UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

TMEC-001 Cálculo Numérico

Professor **Luciano Kiyoshi Araki**
(sala 7-30/Lena-2, lucianoaraki@gmail.com, fone: 3361-3126)

Internet: http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TMEC001/Prof.Luciano_Araki

LISTA DE EXERCÍCIOS 02

1. Use o método de Newton com $x^{(0)} = 0$ para calcular $x^{(3)}$ para os seguintes sistemas não-lineares:

$$\begin{cases} 4x_1^2 - 20x_1 + \frac{1}{4}x_2^2 + 8 = 0 \\ \frac{1}{2}x_1x_2^2 + 2x_1 - 5x_2 + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1^2 - x_2^2 = 0 \\ x_2 - 0,25(\sin x_1 + \cos x_2) = 0 \\ com \quad x^{(0)} = (1;1) \end{cases}$$

Iteração	X1	X2
0	0	0
1	0,4000000	1,760000
2	0,4958936	1,983423
3	0,4999876	1,999937

Iteração	X1	X2
0	1	1
1	0,4802408	0,4012039
2	0,2576687	0,3056284
3	0,1590522	0,2801943

2. Repita o exercício 1 para o método quasi-Newton com Jacobiano fixo por 2 iterações.

Iteração	X1	X2
0	0	0
1	0,4000000	1,760000
2	0,4707200	1,912192
3	0,4995468	1,997908

Iteração	X1	X2
0	1	1
1	0,4802408	0,4012039
2	0,3693666	0,3429289
3	0,2070903	0,2921364

3. Use o método de Newton para calcular $x^{(3)}$ para cada um dos sistemas não-lineares:

$$\begin{cases} 3x_1^2 - x_2^2 = 0 \\ 3x_1x_2^2 - x_1^3 - 1 = 0 \\ com\ x^{(0)} = (1;1)^T \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln(x_1^2 + x_2^2) - \sin(x_1x_2) = \ln(2) + \ln(\pi) \\ \exp(x_1 - x_2) + \cos(x_1x_2) = 0 \\ com\ x^{(0)} = (2;2)^T \end{cases}$$

Iteração	X1	X2
0	1	1
1	0,6111111	0,8333333
2	0,5036591	0,8524944
3	0,4999641	0,8660456

Iteração	X1	X2
0	2	2
1	1,968683	1,478906
2	1,830080	1,709024
3	1,775557	1,768412

4. Repita o exercício 3 para o método quasi-Newton com Jacobiano fixo por 2 iterações.

Iteração	X1	X2
0	1	1
1	0,6111111	0,8333333
2	0,5376276	0,8258459
3	0,4995216	0,8634968

Iteração	X1	X2
0	2	2
1	1,968683	1,478906
2	1,602049	1,991484
3	1,807689	1,721027

5. Deseja-se encontrar as posições de interseção entre dois círculos, cujas equações são: $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 12$ e $x^2 + y^2 - 10x - 8y = -16$. Para tanto, utilize o método de Newton. Esboce um gráfico dos círculos para obter boas estimativas iniciais. Utilize, também, o método de quasi-Newton com Jacobiano fixo por 2 iterações.

6. Usando o método de mínimos quadrados, apresente a equação da melhor reta que representa o comportamento dos pontos a seguir.

X	1	2	3	4	5
Y	1,5	1,8	3,6	4,2	4,3

$y = 0{,}8x + 0{,}68$

7. A condutividade térmica do alumínio (6063-T5) foi medida em função da temperatura (Bejan, 1993), e os resultados são mostrados na tabela a seguir:

T [K]	10	20	40	50	100	200	300
k [W/mK]	90	180	280	290	230	200	200

Use o método de mínimos quadrados para calcular:

a) Um polinômio linear que estime k como uma função de T.

$k = 0{,}028352\, T + 207{,}0838$

b) Um polinômio quadrático que possa ser usado na previsão do valor de k em função de T.

$k = -0{,}00377\, T^2 + 1{,}168696\, T + 167{,}7156$

8. Para a calibração de um medidor de vazão, é realizado um procedimento experimental e, então, confrontam-se os valores de vazão lidos (vazão nominal) no equipamento e os valores medidos (vazão real) de fluido. Com base nos dados experimentais, obtiveram-se os seguintes dados:

Vazão real [l/s]	0,1062	0,1613	0,2074	0,2816	0,3357	0,4068
Vazão nominal [l/s]	0,10	0,15	0,20	0,28	0,34	0,41

Obtenha a equação de calibração do medidor: (a) supondo-se um comportamento linear; (b) supondo-se um comportamento quadrático.

