

INTRODUÇÃO À MECÂNICA COMPUTACIONAL

Carlos Henrique Marchi

&

Fábio Alencar Schneider

Curitiba, dezembro de 2002.

SUMÁRIO

Lista de Símbolos

Prefácio

1. INTRODUÇÃO

- 1.1 Métodos de Solução de Problemas de Engenharia
 - 1.1.1 Métodos Experimentais
 - 1.1.2 Métodos Analíticos
 - 1.1.3 Métodos Numéricos
 - 1.2 Modelos Matemáticos e Variáveis de Interesse
 - 1.3 Modelos Numéricos
 - 1.4 Estrutura do Texto
-

PARTE I: PROBLEMAS UNIDIMENSIONAIS

2. APROXIMAÇÕES NUMÉRICAS 1D EM MALHA UNIFORME

- 2.1 Discretização do Domínio e Aproximações Diretas
- 2.2 Série de Taylor
- 2.3 Aproximações para Derivada de Primeira Ordem
 - 2.3.1 Com Um Ponto a Jusante (DDS)
 - 2.3.2 Com Um Ponto a Montante (UDS)
 - 2.3.3 Com Diferença Central (CDS-2)
 - 2.3.4 Com Dois Pontos a Jusante (DDS-2)
 - 2.3.5 Com Dois Pontos a Montante (UDS-2)
- 2.4 Aproximações para Derivada de Segunda Ordem
 - 2.4.1 Com Diferença Central de Três Pontos (CDS-2)
 - 2.4.2 Com Diferença Central de Cinco Pontos (CDS-4)
- 2.5 Aproximação para Variável Global
- 2.6 Ordens Verdadeiras e Assintótica
- 2.7 Erro de Poluição

3. DIFUSÃO DE CALOR LINEAR 1D PERMANENTE

- 3.1 Difusão de Calor em Parede com Temperatura Prescrita
 - 3.1.1 Modelo Matemático e Domínio de Cálculo
 - 3.1.2 Variáveis de Interesse
 - 3.1.3 Soluções Analíticas
 - 3.1.4 Discretização do Modelo Matemático
 - 3.1.5 Discretização das Variáveis de Interesse
 - 3.1.6 Algoritmo de Solução
- 3.2 Solução de Sistemas de Equações Tridiagonais
 - 3.2.1 Método TDMA
 - 3.2.2 Método de Gauss-Seidel

- 3.3 Difusão de Calor em Parede com Fluxo Prescrito
 - 3.3.1 Aproximação com λ_{UDS}^i
 - 3.3.2 Aproximação com λ_{UDS-2}^i
- 3.4 Difusão de Calor em Aleta
 - 3.4.1 Modelo Matemático e Domínio de Cálculo
 - 3.4.2 Variáveis de Interesse
 - 3.4.3 Soluções Analíticas
 - 3.4.4 Discretização do Modelo Matemático
- 4. ESTIMAÇÃO DE ERROS NUMÉRICOS**
 - 4.1 Erros de Truncamento
 - 4.1.1 Estimativas *a Priori*
 - 4.1.2 Estimativas *a Posteriori*
 - 4.1.3 Estimador de Richardson
 - 4.1.4 Estimador *GCI*
 - 4.2 Erros de Iteração
 - 4.2.1 Estimativas *a Priori*
 - 4.2.2 Estimativas *a Posteriori*
 - 4.3 Erros de Arredondamento
 - 4.4 Erros de Programação
 - 4.5 Procedimento Prático
- 5. TERMOELASTICIDADE LINEAR 1D PERMANENTE**
 - 5.1 Modelo Matemático
 - 5.1.1 Problema Térmico
 - 5.1.2 Problema Elástico
 - 5.1.3 Variáveis de Interesse
 - 5.2 Solução Analítica
 - 5.3 Solução Numérica
 - 5.3.1 Algoritmo de Solução

