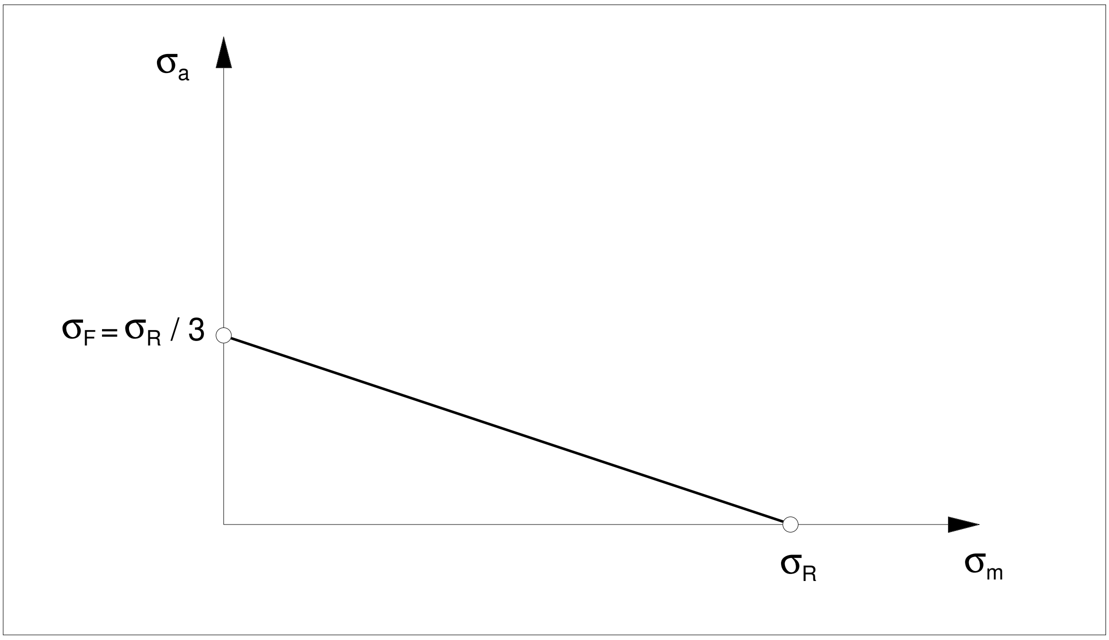

Figura11.6 - Critério de Goodman. Considera que a tensão limite de fadiga do material é σ_R / 3, um valor conservativo se comparado com o uso recomendado de σ_R / 2. A tensão média fica limitada por σ_R.

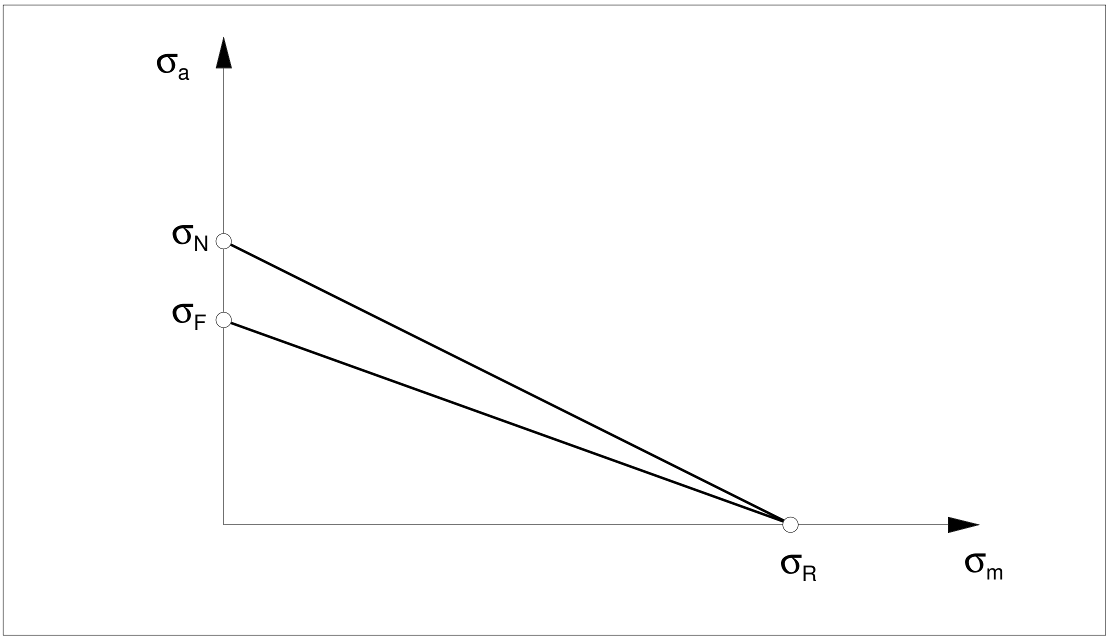

Figura11.7 - Critério de Goodman modificado. A tensão alternante sobre o eixo vertical passa a ser o valor da tensão limite de fadiga, seja experimental, seja estimado. Podemos usar também uma tensão σ_N, quando desejamos uma curva que forneça as diferentes combinações de σ_a e σ_m para uma vida especificada, agora, de N ciclos.

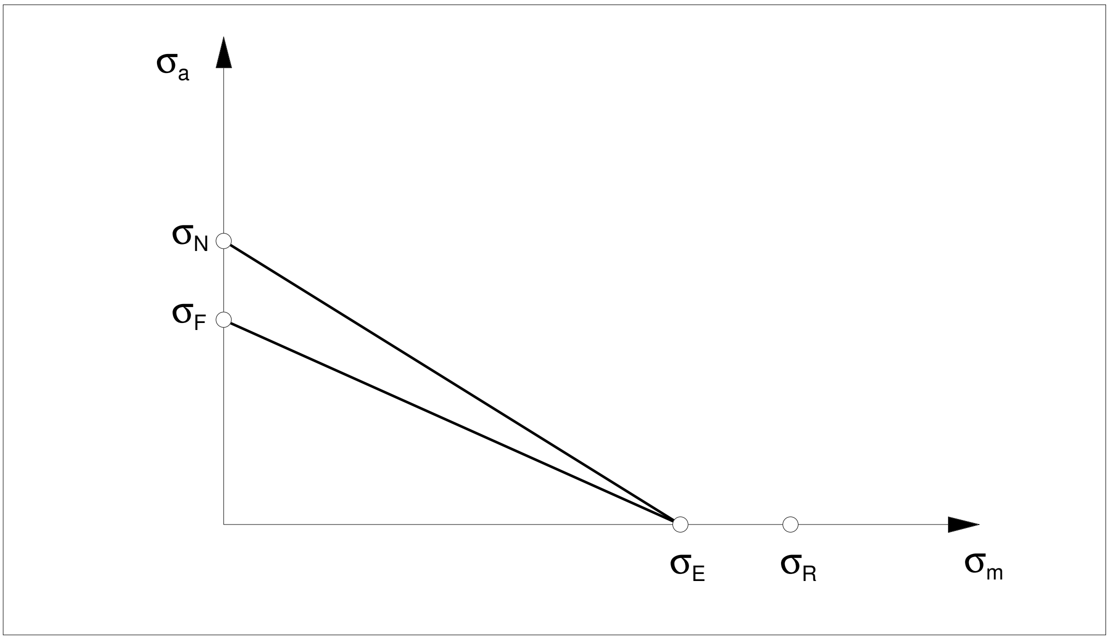

Figura11.8 - Critério de Soderberg. O critério de Soderberg é mais conservativo que o de Goodman, já que restringe a tensão média a no máximo a tensão limite de escoamento. Quando o critério é usado para representar a resistência no ponto crítico é excessivamente conservativo, impedindo um escoamento localizado, que induz um estado benéfico de tensões residuais.

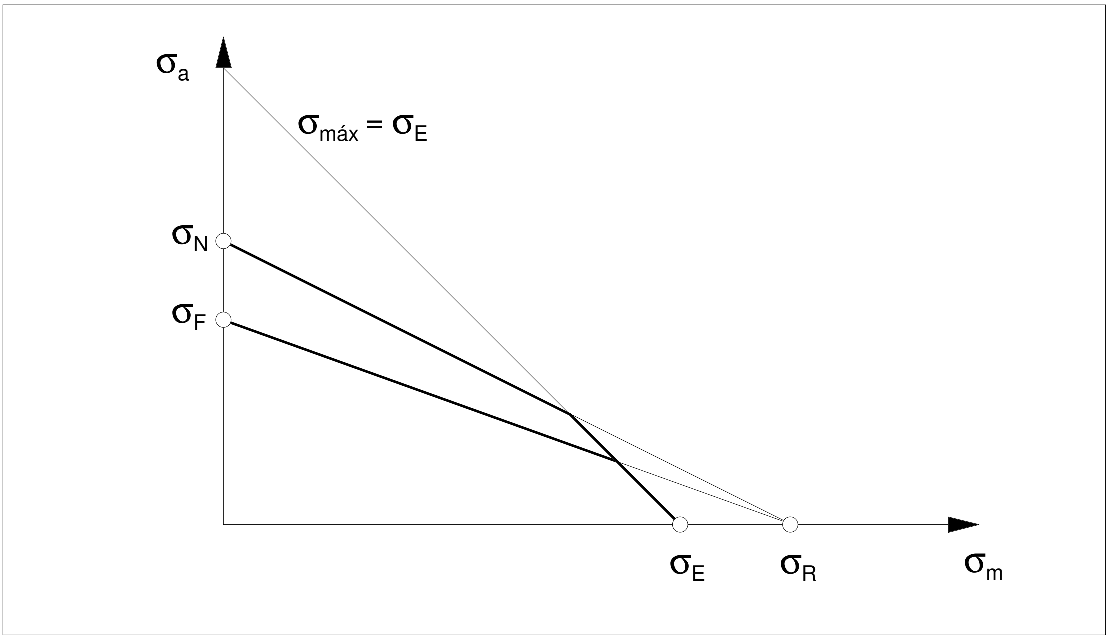

Figura11.9 Critério de Haigh. Este critério corresponde à linha de Goodman modificada, limitando agora a tensão máxima no valor da tensão limite de escoamento, o que corresponde à reta descendente a 45º, que passa por σ_E.

