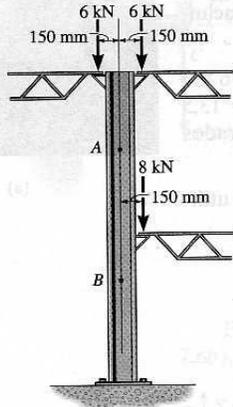


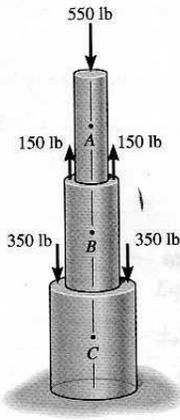
**PROBLEMAS**

7.1. A coluna é fixada ao solo e está sujeita às cargas mostradas na figura. Determine as forças internas normal e de cisalhamento e o momento nos pontos A e B.



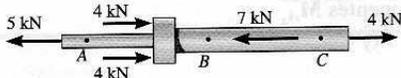
**Problema 7.1**

7.2. A barra está submetida às forças mostradas na figura. Determine a força normal interna nos pontos A, B e C.



**Problema 7.2**

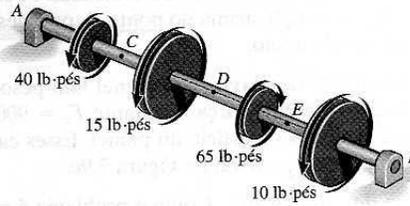
7.3. As forças atuam no eixo mostrado. Determine a força normal interna nos pontos A, B e C.



**Problema 7.3**

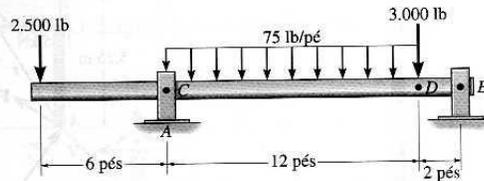
\*7.4. O eixo é apoiado por dois mancais de deslizamento A e B. As quatro polias encaixadas no eixo são usadas para

transmitir potência ao maquinário adjacente. Sendo os torques aplicados às polias, conforme mostra a figura, determine os torques internos nos pontos C, D e E.



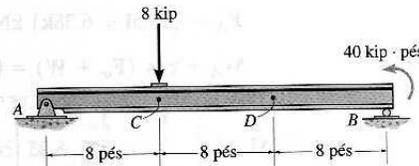
**Problema 7.4**

7.5. O eixo é apoiado por um mancal de rolamento em A e um mancal axial em B. Determine a força normal, a força de cisalhamento e o momento em uma seção que passa (a) pelo ponto C, que está próximo ao lado direito do mancal em A, e (b) pelo ponto D, que está próximo ao lado esquerdo da força de 3.000 lb.



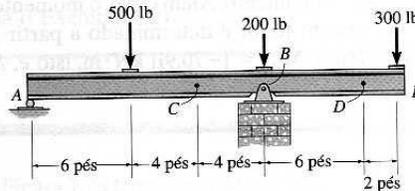
**Problema 7.5**

7.6. Determine as forças internas normal e de cisalhamento e o momento fletor nos pontos C e D da viga. Considere que o apoio em B é um rolete. O ponto C está localizado imediatamente à direita da carga de 8 kip.

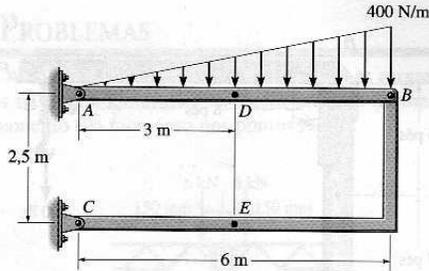


**Problema 7.6**

7.7. Determine a força de cisalhamento e o momento nos pontos C e D.

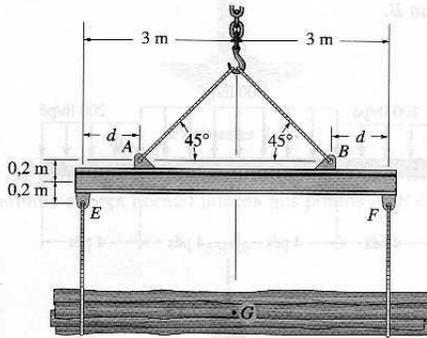


**Problema 7.7**



Problema 7.15

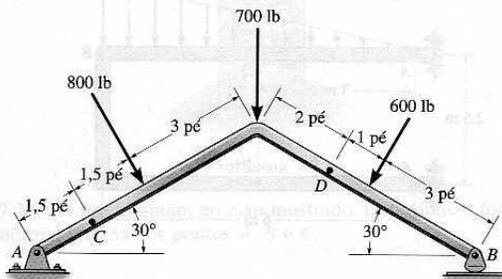
\*7.16. A viga de levantamento é usada para movimentação de materiais. Se a carga suspensa tem peso de 2 kN e centro de gravidade em  $G$ , determine a distância  $d$  para os suportes na parte superior da viga, de forma que não haja nenhum momento entre a distância  $AB$ . O cabo de elevação tem duas partes posicionadas a  $45^\circ$ , conforme mostra a figura.



Problema 7.16

7.17. Determine a força normal, a força de cisalhamento e o momento atuantes na seção que passa pelo ponto  $C$ .

7.18. Determine a força normal, a força de cisalhamento e o momento atuantes na seção que passa pelo ponto  $D$ .

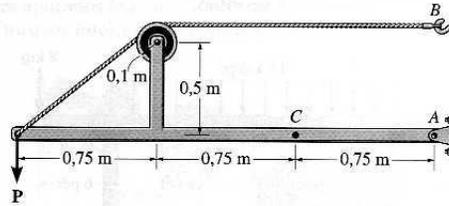


Problemas 7.17/18

7.19. Determine a força normal, a força de cisalhamento e o momento na seção que passa pelo ponto  $C$ . Considere que  $P = 8$  kN.

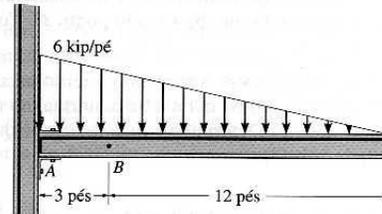
\*7.20. O cabo cederá quando submetido a uma força de 2 kN. Determine a maior carga vertical  $P$  que a estrutura será

capaz de suportar e calcule a força interna normal, a força de cisalhamento e o momento na seção que passa pelo ponto  $C$  para esse carregamento.



