

Capítulo 3.

DIFUSÃO DE CALOR LINEAR UNIDIMENSIONAL PERMANENTE

Neste capítulo serão abordados dois tipos de problemas (Incropera e DeWitt, 1998):

- Difusão de calor em parede; e
- Difusão de calor em aleta.

Ambos serão tratados de forma unidimensional (1D) em regime permanente (p), Abreviaremos estes casos por 1Dp. Para a solução do sistema linear de equações, serão vistos dois tipos de *solver* (Maliska, 1995; Kreyszig, 1999):

- Gauss-Seidel (iterativo); e
- TDMA (direto).

Os problemas serão resolvidos para três tipos de condições de contorno (Incropera e DeWitt, 1998):

- Dirichlet;
- Neumann; e
- Robin.

Para a discretização do domínio de cálculo, serão empregadas:

- malhas uniformes; e
- coordenadas cartesianas.

3.1 DIFUSÃO DE CALOR EM PAREDE COM TEMPERATURA PRESCRITA**3.1.1 Modelo Matemático e Domínio de Cálculo**

$$\frac{d^2T}{dX^2} = S_0 + S_1X + S_2X^2 = S \quad (3.1)$$

$$\left. \begin{aligned} T(0) &= T_0 \\ T(L) &= T_L \end{aligned} \right\} \text{Condições de contorno (C.C.) de Dirichlet.} \quad (3.2)$$

onde

T = temperatura (variável dependente)

X = coordenada espacial (variável independente)

S_0, S_1 e S_2 = constantes

S = termo fonte

L = comprimento do domínio de cálculo

T_0 = temperatura conhecida no contorno esquerdo, isto é, em $X = 0$

T_L = temperatura conhecida no contorno direito, isto é, em $X = L$

A Eq. (3.1) é uma equação do tipo Poisson onde:

- Se $S < 0$: há geração de calor (por exemplo: efeito Joule ou reações químicas exotérmicas)
- Se $S > 0$: há absorção de calor (por exemplo: expansão gasosa ou reações químicas endotérmicas)

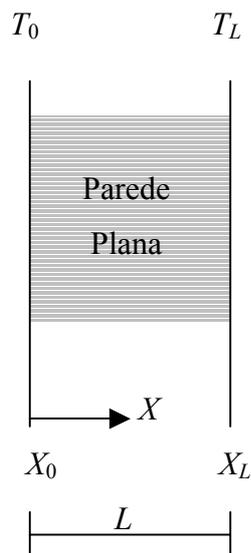


Figura 3.1 Domínio de cálculo e condições de contorno.

3.1.2 Variáveis de Interesse

Para o problema descrito, pretende-se obter soluções numéricas e analíticas para as seguintes variáveis:

- temperatura T , a partir da Eq. (3.1)

- temperatura média $T_m = \frac{1}{L} \int_0^L T dX$ (3.3)

- Fluxo de calor (q'') em $X=0$ e $X=L$, isto é,

$$q_0'' = -k \left(\frac{dT}{dX} \right)_0 \quad (3.4)$$

$$q_L'' = -k \left(\frac{dT}{dX} \right)_L \quad (3.5)$$

onde k é uma constante que representa a condutividade térmica do material da parede, dada em W/m.K; T é a variável primária; T_m e q'' são as variáveis secundárias, isto é, variáveis que dependem de T .

3.1.3 Soluções Analíticas

Considerando

$$T_0 = 0 \text{ e } T_L = L = k = 1 \quad (3.6)$$

as soluções analíticas para as variáveis de interesse são:

$$T = \left(1 - \frac{S_0}{2} - \frac{S_1}{6} - \frac{S_2}{12} \right) X + \frac{S_0}{2} X^2 + \frac{S_1}{6} X^3 + \frac{S_2}{12} X^4 \quad (3.7)$$

$$T_m = \frac{1}{2} - \frac{S_0}{12} - \frac{S_1}{24} - \frac{S_2}{40} \quad (3.8)$$

$$q_0'' = \frac{S_0}{2} + \frac{S_1}{6} + \frac{S_2}{12} - 1 \quad (3.9)$$

$$q_L'' = -\left(1 + \frac{S_0}{2} + \frac{S_1}{3} + \frac{S_2}{4}\right) \quad (3.10)$$