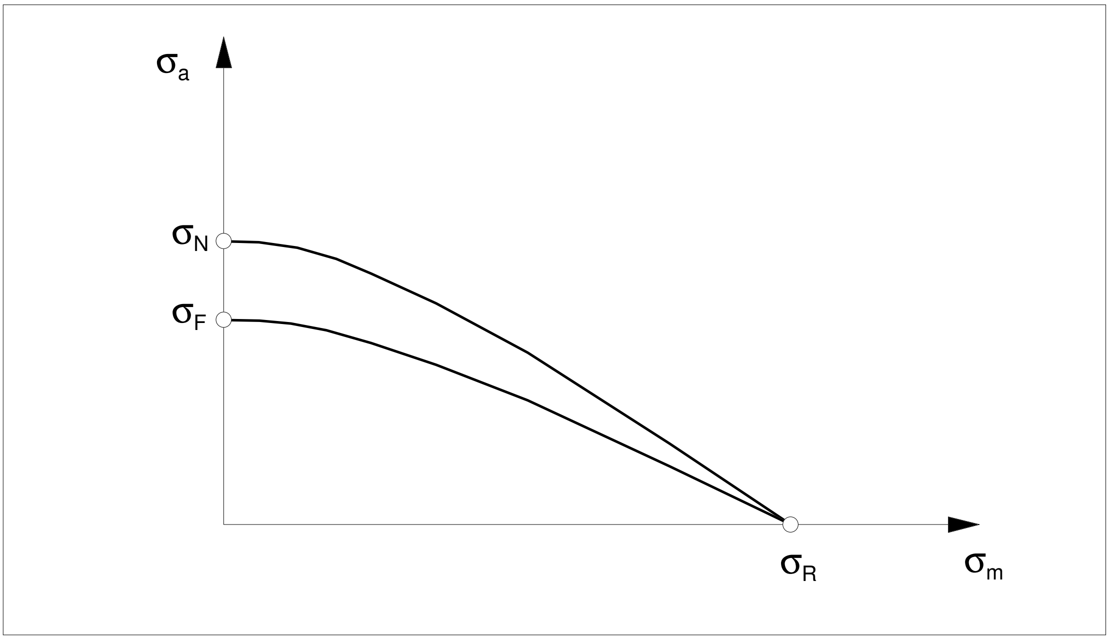

Figura 11.10 - Critério de Gerber. Este critério foi apresentado por mostrar um bom ajuste com os resultados experimentais, à época coletados por Gerber. O critério adota uma curva quadrática, passando por σ_N e σ_R, simétrica em relação ao eixo vertical.

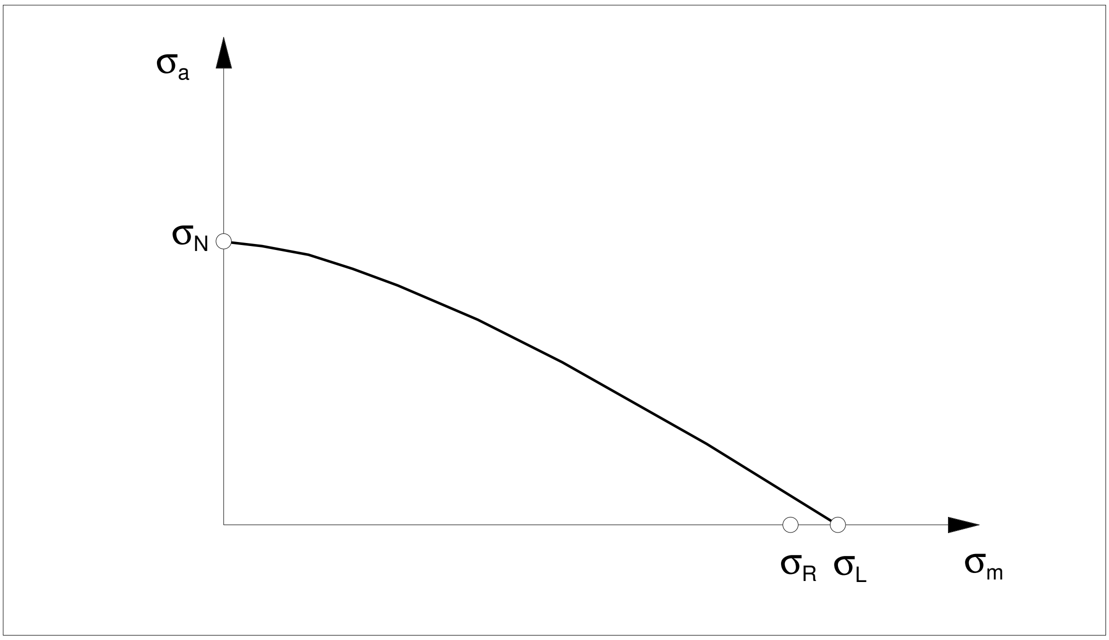

Figura 11.11 - Critério de Peterson (1952). Para o caso de aços de alta resistência, como para os aços para a construção de molas, Peterson sugeriu que o efeito da tensão média ficaria mais bem representado através de uma equação cúbica, passando por σ_N e σ_L, tensão limite, tomada como a média entre σ_R e σ_E.

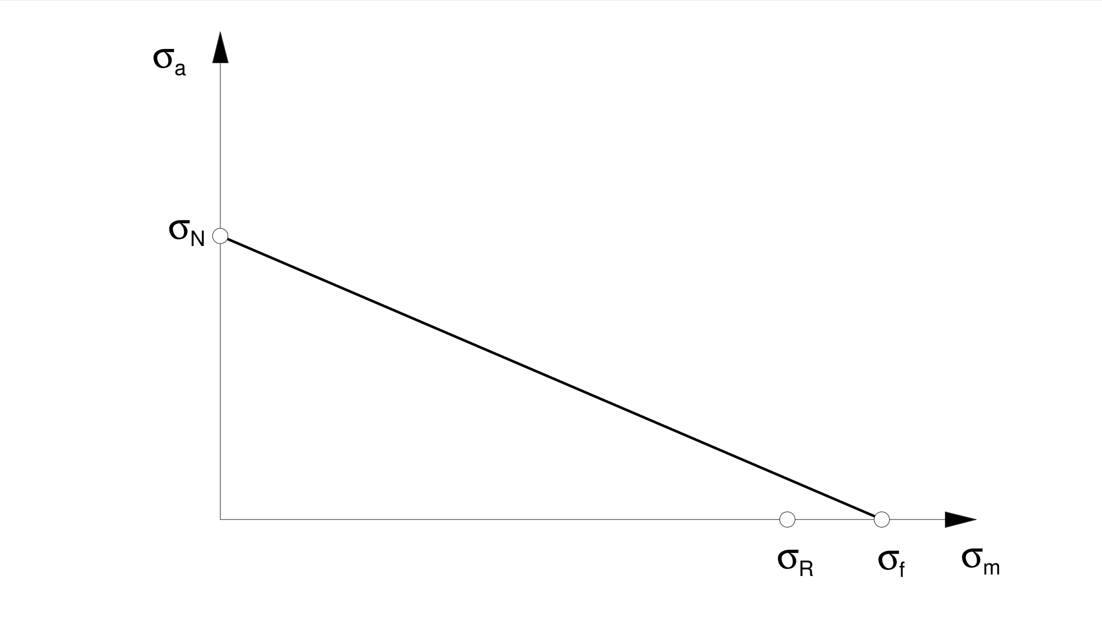

Figura 11.12 - Critério de Morrow (1965). Este critério considera que o máximo valor que a tensão média pode assumir é a tensão real de fratura, pois o valor de σ_R não corresponde à ruptura do material e sim à condição de instabilidade plástica do ensaio de tração.

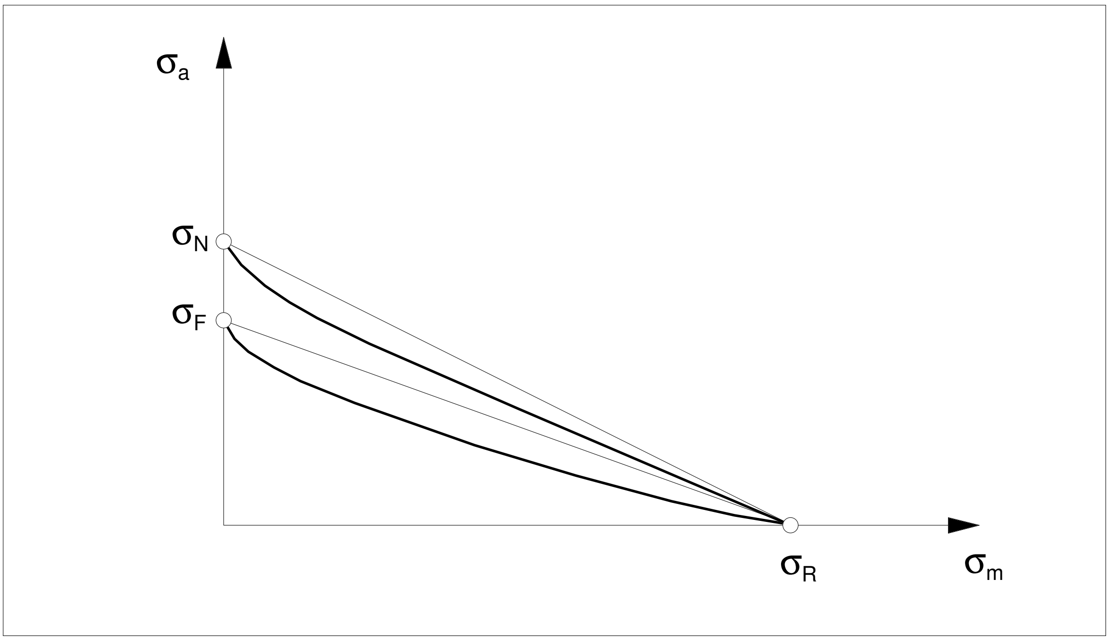

Figura 11.13 - Critério de Dolan (1958). Este critério procura ajustar-se aos resultados experimentais de materiais frágeis, ou de alta resistência, com elevado efeito de concentração de tensão. Nestes casos, os pontos experimentais formam uma curva com forma côncava, sendo inviável o uso dos critérios anteriores, que são não conservativos para estes casos.

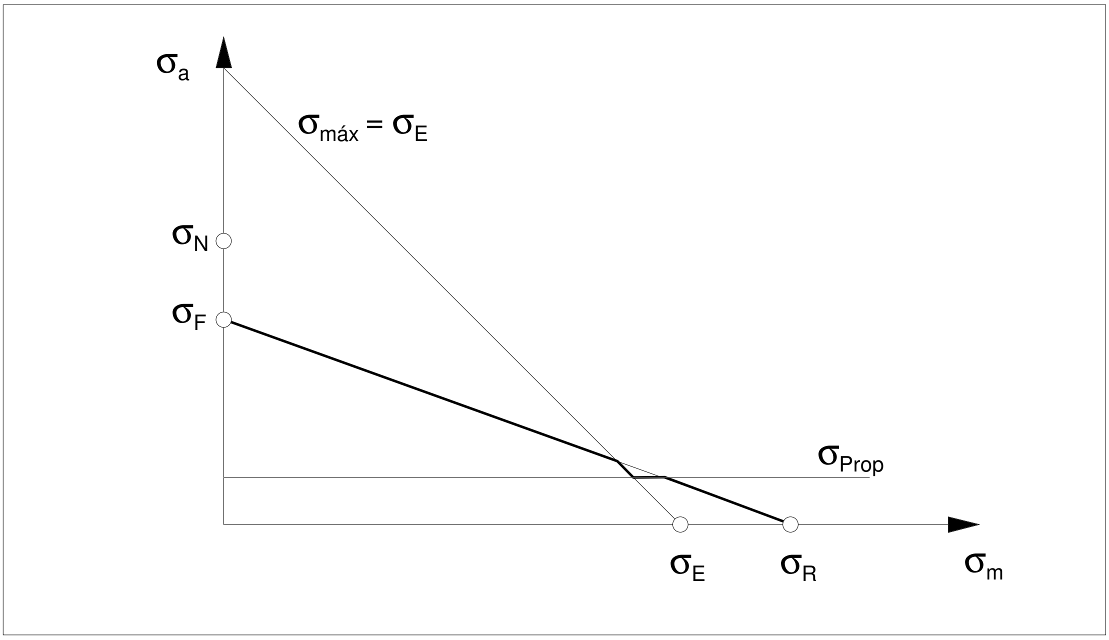

Figura 11.14 - Critério de Fucks (1965). Vários mecanismos de falha foram considerados neste critério com a tensão média limitada na tensão limite de escoamento. A tensão máxima é limitada a um valor médio entre σ_E e σ_{EC} do material. É também considerada a tensão necessária para a propagação de uma trinca, formada no fundo de um entalhe.