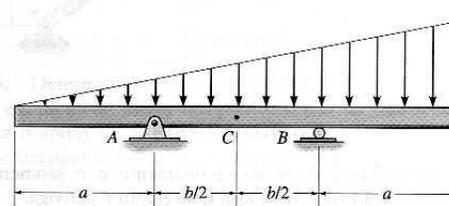
Problemas 7.19/20

7.21. Determine a forma interna normal, a força de cisalhamento e o momento fletor sobre a viga no ponto  $B$ .



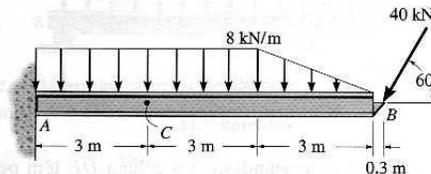
Problema 7.21

7.22. Determine a razão  $a/b$  para a qual a força de cisalhamento será zero no ponto médio  $C$  da viga.



Problema 7.22

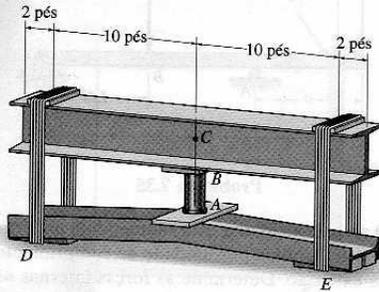
7.23. Determine as forças internas normal e de cisalhamento e o momento fletor no ponto  $C$ .



Problema 7.23

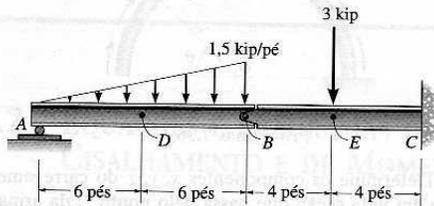
\*7.24. O macaco  $AB$  é usado para endireitar a viga empenada  $DE$  usando a montagem mostrada. Sendo a força de compressão axial no macaco igual a 5.000 lb, determine o momento interno desenvolvido no ponto  $C$  da viga superior. Despreze o peso das vigas.

7.25. Resolva o Problema 7.24 supondo que cada viga tenha peso uniforme de 150 lb/pé.



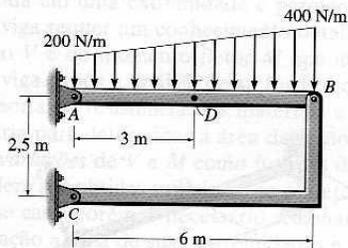
Problemas 7.24/25

7.26. Determine a força normal, a força de cisalhamento e o momento sobre a viga nas seções que passam pelos pontos D e E. O ponto E está imediatamente à direita da carga de 3 kip.



Problema 7.26

7.27. Determine a força normal, a força de cisalhamento e o momento na seção que passa pelo ponto D da estrutura de dois elementos.

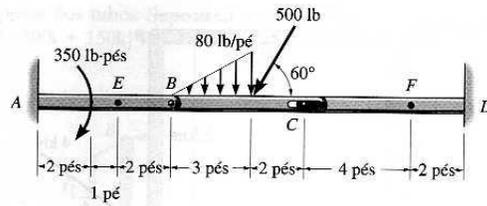


Problema 7.27

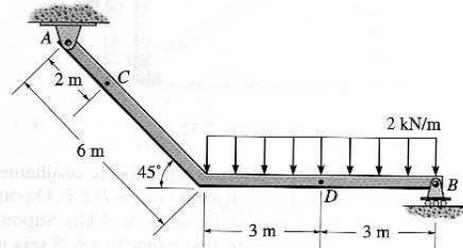
\*7.28. Determine a força normal, a força de cisalhamento e o momento nas seções que passam pelos pontos E e F. O elemento BC é apoiado por um pino em B e há rasgo liso em C. O pino no ponto C é fixado no elemento CD e apresenta uma abertura lisa nesse ponto.

7.29. Determine as forças normal interna e de cisalhamento e o momento nos pontos C e D.

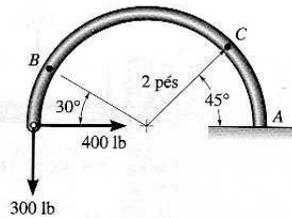
7.30. Determine a força normal, a força de cisalhamento e o momento atuantes nas seções que passam pelos pontos B e C na viga curva.



Problema 7.28

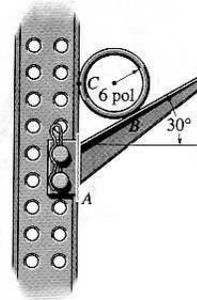


Problema 7.29



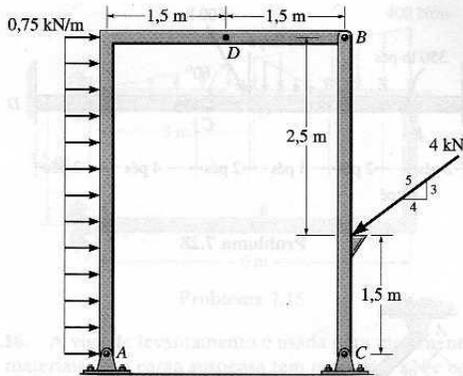
Problema 7.30

7.31. O cavalete em balanço é usada para apoiar as extremidades de um tubo liso que tem peso total de 300 lb. Determine a força normal, a força de cisalhamento e o momento que atuam no braço do cavalete em seu suporte fixo A, ao longo de uma seção vertical.



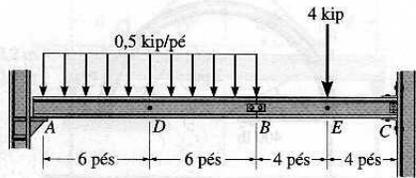
Problema 7.31

\*7.32. Determine a força normal, a força de cisalhamento e o momento em uma seção que passa pelo ponto D da estrutura de dois elementos.



