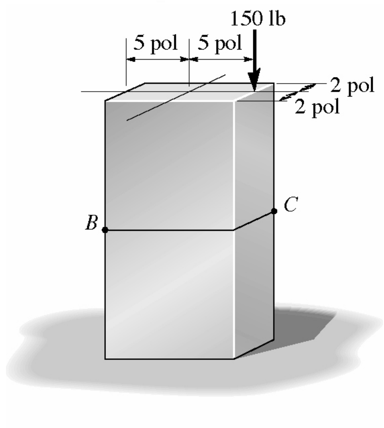
9.1. INTRODUÇÃO

Até aqui vimos o efeito exclusivo da carga axial ou da torção ou da flexão ou da carga transversal sobre um elemento. É mais comum se apresentarem situações em que o elemento é solicitado simultaneamente por mais de um tipo de carregamento.

Assumindo válidas as condições do princípio da superposição, a tarefa de analisar o efeito combinado de carregamentos torna-se simples, bastando apenas somar as distribuições de tensão causadas isoladamente por cada carregamento.

Veremos a seguir o efeito combinado de carregamento axial e flexão e o de carregamento transversal e torção separadamente.

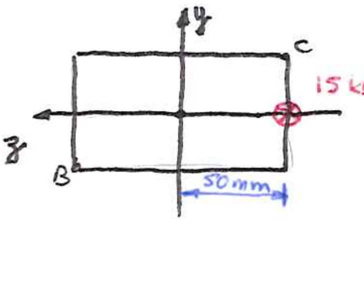
9.2. COMBINAÇÃO DE CARREGAMENTO AXIAL E FLEXÃO

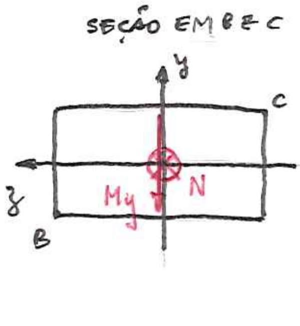


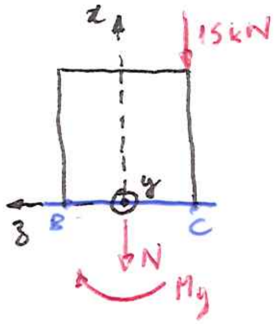
(a)

A figura acima mostra uma barra carregada por uma força axial excêntrica para a qual se deseja conhecer a tensão normal nos pontos B e C indicados.

A primeira providência é determinar a força normal e os momentos fletores relativos aos eixos principais de inércia da seção correspondente aos pontos B e C.







Do equilíbrio de forças:

$$N = -15\ kN$$

$$M_y = -15 \cdot 10^3 \cdot 0{,}050 = -750\ N \cdot m$$

Distribuição devida à força normal:

$$\sigma_N = \frac{N}{A} = \frac{-15 \cdot 10^3}{0{,}040 \cdot 0{,}100} = -3{,}8\ MPa$$

Distribuição devido aos momentos fletores:

$$\sigma_f = -\frac{\cancelto{0}{M_z}}{I_z} y - \frac{M_y}{I_y} z = -\frac{M_y}{I_y} z = \frac{+750 \cdot 12}{0{,}04 \cdot 0{,}100^3} z = +225\, z \quad [MPa]$$

Pelo princípio da superposição:

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_f = -3{,}8 + 225\, z$$

Tensões normais nos pontos B e C:

Em B: $\sigma_B = -3{,}8 + 225 \cdot 0{,}050 = +7{,}5\ MPa$ (tração)

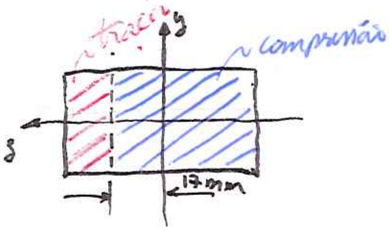
Em C: $\sigma_C = -3{,}8 + 225 \cdot -0{,}050 = -15\ MPa$ (compressão)

Eixo de tensões normais nulas:

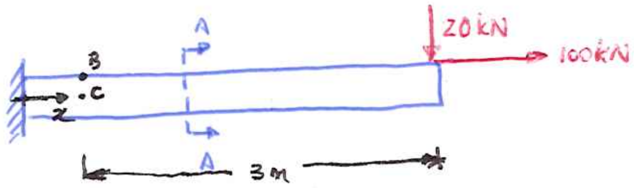
$$\sigma = 0$$

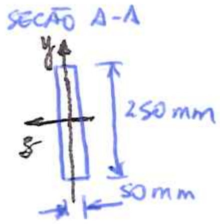
ou $-3{,}8 + 225\, z = 0$

ou $z = +0{,}017\ m = +17\ mm$

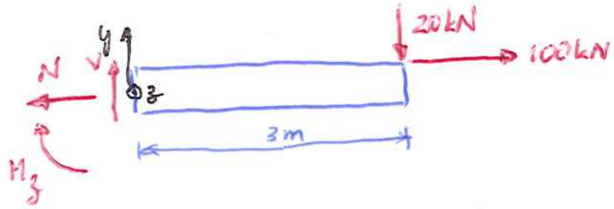


9.3. COMBINAÇÃO DE CARREGAMENTOS AXIAL E TRANSVERSAL E FLEXÃO





Deseja-se determinar o estado de tensão nos pontos B e C da viga acima. Primeiramente vamos determinar os esforços internos na seção onde estão B e C.