Os critérios mais usados são os colocados abaixo, em que temos a expressão da equação que estabelece a linha que limita a região de segurança, região abaixo da linha, da região de falha, que é a região acima da linha.

Soderberg $\sigma_a / \sigma_N = 1 - \sigma_m / \sigma_E$ (11.3)

Goodman modificado $\sigma_a / \sigma_N = 1 - \sigma_m / \sigma_R$ (11.4)

Morrow $\sigma_a / \sigma_N = 1 - \sigma_m / \sigma_f$ (11.5)

Gerber $\sigma_a / \sigma_N = 1 - (\sigma_m / \sigma_R)^2$ (11.6)

Para materiais frágeis, ou mesmo os dúteis, mas com grande concentração de tensão, o critério de Dolan é mais adequado, conforme figura 11.13, sendo representado por

$$\sigma_a / \sigma_N = (1 - \sigma_m / \sigma_R) / (1 + \sigma_m / \sigma_R) \qquad (11.7)$$

O critério de Soderberg, limitando σ_m a σ_E, não é aconselhado por um excessivo conservadorismo e também porque reduz ou até elimina a possibilidade da formação de tensões residuais benéficas nos pontos críticos. Para materiais dúteis recomenda-se usar Goodman ou Morrow, enquanto que para os frágeis, Dolan é o mais adequado. A obtenção do diagrama de Morrow ou do diagrama de Goodman, a partir do diagrama σ - N é mostrada na figura 11.15.

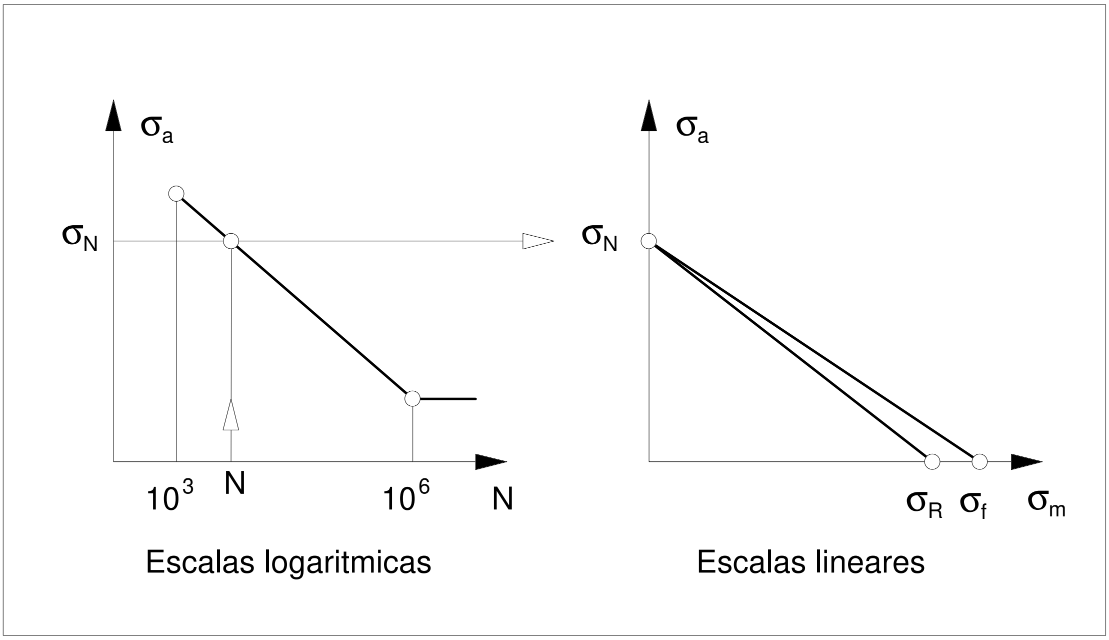

Figura 11.15 - Obtenção dos diagramas de Morrow e Goodman.

EXEMPLO 11.1:

Estimar a curva σ_a - σ_m para o eixo esquematizado, com o material dado, segundo o critério de Goodman modificado, para flexão rotativa e N = 10^i, i = 3,4,5,6. Considerar um aço SAE-ABNT 4340 com 350 HBN.

SOLUÇÃO:

A tensão limite de fadiga do material é:

$\sigma_F = 0{,}5\ \sigma_R = 0{,}5 \cdot 1200$

$\sigma_F = 600$ MPa

A tensão limite de fadiga, corrigida para a peça é:

$\sigma'_F = k_1\ k_2\ \sigma_F = 0{,}76 \cdot 0{,}60 \cdot 600$

$\sigma'_F = 274$ MPa

$\sigma_N = 0{,}8\ \sigma_R = 0{,}8 \cdot 1200$ para N = 10^3 ciclos

σ_N = 960 MPa

A curva σ - N é dada por

$\sigma = C\ N^m$, onde

$m = -\log(\sigma_N / \sigma_F') / 3 = -\log(960/274) / 3$

$m = -0{,}18$

$C = \sigma_N / N_1{}^m = 960\ (10^3)^{0{,}18}$

C = 3329 MPa

logo

$\sigma = 3329\ N^{-0{,}18}$

N	10^3	10^4	10^5	10^6
σ_N (MPa)	960	643	419	274

As curvas σ_a - σ_m estão mostradas na figura 11.17.

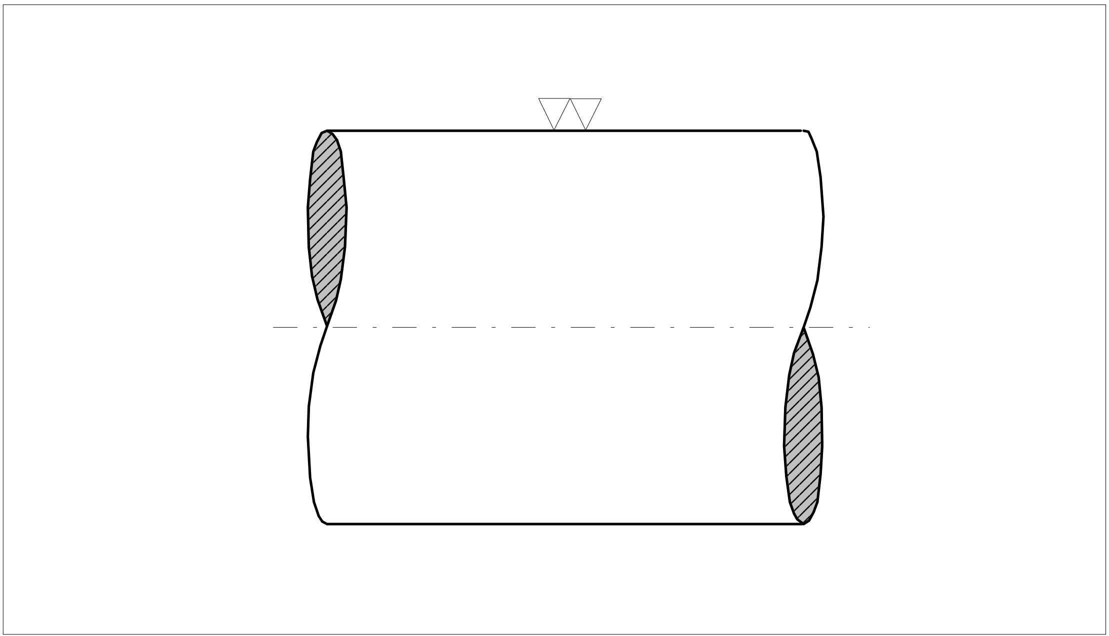

Figura 11.16 - Peça do exemplo 11.1.

EXEMPLO 11.2:

Para os dados considerados no exemplo 11.1, responda:

a) Para uma tensão alternante, devida à flexão rotativa, de 400 MPa, qual a tensão média que leva à falha em 10^4 ciclos, devida a uma força axial sobreposta ?

b) Idem para o ítem a), com uma vida de 10^5 ciclos;

c) Qual a vida se σ_a = 400 MPa e σ_m = 300 MPa ?

SOLUÇÃO:

a) Da equação do critério de Goodman modificado,

$$\sigma_a / \sigma_N = 1 - \sigma_m / \sigma_R$$

vem

$$\sigma_m = \sigma_R \,(1 - \sigma_a / \sigma_N)$$

$$\sigma_m = 1200\,(1 - 400 / 634)$$

$$\sigma_m = 443 \text{ MPa}$$

b) Para uma vida de 10^5 ciclos,

$$\sigma_m = 54 \text{ MPa}$$

c) A tensão alternante pura que produz a falha com o mesmo número de ciclos que a combinação σ_a = 400 e σ_m = 300 é

$$\sigma_N = \sigma_a / (1 - \sigma_m / \sigma_R)$$

$$\sigma_N = 533 \text{ MPa}$$

$$N^{-0,18} = 533 / 3329$$

logo a vida será de 26200 ciclos.

O diagrama σ_a - σ_m para esta vida é mostrado na figura 11.17.

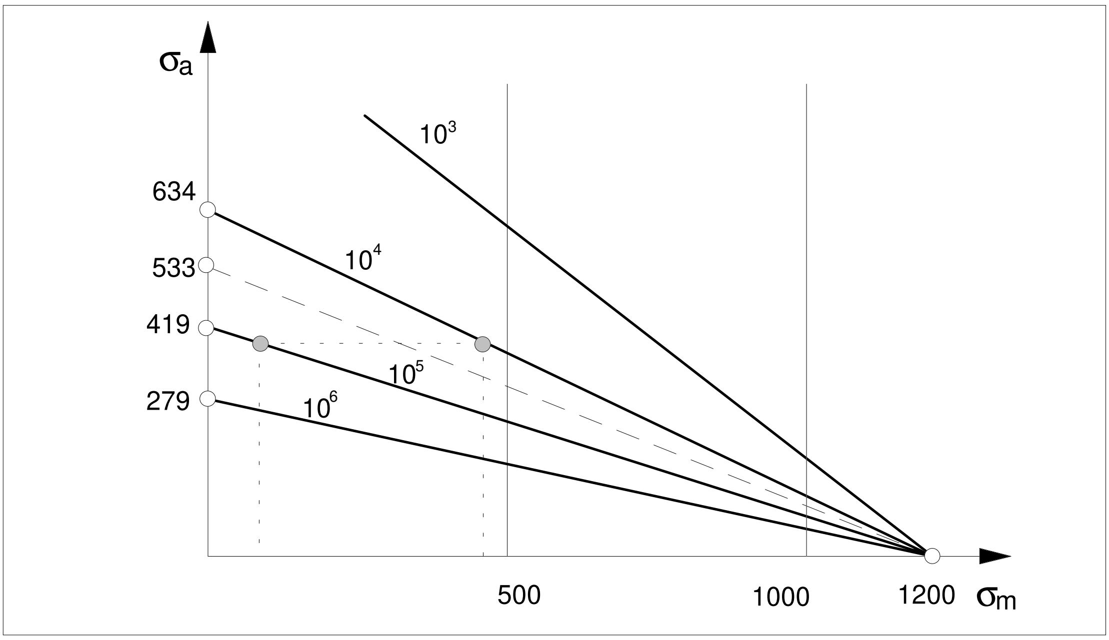

Figura 11.17. - Curva σ_a - σ_m para os exemplos 11.1 e 11.2.

