

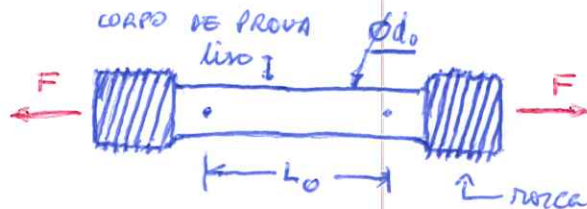
3.1. INTRODUÇÃO

Nos sólidos, tensão e deformação estão relacionados como causa e efeito.

Os materiais sólidos têm comportamento comum, embora as propriedades de cada um sejam diversas. Os materiais podem ser classificados quanto ao comportamento como dúcteis ou frágeis.

Para obter o comportamento de um material sólido realiza-se um ensaio de tração ou compressão de onde se obtém também suas diversas propriedades.

3.2 O ENSAIO DE TRAÇÃO OU COMPRESSÃO



- corpo de prova é fixo às garras da máquina de ensaio;
- a máquina aplica lenta e gradativamente forças axiais ao corpo de prova, registrando a cada instante a tensão e a deformação.

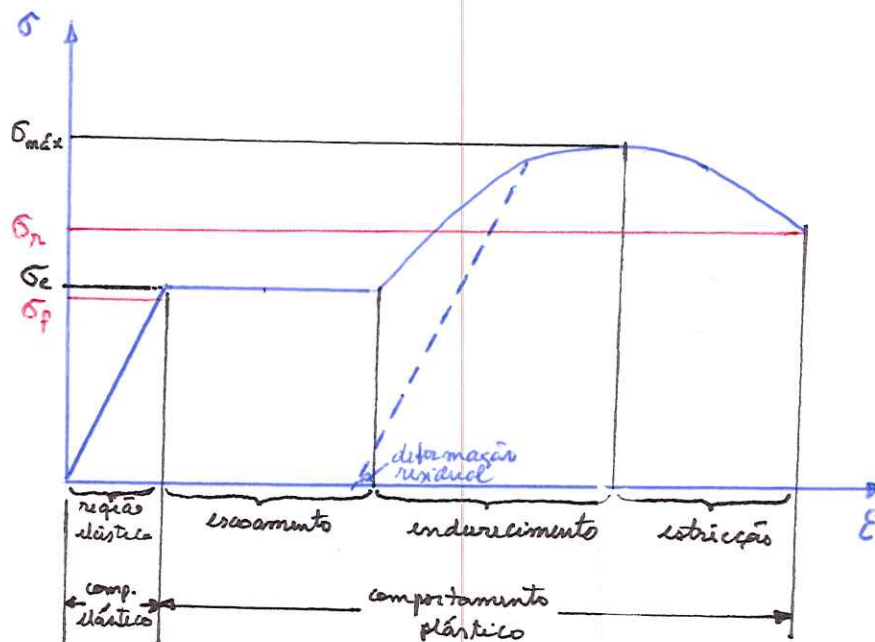
$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

δ - alongamento

$$\epsilon = \frac{\delta}{L_0}$$

3.3. O DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Por meio do ensaio de tração ou compressão é possível levantar uma curva de $\sigma \times \epsilon$ para cada material, a qual é denominada diagrama tensão-deformação.



σ_p - Tensão limite de proporcionalidade

σ_r - Tensão de ruptura

σ_e - Tensão de escoamento

$\sigma_{máx}$ - Tensão limite de resistência

Comportamento elástico: ao ser carregado e depois descarregado, o material retorna à sua configuração não deformada. Dessejável para a grande maioria das aplicações de engenharia.

Comportamento plástico: ao ser carregado e depois descarregado, o material não retorna à sua configuração não-deformada, ao contrário, permanece uma deformação residual. Dessejável na fabricação de peças pelo processo de conformação.

Escoamento: comportamento que algumas materiais exibem em que, ao atingir um determinado nível de tensão, o material se comporta como um fluido e "escoa".