Linear: $real = 0{,}953725 * medido + 0{,}01458$

Quadrático: $real = -0{,}07219 * medido^2 + 0{,}990427 * medido + 0{,}010757$

9. Considere uma substância hipotética cuja condutividade térmica seja representada na tabela a seguir:

T [K]	150	200	250	300	350	400	450	500
k [W/mK]	0,751	0,779	0,815	0,870	0,923	1,005	1,080	1,128

Obtenha o polinômio interpolador que forneça a condutividade térmica da substância para qualquer temperatura do intervalo considerado (150 a 500K). Utilize os métodos do interpolador de Lagrange e de diferenças divididas de Newton.

Lagrange:

$$k = -\frac{(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)(T-450)(T-500)}{3{,}9375\times 10^{15}}0{,}751 +$$
$$\frac{(T-150)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)(T-450)(T-500)}{5{,}625\times 10^{14}}0{,}779 +$$
$$-\frac{(T-150)(T-200)(T-300)(T-350)(T-400)(T-450)(T-500)}{1{,}875\times 10^{14}}0{,}815 +$$
$$\frac{(T-150)(T-200)(T-250)(T-350)(T-400)(T-450)(T-500)}{1{,}125\times 10^{14}}0{,}870 +$$
$$-\frac{(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-400)(T-450)(T-500)}{1{,}125\times 10^{14}}0{,}923 +$$
$$\frac{(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-450)(T-500)}{1{,}875\times 10^{14}}1{,}005 +$$
$$-\frac{(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)(T-500)}{5{,}625\times 10^{14}}1{,}080 +$$
$$\frac{(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)(T-450)}{3{,}9375\times 10^{15}}1{,}128$$

Newton:

$$k = 0{,}751 + (T-150)\cdot 5{,}6\times 10^{-3} + (T-150)(T-200)\cdot 1{,}6\times 10^{-6} + (T-150)(T-200)(T-250)\cdot 1{,}46667\times 10^{-8} +$$
$$(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)\cdot\left(-2{,}13333\times 10^{-10}\right) +$$
$$(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)\cdot 2{,}24\times 10^{-12} +$$
$$(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)\cdot\left(-1{,}80444\times 10^{-14}\right) +$$
$$(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)(T-450)\cdot 1{,}02857\times 10^{-16}$$

10. Encontre as formas do polinômio interpolador de Lagrange e de Newton para os pontos a seguir:

X	3	–1	1	2	5
Y	2	1	2	–7	20

Lagrange:

$$Y = -\frac{(X+1)(X-1)(X-2)(X-5)}{16}(2) + \frac{(X-3)(X-1)(X-2)(X-5)}{144}(1) - \frac{(X-3)(X+1)(X-2)(X-5)}{16}(2)$$
$$\frac{(X-3)(X+1)(X-1)(X-5)}{9}(-7) + \frac{(X-3)(X+1)(X-1)(X-2)}{144}(20)$$

Newton:

$$Y = 2 + (x-3)\cdot(0{,}25) + (x-3)(x+1)\cdot(-0{,}125) + (x-3)(x+1)(x-1)\cdot(3{,}04167) +$$
$$(x-3)(x+1)(x-1)(x-5)\cdot(-0{,}88194)$$

11. Encontre o polinômio interpolador de Lagrange e de Newton para os pontos a seguir:

X	0	0,1	0,3	0,6	1,0
Y	–6,00000	–5,89483	–5,65014	–5,17788	–4,28172

Lagrange:

$$Y = \frac{(x-0{,}1)(x-0{,}3)(x-0{,}6)(x-1{,}0)}{0{,}018}(-6) - \frac{(x-0)(x-0{,}3)(x-0{,}6)(x-1{,}0)}{0{,}009}(-5{,}89483) +$$
$$\frac{(x-0)(x-0{,}1)(x-0{,}6)(x-1{,}0)}{0{,}0126}(-5{,}65014) - \frac{(x-0)(x-0{,}1)(x-0{,}3)(x-1{,}0)}{0{,}036}(-5{,}17788) +$$
$$\frac{(x-0)(x-0{,}1)(x-0{,}3)(x-0{,}6)}{0{,}252}(-4{,}28172)$$

Newton

$$Y = -6 + (x-0)(1{,}0517) + (x-0)(x-0{,}1)(0{,}5725) + (x-0)(x-0{,}1)(x-0{,}3)(0{,}215) +$$
$$(x-0)(x-0{,}1)(x-0{,}3)(x-0{,}6)(0{,}063016)$$

12. Conceitue e diferencie: interpolação e aproximação (regressão).