11.2 - CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO SOB TENSÕES MÉDIAS.

Em um diagrama σ - N e σ_a - σ_m, o efeito de concentração de tensão pode ser enfocado de diversos modos, dependendo das hipóteses feitas. Aqui vamos nos deter em dois processos apenas, bastante difundidos na literatura. O primeiro, denominado de método da tensão residual, [5], faz uma análise mais rigorosa, admitindo um escoamento localizado nas proximidades do ponto mais solicitado. O segundo processo é mais simples, embora não corresponda a um comportamento tão realista do material. Este segundo processo é denominado de método da tensão média nominal, [ ].

MÉTODO DA TENSÃO RESIDUAL.

Inicialmente vamos analisar o efeito de pequenas deformações plásticas sobre as solicitações no ponto crítico do componente. Vamos considerar um modelo simplificado para o comportamento do material, pelo uso de um diagrama tensão-deformação elastoplástico ideal, não considerando portanto o efeito do encruamento. Este diagrama é considerado no seu estado já estabilizado, logo a tensão de escoamento deve ser identificada com a tensão limite de escoamento cíclica do material, σ_{EC}, ou seja,

$$\sigma_E = \sigma_{EC} \tag{11.8}$$

Como a máxima tensão que atuaria no material, no caso elástico igual a K_t σ_0, excede σ_E, quando da descarga do primeiro ciclo de carga forma-se um estado de tensões residuais, cujo valor no ponto crítico pode ser obtido se considerarmos que a descarga é elástica, conforme já visto no Capítulo 5 e no Capítulo 10, isto é, a tensão residual é dada por

$$\sigma_r = \sigma_E - \sigma_0 K_t \tag{11.9}$$

e como σ_E é a tensão que age no ponto mais solicitado,

$$\sigma_E = \sigma_0 K_\sigma \tag{11.10}$$

vem

$$\sigma_r = \sigma_0 (K_\sigma - K_t) \tag{11.11}$$

no caso geral, sendo σ_0 a tensão nominal.

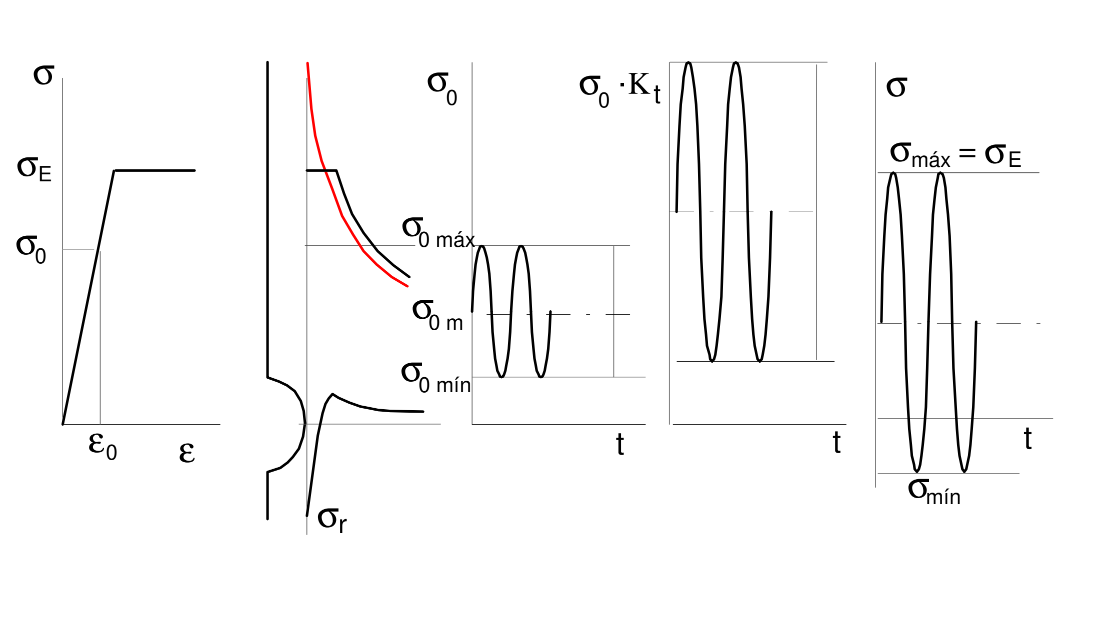

Figura 11.18 - Efeito de concentração de tensões com carga flutuante.

Esta tensão residual soma-se algebricamente às tensões impostas pelo carregamento, resultando nas tensões indicadas no esquema da figura 11.18, ou seja,

$$\sigma_{máx} = \sigma_{0máx} K_t + \sigma_r$$

$$\sigma_{máx} = \sigma_{0máx} K_t + (\sigma_E - \sigma_{máx} K_t)$$

$$\sigma_{máx} = \sigma_E \qquad (11.12)$$

$$\sigma_{mín} = \sigma_{0mín} K_t + \sigma_r$$

$$\sigma_{mín} = \sigma_{0mín} K_t + (\sigma_E - \sigma_{0máx} K_t)$$

$$\sigma_{mín} = \sigma_E - K_t (\sigma_{máx} - \sigma_{mín})$$

$$\sigma_{mín} = \sigma_E - K_t\, 2\, \sigma_{0a} \qquad (11.13)$$

$$\sigma_m = (\sigma_{máx} + \sigma_{mín}) / 2$$

$$\sigma_m = \sigma_{0m} K_t + \sigma_r$$

$$\sigma_m = \sigma_E - \sigma_{0a} K_t \tag{11.14}$$

$$\sigma_a = (\sigma_{máx} - \sigma_{mín}) / 2$$

$$\sigma_a = K_t \sigma_{0a} \tag{11.15}$$

Assim, a tensão residual não altera a tensão alternante que age no ponto mais solicitado, mudando apenas a tensão média, desde que não ocorra escoamento sob compressão. Este escoamento passa a ocorrer se $| \sigma_r | < | \sigma_{EC} |$ ou $\sigma_{mín} > - \sigma_{EC}$. Neste caso a amplitude da tensão alternante no ponto crítico passa a ser $\sigma_a = \sigma_{EC}$ e a tensão média será nula. O método da tensão residual considera o desenvolvimento de tensões residuais, de modo que a máxima tensão do ciclo de carga não ultrapasse a tensão limite de escoamento cíclica. Quando $\sigma_r > \sigma_{EC}$, em módulo, então o material escoa sob compressão, ficando

$$\sigma_r = - \sigma_{EC} \tag{11.16}$$

e, quando de um novo carregamento, a tensão real será sobreposta a esta. Para que ocorra este escoamento sob compressão é necessário que, para um material com comportamento elastoplástico ideal, tenhamos $K_t \sigma_0 > 2 \sigma_{EC}$ e deste modo temos um escoamento tanto na parte tratativa do ciclo como na compressiva e assim o ponto crítico fica solicitado por tensões que variam entre $- \sigma_{EC}$ e σ_{EC}, ou seja,

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \sigma_{EC} \\ \sigma_m &= 0 \end{aligned} \tag{11.17}$$

independente de qual seja o valor do carregamento externo, em termos da carga média ou da carga alternante.

MÉTODO DA TENSÃO MÉDIA NOMINAL.

Este método considera que o fator da redução da resistência à fadiga, $K_{f,}$ atua apenas sobre a parcela dinâmica do carregamento, ou seja, no ponto crítico a solicitação será considerada como

$$\begin{aligned} \sigma_a &= K_t \cdot \sigma_{0a} \\ \sigma_m &= \sigma_{0m} \end{aligned} \tag{11.18}$$

A justificativa deste procedimento está no fato de que nos materiais dúteis a resistência estática não fica afetada pela descontinuidade geométrica, enquanto que a resistência à fadiga fica, sendo assim afetada pelo efeito de concentração de tensão, ou seja, reduzida pelo fator K_f. No uso deste método o fator K_f pode ser usado tanto como fator de aumento da solicitação como fator de redução da resistência à fadiga, como discutido no Capítulo 10.

11.3 - COEFICIENTE DE SEGURANÇA.

Uma curva no diagrama σ_a - σ_m, que passa pelo ponto (0; σ_N) e por (σ_R; 0), representa a resistência do material, ou da peça, à fadiga para uma dada vida. O carregamento é representado no diagrama ilustrado na figura 11.19 pelo ponto **a**, de coordenadas (σ_a; σ_m). Uma forma de definir o coeficiente de segurança, n, é considerar uma reta que passa pela origem e pelo ponto de carga (σ_a; σ_m). Esta reta é extrapolada até interceptar a curva de resistência, definindo o ponto **A**, de coordenadas (σ_a; σ_m), conforme a figura 11.19. Aqui estamos introduzindo uma pequena alteração na nomenclatura, no sentido de distinguir entre o par de pontos de tensão média e tensão alternante que estão envolvidos na análise. Assim, o ponto que caracteriza a solicitação que está atuando no ponto crítico é o ponto **a**, de coordenadas (σ_a; σ_m) e o ponto correspondente à resistência que o material apresenta é o ponto **A**, de coordenadas (σ_A; σ_M). A segurança para a vida considerada está, então, relacionada à distância dos pontos **B** e **A** até a origem, isto é,

$$n = \overline{\mathbf{OA}} / \overline{\mathbf{OB}} \qquad (11.19)$$

$$n = \sigma_M / \sigma_m$$

$$n = \sigma_A / \sigma_a \qquad (11.20)$$

Conhecido o carregamento aplicado temos o ponto **a**, com coordenadas (σ_a; σ_m). Então cabe determinar o ponto **A**. Da equação (11.20) temos a reta **OA**.

$$\sigma_A / \sigma_a = \sigma_M / \sigma_m \qquad (11.21)$$

A linha de Goodman, no ponto **A**, tem a equação

$$\sigma_A / \sigma_N = 1 - \sigma_M / \sigma_R \tag{11.22}$$

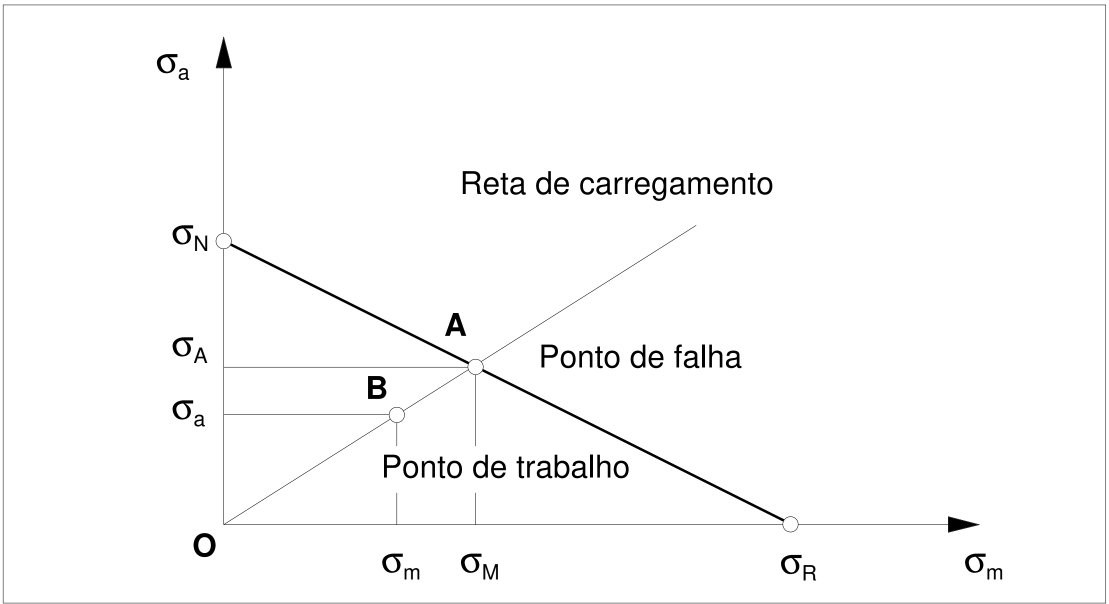

Figura 11.19 - Coeficiente de segurança no diagrama de vida constante.

