

2.1. INTRODUÇÃO

Os sólidos, quando submetidos a esforços se deformam.

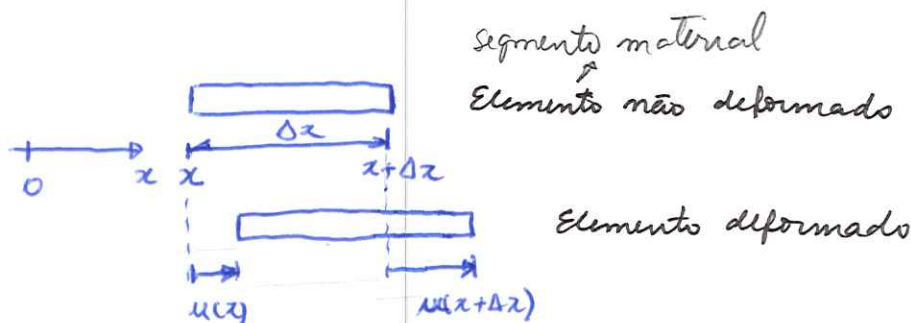
Um sólido é deformável se a distância entre duas partículas quaisquer é passível de alteração.

As causas da deformação são a ação de forças e da variação de temperatura.

2.2. MODALIDADES DE DEFORMAÇÃO E SUAS DEFINIÇÕES

Há dois modos de caracterizar a deformação num sólido:

- deformação normal
- deformação cisalhante

2.2.1. Deformação normal

Comprimento do elemento não deformado: Δx

Variação do comprimento na direção x : $\Delta u = u(x+\Delta x) - u(x)$

u é o deslocamento da seção transversal do elemento na direção x .

Define-se a deformação normal na direção x como:

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}$$

εpsilon

ou seja, ϵ é a taxa de variação do deslocamento na direção x ao longo do elemento na mesma direção x .

Analogamente se define a deformação normal na direção y

$$\epsilon_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{dv}{dy}$$

onde v é o deslocamento da seção transversal do elemento, agora orientada segundo y , na direção y . Portanto, esta deformação é a taxa de variação do deslocamento na direção y ao longo do elemento na mesma direção y .

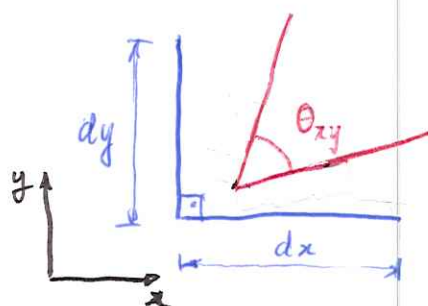
É a deformação normal na direção z:

$$\epsilon_z = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta z} = \frac{dw}{dz}$$

onde w é o deslocamento da seção transversal do elemento - agora orientado segundo z , na direção z . Portanto, esta deformação é a taxa de variação do deslocamento w ao longo do elemento na mesma direção z .

Como definida, a deformação normal é uma grandeza adimensional. Apesar disso, costuma-se expressá-la, por exemplo, no SI, como: $\frac{m}{m}$, $\frac{mm}{mm}$.

2.2.2. Deformação cisalhante



- não deformado

- deformado

Define-se a deformação cisalhante no plano $x-y$ em torno de uma partícula como a variação do ângulo reto entre os dois segmentos materiais dispostos segundo as direções x e y na configuração não deformada.

$$\gamma_{xy} = \frac{\pi}{2} - \theta_{xy} \quad (\text{variação do ângulo reto})$$

↓
gamma

Analogamente, define-se a deformação usalhante no plano

xz :

$$\gamma_{xz} = \frac{\pi}{2} - \theta_{xz}$$

e a deformação usalhante no plano yz :

$$\gamma_{yz} = \frac{\pi}{2} - \theta_{yz}$$

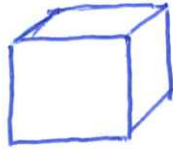
Observe!

$$\theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \gamma > 0$$

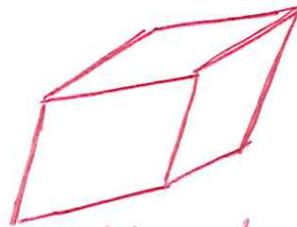
$$\theta > \frac{\pi}{2} \Rightarrow \gamma < 0$$

Por se tratar de um ângulo, a deformação usalhante também é uma grandeza adimensional.