3.1.4 Discretização do Modelo Matemático

Com as aproximações numéricas das Eqs. (2.5), (2.6) e (2.35) na Eq. (3.1), obtém-se

$$\frac{(T_W + T_E - 2T_P)}{h^2} = S_0 + S_1 X_P + S_2 X_P^2 \quad (3.11)$$

ou

$$2T_P = T_W + T_E - (S_0 + S_1 X_P + S_2 X_P^2)h^2 \quad (3.12)$$

ou, ainda,

$$a_P T_P = a_W T_W + a_E T_E + b_P \quad (3.13)$$

Esta equação representa a forma discretizada do modelo matemático, dado na Eq. (3.1), para cada nó (P) interno da malha ($P = 2, 3, \dots, N-1$), com N sendo o número total de nós da malha; onde, $W = P-1$, $E = P+1$, conforme a Fig. 3.2. Comparando-se as Eqs. (3.12) e (3.13), verifica-se que os coeficientes (a_P, a_W, a_E) e o termo fonte (b_P) da Eq. (3.13) são dados por

$$a_P = 2, \quad a_W = a_E = 1, \quad b_P = -(S_0 + S_1 X_P + S_2 X_P^2)h^2 \quad (3.14)$$

Para entender melhor o significado da Eq. (3.13), vamos aplicá-la a um domínio discretizado com apenas 5 nós, mostrado na Fig. 3.3. Isso resulta na seguinte matriz de coeficientes:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

A matriz de coeficientes é do tipo quadrada, isto é, com N por N coeficientes. No caso do tipo de discretização usado sobre a Eq. (3.1), diferença central de 3 pontos, a matriz de coeficientes é denominada tridiagonal, ou seja, somente três diagonais possuem coeficientes não-nulos. A Eq. (3.15) pode ser reescrita como

$$[A][T] = [B] \tag{3.16}$$

onde $[A]$ é a matriz dos coeficientes, $[T]$ é a matriz incógnita e $[B]$ é a matriz dos termos fontes. As matrizes $[T]$ e $[B]$ têm dimensão N por 1. A solução do sistema (3.16) fornece a solução numérica da variável dependente (T).

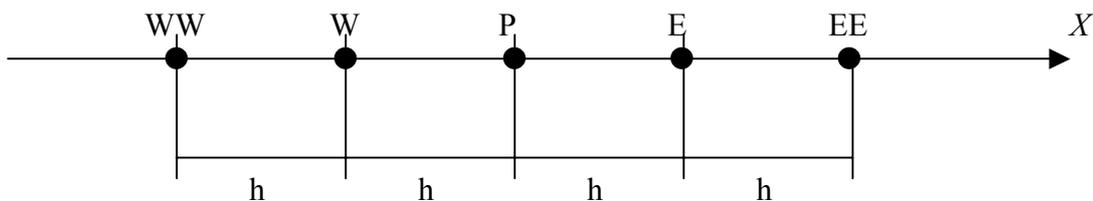


Figura 3.2 Nó genérico P e seus vizinhos WW , W , E e EE .

Na matriz $[A]$, o primeiro índice representa cada nó P da malha. O segundo índice representa os outros nós da malha que influenciam cada nó P . Da Eq.(3.13), nota-se que cada nó P é influenciado por apenas dois nós vizinhos (W e E), decorrente da aproximação numérica que foi usada, representada pela Eq. (2.35). Isso não ocorre nos contornos, conforme pode-se observar na Fig. 3.2.

Cada linha do sistema (3.15) representa a equação de cada nó P da malha, Eq. (3.13). No caso mais complexo, onde todos os nós j influenciariam cada nó k da malha em particular, teríamos

$$\sum_{j=1}^N (a_{k,j} T_j) = b_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots, N) \tag{3.17}$$

Neste caso, a matriz de coeficientes seria do tipo cheia. A correspondência entre a Eq. (3.17) e a Eq. (3.13) é

$$a_{k,j} = a_P, \quad a_{k,j-1} = -a_W, \quad a_{k,j+1} = -a_E, \quad b_k = b_P \quad (3.18)$$

com $a_{k,<j-1} = a_{k,>j+1} = 0$, para $j = k$.