Eliminando σ_A das duas equações, obtemos

$$\sigma_M = \sigma_N \left(\sigma_a / \sigma_m + \sigma_N / \sigma_R \right)^{-1} \tag{11.23}$$

e também

$$\sigma_A = \sigma_a \, \sigma_M / \sigma_m$$

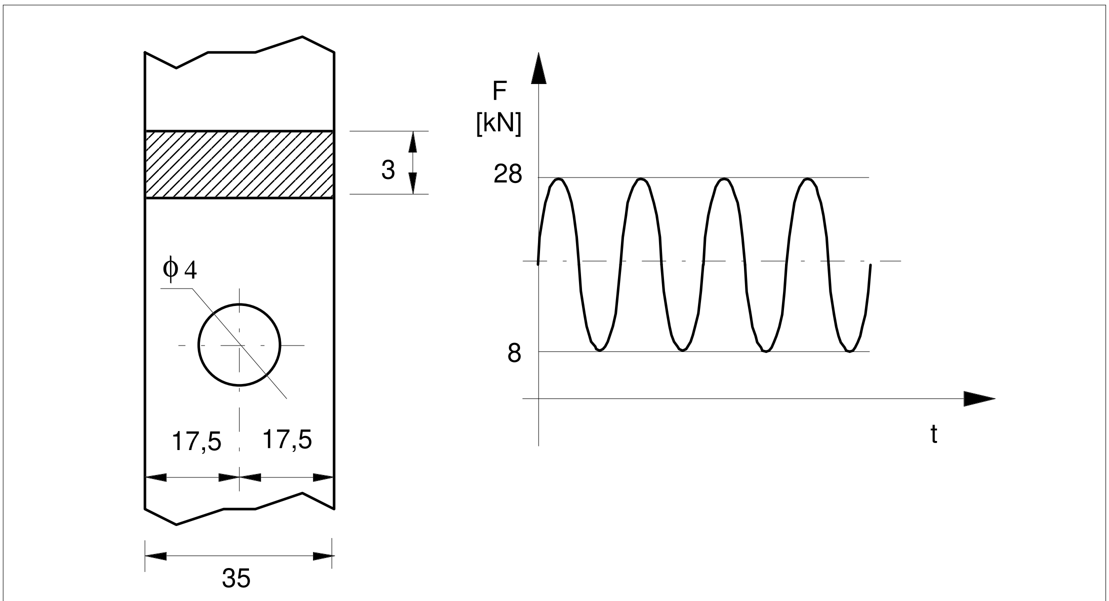

Figura 11.20 - Exemplo 11.3.

EXEMPLO 11.3.

Considere a figura 11.20, com a peça sendo fabricada com um material com σ_{EC} = 722 MPa e σ_R = 1200 MPa. O carregamento apilicado é trativo, entre 8 kN e 28 kN.

SOLUÇÃO:

A tensão limite à fadiga é:

$\sigma_f = 0{,}425\ \sigma_R$

$\sigma_f = 510$ MPa

$\sigma_F' = k_1\ \sigma_F = 0{,}76 \cdot 510$

$\sigma_F' = 387{,}6$ MPa

Para esta geometria, K_t = 3,1, baseado na área plena, e o fator de sensibilidade ao entalhe é q = 0,91, logo

$K_f = 1 + q\ (K_t - 1) = 1 + 0{,}91 \cdot 2{,}1$, logo $K_f = 2{,}91$

$A_0 = 35 \cdot 3 = 105\ mm^2$

Força de plastificação total

$F_p = 67{,}15$ kN

Força de início de escoamento

$F_E = 24{,}45$ kN

As tensões nominais são:

$$\sigma_{0máx} = \frac{F_{máx}}{A_0} = \frac{28\,000}{105}$$

$\sigma_{0máx} = 266{,}7$ MPa

$$\sigma_{0mín} = \frac{F_{mín}}{A_0} = \frac{8\,000}{105}$$

$\sigma_{0mín} = 76{,}2$ MPa

$$\sigma_{0m} = \frac{\sigma_{0máx} + \sigma_{0mín}}{2} = \frac{266{,}7 + 76{,}2}{2},\ \sigma_{0m} = 171{,}4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{0a} = \frac{\sigma_{0máx} - \sigma_{0mín}}{2} = \frac{266{,}7 - 76{,}2}{2}\ ,$$

$\sigma_{0a} = 95$ MPa

Como $\sigma_{0máx}\ K_f = 853$ MPa > σ_{EC}, ocorre um escoamento localizado, ficando uma tensão residual no ponto interno do orifício igual a:

$\sigma_r = \sigma_E - \sigma_{0máx} K_f = 722 - 226{,}7 \cdot 3{,}2$, $\sigma_r = -131$ MPa

Sobrepondo-se aos valores elasticamente calculados para o ponto mais crítico,

$\sigma_M = K_f\, \sigma_{0M} + \sigma_r$

$\sigma_M = 3{,}2 \cdot 171{,}4 + (-131)$

$\sigma_M = 418$ MPa

$\sigma_A = K_f\, \sigma_{0a} = 304$ MPa

Nota-se que $\sigma_{máx} = \sigma_M + \sigma_A = 722 = \sigma_{EC}$, o que mostra que o procedimento está correto.

Conclusão: A vida será finita, pois o ponto está um pouco acima da linha de Goodman, conforme pode ser visto na figura 11.21. O coeficiente de segurança, para a vida infinita é:

$$n = \left[\frac{\sigma_a}{\sigma_N} + \frac{\sigma_m}{\sigma_R}\right]^{-1}$$

$$n = \left[\frac{307}{387} + \frac{417}{1200}\right]^{-1} = 0{,}88$$

o que confirma que não há segurança quanto à vida infinita.

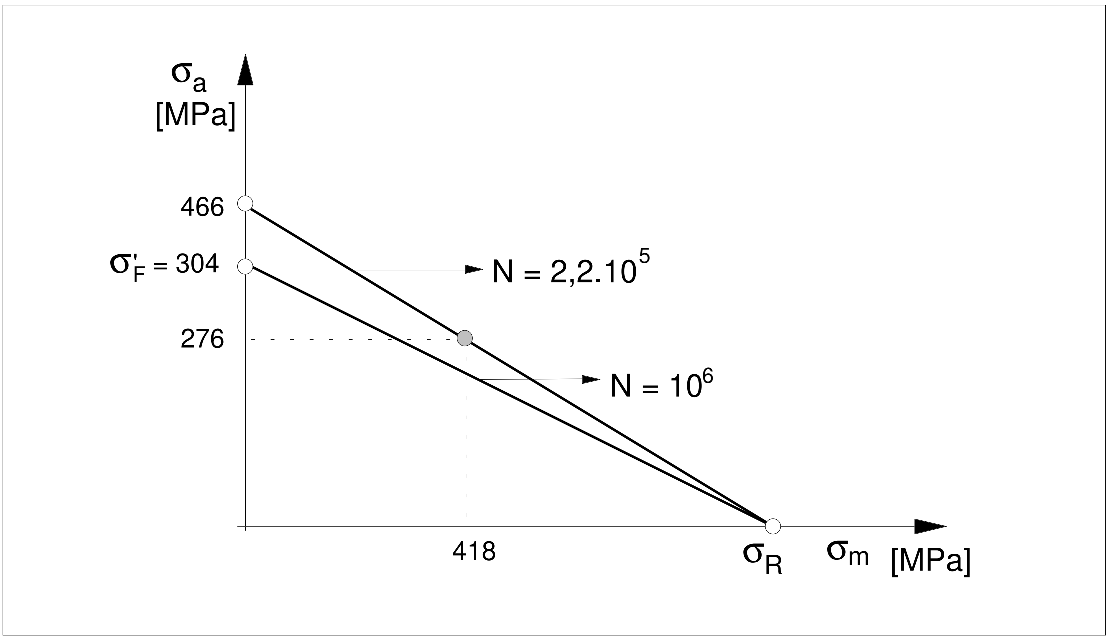

Figura 11.21 - Diagrama de Goodman para o exemplo 11.3.

EXEMPLO 11.4:

Para a peça do exemplo 11.3 determinar a vida, com o carregamento cíclico variando entre 10 kN e 40 kN.

SOLUÇÃO:

Este exemplo será resolvido pelo método da tensão residual. As tensões nominais devidas ao carregamento imposto são:

$\sigma_{0mín} = 95{,}2$ MPa

$\sigma_{0máx} = 381$ MPa

$\sigma_{0m} = 238$ MPa

$\sigma_{0a} = 143$ MPa

A tensão residual é:

$\sigma_r = 722 - K_f\, \sigma_{0máx}$

$\sigma_r = - 497$ MPa

Logo

$\sigma_m = K_f\, \sigma_{0m} + \sigma_r$

$\sigma_m = 265$ MPa

$\sigma_a = K_f\, \sigma_{ao} = 458$ MPa

Para este carregamento espera-se que o componente tenha vida finita. Para determinar esta vida, é necessário o uso das curvas σ_a - σ_m para outras vidas, além da curva correspondente a σ_F. Do critério de Goodman modificado, figura 11.22, temos

$$\sigma_N = \frac{\sigma_a}{1 - \sigma_m / \sigma_R}$$

$\sigma_N = 588$ MPa

Entrando com o valor de $\sigma_N = 588$ MPa na curva σ - N, obtemos o valor da vida N como segue:

Para $N_1 = 10^3$ ciclos, $\sigma_1 = 0{,}75\, \sigma_R = 900$ MPa

Do exemplo 10.3, $\sigma_F' = 387{,}6$ MPa. A equação da curva σ - N é obtida por

$m = - \log (\sigma_1 / \sigma_F') / 3 = - \log (900 / 387{,}6)/3$

$m = - 0.122$

$$C = \sigma_1 N_1^{-m} = 900\,(10^3)^{0,122}\,,\ C = 2090 \text{ MPa}$$

logo a curva σ - N fica

$$\sigma = 2090\, N^{-0,122}$$

e é plotada na figura 11.22.