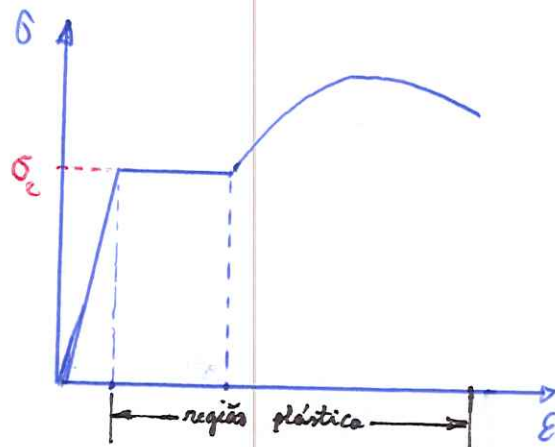
Endurecimento: após atingir níveis de tensão dentro da região plástica e depois ser descarregado, o material torna-se mais resistente, suportando níveis mais elevados de tensão sem sofrer danos.

Estrrição: diminuição acentuada do comprimento de prova numa determinada região, formando uma espécie de pescoço.



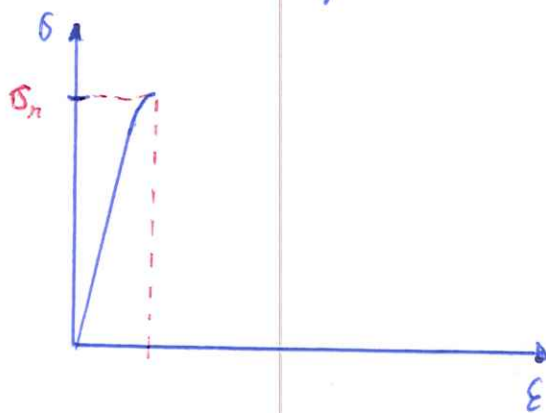
3.4. MATERIAIS DÚTEIS

Material dútil é aquele que exibe grandes deformações antes de romper. Sua região de comportamento plástico é ampla. Este tipo de material ocorre, embora em alguns casos a região de escoamento não seja nitida.



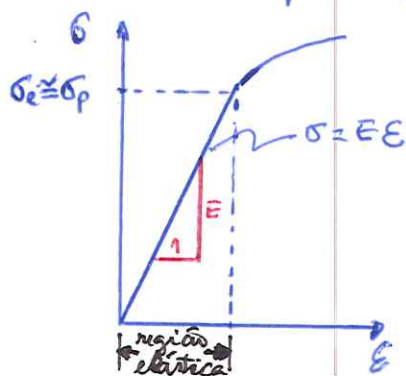
3.5. MATERIAIS FRÁGEIS

Material frágil é aquele que exibe pouco ou nenhum escoamento antes de romper. Este tipo de material rompe sem dar sinais da proximidade de ruptura.



3.6. LEI CONSTITUTIVA DO MATERIAL: LEI DE HOOKE

A maioria dos materiais de engenharia exibe uma relação linear entre tensão e deformação dentro da região elástica (uma reta passando pela origem do diagrama tensão-deformação):



$$\sigma = E \epsilon$$

A expressão matemática relacionando tensão a deformação é chamada lei constitutiva do material. A expressão acima é a lei constitutiva denominada de Lei de Hooke, e é própria de material elástico linear e isotrópico.

Na lei de Hooke, o coeficiente de proporcionalidade E é denominado de módulo de elasticidade ou módulo de Young.

O módulo de elasticidade tem a mesma dimensão de tensão. No SI é dado por $\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. Outras unidades: kgf/mm^2 ou kgf/cm^2 .

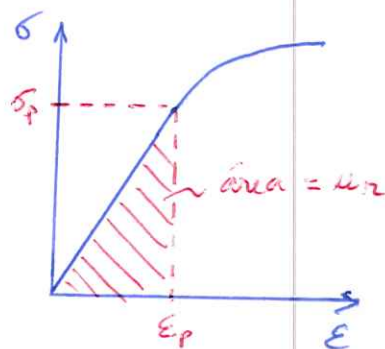
3.7. DENSIDADE DE ENERGIA DE DEFORMAÇÃO

No corpo de prova submetido ao ensaio de tração pode-se mostrar que a densidade de energia armazenada numa partícula (energia por unidade de volume) sob regime elástico é dada por:

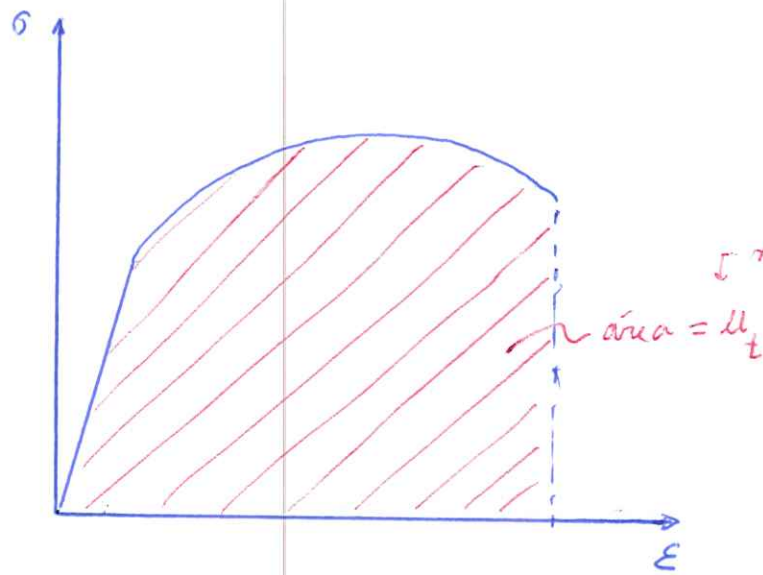
$$u = \frac{1}{2} \sigma \epsilon = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E}$$

MÓDULO DE RESILIÊNCIA: é a densidade de energia que o material pode absorver até o seu limite de proporcionalidade:

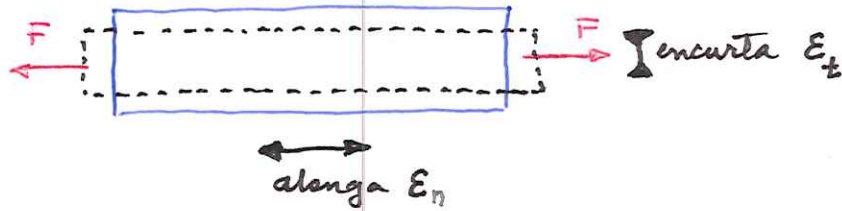
$$u_R = \frac{1}{2} \sigma_p \epsilon_p = \frac{1}{2} \frac{\sigma_p^2}{E} = \text{área hachurada sob o gráfico}$$



MÓDULO DE TENACIDADE: é a densidade de energia que o material pode absorver até a ruptura. É numericamente igual à área sob o gráfico do diagrama tensão-deformação.



3.8. COEFICIENTE DE POISSON



Considere o experimento acima em que uma barra é axialmente traçada. Enquanto a barra alonga na direção axial de aplicação da força, ela encurta na direção transversal à de aplicação da força. Este fenômeno é uma característica do material sólido e exprime a tendência dele conservar o volume quando submetido a carregamento.

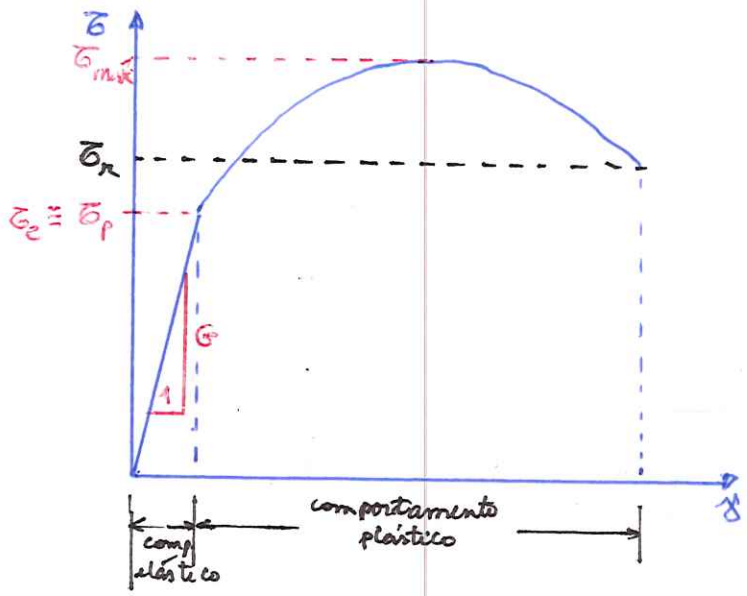
No regime elástico do material, a razão entre a deformação axial e a deformação transversal é uma constante que recebe o nome de coeficiente de Poisson (ν):

$$\nu = \frac{-\epsilon_t}{\epsilon_a}$$

3.9. DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO CUSALHANTE

Um ensaio semelhante ao de tração pode ser feito para obter o comportamento da tensão e deformação cisalhantes de um material. Ao invés de um corpo de prova maciço submetido à tração, utiliza-se um em formato tubular de parede fina submetido à torção.