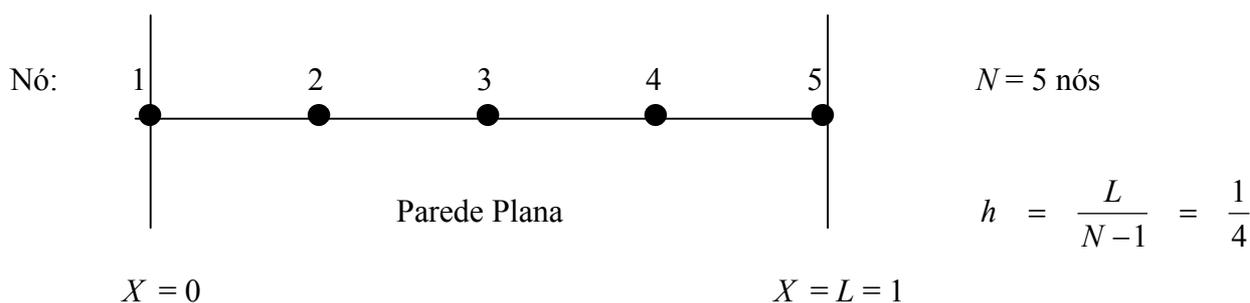


Figura 3.3 Exemplo de discretização do domínio de cálculo.

Em princípio, a Eq. (3.13) só é válida para os nós internos do domínio, isto é, todos os nós exceto os contornos. Se quisermos aplicar a Eq. (3.13) também aos contornos, como no sistema (3.15), deve-se determinar o valor dos coeficientes de tal forma que eles satisfaçam as condições de contorno. Nesta seção 3.1 estamos tratando com condições de contorno de Dirichlet, isto é, o valor da temperatura é conhecida nos contornos, conforme a Eq. (3.2). Portanto, para que a Eq. (3.13) satisfaça a Eq. (3.2), deve-se fazer:

- no contorno esquerdo ($X = 0$ e $P = 1$):

$$a_P = 1, \quad a_W = a_E = 0, \quad b_P = T_0 \quad (3.19)$$

o que resulta em $T_P = T_0$.

- no contorno direito ($X = L$ e $P = N$):

$$a_P = 1, \quad a_W = a_E = 0, \quad b_P = T_L \quad (3.20)$$

o que resulta em $T_P = T_L$.

Outra possibilidade é resolver o sistema de equações apenas para os nós internos, já que a solução é conhecida nos contornos. Neste caso, o sistema (3.15) se reduz a

$$\begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} & 0 \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 - a_{21}T_1 \\ b_3 \\ b_4 - a_{45}T_5 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Se fosse empregada a aproximação λ_{CDS-4}^{ii} , dada pela Eq. (2.38), para discretizar a Eq. (3.1), a matriz de coeficientes seria do tipo pentadiagonal, isto é, haveria cinco diagonais não-nulas.

3.1.5 Discretização das Variáveis Secundárias

Com a solução numérica de T , a temperatura média T_m , definida na Eq. (3.3), pode ser obtida através da Eq. (2.41), ou seja,

$$T_m = \frac{h}{2L} \sum_{P=2}^N (T_W + T_P) \quad (3.22)$$

onde $W = P - 1$.

O Fluxo de calor (q'') em $X = 0$, definido na Eq. (3.4), pode ser obtido por meio de duas aproximações numéricas do capítulo 2:

- com λ_{DDS}^i : $q''_0 = -k \frac{(T_E - T_P)}{h}$ (3.23)

- com λ_{DDS-2}^i : $q''_0 = -k \frac{(4T_E - 3T_P - T_{EE})}{2h}$ (3.24)

onde, conforme a Fig. 3.2,

$$P = 1, \quad E = P + 1, \quad EE = P + 2 \quad (3.25)$$

O Fluxo de calor (q'') em $X = L$, definido na Eq. (3.5), pode ser obtido também com duas aproximações numéricas do capítulo 2:

- com λ_{UDS}^i : $q''_L = -k \frac{(T_P - T_W)}{h}$ (3.26)