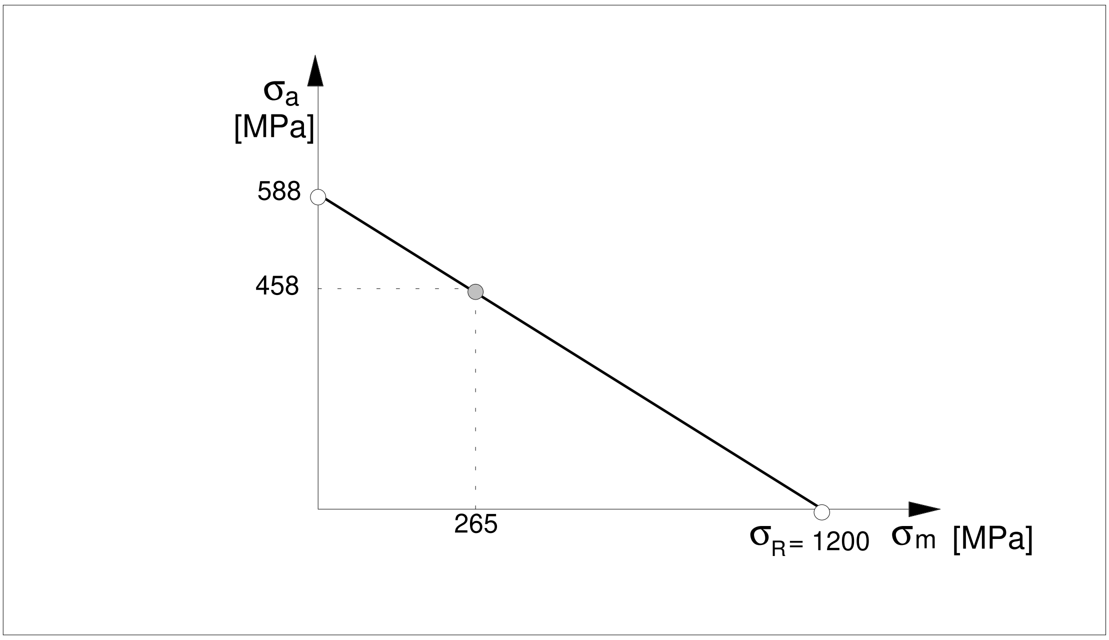

Figura 11.22 - Diagrama de Goodman modificado para o exemplo 11.4.

Para a tensão σ_N = 588 MPa,

$$N = \left(\frac{\sigma_N}{C}\right)^{1/m} = \left(\frac{588}{2090}\right)^{-1/0,122}\,,\ N = 32\,697 \text{ ciclos}$$

EXEMPLO 11.5:

Refazer o exemplo 11.4, adotando agora o método de tensão média nominal.

SOLUÇÃO:

Do exemplo 11.4 temos:

σ_{0a} = 143 MPa

σ_{0m} = 238 MPa

K_f = 3,2

De acordo com o método da tensão média nominal,

$\sigma_a = K_f\, \sigma_{0a} = 458$ MPa

$\sigma_m = \sigma_{0m} = 238$ MPa

Com estes resultados, pode-se entrar no gráfico σ_a - σ_m como na figura 11.24.

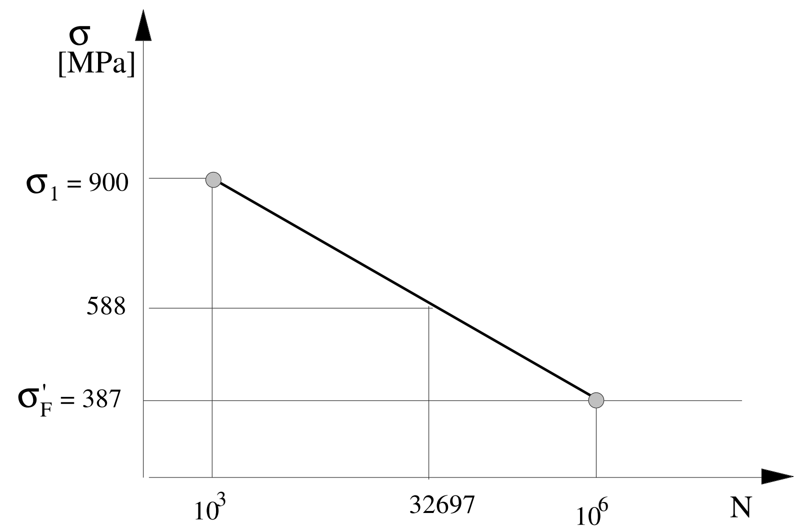

Figura 11.23 - Diagrama σ - N para o exemplo 11.4.

Da equação do diagrama acima

$$\sigma_N = \frac{\sigma_a}{1 - \sigma_m / \sigma_R}$$

$$\sigma_N = \frac{458}{1 - 238/1200}$$

$\sigma_N = 571$ MPa

Da equação do diagrama σ - N, para a peça tem-se

$$N = \left(\frac{\sigma_N}{C}\right)^{1/m}$$

$$N = \left(\frac{571}{2090}\right)^{-1/0,122}$$

N = 41 585 ciclos

que pode ser comparada com a vida de 32697 ciclos obtida no exemplo 10.4. Apesar do método ser mais grosseiro, frequentemente a discrepância entre os resultados dos dois métodos é irrelevante, se comparada com a discrepância dos resultados dos ensaios de fadiga.

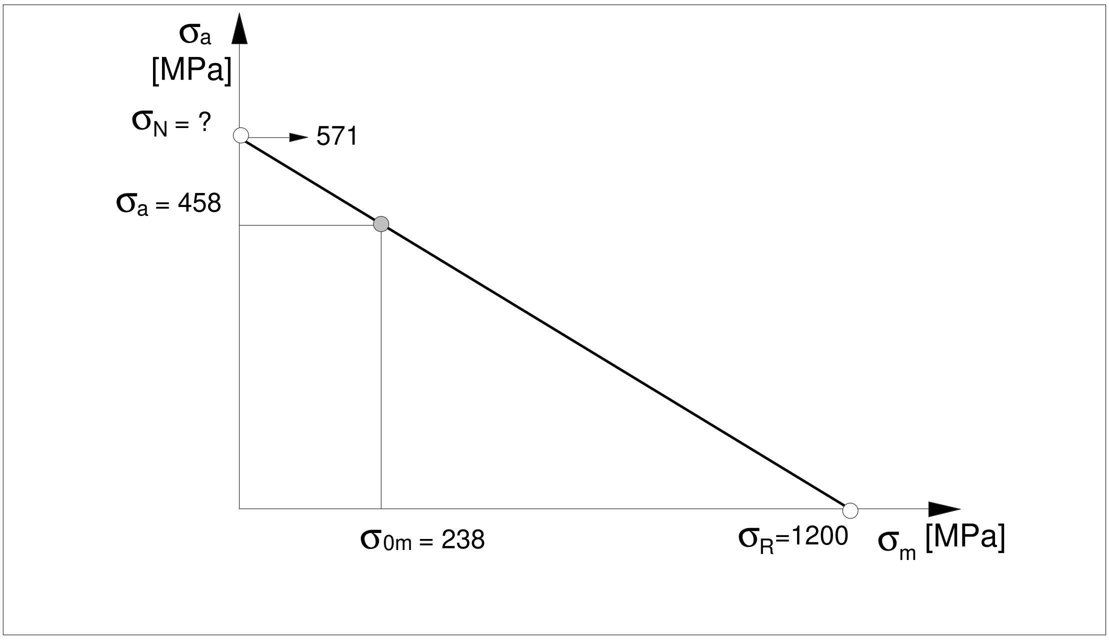

Figura 11.24 - Diagrama de Goodman para o exemplo 11.5.

11.4 - O USO DO DIAGRAMA ε - N.

No caso de ser usado um diagrama ε - N para caracterizar a resistência à fadiga da peça, o efeito de tensões médias está pouco explorado experimentalmente, existindo pouco volume de informações. Uma recomendação sobre o efeito de σ_m é o proposto por Morrow, para a curva ε - N. Partindo da equação de Morrow,

$$\varepsilon_a = \sigma_f' (2N)^b / E + \varepsilon_f' (2N)^c \qquad (11.27)$$

ε_a	Amplitude da deformação cíclica, para deformação média nula.
2N	Número de reversões de carga.

σ_f', ε_f'	Tensão e deformação correspondentes à falha por fadiga com uma reversão de carregamento (2N = 1). São aproximadamente os valores reais, de tensão e deformação, no ponto de ruptura no ensaio estático de tração, respectivamente.

Uma maneira de considerar os efeitos de um estado médio de tensões e deformações não nulo é adotar um critério similar aos usados com o diagrama ε - N, onde a tensão média afeta a parcela elástica da deformação e a deformação média afeta a parcela plástica da deformação.

Na equação (11.27) o primeiro termo, à direita da igualdade, representa a amplitude da deformação elástica admissível, ε_e, com tensão média nula, e assim obtém-se um ponto no diagrama ε_e -σ_m mostrado na figura 11.25. Por outro lado, se a tensão média for a que provoca a falha em 1/2 ciclo, σ_f', ou seja, falha estática, a amplitude admissível de deformação é zero, e obtemos assim o segundo ponto. Os dois pontos definidos podem ser agora unidos por uma reta, considerando uma primeira aproximação, de modo sililar ao diagrama de Goodman. O segundo termo da equação (11.27) representa a amplitude de deformação plástica admissível ε_p quando a deformação média ε_m é nula. O procedimento para a obtenção do diagrama ε_p - ε_m é o mesmo do ε_e - ε_m, limitando a deformação média ao valor ε_f', unindo mais uma vez os dois pontos por uma reta. O diagrama resultante é mostrado na figura 11.25 e as equações das retas são:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_f' - \sigma_m}{E} \cdot (2N)^b \qquad (11.28)$$

$$\varepsilon_p = (\varepsilon_f' - \varepsilon_m)\ (2N)^c \qquad (11.29)$$

Deste modo resulta para, um caso geral, usando Morrow, que

$$\varepsilon_a = (\sigma_f' - \sigma_m) / E\ (2N)^b + (\varepsilon_f' - \varepsilon_m)\ (2N)^c \qquad (11.30)$$