O diagrama se assemelha ao diagrama tensão-deformação.



- τ_p - tensão de cisalhamento limite de proporcionalidade
- τ_e - tensão de cisalhamento de escoamento
- τ_{max} - tensão de cisalhamento máxima
- τ_r - tensão de cisalhamento de ruptura
- G - módulo de elasticidade de cisalhamento

No regime elástico há um comportamento linear entre tensão e deformação cisalhante, que é dada pela correspondente Lei de Hooke:

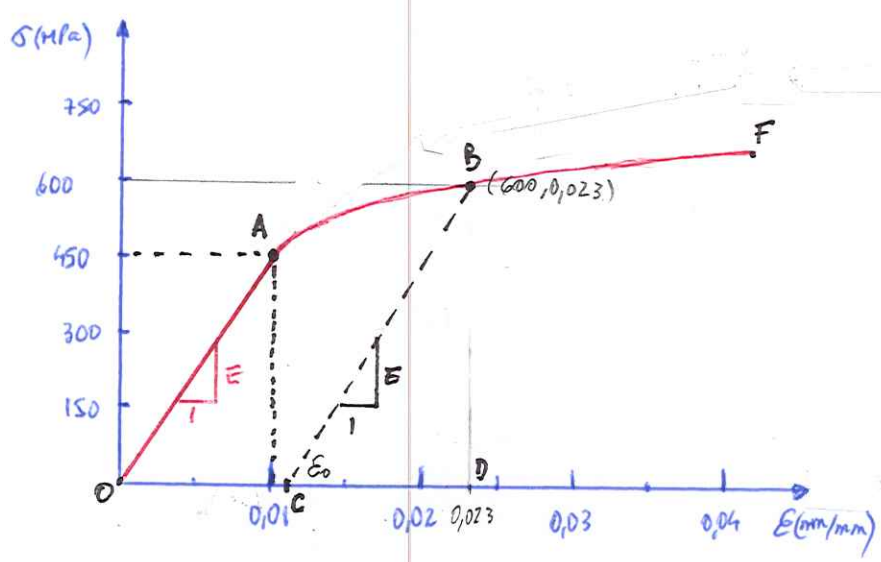
$$\tau = G\gamma$$

O módulo de elasticidade de cisalhamento G tem a mesma dimensão de tensão, ou seja, no SI é dada em $N/m^2 = Pa$, ou, em outras unidades: kgf/mm^2 , kgf/cm^2 .

Para materiais elásticos lineares e isotrópicos há uma relação entre E , G e ν :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Exemplo 3.1: O diagrama tensão-deformação para uma liga de metal é mostrada abaixo. Determine a deformação residual de um corpo de prova desse material que foi submetido à tensão de $600 MPa$. Calcule a resiliência desse material antes e depois de ser carregado.



Solução:

A leitura da deformação residual ocorre no ponto C, cruzamento da reta BC // a OA com o eixo da abscissa.

Cálculo do módulo de elasticidade:

$$E = \frac{450 \cdot 10^6}{0,01} = 45,0 \text{ GPa}$$

No triângulo CDB:

$$E = 45,0 \cdot 10^9 = \frac{600 \cdot 10^6}{0,023 - \epsilon_0}$$

Resolvendo a equação, obtém-se a deformação residual:

$$\epsilon_0 = 0,01$$

Módulo de resiliência antes da carga:

$$(u_{r1}) = A \Delta_{OAC} = \frac{450 \cdot 10^6 \cdot 0,01}{2}$$

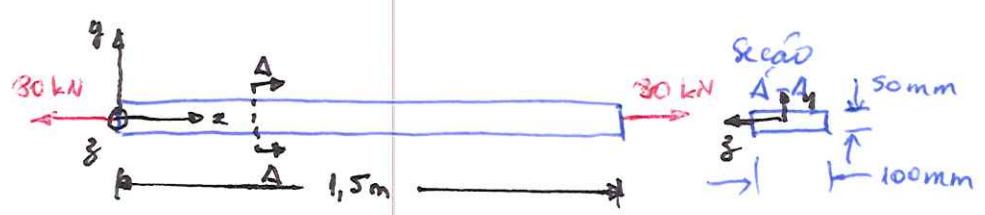
$$(u_{r1}) = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3 \text{ ou } 2,3 \cdot 10^3 \text{ J/mm}^3$$