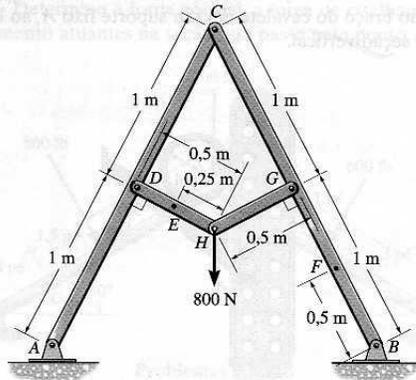
**Problema 7.32**

7.33. Determine as forças internas normal e de cisalhamento e o momento fletor sobre a viga nos pontos *D* e *E*. O ponto *E* está imediatamente à direita da carga de 4 kip. Suponha que *A* seja um apoio tipo rolete, que a junção em *B* seja um pino e que *C* seja um engaste.



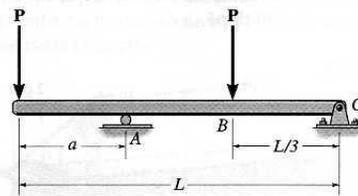
**Problema 7.33**

7.34. Determine as forças internas normal e de cisalhamento e o momento fletor nos pontos *E* e *F* da estrutura.



**Problema 7.34**

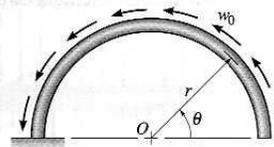
7.35. Determine a distância *a* como uma fração do comprimento *L* da viga, para posicionar o rolete *A* de forma que o momento na viga em *B* seja zero.



**Problema 7.35**

\*7.36. O arco semicircular está submetido a uma carga uniformemente distribuída por unidade de comprimento  $w_0$  em toda a sua extensão. Determine as forças internas normal e de cisalhamento e o momento no arco na posição  $\theta = 45^\circ$ .

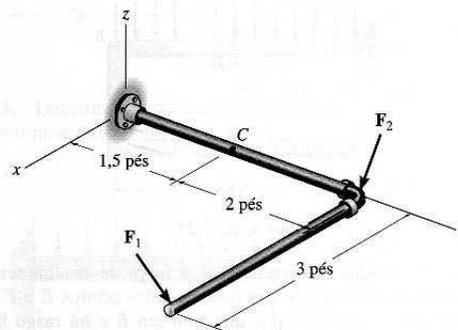
7.37. Resolva o Problema 7.36 para  $\theta = 120^\circ$ .



**Problemas 7.36/37**

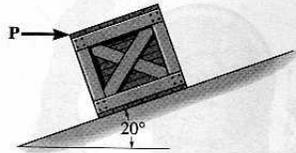
7.38. Determine os componentes *x*, *y*, *z* do carregamento interno em uma seção que passa pelo ponto *C* da armação de tubos. Despreze o peso dos tubos. Considere  $F_1 = \{350\mathbf{i} - 400\mathbf{k}\}$  lb e  $F_2 = \{150\mathbf{i} - 300\mathbf{k}\}$  lb.

7.39. Determine os componentes *x*, *y*, *z* do carregamento interno em uma seção que passa pelo ponto *C* da armação de tubos. Despreze o peso dos tubos. Suponha que  $F_1 = \{-80\mathbf{i} + 200\mathbf{j} - 300\mathbf{k}\}$  lb e  $F_2 = \{250\mathbf{i} - 150\mathbf{j} - 200\mathbf{k}\}$  lb.



**Problemas 7.38/39**

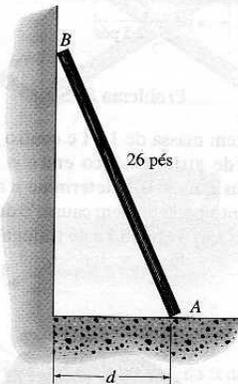
\*7.40. Determine os componentes *x*, *y*, *z* da força e do momento no ponto *C* na estrutura tubular. Desconsidere os pesos dos tubos. A carga atuante em  $(0, 3,5 \text{ pés}, 3 \text{ pés})$  é  $F_1 = \{-24\mathbf{i} - 10\mathbf{k}\}$  lb e  $M = \{-30\mathbf{k}\}$  lb · pés no ponto  $(0, 3,5 \text{ pés}, 0)$   $F_2 = \{-80\mathbf{i}\}$  lb.



Problema 8.2

8.3. O poste uniforme tem peso de 30 lb e comprimento de 26 pés. Sendo apoiado contra uma parede lisa e em um piso rugoso na posição  $d = 10$  pés, o poste permanecerá nessa posição quando for solto? O coeficiente de atrito estático é  $\mu_e = 0,3$ .

\*8.4. O poste uniforme tem 30 lb de peso e comprimento de 26 pés. Determine a máxima distância  $d$  a que ele pode ser colocado de uma parede lisa sem ocorrer seu deslizamento. O coeficiente de atrito estático entre o solo e o poste é  $\mu_e = 0,3$ .

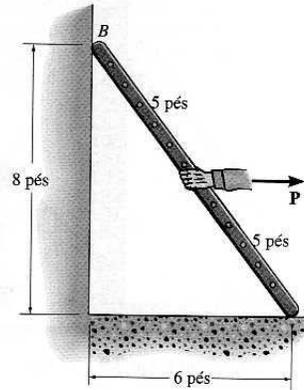


Problemas 8.3/4

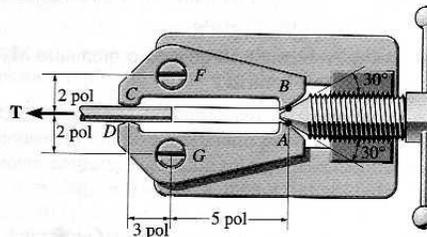
8.5. A escada uniforme de 20 lb está em repouso no solo rugoso com coeficiente de atrito estático  $\mu_e = 0,8$  e se apóia contra uma parede lisa em  $B$ . Determine a força horizontal  $P$  que um homem deve aplicar sobre a escada para fazer com que ela se mova.

8.6. A escada uniforme de 20 lb está em repouso no solo rugoso com coeficiente de atrito estático  $\mu_e = 0,4$  e se apóia contra uma parede lisa em  $B$ . Determine a força horizontal  $P$  que um homem deve aplicar sobre a escada para fazer com que ela se mova.