$N = +100\,kN$

$V = +20\,kN$

$M_z = -20 \cdot 3 - 100 \cdot 0{,}125 = -73\,kN \cdot m$

Tensão normal:

devida à força normal:

$$\sigma_N = \frac{+100 \cdot 10^3}{0{,}050 \cdot 0{,}250} = +8{,}0\,MPa$$

devida à flexão:

$$\sigma_f = -\frac{M_z}{I_z}y - \cancel{\frac{M_y}{I_y}}^{\,0} z = \frac{-(-73 \cdot 10^3)\,y}{\frac{0{,}050 \cdot (0{,}250)^3}{12}} = 1120\,y \quad [MPa]$$

Pelo princípio da superposição:

$$\sigma = 8{,}0 + 1120\,y \quad [MPa]$$

Em B: $\sigma_B = 8{,}0 + 1120 \cdot 0{,}125 = +148\,MPa$ (tração)

Em C: $\sigma_C = 8{,}0 + 1120 \cdot 0 = +8{,}0\,MPa$ (tração)

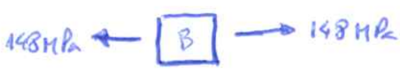
Tensão de cisalhamento:

$$\tau = \frac{6V}{b h^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) = \frac{6 \cdot 20 \cdot 10^3}{0{,}050 \cdot (0{,}250)^3}\left((0{,}125)^2 - y^2\right) = 154\,(0{,}0195 - y^2)\,(MPa)$$

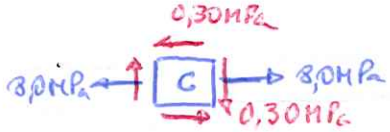
Em B: $\tau_B = 154\,(0{,}0195 - (0{,}125)^2) = 0$

Em C: $\tau_C = 154\,(0{,}0195 - 0) = +0{,}30\,MPa$ (horário)

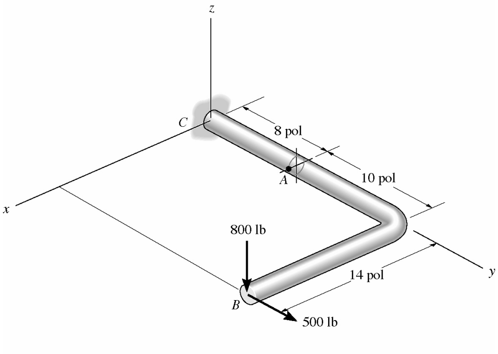
Estado de tensão em B:



Estado de tensão em C:



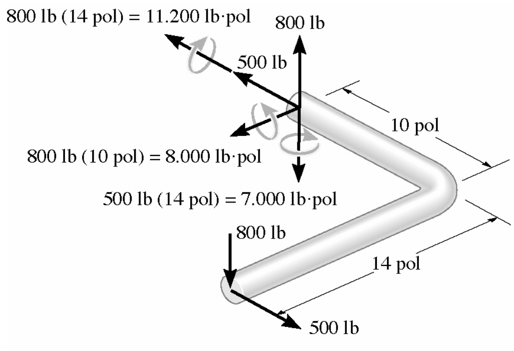
9.4 COMBINAÇÃO DE CARREGAMENTOS AXIAL E TRANSVERSAL, FLEXÃO E TORÇÃO



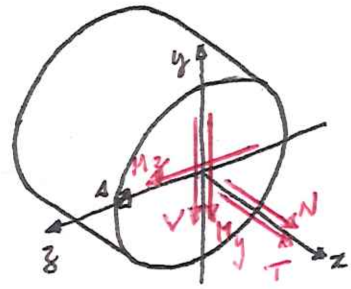
(a)

A figura acima mostra a haste maciça de diâmetro 15 mm sujeita ao carregamento indicado. Deseja-se determinar o estado de tensão no ponto A.

Primeiramente vamos determinar os esforços internos na seção do ponto A.



(b)



Da figura acima tem-se:

$$N = +500\,N$$

$$V = +800\,N$$

$$M_y = -70\,N\cdot m$$

$$M_z = -80\,N\cdot m$$

Tensão normal:

devida à força normal:

$$\sigma_N = \frac{N}{A} = \frac{+500\cdot 4}{\pi\cdot(0{,}015)^2} = +2{,}8\,MPa$$

devida à flexão:

$$\sigma_f = \frac{-M_z y}{I_z} - \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-64}{\pi\cdot(0{,}015)^4}\left(-80y - 70z\right)$$

ou $\sigma_f = 32200y + 28200z$ [MPa]

Pelo princípio da superposição:

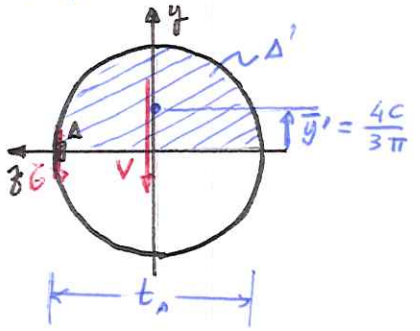
$$\sigma = \sigma_N + \sigma_f = +2{,}8 + 32200y + 28200z \quad [\mathrm{MPa}]$$

Em A: $\sigma_A = +2{,}8 + 32200 \cdot 0 + 28200 \cdot 0{,}0075$

ou $\sigma_A = +214\ \mathrm{MPa}$ (tração)

Tensão de cisalhamento:

devido à força cortante:



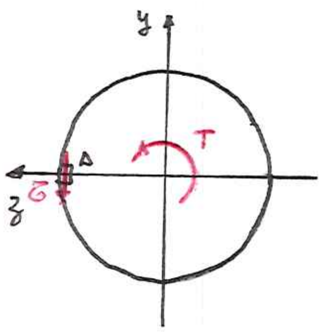
$$Q_A = \frac{4c}{3\pi} \cdot \frac{\pi c^2}{2} = \frac{2}{3}c^3 = \frac{2}{3} \cdot (0{,}0075)^3$$

ou $Q_A = 2{,}81 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}^3$

$t_A = 0{,}015\ \mathrm{m}$

$$\tau_c = \frac{V Q_A}{I_z t_A} = \frac{+800 \cdot 2{,}81 \cdot 10^{-7} \cdot 64}{\pi \cdot (0{,}015)^4 \cdot 0{,}015} = +6{,}0\ \mathrm{MPa}\ \text{(horário)}$$

devido à torção:



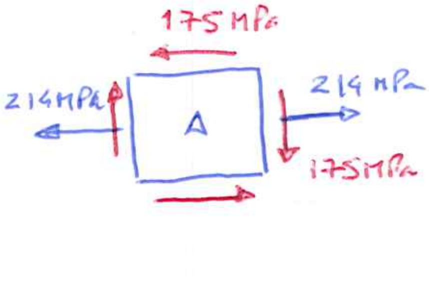
$$\tau_T = \frac{T}{I_0}c = \frac{2T}{\pi c^3} = \frac{2 \cdot 112}{\pi \cdot (0{,}0075)^3}$$

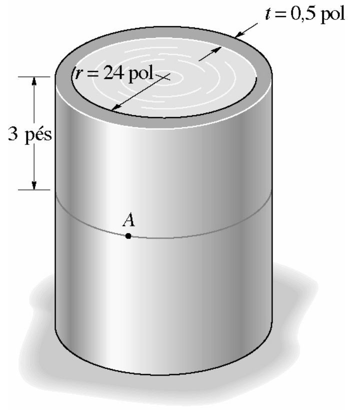
ou $\tau_T = +169\ \mathrm{MPa}$ (horário)

Pelo princípio da superposição:

$$\tau_A = \tau_c + \tau_T = +6{,}0 + 169 = 175\ \mathrm{MPa}$$

Estado de tensão em A:

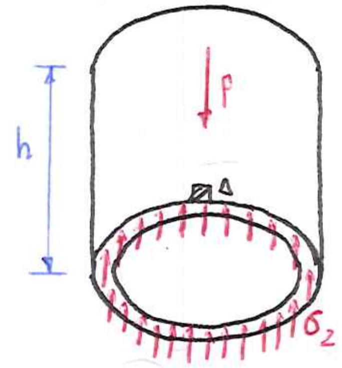




(a)

O tanque de água cilíndrico acima está completamente cheio. O material do tanque é o aço. Deseja-se conhecer o estado de tensão no ponto A. O peso específico da água é de 10 kN/m³ e o do aço é de 78 kN/m³.

Primeiramente vamos determinar a tensão normal na seção transversal do tanque devido ao peso do tanque:

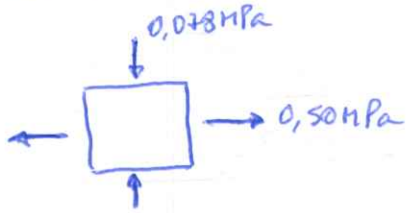


$$\sigma_2 = \frac{N}{A} = \frac{-\gamma_{aço} V_{aço}}{A} = \frac{-\gamma_{aço}\, A \cdot h}{A} = -\gamma_{aço}\, h = -78 \cdot 10^3 \cdot 1 = -0{,}078\,MPa$$
(compressão)

Agora vamos determinar a tensão circunferencial na parede do tanque:

$$\sigma_1 = p\frac{r}{t} = \gamma_{H_2O}\, h \, \frac{r}{t} = 10 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot \frac{0{,}600}{0{,}012} = +0{,}50\,MPa \text{ (tração)}$$

Estado de tensão em A:



EXERCÍCIOS PROPOSTOS: 8.15, 8.18, 8.21, 8.24, 8.26, 8.27, 8.31, 8.34, 8.36, 8.37, 8.39, 8.40, 8.43, 8.44, 8.45, 8.46, 8.51, 8.52, 8.56, 8.57