- com λ_{UDS-2}^i :
$$q_L'' = -k \frac{(3T_P + T_{WW} - 4T_W)}{2h} \quad (3.27)$$

onde, conforme a Fig. 3.2,

$$WW = P - 2, \quad W = P - 1, \quad P = N \quad (3.28)$$

3.1.6 Algoritmo de Solução

A solução numérica da variável dependente (T) no modelo matemático dado nas Eqs. (3.1) e (3.2), e das variáveis secundárias; T_m , q_0'' e q_L'' definidas nas Eqs. (3.3) a (3.5), pode ser obtida com o seguinte algoritmo num programa computacional:

1. Ler os dados do problema: $S_0, S_1, S_2, T_0, T_L, k, L$ e N .
2. Discretizar o domínio de cálculo, isto é, obter h da Eq. (2.4).
3. Calcular os coeficientes (a_P, a_W, a_E) e os termos fontes (b_P) do sistema de equações, conforme a Eq. (3.14), para $P = 2, 3, \dots, N-1$.
4. Calcular os coeficientes e termos fontes dos contornos: $P = 1$ e $P = N$ com as Eqs. (3.19) e (3.20).
5. Resolver T_P com o método TDMA, descrito na próxima seção.
6. Obter T_m com a Eq. (3.22).
7. Obter q_0'' com a Eq. (3.23) ou (3.24).
8. Obter q_L'' com a Eq. (3.26) ou (3.27).
9. Gravar os resultados de T_P, T_m, q_0'' e q_L'' .
10. Visualizar a solução de T em um gráfico T_P versus X_P .

3.2 SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

O sistema de equações algébricas representado pela Eq. (3.13), (3.15) ou (3.16) pode ser resolvido por métodos diretos ou iterativos (Kreyszig, 1999). Os métodos diretos resolvem o sistema com um número finito de operações. Isto é, definido o tamanho da matriz $[A]$, sabe-se *a priori*, qual é a quantidade de operações algébricas necessária para se obter a solução do sistema.

Os métodos iterativos resolvem o sistema através de um processo iterativo de aproximação sucessiva da solução, podendo ou não ser obtida a solução, ou seja, podendo ou não

convergir para uma solução. Uma estimativa inicial da solução precisa ser fornecida e o número mínimo de iterações para se obter uma solução depende dela. Portanto, a solução obtida é função da estimativa inicial e do critério de convergência especificado. A seguir são apresentados um método direto e um método iterativo para resolver sistemas de equações oriundos de problemas unidimensionais lineares.

3.2.1 Método TDMA

O método TDMA (*TriDiagonal Matrix Algorithm*) resolve de forma direta sistemas de equações cuja matriz de coeficientes é do tipo tridiagonal. Inicialmente vamos reescrever a Eq. (3.13) da seguinte forma:

$$a_P T_P = b_P T_W + c_P T_E + d_P \quad (3.29)$$

onde P representa cada linha do sistema de equações. O objetivo é obter uma solução direta do tipo

$$T_P = P_P T_E + Q_P \quad (3.30)$$

Reescrevendo esta equação para o nó W , tem-se

$$T_W = P_W T_P + Q_W \quad (3.31)$$

Com a Eq. (3.31) em (3.29), vem

$$a_P T_P = b_P (P_W T_P + Q_W) + c_P T_E + d_P$$

ou

$$(a_P - b_P P_W) T_P = c_P T_E + d_P + b_P Q_W$$

Isolando-se T_P nesta última equação, obtém-se

$$T_P = \left[\frac{c_P}{a_P - b_P P_W} \right] T_E + \left[\frac{d_P + b_P Q_W}{a_P - b_P P_W} \right] \quad (3.32)$$

Comparando-se as Eqs. (3.30) e (3.32), é evidente que

$$P_P = \frac{c_P}{a_P - b_P P_W} \quad (3.33)$$

$$Q_P = \frac{d_P + b_P Q_W}{a_P - b_P P_W} \quad (3.34)$$

Os coeficientes P_P e Q_P , calculados com as Eqs. (3.33) e (3.34), são válidos somente para os nós internos da malha, isto é, $P = 2, 3, \dots, N-1$. Nos contornos, onde não existe um dos três coeficientes da Eq. (3.29), deve-se fazer o seguinte:

- no contorno esquerdo ($P = 1$): não existe o coeficiente b_P ou b_1 da Eq. (3.29), então as Eqs. (3.33) e (3.34) se reduzem a

$$P_1 = \frac{c_1}{a_1} \quad (3.35)$$

$$Q_1 = \frac{d_1}{a_1} \quad (3.36)$$

- no contorno direito ($P = N$): não existe o nó leste (E), portanto a Eq.(3.30) se reduz a

$$T_N = Q_N \quad (3.37)$$

O algoritmo do método TDMA é:

1. Calcular P_1 e Q_1 com as Eqs. (3.35) e (3.36).
2. Calcular P_P e Q_P com as Eqs. (3.33) e (3.34) para os pontos $P = 2, 3, \dots, N$.
3. Obter T_N da Eq. (3.37).
4. Obter T_P da Eq. (3.30) para $P = N-1, N-2, \dots, 3, 2, 1$.

3.2.2 Método de Gauss-Seidel

O método de Gauss-Seidel resolve de forma iterativa sistemas de equações. Ele consiste em isolar a incógnita em cada linha do sistema de equações. No caso, a partir da Eq. (3.13), tem-se

$$T_P = \frac{a_W T_W + a_E T_E + b_P}{a_P} \quad (3.38)$$

Como T_W e T_E também são desconhecidos nesta equação, é necessário estimar um campo inicial para a variável T . Quando T for calculado para $P = 1, 2, \dots$ até N , diz-se que se executou uma

iteração. Caso o processo seja convergente, a solução de T_P é melhorada a cada iteração e o processo é encerrado quando algum critério de parada, pré-estabelecido, for satisfeito. Note que, o processo de solução é função da estimativa inicial das variáveis e do número de iterações realizado.

Algoritmo do método de Gauss-Seidel:

1. Estabelecer um critério de parada ou convergência.
2. Estimar a solução de T_P para $P = 1, 2, \dots, N$.
3. Obter T_P com a Eq.(3.38) para $P = 1, 2, \dots, N$.
4. Verificar se a solução de T_P satisfaz o critério de convergência; em caso afirmativo, encerrar o processo; caso contrário, retornar ao passo 3.

3.3 DIFUSÃO DE CALOR EM PAREDE COM FLUXO PRESCRITO

Nesta seção mostra-se a discretização da Eq. (3.1) para o caso em que uma das condições de contorno é do tipo de Neumann, isto é,

- em $X = 0$, C.C. de Dirichlet:
$$T(0) = T_0 \quad (3.39)$$

- em $X = L$, C.C. de Neumann:
$$-k \left(\frac{dT}{dX} \right)_L = q_L'' \quad (3.40)$$

onde

T = temperatura (variável dependente)

X = coordenada espacial (variável independente)

T_0 = temperatura conhecida no contorno esquerdo, isto é, em $X = 0$

q_L'' = fluxo de calor conhecido no contorno direito, isto é, em $X = L$

k = condutividade térmica da parede; constante (W/m.K)

Em relação ao problema da seção 3.1, apenas uma condição de contorno é alterada. Portanto, os coeficientes e termo fonte da Eq.(3.14) continuam válidos para os nós internos da malha: $P = 2, 3, \dots, N-1$. Para o nó $P = 1$, contorno esquerdo, a Eq. (3.19) continua válida. Já para o contorno direito, onde $P = N$, veremos a seguir duas possibilidades.

3.3.1 Aproximação com λ_{UDS}^i

Com a aproximação numérica λ_{UDS}^i , dada pela Eq. (2.23), na Eq.(3.40), obtém-se

$$-k \frac{(T_P - T_W)}{h} = q_L'' \quad (3.41)$$

ou

$$T_P = T_W - \frac{q_L'' h}{k} \quad (3.42)$$

onde $W = N - 1$, $P = N$. Comparando-se as Eqs. (3.13) e (3.42), chega-se a

$$a_P = a_W = 1, \quad a_E = 0, \quad b_P = -\frac{q_L'' h}{k} \quad (3.43)$$

Neste caso, a matriz de coeficientes continua tridiagonal, como na Eq. (3.15). Portanto, o método TDMA resolve T diretamente.