Considerando uma partícula infinitesimal na forma de um paralelepípedo, quando não deformada e depois deformada:



não deformada



deformada

Na configuração deformada observa-se uma variação volumétrica e uma alteração da forma. A primeira é causada pelas deformações normais ϵ_x, ϵ_y e ϵ_z , ou melhor, pela soma delas $\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$. A segunda é causada pelas deformações usalhantes. Resumindo:

- ϵ causa variação volumétrica
- γ causa alteração de forma

2.3. ANÁLISE DE PEQUENAS DEFORMAÇÕES

Neste curso será estudado o sólido - uma peça, um elemento estrutural - enquanto destinado a suportar uma determinada carga e a desempenhar uma função. Por causa disso, na grande maioria dos casos as deformações são muito

pequenas, isto é, $\epsilon \ll 1$ e $\gamma \ll 1$. Para entender uma ideia, uma barra de aço axialmente carregada, quando submetida à tensão de escoamento, deforma axialmente da ordem de 10^{-3} . 2.9

Exemplo 2.1: Uma barra de aço de 1 m de comprimento é alongada axialmente de 1 mm. Determine a deformação normal média da barra nessa circunstância.

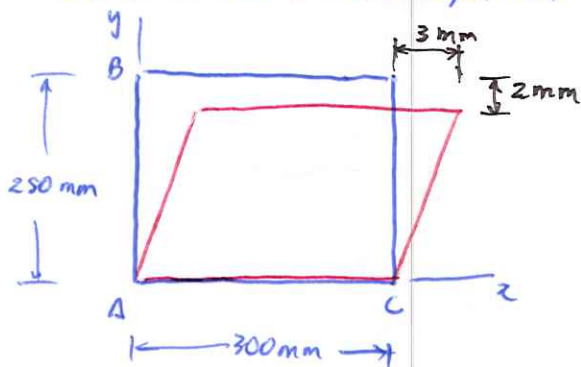
Solução



$$\bar{\epsilon}_x = \frac{\Delta \text{comprimento}}{\text{comprimento in. def.}} = \frac{1 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} = 10^{-3}$$

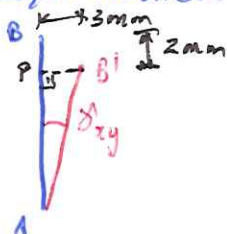
$$\bar{\epsilon}_x = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m/m} \quad \blacksquare$$

Exemplo 2.2: A chapa abaixo é deformada até assumir a forma representada em vermelho. Nestes termos, determine a deformação média ao longo do lado AB e a deformação cisalhante média em relação aos eixos x e y.



Solução

Deformação normal média:



Variação do comprimento de AB:

$$\overline{AB'} - \overline{AB}$$

$$\overline{AB'} = \frac{\overline{AP}}{\cos \delta_{xy}}$$

$$\text{Como } \delta_{xy} \ll 1: \cos \delta_{xy} \approx 1$$

$$\therefore \overline{AB'} = \overline{AP}$$

$$\overline{AB'} - \overline{AB} = \overline{AP} - \overline{AB} = -2 \text{ mm}$$

$$\bar{\epsilon}_x = \frac{\overline{AB'} - \overline{AB}}{\overline{AB}} = \frac{-2}{250} = -8 \cdot 10^{-3} \text{ mm/mm}$$

$$\overline{\delta}_{24} = \arctg\left(\frac{\overline{B'P}}{\overline{AP}}\right) = \arctg\left(\frac{3}{250-2}\right) = 0,012 \text{ rad} \quad \blacksquare$$

Exercícios sugeridos: 2.3, 2.9, 2.10, 2.12, 2.13, 2.14, 2.24