8.7. Uma força axial  $T = 800$  lb é aplicada à barra da figura. Sendo o coeficiente de atrito estático nos mordentes  $C$  e  $D$  igual a  $\mu_e = 0,5$ , determine a menor força normal que o parafuso em  $A$  deve exercer sobre a superfície lisa da articulação em  $B$  e  $C$  para manter a barra estacionária. As articulações são conectadas por pinos em  $F$  e  $G$ .

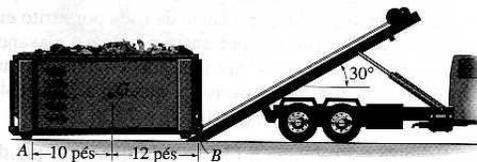


Problemas 8.5/6



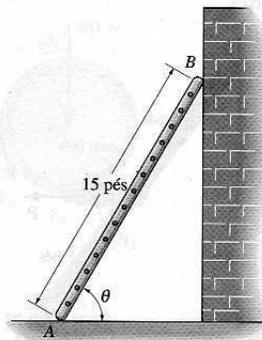
Problema 8.7

\*8.8. O pistão hidráulico é usado para içar a carroceria de lixo sobre o caminhão. Se a carroceria e o lixo pesam 8.500 lb, com centro de gravidade em  $G$ , determine a força no cabo necessária para iniciar o levantamento. Os coeficientes de atrito estático em  $A$  e  $B$  são  $\mu_e = 0,3$  e  $\mu_e = 0,2$ , respectivamente. Despreze a altura do apoio em  $A$ .



Problema 8.8

8.9. A escada de 15 pés de comprimento tem peso uniforme de 80 lb e está em repouso contra a parede lisa em  $B$ . Sendo o coeficiente de atrito estático em  $A$  igual a  $\mu_e = 0,4$ , determine se a escada escorregará. Considere que  $\theta = 60^\circ$ .

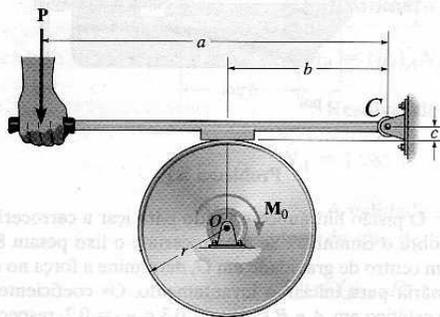


Problema 8.9

**8.10.** O freio de sapatas é usado para fazer cessar o movimento de rotação da roda quando esta é submetida a um momento  $M_0$ . Se o coeficiente de atrito estático entre a roda e a sapata é  $\mu_e$ , determine a menor força  $P$  que deve ser aplicada para travar a roda.

**8.11.** Mostre que o freio no Problema 8.10 é autobloqueante, isto é,  $P \leq 0$ , desde que  $b/c \leq \mu_e$ .

**\*8.12.** Resolva o Problema 8.10 quando o momento  $M_0$  é aplicado no sentido anti-horário.

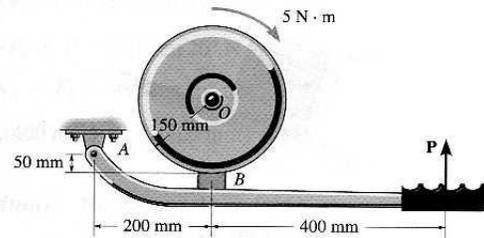


Problemas 8.10/11/12

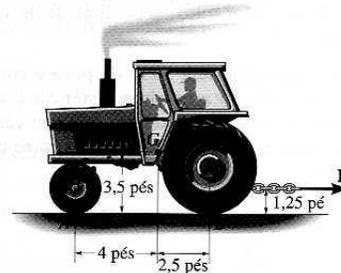
**8.13.** O freio de sapatas consiste em uma alavanca fixa por pino e uma peça que reduz a potência da roda por atrito em  $B$ . O coeficiente de atrito estático entre a roda e a alavanca é  $\mu_e = 0,3$  e um torque de  $5 \text{ N} \cdot \text{m}$  é aplicado à roda. Verifique se o freio pode manter a roda travada quando a força aplicada à alavanca for (a)  $P = 30 \text{ N}$ , (b)  $P = 70 \text{ N}$ .

**8.14.** Resolva o Problema 8.13 supondo que o torque de  $5 \text{ N} \cdot \text{m}$  é aplicado no sentido anti-horário.

**8.15.** O trator tem peso de  $4.500 \text{ lb}$ , com centro de gravidade em  $G$ . Sua tração é aplicada pelas rodas traseiras em  $B$  e as rodas dianteiras em  $A$  podem girar livremente. Sendo o coeficiente de atrito estático entre as rodas em  $B$  e o solo igual a  $\mu_e = 0,5$ , determine se é possível puxar uma carga  $P = 1.200 \text{ lb}$  sem provocar deslizamento das rodas em  $B$  ou sem que as rodas em  $A$  se elevem do solo.

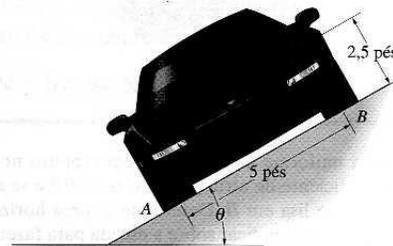


Problemas 8.13/14



Problema 8.15

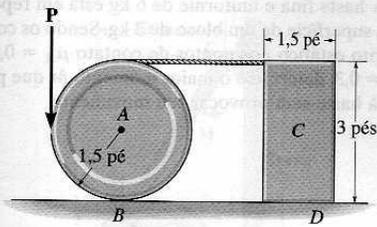
**\*8.16.** O carro tem massa de  $1,6 \text{ t}$  e centro de massa em  $G$ . Se o coeficiente de atrito estático entre o acostamento da estrada e os pneus é  $\mu_e = 0,4$ , determine a maior inclinação  $\theta$  que o acostamento pode ter sem causar o deslizamento nem o tombamento do carro quando este trafega a uma velocidade constante.



