MÉTODO 1: erro verdadeiro de cada nó é obtido em função do resíduo da equação discretizada de cada nó, através da solução de um sistema de equações algébricas.

FONTES: Ferziger e Peric (1999, livro), p. 91

$$A\Phi = B \quad \text{(sistema)}$$

$$R^n = B - A\phi^n \quad \text{(resíduo da iteração } n\text{)}$$

$$E^n = \Phi - \phi^n \quad \text{(erro de iteração)}$$

$$\phi^n = \Phi - E^n$$

Com esta no resíduo,

$$R^n = B - A(\Phi - E^n)$$

$$R^n = \underbrace{B - A\Phi}_{\substack{\text{sistema} \\ \text{exato} = 0}} + AE^n$$

Então

$$\boxed{AE^n = R^n}$$

HIRSCH (1988), vol. 1, p. 462
Roache (1998, livro CFD, p. 527)
definem
$$E^n = \phi^n - \Phi$$

MÉTODO 2: estima o erro de iteração com base em estimativas dos autovalores da matriz de iteração

FONTES: Ferziger e Peric (1999, livro), p. 116–117, p. 92-3

Estimativa/critério

Se $\Lambda > 0{,}1 \rightarrow$ autovalor complexo

Se $\Lambda < 0{,}1 \rightarrow$ " real

Para Autovalor REAL

$$\boxed{E^n \approx \frac{\delta^n}{\lambda_1 - 1}}$$ Variante 1

onde $\delta^n = \phi^{n+1} - \phi^n$

$\lambda_1 \approx \frac{\|\delta^n\|}{\|\delta^{n-1}\|}$ autovalor principal

$\|a\| =$ norma de a, p. ex. L_2

$$\boxed{\|E^n\| \approx \frac{\|\delta^n\|}{\lambda_1 - 1}}$$ Variante 2

$\phi^n =$ sol. numérica na iteração n da variável dependente de um nó da malha

VARIANTE: usar λ_1 ou l como a média em uma faixa de iterações (1 a 50 ou ~1% do nº de iterações esperado)

Para Autovalor COMPLEXO

$$\boxed{E^n \approx \frac{\delta^n}{\sqrt{l^2+1}}}$$ Variante 1

onde

$l = \sqrt{\frac{Z^n}{Z^{n-1}}}$ (autovalor)

$Z^n = (\delta^{n-2})(\delta^n) - (\delta^{n-1})(\delta^{n-1})$

$$\boxed{\|E^n\| \approx \frac{\|\delta^n\|}{\sqrt{l^2+1}}}$$ Variante 2 (no artigo de 96)

v

MÉTODO 3: norma do resíduo do sistema de equações algébricas

Fontes: Ferziger e Peric (1999, livro) p. 118-

$A\Phi = B$ (sistema)

$\boxed{R^n = B - A\phi^n}$ e KREYSZIG (1999) p. 904 (resíduo da iteração n)

ϕ = sol. numérica da iteração n da variável dependente de um nó da malha

$L^0 = \|R^0\|$ (norma do resíduo da estimativa inicial da sol. numérica)

$L^n = \|R^n\|$ (norma do resíduo de ϕ na iteração n)

Critério de parada:

Se $\frac{L^n}{L^0} \leq Tol \rightarrow$ parar

onde $Tol = 10^{-3}$ ou 10^{-4}, normalmente

Variantes das normas

Kim et al. (98, p. 404)

$L_1 = \sum_i |R_i|$ p. 331

- L_1 = norma L_1
- norma L_2

} p. 118 FBP (1999)

$L_2(R^n) = \sqrt{\sum_i (R_i^n)^2}$ Fortuna (2000) p. 151; Fletcher, vol. 1 (1997) p. 196

L_2 do R_P do Patankar $\longrightarrow$ Maliska (1995, p. 59)

Patankar (1980, livro, p. 142)
MINKOWYCZ et al. (1988), p. 236

$R_P = \sum a_{nb}\phi_{nb} + b - a_P\phi_P$

$L_\infty(R_P) = \max_P |R_P|$

Definições acima p/ as normas L_1, L_2 e L_∞ coincidem com KREYSZIG (1999, p. 908) p/ normas de vetores

FLETCHER, vol. 1 (1997), define, p. 192
$R^n = A\phi^n - B$

HIRSCH, vol. 1 (1988) define, p. 460
$A\phi + B = 0$
$R^n = A\phi^n + B$

MÉTODO 4: diferença entre duas iterações sucessivas da variável de interesse (ϕ)

Fontes: Ferziger e Peric (1999, livro) p. 119

$A\phi = B$ (sistema)

$\delta^n = \phi^n - \phi^{n-1}$

ϕ^n = sol. numérica na iteração n da variável dependente de um nó da malha

$L^n = \|\delta^n\|$ (norma na iteração n)

Critério de Parada:

Se $L^n \leq Tol \rightarrow$ parar

onde

Tol = tolerância prescrita (10^{-3} a 10^{-8}, segundo Roache (1998, livro CFD)

Variantes das normas

- norma $L_1 = \sum_i |\phi^n - \phi^{n-1}|$ — Fortuna (2000) p. 150 1D e p. 187 p/ 2D
- norma $L_2 = \sqrt{\sum_i (\phi_i^n - \phi_i^{n-1})^2}$ — { p. 136 F&P (1999); Fletcher, vol. 1 (1997, p. 196)
- norma $L_\infty = \max_i |\phi^n - \phi^{n-1}|$ — { Fortuna (2000) p. 150; Roache (1998, livro CFD) p. 190; Maliska (1995, p. 185); Kim et al. (98, p. 403)

Variantes

- Roache (1998, livro CFD) sugere intervalo de 10 iterações p/ calcular δ e comparar com Tol (p. 191)
- Kim et al. (1998) usa

{ Patankar (1980, p. 142)
MINKOWYCZ et al. (1988, p. 236)

$L = |\phi^n - \phi^{n-1}|$

ϕ = variável global ou local ou
" dependente

MÉTODO 5: equação exponencial para o erro com base na taxa de convergência

Fonte: Roy & Blottner (2001)

$$q^n = \underbrace{q_E}_{\text{exato}} + \underbrace{E^n}_{\text{erro}}$$

$$E^n = \alpha e^{-\beta t^n}$$

α e β = constantes

$$\boxed{E^n = \frac{-(q^{n+1} - q^n)}{(1 - \Lambda^n)}}$$

onde

$$\Lambda^n = \frac{(q^{n+1} - q^n)}{(q^n - q^{n-1})}$$

q = fluxo de calor na parede num local específico onde o escoamento é laminar

→ dizem que este método é similar ao de Ferziger e Peric, mas obtido de forma diferente