É conveniente para certas situações alterar a forma da equação (11.30) para deixá-la em termos do número de ciclos N em lugar de número de reversões 2N. Expandindo os termos resulta:

$$\Delta\varepsilon = 2\ \varepsilon_a = 2\ 2^b/E\ (\sigma_f' - \sigma_m)\ N^b + \varepsilon_f'\ 2\ 2^c\ N^c$$

$$\Delta\varepsilon = \left[\frac{2^{1+b}\sigma_f'}{E} - \frac{2^{1+b}\sigma_m'}{E}\right] \cdot N^b + \varepsilon_f' \cdot 2^{1+c} N^c \qquad (11.31)$$

onde (ε_f' - ε_m) foi simplificado para ε_f', dado que ε_f' >> ε_m em geral. Pode-se compactar a nomenclatura chamando

$$B = 2^{1+b}\sigma_f' /E$$

$$M = \varepsilon_f'\, 2^{1+b} \qquad (11.32)$$

$$D = 2^{1+b} /E$$

Então a equação (11.31) fica

$$\Delta\varepsilon = [B - D\, \sigma_m]\, N^b + M\, N^c \qquad (11.33)$$

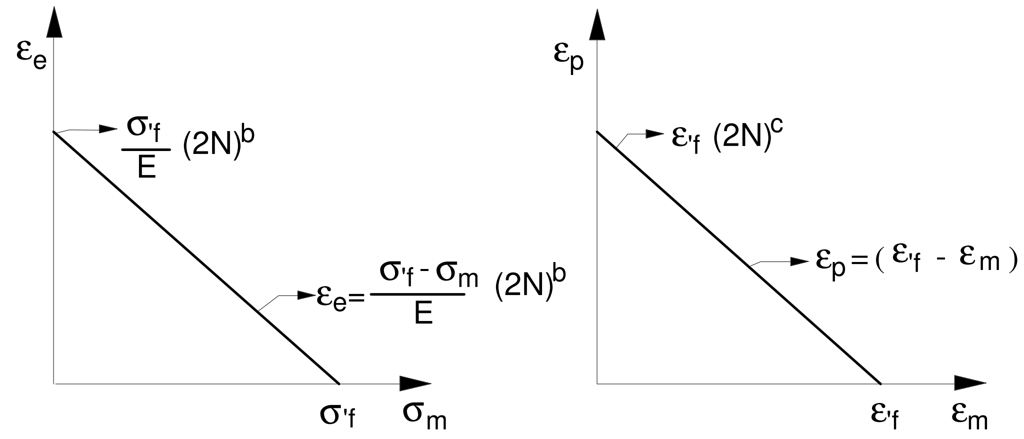

Figura 11.25 - Diagramas ε_e - σ_m e ε_p - ε_m segundo o modelo de Morrow.

Podem ser usados os valores, para os expoentes b e c, da formulação das inclinações universais, b = -0,12 e c = -0,6, e para os coeficientes σ_f' e ε_f', seus valores podem ser obtidos da tabela de propriedades de materiais do Apêndice 1.

Uma formulação que produz resultados semelhantes é obtida baseada nas equações de Coffin-Manson, usando a equação das inclinações universais.

$$\Delta\varepsilon = \frac{3{,}5 \cdot \sigma_R}{E} \cdot N^{-0{,}12} + \varepsilon_f^{0{,}6} \cdot N^{-0{,}6} \tag{11.34}$$

Analogamente à equação (11.27), a equação (11.34), do método das inclinações universais, tem seus primeiro e segundo termos à direita da igualdade representando as parcelas dinâmicas de deformação elástica e plástica, respectivamente, quando σ_m e ε_m são nulos. A parcela elástica define o primeiro ponto na curva $\Delta\varepsilon_e$ - σ_m, figura 11.23, enquanto que, quando a tensão média atinge o valor de σ_R, não é admissível qualquer $\Delta\varepsilon_e$, e obtém-se o segundo ponto. A segunda parcela da equação (11.27) define o diagrama $\Delta\varepsilon_p$ - ε_m, figura 11.25, de forma análoga.

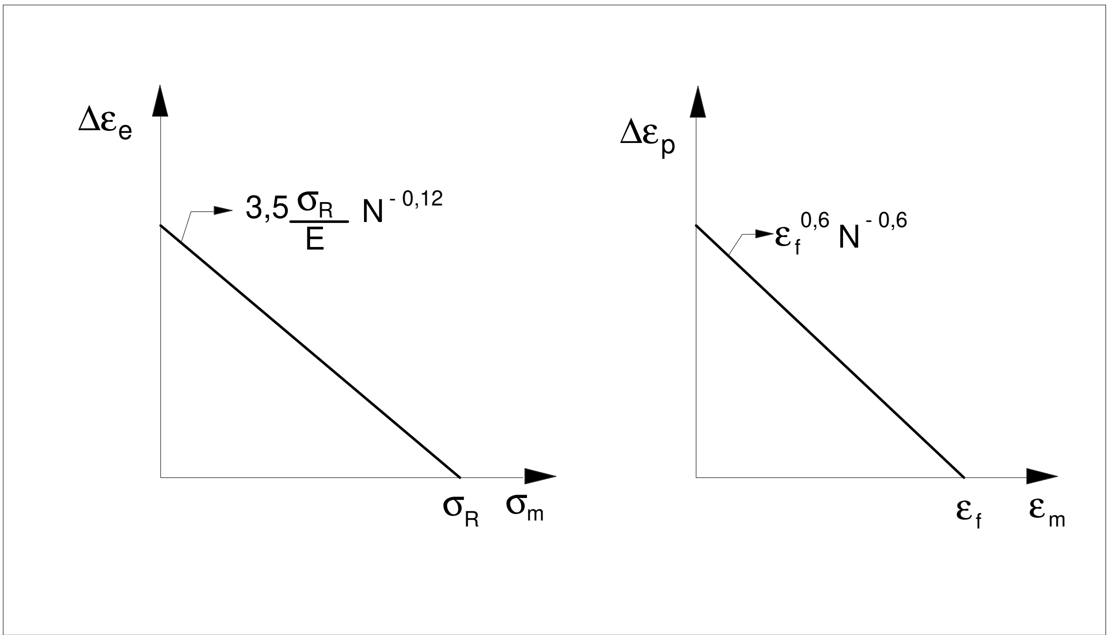

Figura 11.26 - Diagrama com as curvas $\Delta\varepsilon_e$ - σ_m e $\Delta\varepsilon_p$ - ε_m, segundo o modelo de Coffin-Manson.

As equações das duas retas são:

$$\Delta\varepsilon_e = 3{,}5\ (\sigma_R - \sigma_m)/E\ N^{-0{,}12} \tag{11.35}$$

$$\Delta\varepsilon_p = (\varepsilon_f - \varepsilon_m)^{\ 0{,}6}\ N^{-0{,}6} \tag{11.36}$$

Assim, para σ_m e ε_m não nulos, temos pelo método das inclinações universais,

$$\Delta\varepsilon = \frac{3,5 \cdot (\sigma_R - \sigma_m)}{E} \cdot N^{-0,12} + (\varepsilon_f - \varepsilon_m)^{0,6} \cdot N^{-0,6} \qquad (11.37)$$

EXEMPLO 11.6:

A peça ilustrada abaixo, parte do sistema de um trem de aterrisagem de um caça a jato, deve ser dimensionada para resistir ao menos a 10^4 ciclos de carga, cujo registro típico está mostrado no lado do esquema da peça. O material da peça é um aço SAE-ABNT 4340 com 350 HBN de dureza.

a) Qual a espessura adequada, para um coeficiente de segurança igual a 1,4, usando o método de Morrow?

b) Usando as dimensões obtidas no ítem a), calcular a amplitude de deformações admissível pelo critério de Coffin-Manson, e comparar com o valor obtido no item anterior.

SOLUÇÃO:

a) As propriedades mecânicas do material, conforme as tabelas do Apêndice 1 são:

σ_R = 1240 MPa	σ_f' = 1655 MPa	σ_E = 1170 MPa
ε_f = 0,84	ε_f' = 0,73	E = 2.10^5 MPa

Sem considerar a eventual sobrecarga de 70 kN, o carregamento fica caracterizado por

$F_{mín}$ = -12 kN

$F_{máx}$ = 48 kN

F_m = 18 kN

F_a = 30 kN

Pressupondo um estado plano de tensões, podemos usar a equação de Neuber, onde

$K_\varepsilon = K_f\, [1 + [N/N_{tr}]^{c\,-\,b}]^{\,0,5}$

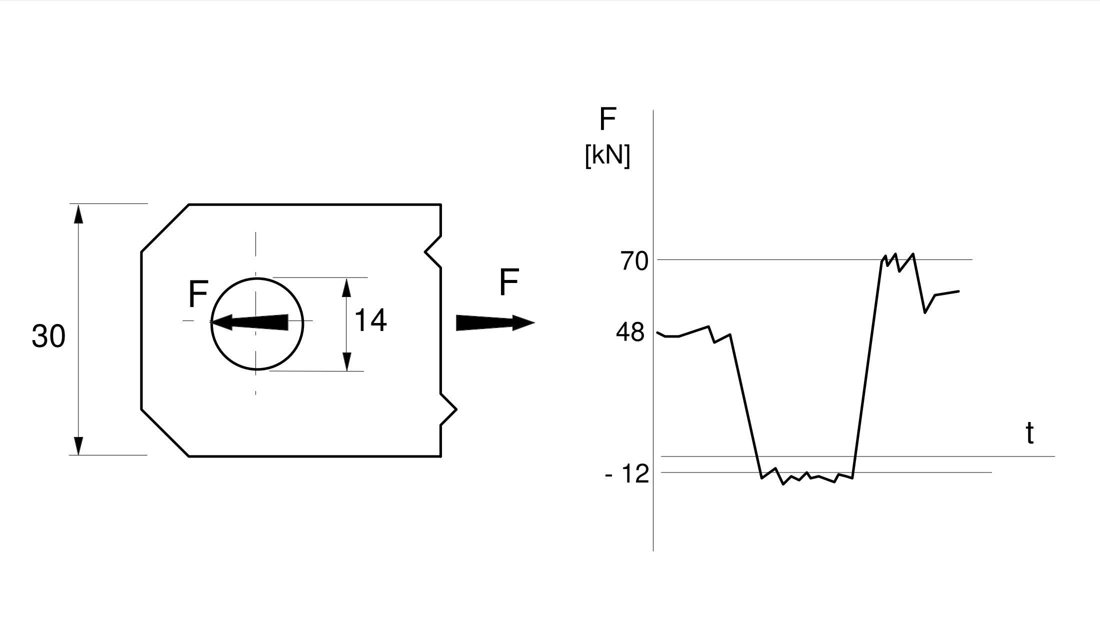

Figura 11.27 - Exemplo 11.6.