Problema 8.16

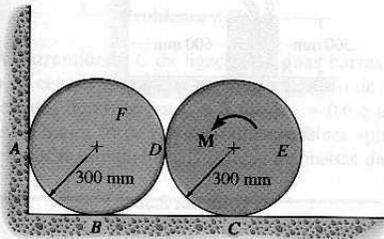
**8.17.** O tambor tem peso de  $100 \text{ lb}$  e está em repouso no piso para o qual o coeficiente de atrito estático é  $\mu_e = 0,6$ . Se  $a = 2 \text{ pés}$  e  $b = 3 \text{ pés}$ , determine a menor intensidade da força  $P$  que impedirá o movimento do tambor.

**8.18.** O tambor tem peso de  $100 \text{ lb}$  e está em repouso no piso para o qual o coeficiente de atrito estático é  $\mu_e = 0,5$ . Se  $a = 3 \text{ pés}$  e  $b = 4 \text{ pés}$ , determine a menor intensidade da força  $P$  que impedirá o movimento do tambor.



Problema 8.45

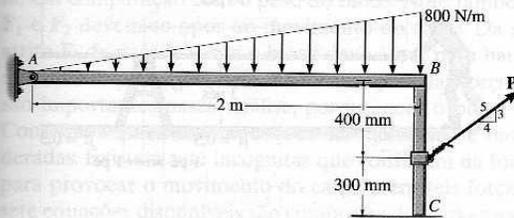
8.46. Cada um dos cilindros tem massa de 50 kg. Se os coeficientes de atrito estático nos pontos de contato são  $\mu_A = 0,5$ ,  $\mu_B = 0,5$ ,  $\mu_C = 0,5$  e  $\mu_D = 0,6$ , determine o momento  $M$  necessário para girar o cilindro  $E$ .



Problema 8.46

8.47. A viga  $AB$  tem massa e espessura desprezíveis e está submetida a um carregamento distribuído triangularmente. Ela é sustentada em uma das extremidades por um pino e na outra extremidade por um poste com massa de 50 kg e espessura desprezível. Determine a força mínima  $P$  necessária para mover o poste. Os coeficientes de atrito estático em  $B$  e  $C$  são  $\mu_B = 0,4$  e  $\mu_C = 0,2$ , respectivamente.

\*8.48. Determine agora os dois coeficientes de atrito estático em  $B$  e  $C$ , de forma que, quando a intensidade da força aplicada aumenta para  $P = 150$  N, o poste desliza nos pontos  $B$  e  $C$  simultaneamente.

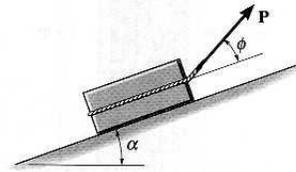


Problemas 8.47/48

8.49. O bloco de peso  $W$  é puxado plano inclinado acima com inclinação  $\alpha$  usando uma força  $P$ . Se  $P$  atua em um ângulo  $\phi$ , conforme a figura, mostre que, para ocorrer o deslizamento,  $P = W \sin(\alpha + \theta) / \cos(\phi - \theta)$ , onde  $\theta$  é o ângulo de atrito,  $\theta = \tan^{-1} \mu$ .

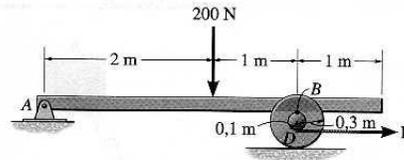
8.50. Determine o ângulo  $\phi$  para que  $P$  possa atuar no bloco de forma que a sua intensidade seja a menor possível para

iniciar o arrastamento do bloco plano acima. Qual é o valor correspondente de  $P$ ? O bloco pesa  $W$  e a inclinação  $\alpha$  é conhecida.



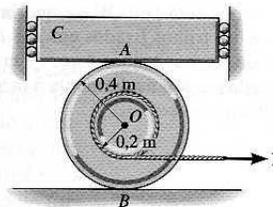
Problemas 8.49/50

8.51. A viga  $AB$  tem massa e espessura desprezíveis e está submetida a uma força de 200 N. Ela é sustentada em uma das extremidades por um pino e na outra extremidade por um carretel de massa igual a 40 kg. Se um cabo é enrolado em torno do cilindro central do carretel, determine a força mínima  $P$  no cabo suficiente para movê-lo. Os coeficientes de atrito estático em  $B$  e  $D$  são  $\mu_B = 0,4$  e  $\mu_D = 0,2$  respectivamente.



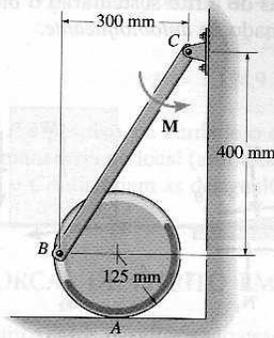
Problema 8.51

\*8.52. O bloco  $C$  tem massa de 50 kg e está confinado entre duas paredes por roletes lisos. Se o bloco está em repouso no topo de uma bobina de 40 kg, determine a força mínima  $P$  no cabo capaz de movê-la. O cabo é enrolado em torno da parte central da bobina. Os coeficientes de atrito estático em  $A$  e  $B$  são  $\mu_A = 0,3$  e  $\mu_B = 0,6$ .



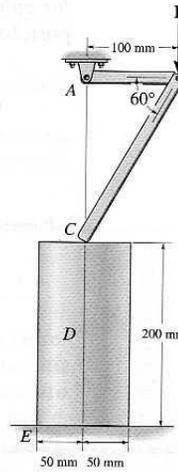
Problema 8.52

8.53. O engradado uniforme de 60 kg está em repouso sobre um carrinho  $D$ . Se os rodízios frontais em  $A$  estão travados para evitar rolamento, enquanto os rodízios traseiros estão livres, determine a força máxima  $P$  que deve ser aplicada sem provocar o movimento do engradado sobre o carrinho. O coeficiente de atrito estático entre os rodízios e o piso é  $\mu_p = 0,35$  e entre o carrinho e o engradado é  $\mu_c = 0,5$ .



Problema 8.59/60

8.61. A extremidade C da ligação de duas barras está em repouso no centro da parte superior do cilindro de 50 kg. Se os coeficientes de atrito em C e E são  $\mu_C = 0,6$  e  $\mu_E = 0,3$ , determine a maior força vertical P que pode ser aplicada em B sem provocar movimento. Despreze as massas das barras.