3.3.2 Aproximação com λ_{UDS-2}^i

Com a aproximação numérica λ_{UDS-2}^i , dada pela Eq. (2.32), na Eq.(3.40), obtém-se

$$-k \frac{(3T_P + T_{WW} - 4T_W)}{2h} = q_L'' \quad (3.44)$$

ou

$$T_P = \frac{4}{3}T_W - \frac{1}{3}T_{WW} - \frac{2}{3} \frac{q_L'' h}{k} \quad (3.45)$$

onde $WW = N - 2$, $W = N - 1$, $P = N$.

Há duas possibilidades de encaixar a Eq. (3.45) no sistema (3.15). A primeira é manter o coeficiente de T_{WW} na matriz de coeficientes. Isso quebra a estrutura tridiagonal. Para resolver diretamente o sistema é necessário usar o método de eliminação de Gauss, por exemplo. A segunda possibilidade é incluir no termo fonte o termo que envolve T_{WW} , isto é,

$$a_p = 1, \quad a_w = \frac{4}{3}, \quad a_E = 0, \quad b_p = -\left(\frac{1}{3}T_{ww} + \frac{2}{3}\frac{q_L h}{k}\right) \quad (3.46)$$

Neste caso preserva-se a estrutura tridiagonal da matriz de coeficientes. Mas a existência da incógnita T_{ww} no termo fonte torna iterativa a solução do sistema (3.15).

3.4 DIFUSÃO DE CALOR EM ALETA

3.4.1 Modelo Matemático e Domínio de Cálculo

Neste novo problema, esquematizado na Fig. 3.4, o modelo matemático é dado por

$$\frac{d^2 T}{dX^2} = m^2 (T - T_\infty) \quad (3.47)$$

onde suas variáveis são

T = temperatura (variável dependente)

X = coordenada espacial (variável independente)

T_∞ = temperatura do fluido em contato com a aleta (constante)

T_b = temperatura da base da aleta (conhecida)

T_L = temperatura da ponta da aleta (desconhecida)

$$m = \sqrt{\frac{H P}{k A_b}} \quad (\text{constante}) \quad (3.48)$$

H = coeficiente de transferência de calor (W/m².K)

k = condutividade térmica (W/m.K)

A_b = área da seção transversal da aleta (m²)

P = perímetro da seção transversal da aleta (m)

As condições de contorno são:

- em $X = 0$, C.C. de Dirichlet: $T(0) = T_b$ (3.49)

• em $X=L$, C.C. de Robin:
$$q_L^{\circ} = \underbrace{-k \left(\frac{dT}{dX} \right)_L}_{\text{condução}} = \underbrace{H (T_L - T_{\infty})}_{\text{convecção}} \quad (3.50)$$

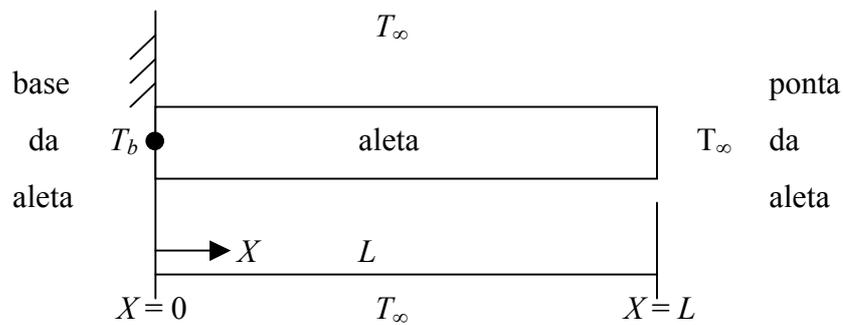


Figura 3.4 Esboço de uma aleta.