PARTE II: PROBLEMAS MULTIDIMENSIONAIS

- 6. DIFUSÃO DE CALOR NÃO-LINEAR 1D PERMANENTE**
 - 6.1 Solução Numérica Geral
 - 6.2 Condução de Calor num Tronco de Cone
 - 6.3 Condução de Calor numa Casca Cilíndrica
 - 6.4 Condução de Calor numa Casca Esférica
 - 6.5 Condução de Calor com k Variável
 - 6.5.1 Algoritmo de Solução
- 7. DIFUSÃO DE CALOR LINEAR 2D PERMANENTE**
 - 7.1 Soluções Analíticas
 - 7.2 Soluções Numéricas
 - 7.3 Solução de Sistemas de Equações Pentadiagonais
 - 7.3.1 Método de Gauss-Seidel
 - 7.3.2 Método *ADI*

7.4 Estimação de Erros de Discretização Multidimensionais

8. TERMOELASTICIDADE LINEAR 2D PERMANENTE

8.1 Modelo Matemático

8.2 Solução Numérica

8.2.1 Forças na Direção X

8.2.2 Forças na Direção Y

8.2.3 Cálculo das Deformações

8.2.4 Cálculo das Tensões

8.2.5 Algoritmo Geral

9. DIFUSÃO DE CALOR 1D TRANSIENTE

9.1 Modelo Matemático

9.2 Solução Analítica

9.3 Solução Numérica

9.3.1 Formulação Explícita

9.3.2 Formulação Totalmente Implícita

9.3.3 Formulação de Crank-Nicolson

PARTE III: TÓPICOS AVANÇADOS

10. BLOCAGEM E MULTIBLOCOS

10.1 Condução de Calor 2D em Placa Plana

10.1.1 Equação Governante

10.1.2 Discretização do Domínio

10.1.3 Discretização das Equações

10.1.4 Condições de Contorno

10.1.5 Sistema Linear

10.2 Blocagem

10.3 Malha Semi-Estruturada

10.4 Multiblocos

10.4.1 Interface Uniforme

11. COORDENADAS GENERALIZADAS

11.1 Jacobiano e Métricas de Transformação 1D

11.2 Transformação da Equação de Condução de Calor 1D

11.3 Discretização da Equação do Calor 1D Transformada

11.4 Jacobiano e Métricas de Transformação 2D

11.5 Comprimento e Área na Transformação 2D

11.6 Transformação da Equação de Condução de Calor 2D

11.7 Discretização da Equação do Calor 2D Transformada

12. APROXIMAÇÕES NUMÉRICAS 1D EM MALHA NÃO-UNIFORME

12.1 Série de Taylor

12.2 Aproximações para Derivada de Primeira Ordem

2.3.1 Com Um Ponto a Jusante (DDS)

2.3.2 Com Um Ponto a Montante (UDS)

2.3.3 Com Diferença Central (CDS-2)

- 2.3.4 Com Dois Pontos a Jusante (DDS-2)
- 2.3.5 Com Dois Pontos a Montante (UDS-2)
- 12.3 Aproximações para Derivada de Segunda Ordem
 - 2.4.1 Com Diferença Central de Três Pontos (CDS-2)
 - 2.4.2 Com Diferença Central de Cinco Pontos (CDS-4)
- 12.4 Aproximação para Variável Global
- 12.5 Ordens Verdadeiras e Assintótica
- 12.6 Condução de Calor 1D Permanente em Malha Não-Uniforme

13. MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS

- 13.1 Introdução
- 13.2 Armazenamento dos Coeficientes
- 13.3 Aproximações em Malhas Não-Estruturadas
 - 13.3.1 Derivada Primeira
 - 13.3.2 Derivada Segunda