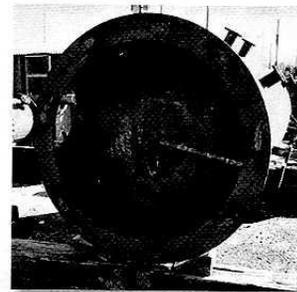
Problema 8.61

### 8.3 CALÇOS

O calço ou cunha é um dispositivo simples utilizado com freqüência para transformar uma força aplicada em forças muito maiores, direcionadas a ângulos aproximadamente retos em relação à força aplicada. Os calços também podem ser utilizados para proporcionar pequenos deslocamentos ou ajustes no posicionamento de cargas elevadas.

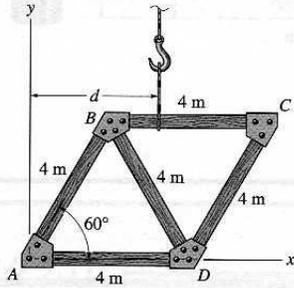
Considere, por exemplo, o calço mostrado na Figura 8.13a, que é usado para levantar um bloco de peso  $W$  quando é aplicada uma força  $P$  ao calço. Os diagramas de corpo livre do bloco e do calço são mostrados na Figura 8.13b. Nesse caso, excluímos o peso do calço, uma vez que ele é normalmente *pequeno* em comparação com o peso do bloco. Note também que as forças de atrito  $F_1$  e  $F_2$  devem se opor ao movimento do calço. Da mesma forma, a força de atrito  $F_3$  da parede sobre o bloco deve atuar para baixo, de modo a se opor ao movimento para cima dele. As localizações das forças normais resultantes não são importantes nessa análise, porque nem o bloco nem o calço 'tombarão'. Conseqüentemente, as equações de equilíbrio de momentos não serão consideradas. Existem sete incógnitas que consistem na força aplicada  $P$ , necessária para provocar o movimento do calço, e em seis forças normais e de atrito. As sete equações disponíveis são compostas de duas equações de equilíbrio de forças ( $\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0$ ) aplicadas ao calço e ao bloco (total de quatro equações) e as equações de atrito  $F = \mu N$  aplicadas a cada superfície de contato (total de três equações).

Caso o bloco deva ser *baixado* de sua posição, as forças de atrito atuarão no sentido oposto ao mostrado na Figura 8.13b. A força aplicada  $P$  atuará para a direita, como mostrado na figura, se o coeficiente de atrito for muito *pequeno* ou se o ângulo de inclinação  $\theta$  da cunha for *grande*. Caso contrário,  $P$  deve ter sentido reverso para *puxar* o calço com a finalidade de removê-lo. Se  $P$  não



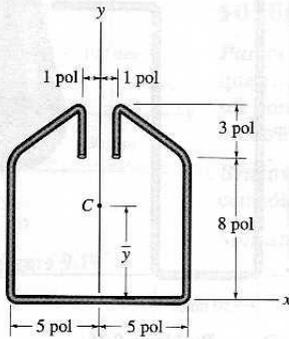
Calços ou cunhas são usados com freqüência para ajustar a altura de peças mecânicas ou estruturais. Também ajudam na estabilidade de objetos como esse tanque.

**\*9.48.** A treliça mostrada é feita de cinco elementos, cada um com comprimento de 4 m e massa por unidade de comprimento de 7 kg/m. Considerando as massas das placas de reforço nas juntas e as espessuras dos elementos como desprezíveis, determine a distância  $d$  até onde o cabo para elevação deve ser colocado, de forma que a treliça não se incline (gire) quando içada.



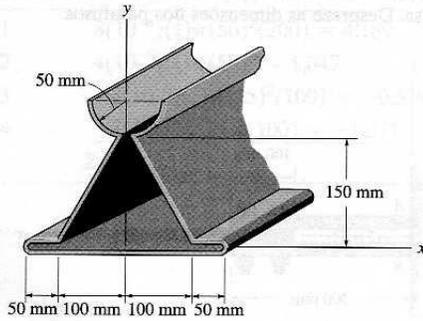
**Problema 9.48**

**9.49.** Localize o centróide para o fio dobrado. Despreze a espessura e pequenas deformações nas quinas do material.



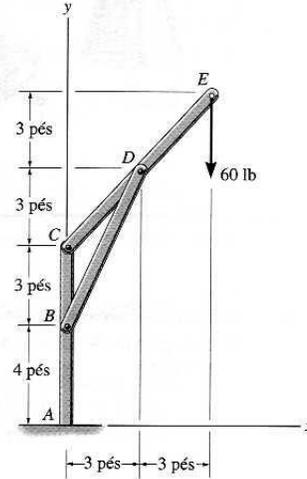
**Problema 9.49**

**9.50.** Localize o centróide  $(\bar{x}, \bar{y})$  da seção transversal do metal. Despreze a espessura e pequenas deformações nas quinas do material.



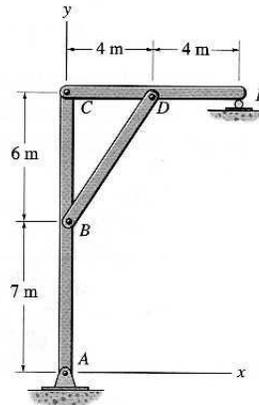
**Problema 9.50**

**9.51.** Os três elementos da estrutura têm peso por unidade de comprimento de 4 lb/pé cada um. Localize a posição  $(\bar{x}, \bar{y})$  do centro de gravidade da estrutura. Despreze as dimensões dos pinos nas juntas e a espessura dos elementos. Calcule também as reações no apoio fixo A.



**Problema 9.51**

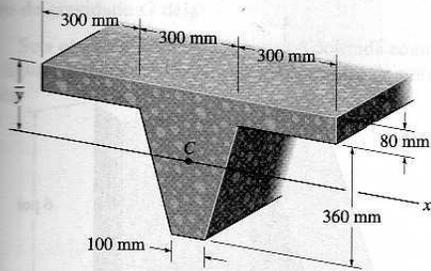
**\*9.52.** Cada um dos três elementos da estrutura tem massa por unidade de comprimento de 6 kg/m. Localize a posição  $(\bar{x}, \bar{y})$  do centro de gravidade. Despreze as dimensões dos pinos nas juntas e a espessura dos elementos. Calcule também as reações no pino A e no rolete E.