3.4.2 Variáveis de Interesse

Pretende-se obter soluções numéricas e analíticas para as seguintes variáveis:

- temperatura T , variável primária, a partir da Eq. (3.47)
- Taxa de transferência de calor (q) entre a aleta e o fluido, variável secundária:

$$q = -k A_b \left(\frac{dT}{dX} \right)_0 \quad (3.51)$$

3.4.3 Soluções Analíticas

A solução analítica do modelo matemático dado pelas Eqs. (3.47), (3.49) e (3.50) é (Incropera e DeWitt, 1998):

$$T = T_{\infty} + (T_b - T_{\infty}) \left\{ \frac{\cosh[m(L-x)] + (H/mk) \sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + (H/mk) \sinh(mL)} \right\} \quad (3.52)$$

e, da Eq. (3.51),

$$q = \sqrt{HPkA_b} (T_b - T_\infty) \left\{ \frac{\sinh(mL) + (H/mk) \cosh(mL)}{\cosh(mL) + (H/mk) \sinh(mL)} \right\} \quad (3.53)$$

3.4.4 Discretização do Modelo Matemático

Com as aproximações numéricas das Eqs. (2.5), (2.7) e (2.35) em (3.47), obtém-se

$$\frac{(T_W + T_E - 2T_P)}{h^2} = m^2 (T_P - T_\infty) \quad (3.54)$$

ou

$$(2 + m^2 h^2) T_P = T_W + T_E + m^2 h^2 T_\infty \quad (3.55)$$

onde $W = P-1$ e $E = P+1$, conforme a Fig. 3.2.

Comparando-se a Eq. (3.55) com a Eq. (3.13), obtém-se

$$a_P = 2 + m^2 h^2, \quad a_W = a_E = 1, \quad b_P = m^2 h^2 T_\infty \quad (3.56)$$

Estes coeficientes e termo fonte representam novamente o sistema (3.15), isto é, a matriz de coeficientes é do tipo tridiagonal. Estes coeficientes valem para os nós internos da malha, isto é, para $P = 2, 3, \dots, N-1$.

Para o contorno esquerdo, ou seja, em $X = 0$ e $P = 1$, temos

$$a_P = 1, \quad a_W = a_E = 0, \quad b_P = T_b \quad (3.56)$$

o que resulta em $T_P = T_b$. E para o contorno direito, isto é, em $X = L$ e $P = N$, pode-se usar λ_{UDS}^i ou λ_{UDS-2}^i na Eq. (3.50). Com λ_{UDS}^i , Eq. (2.23), tem-se

$$-k \frac{(T_P - T_W)}{h} = H (T_P - T_\infty) \quad (3.58)$$

ou

$$(k + hH) T_P = k T_W + h H T_\infty \quad (3.59)$$

ou seja,

$$a_P = h + hH, \quad a_W = k, \quad a_E = 0, \quad b_P = hHT_\infty \quad (3.60)$$

Empregando-se λ_{UDS-2}^i , Eq. (2.32), na Eq. (3.50), tem-se

$$-k \frac{(3T_P + T_{WW} - 4T_W)}{2h} = H(T_P - T_\infty) \quad (3.61)$$

ou

$$(3k + 2hH) T_P = 4k T_W - k T_{WW} + 2h H T_\infty \quad (3.62)$$

Para a Eq. (3.62) valem os comentários feitos para a Eq. (3.45) na seção 3.3.2. Então, no caso de se querer manter a estrutura tridiagonal na matriz de coeficientes, a partir da Eq. (3.62), temos

$$a_P = 3k + 2hH, \quad a_W = 4k, \quad a_E = 0, \quad b_P = -kT_{WW} + 2hHT_\infty \quad (3.63)$$

Portanto, a solução com o método TDMA se torna iterativa.

A solução numérica de (q) , Eq. (3.51), pode ser obtida com λ_{DDS}^i ou λ_{DDS-2}^i , da mesma forma como se fez com q_0^v na seção 3.1.5. Assim, para λ_{DDS}^i , Eq. (2.19), temos

$$q = -k A_b \frac{(T_E - T_P)}{h} \quad (3.64)$$

onde $P = 1$ e $E = 2$. E para λ_{DDS-2}^i , Eq. (2.29), obtém-se

$$q = -k A_b \frac{(4T_E - 3T_P - T_{EE})}{2h} \quad (3.65)$$

onde $P = 1$, $E = 2$ e $EE = 3$.