Módulo de resiliência depois da carga:

$$(u_{r2}) = A \Delta_{COB} = \frac{600 \cdot 10^6 \cdot (0,023 - 0,01)}{2}$$

$$(u_{r2}) = 3,9 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3 \text{ ou } 3,9 \cdot 10^3 \text{ J/mm}^3$$

Exemplo 3.2: Se uma força axial de 80 kN for aplicada à barra abaixo, determine o comprimento e as dimensões da seção transversal após o carregamento. A figura traz as dimensões da barra não deformada. O módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson da barra são 200 GPa e 0,32, respectivamente.



Solução:

Deformação axial da barra:

$$\bar{\epsilon}_z = \frac{\bar{\sigma}_z}{E} = \frac{N}{EA} = \frac{80 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^9 \cdot 0,05 \cdot 0,1} = 8,0 \cdot 10^{-5}$$

Deformações transversais da barra:

$$\bar{\epsilon}_y = -\nu \bar{\epsilon}_z = -0,32 \cdot 8,0 \cdot 10^{-5} = -2,6 \cdot 10^{-5}$$

$$\bar{\epsilon}_z = -\nu \bar{\epsilon}_z = -0,32 \cdot 8,0 \cdot 10^{-5} = -2,6 \cdot 10^{-5}$$

Dimensões após o carregamento:

$$L_z = L_{z_0} (1 + \epsilon_z) = 1,5 (1 + 8,0 \cdot 10^{-5}) = 1,50012 \text{ m}$$

$$\delta_z = L_z - L_{z_0} = 120 \mu\text{m}$$

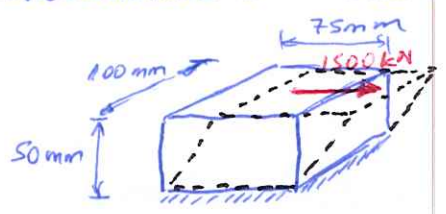
$$L_y = L_{y_0} (1 + \epsilon_y) = 50 (1 - 2,6 \cdot 10^{-5}) = 49,9987 \text{ mm}$$

$$\delta_y = L_y - L_{y_0} = -0,0013 \text{ mm} = -1,3 \mu\text{m}$$

$$L_z = L_{z_0} (1 + \epsilon_z) = 100 (1 - 2,6 \cdot 10^{-5}) = 99,9974 \text{ mm}$$

$$\delta_z = L_z - L_{z_0} = -0,0026 \text{ mm} = -2,6 \mu\text{m} \quad \blacksquare$$

Exemplo 3.3: Um bloco de titânio sofre a ação da força de 1500 kN indicada. Estime o deslocamento da face superior relativo à face inferior. O módulo de elasticidade ao cisalhamento é 45 GPa.

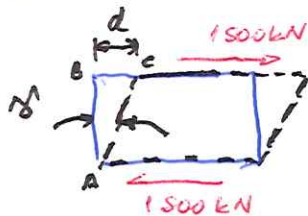


Solução:

Tensão de cisalhamento média em planos paralelos à face de aplicação da força:

$$\bar{\tau} = \frac{1500 \cdot 10^3}{0,075 \cdot 0,100} = 200 \text{ MPa}$$

Deslocamento relativo entre as faces:



No Δ_{ABC} :

$$\text{tg } \gamma = \frac{d}{BA} \rightarrow d = \overline{BA} \text{tg } \gamma$$

Da Lei de Hooke:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{200 \cdot 10^6}{45 \cdot 10^9} = 0,0044 \text{ rad}$$

Voltando a d :

$$d = 50 \cdot \text{tg } 0,0044 = 0,22 \text{ mm}$$

$$d = 0,22 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

EXERCÍCIOS SUGERIDOS: 3.1, 3.5, 3.7, 3.16, 3.19, 3.23, 3.26, 3.29, 3.31, 3.32, 3.33