**Problema 9.52**

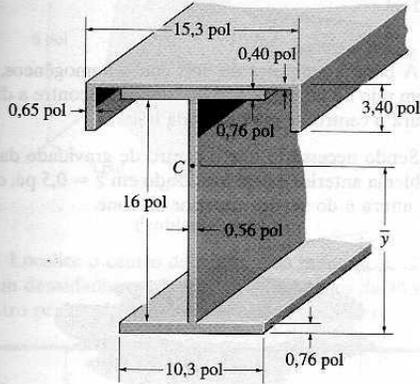
**9.53.** Determine a localização  $\bar{y}$  do centróide da área da seção reta da viga. Despreze as dimensões das soldas das quinas em A e B para esses cálculos.

9.66. Localize o centróide  $\bar{y}$  da viga de concreto com seção transversal afilada, como mostrado na figura.



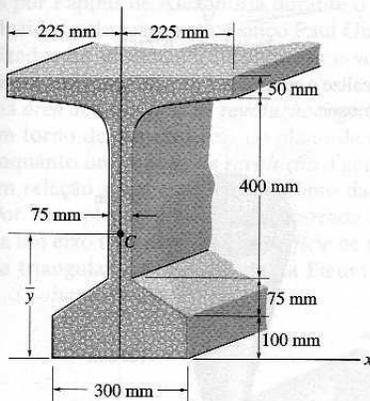
Problema 9.66

9.67. Localize o centróide  $\bar{y}$  da seção transversal da viga composta de um perfil e uma viga de abas largas.



Problema 9.67

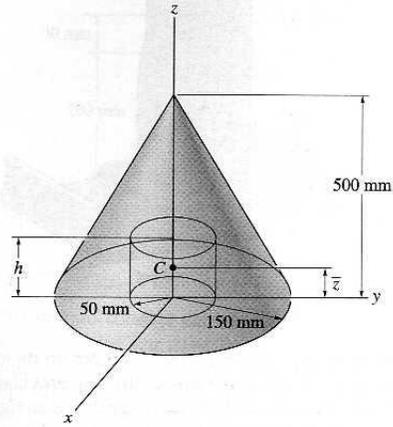
9.68. Localize o centróide  $\bar{y}$  da seção transversal do pedestal.



Problema 9.68

9.69. Determine a distância  $h$  de um furo com diâmetro de 100 mm que deve ser perfurado na base de um cone para que o centro de massa do objeto resultante seja localizado em  $\bar{z} = 115$  mm. O material tem densidade de 8 t/m<sup>3</sup>.

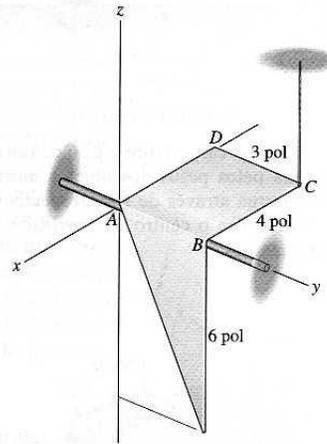
9.70. Determine a distância  $\bar{z}$  do centróide do objeto que consiste em um cone com um furo de altura  $h = 50$  mm perfurado na sua base.



Problemas 9.69/70

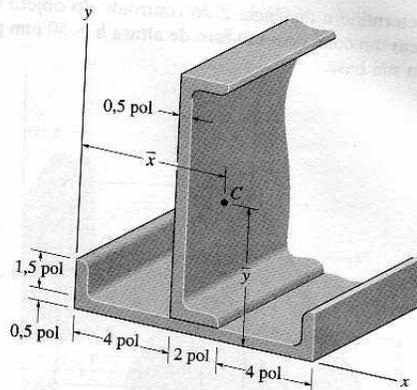
9.71. A peça de metal laminado tem as dimensões mostradas na figura. Determine a localização  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  de seu centróide.

\*9.72. A peça de metal laminado tem peso por unidade de área de 2 lb/pé<sup>2</sup> e é sustentado por uma barra lisa e por uma corda em C. Se a corda for cortada, a peça vai sofrer uma rotação em torno do eixo  $y$  até atingir o equilíbrio. Determine o ângulo de inclinação na condição de equilíbrio, medido para baixo a partir do eixo negativo  $x$ , que  $AD$  forma com o eixo  $-x$ .



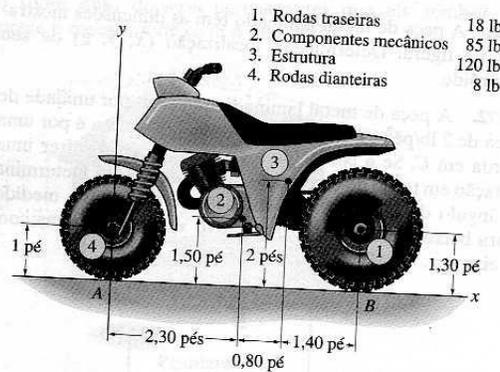
Problemas 9.71/72

9.73. Determine a localização  $(\bar{x}, \bar{y})$  do centróide  $C$  da área da seção transversal do elemento estrutural construído de dois perfis de mesmas dimensões, soldados entre si como mostra a figura. Considere que todas as quinças são quadradas. Despreze as dimensões das soldas.



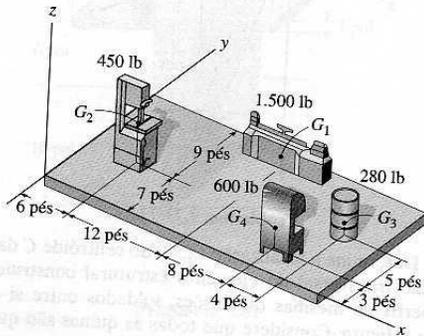
Problema 9.73

9.74. Determine a localização  $(\bar{x}, \bar{y})$  do centro de gravidade do triciclo. As localizações dos centros de gravidade e os pesos de cada componente aparecem tabelados na figura. Se o triciclo é simétrico em relação ao plano  $x-y$ , determine as reações normais que cada uma de suas rodas exerce no solo.