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LISTA DE SÍMBOLOS

A	coeficientes do sistema de equações algébricas da variável dependente
B	termos independentes do sistema de equações algébricas da variável dependente
c	coeficientes da equação geral do erro de truncamento
C	coeficientes da equação geral do erro de discretização
Cap.	capítulo
CDS	<i>Central Differencing Scheme</i>
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional (<i>Computational Fluid Dynamics</i>)
DDS	<i>Downstream Differencing Scheme</i>
e	erro de poluição da solução numérica
E	erro verdadeiro ou erro de discretização da solução numérica
Eq.	equação
Fig.	figura
F_S	fator de segurança do estimador GCI
h	tamanho de um elemento da malha, que é igual à distância entre dois nós consecutivos da malha (m)
j	número do nó de uma malha unidimensional
K	coeficientes da equação da incerteza de uma solução numérica
L	comprimento do domínio de cálculo (m)
N	número de elementos da malha, que é igual ao número de nós da malha menos a unidade
p_E	ordem efetiva do erro (adimensional)
p_L	ordem assintótica do erro (adimensional)
p_U	ordem aparente da incerteza (adimensional)

p_V	ordens verdadeiras do erro (adimensional)
q	razão de refino de malha (adimensional)
S	termo fonte genérico das equações diferenciais
Tab.	tabela
<i>TDMA</i>	<i>TriDiagonal Matrix Algorithm</i>
U	incerteza ou erro estimado da solução numérica
U_{bi}	incerteza da solução numérica segundo o estimador bicoeficiente
U_C	incerteza da solução numérica segundo o estimador convergente
U_{Δ}	incerteza da solução numérica segundo o estimador delta
U_{GCI}	incerteza da solução numérica segundo o estimador <i>GCI</i>
U_{mc}	incerteza da solução numérica segundo o estimador multicoeficiente
U_{Ri}	incerteza da solução numérica segundo o estimador de Richardson
U_{tri}	incerteza da solução numérica segundo o estimador tricoeficiente
<i>UDS</i>	<i>Upwind Differencing Scheme</i>
V	velocidade do escoamento do fluido (m/s)
x	coordenada espacial (m)

Letras Gregas

ε	erro de truncamento
ε_n	erro de iteração
ε_p	erro de programação
ε_{π}	erro de arredondamento
ε_{τ}	erro de truncamento
ϕ	solução numérica de uma variável genérica

Φ	solução analítica exata de uma variável genérica
ϕ_C	solução numérica convergente
ϕ_∞	estimativa da solução analítica exata (Φ) obtida por extrapolação
λ	solução numérica da variável dependente do problema (variável primária)
λ_m	solução numérica da média de λ
λ_{CDS}^i	solução numérica da derivada de 1ª ordem de Λ obtida por diferença central
λ_{DDS}^i	solução numérica da derivada de 1ª ordem de Λ obtida com 1 ponto a jusante
λ_{DDS-2}^i	solução numérica da derivada de 1ª ordem de Λ obtida com 2 pontos a jusante
λ_{UDS}^i	solução numérica da derivada de 1ª ordem de Λ obtida com 1 ponto a montante
λ_{CDS}^{ii}	solução numérica da derivada de 2ª ordem de Λ obtida por diferença central
Λ	solução analítica exata da variável dependente do problema (variável primária)
Λ_m	solução analítica exata da média de Λ
Λ^i	solução analítica exata da derivada de 1ª ordem de Λ
Λ^o	solução analítica exata da derivada de ordem ‘ o ’ de Λ , onde ‘ o ’ é grafado com algarismos romanos e assume os valores i, ii, iii, iv, v , etc.
θ	efetividade de um estimador de erro: razão entre incerteza (U) e erro (E)
ψ_E	razão de redução do erro de discretização da solução numérica
ψ_U	razão de convergência da solução numérica para a solução analítica exata

Subscritos

1	malha fina
2	malha grossa
3	malha supergrossa

j	número do nó de uma malha unidimensional
$j-1$	nó à esquerda do nó j
$j+1$	nó à direita do nó j

PREFÁCIO