Para este material temos N_{tr} = 2350 ciclos e, do método das inclinações universais, b = -0,12, c = -0,6. Do gráfico 2.9 de fatores de concentração de tensão, K_t = 2,4, baseado na área projetada do furo, igual, por sua vez, ao produto do diâmetro do furo pela espessura da peça. Para N = 10^4 ciclos, como $K_f = K_t$ = 2,4, obtemos K_ε= 3,6. As constantes da equação (11.33) são:

$$B = \frac{2^{1+b}}{E} \cdot \sigma_f'$$

B = 0,0152

$M = \varepsilon_f' \, 2^{1+b} = 0{,}963$

$D = 2^{1+b} / E = 9{,}2 \; 10^{-12}$

A amplitude de deformação alternante aplicada é:

$\varepsilon_a = K_\varepsilon \, \varepsilon_{0a}$

se $\varepsilon_{0a} < \varepsilon_E$ então resulta que

$\varepsilon_a = K_\varepsilon \, \sigma_{0a} / E$

Igualando a deformação aplicada à deformação admissível, fornecida pela equação (11.33) e usando o coeficiente de segurança n,

$\Delta\varepsilon = 2n \, \varepsilon_a = 2n \, K_\varepsilon \, \sigma_{0a} / E$

$\Delta\varepsilon = 2n \, K_\varepsilon \, F_a / AE$

A tensão média é

$\sigma_m = F_m / A$

Então

$\Delta\varepsilon = [B - D\,\sigma_m]\,N^b + M\,N^c$

$$\frac{2n\,K_\varepsilon\,F_a}{A \cdot E} + \frac{D\,F_m\,N^b}{A} = B\,N^b + M\,N^c$$

isolando a área A,

$$A = \left(\frac{2n\,K_\varepsilon\,F_a}{E} + D\,F_m\,N^b\right) \Big/ \left(B\,N^b + M\,N^c\right)$$

Substituindo os valores,

$$A = \left(\frac{2 \cdot 1,4 \cdot 3,6 \cdot 3 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^{11}} + \frac{9,2}{10^{12}} \cdot 18000 \cdot 0,331\right) \Big/ \left(0,0512 \cdot 0,331 + 0,96 \cdot \frac{4}{10^3}\right)$$

$A = 1,77.10^{-4}\ m^2$

Como $A = d \cdot t$,

$t = 12,6$ mm

A tensão alternante aplicada é:

$\sigma_{0a} = F_a / A = 170$ MPa

A deformação admissível é:

$$\Delta\varepsilon = 2n\,K_\varepsilon\,\frac{\sigma_{0a}}{E} = 8,45 \cdot 10^{-3}$$

Pode-se verificar a precisão dos cálculos usando a área A, obtida, para calcular

$\Delta\varepsilon = [B - D\sigma_m]\,N^b + M\,N^c$

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A} = \frac{18\,000}{1,77 \cdot 10^{-4}}$$

σ_m = 102 MPa

$\Delta\varepsilon = [0{,}0152 - (9{,}2 \cdot 10^{-12})\ 102 \cdot 10^{6}]\ N^{-0,12} + 0{,}963 \cdot N^{-0,6}$

$\Delta\varepsilon = 4{,}72 \cdot 10^{-3} + 3{,}83 \cdot 10^{-3} = 8{,}55 \cdot 10^{-3}$

$$\varepsilon_{0a} = \frac{\Delta\varepsilon}{2K_\varepsilon} = 1{,}19 \cdot 10^{-3}$$

como

$\varepsilon_E = \sigma_E / E = 5{,}85 \cdot 10^{-3}$, logo, $\varepsilon_{0a} < \varepsilon_E$

b) Para usar a equação (11.37),

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E} = 5{,}1 \cdot 10^{-4} < \varepsilon_E$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{3{,}5 \cdot (\sigma_R - \sigma_m)}{E} \cdot N^{-0,12} + (\varepsilon_f - \varepsilon_m)^{0,6} \cdot N^{-0,6}$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{3{,}5 \cdot (1240 - 102)}{2 \cdot 10^{11}} \cdot N^{-0,12} + \left(0{,}84 - 5{,}1 \cdot 10^{-4}\right)^{0,6} \cdot N^{-0,6}$$

o que mostra que, para σ_m e ε_m dados, este critério fornece um valor de amplitude de deformação alternante admissível superior ao do critério de Morrow para o mesmo problema.

11.5 - CARREGAMENTO COMBINADO.

Quando sobre o componente age mais de um tipo de solicitação, o que constitui a maioria dos casos práticos, não podemos tratar o problema de uma forma tão imediata como vista até agora. Mesmo no caso de um carregamento de tração com flexão sobrepostas, é necessário levar em conta os diferentes valores de σ_f, como comentado no item 9.3, desde que usemos o diagrama σ - N para a análise. No diagrama ε - N esta diferenciação já não é necessária, se as deformações atuantes forem calculadas corretamente.

USO DO DIAGRAMA σ - N.

Quando temos um carregamento combinado, é prática comum tomar como referência a curva σ - N para uma solicitação de flexão rotativa, e corrigir as tensões atuantes para este diagrama. Analisando inicialmente uma carga de tração, mais flexão, as tensões médias dos dois tipos de carregamento podem ser somadas diretamente, para um comportamento elástico do material. No caso das tensões alternadas é necessário que consideremos a diferença na resistência à fadiga sob tração e sob flexão, que está refletida pelo uso do fator k_6. A definição de k_6 pode ser vista voltando a seção 9.4, onde fizemos a estimativa das curvas σ - N. Para um carregamento de flexão rotativa, em aços forjados, σ_f = 0,5 σ_R em 10^6 ciclos, enquanto que para carregamento de tração-compressão, σ_f = 0,425 σ_R, então a tensão limite de resistência à fadiga axial é igual a 0,425 / 0,5 = 0,85, ou seja, 85% da resistência à fadiga sob flexão rotativa, como comentado na Capítulo 9. Esta relação entre a resistência à fadiga sob carga axial e carga de flexão, para a vida desejada, é justamente a definição do fator de carga, k_6, e, portanto, para vida infinita, no caso de aços com suas curvas σ - N estimadas como recomendado, temos k_6 = 0,85.

Usando a curva σ - N para flexão rotativa como referência para caracterizar a resistência à fadiga, é necessário que a tensão alternante devida à carga de tração-compressão seja corrigida pelo inverso de k_6, aumentando assim a solicitação que estaria agindo no material para compensar a menor resistência à fadiga que o material apresenta, aparentemente, sob carga axial. No ponto mais solicitado temos portanto as solicitações, corrigidas para usar a curva σ - N para flexão rotativa.

$$\sigma_m = \sigma_{mt} + \sigma_{mf}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{at}}{k_6} + \sigma_{af} \tag{11.38}$$

Com o par de valores (σ_a ; σ_m) seguimos o procedimento usual, com o uso do diagrama σ_a - σ_m e após usando a curva σ - N da peça, onde a tensão limite de fadiga deve estar corrigida por um fator k_6 = 1, já que ele foi considerado na tensão que age no material, dispensando o seu uso na tensão resistente do material.

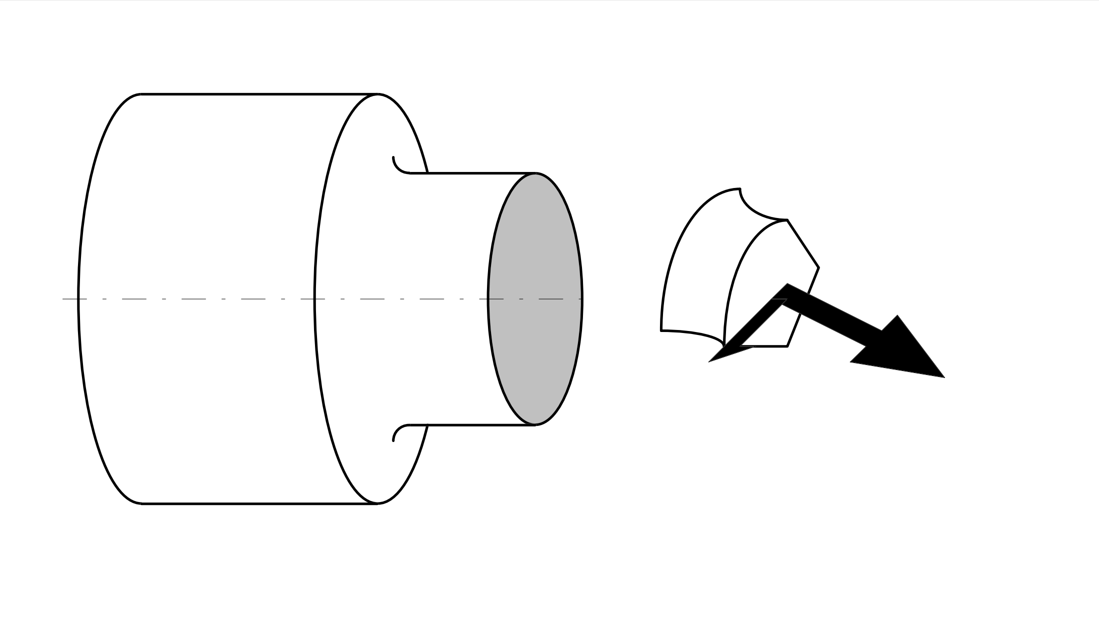

Figura 11.28 - Carregamento combinado em uma peça com concentração de tensão.

Quando temos uma situação com concentração de tensão, é necessário obter K_t para as diferentes solicitações existentes, pois os fatores de concentração de tensão são diferentes, devendo ser aplicados separadamente a cada parcela da tensão, através do fator K_f correspondente, pois inclusive a sensibilidade ao entalhe muda com o tipo de solicitação. Se usarmos o método da tensão residual então K_f atua tanto sobre σ_m como sobre σ_a. Para o método da tensão média nominal K_f age apenas sobre σ_a. Adotando o método da tensão residual, as tensões no ponto crítico são:

$$\sigma_m = \sigma_{0mt} K_{ft} + \sigma_{0mf} K_{ff} + \sigma_r$$

$$\sigma_a = \sigma_{0at} K_{ft} + \sigma_{0af} K_{ff} \qquad (11.39)$$

Na situação de um carregamento de torção sobreposto a um de flexão, caso comum em eixos, por exemplo, devemos agora fazer uso de uma teoria de início de escoamento, pelo estado biaxial de tensões que passa a existir. Extensivos ensaios efetuados, com diferentes relações entre o momento torçor e o momento fletor, mostraram que a teoria da máxima energia de distorção fornece uma ótima concordância com os resultados experimentais, sendo que a teoria da máxima tensão tangencial também segue os resultados experimentais, embora não tão bem como a teoria de Von Mises. Assim, recomenda-se que seja definida uma tensão equivalente segundo Mises, tanto para a componente alternante como para a componente estática do carregamento. O efeito de concentração de tensão deve atuar sobre as componentes de tensão provocadas por cada carregamento em separado, afetadas pelo correspondente fator de concentração de tensão.

A tensão normal equivalente a um estado de tensões definido por σ_x e τ_{xy}, segundo o critério de Von-Mises, é:

$$\sigma_{eq} = (\sigma_x^2 + 3\,\tau_{xy}^2)^{1/2} \qquad (11.40)$$

Denominando de $\sigma_{a\,eq}$ a tensão alternante equivalente e de $\sigma_{m\,eq}$ a tensão média equivalente, vem

$$\sigma_{a\,eq} = (\sigma_{0a\,f}^2\, K_{ff}^2 + 3\tau_{0a}^2\, K_{ft}^2)^{1/2}$$

$$\sigma_{m\,eq} = (\sigma_{0m\,f}\, K_{ff}^2 + 3\tau_{0m}^2\, K_{ft}^2)^{1/2} + \sigma_r \qquad (11.41)$$

quando é usado o método da tensão residual, pois os valores nominais das tensões médias estão afetadas pelos fatores K_f correspondentes. Para uso do método da tensão média nominal, a tensão $\sigma_{m\,eq}$ passa a ser

$$\sigma_{m\,eq} = \left(\sigma_{m\,f}^2 + 3\tau_m^2\right)^{1/2}$$

sendo que a partir deste ponto, definidas $\sigma_{a\,eq}$ e $\sigma_{m\,eq,}$ o procedimento é o já descrito, pois podemos tratar agora o problema como um estado uniaxial de tensões.

Segundo Juvinall [ ], devemos usar a teoria da máxima tensão normal na definição da tensão média equivalente.