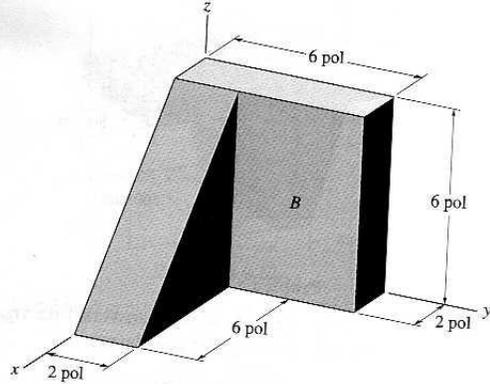
Problema 9.74

9.75. A maior parte da carga sobre o piso de um centro de compras é causada pelos pesos dos objetos mostrados na figura. Cada força atua através de seus respectivos centros de gravidade  $G$ . Localize o centro de gravidade  $(\bar{x}, \bar{y})$  de todos esses componentes.



Problema 9.75

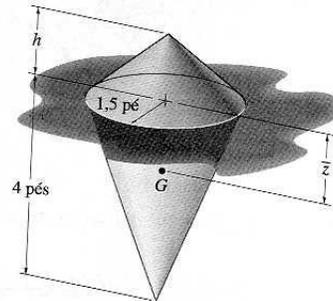
\*9.76. Localize o centro de gravidade do conjunto de dois blocos. Os pesos específicos dos materiais A e B são  $\gamma_A = 150 \text{ lb/pé}^3$  e  $\gamma_B = 400 \text{ lb/pé}^3$ , respectivamente.



Problema 9.76

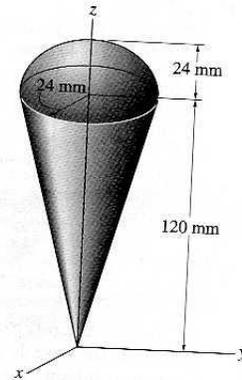
9.77. A bóia é composta de dois cones homogêneos, cada qual com raio de 1,5 pé. Sendo  $h = 1,2$  pé, encontre a distância  $\bar{z}$  para o centro de gravidade da bóia.

9.78. Sendo necessário que o centro de gravidade da bóia do problema anterior esteja localizado em  $\bar{z} = 0,5$  pé, determine a altura  $h$  do vértice superior do cone.



Problemas 9.77/78

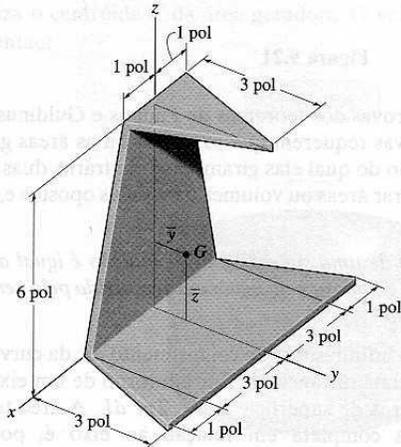
9.79. Localize o centróide  $\bar{z}$  do pião composto de um hemisfério e um cone.



Problema 9.79

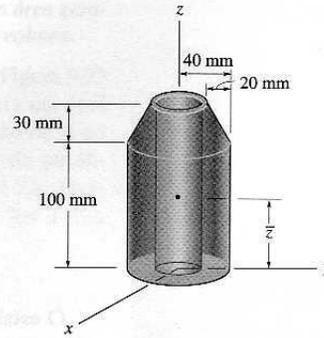
**\*9.80.** Uma placa triangular feita de um material homogêneo tem espessura constante muito pequena. Se a placa é dobrada como mostra a figura, determine a localização  $\bar{y}$  do centro de gravidade  $G$  dela.

**9.81.** Se a placa do problema anterior é dobrada como mostra a figura, determine a localização  $\bar{z}$  do centro de gravidade  $G$  dela.



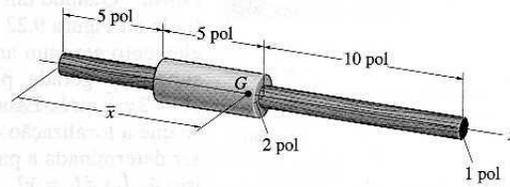
Problemas 9.80/81

**9.82.** Localize o centro de massa  $\bar{z}$  da montagem. O material tem densidade  $\rho = 3 \text{ t/m}^3$ . Existe um furo de 30 mm de diâmetro perfurado ao longo do centro do objeto.



Problema 9.82

**9.83.** O conjunto consiste em uma barra de um tarugo de madeira de 20 pol e um colar de aço ajustado sem folga. Determine a distância  $\bar{x}$  de seu centro de gravidade se os pesos específicos dos materiais são  $\gamma_m = 150 \text{ lb/pé}^3$  e  $\gamma_{aço} = 490 \text{ lb/pé}^3$ . Os raios do tarugo e do colar são mostrados na figura.



Problema 9.83

## \*9.4 TEOREMAS DE PAPPUS E GULDINUS

Os dois *teoremas de Pappus e Guldinus*, que foram primeiramente desenvolvidos por Pappus de Alexandria durante o século III d.C. e bem mais tarde reintroduzidos pelo matemático suíço Paul Guldin ou Guldinus (1577 – 1643), são utilizados na determinação de áreas e volumes de quaisquer objetos de revolução.

Uma *área de superfície de revolução* é gerada pela revolução de uma *curva plana* em torno de um eixo fixo no plano da curva de modo que não a intercepte, enquanto um *volume de revolução* é gerado pela revolução de uma *área plana* em relação a um eixo fixo no plano da área de modo que não a intercepte. Por exemplo, se a *linha AB* mostrada na Figura 9.20 está girando em relação a um eixo fixo, ela gera a *superfície* de um cone (menos a área da base); se a *área triangular ABC* mostrada na Figura 9.21 gira em torno de um eixo, ela gera o *volume* de um cone.

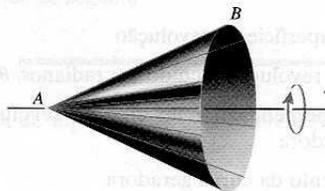


Figura 9.20