

# MÁQUINAS DE FLUXO

*turbinas, bombas e ventiladores*



**RICHARD BRAN / ZULCY DE SOUZA**

RICHARD BRAN

Professor Catedrático de Mecânica Aplicada da Escola Federal de Engenharia de Itajubá. Professor da Divisão de Mecânica do ITA. Consultor da Const. Mec. F. Mazzaro Primo Ltda., M. G.

ZULCY DE SOUZA

Professor de Termodinâmica e Motores Térmicos da Escola Federal de Engenharia de Itajubá. Consultor da Const. Mec. F. Mazzaro Primo Ltda., M. G.

---

# MÁQUINAS DE FLUXO

## TURBINAS - BOMBAS - VENTILADORES



AO LIVRO TÉCNICO S. A.

RIO DE JANEIRO

1969

Copyright © 1969, by Richard Bran, Zulcy de Souza

Direitos Reservados 1969 por AO LIVRO TÉCNICO S. A., Rio de Janeiro, Brasil.

IMPRESSO NO BRASIL

PRINTED IN BRAZIL

AO LIVRO TÉCNICO S. A.

Av. Rio Branco, 81 — 12.º andar — Z.C. 21 — C.P. 3.655

Rio de Janeiro, GB

## Prefácio

A ministração de cursos de graduação, especialização e pós-graduação, a constante reimpressão de apostilas, os cálculos e projetos elaborados, construídos e em funcionamento, a assistência técnica prestada, os projetos e operação de laboratórios didáticos, as pesquisas e, principalmente, a quase inexistência de bibliografia em português sobre máquinas de fluxo, constituíram o incentivo básico para esta publicação.

Na elaboração do trabalho procuramos, sempre que possível, evitar desenvolvimentos longos e teóricos, substituindo-os por explicações sintéticas com auxílio de figuras. Com isto visamos dar um carácter eminentemente técnico ao livro, de modo que o mesmo possa ser utilizado tanto nas escolas como na indústria. Assim é que adotamos o Sistema Internacional de Unidades, porém na maioria das vezes também apresentamos as expressões no Sistema Técnico, ainda muito em uso na indústria.

O livro pode ser dividido em duas partes distintas, mas, complementares. A primeira vai até o Cap. 10, complementada pelo 18, onde damos o instrumental mínimo necessário para o cálculo das máquinas de fluxo, com exemplos ilustrativos e problemas propostos.

A segunda se inicia no Cap. 11, onde damos modelos numéricos para cálculo de turbinas, bombas e ventiladores, a maioria construídos por indústrias brasileiras e atualmente em funcionamento bastante satisfatório.

Evidentemente as partes não são independentes, porém é possível, através do modelo de cálculo da máquina em pauta e com retorno à primeira parte nos setores duvidosos, executar o cálculo de uma máquina de fluxo cujo funcionamento, se na construção e instalação forem observadas as especificações do cálculo e projeto, esteja dentro das previsões.

Devido a este carácter técnico, esperamos uma boa acolhida para nosso trabalho, a qual constituirá nossa maior recompensa.

Os autores

## Índices Adotados

1, 2, 3 etc. indicam determinados locais nos aparelhos e máquinas, detalhes no texto.

- a* — significa arrasto ou atrito de fluido.
- B* — significa barométrico.
- ch* — significa choque.
- din.* — significa dinâmico.
- e* — caracteriza as grandezas relativas a locais externos.
- est.* — significa estático.
- f* — significa fuga.
- h* — significa hidráulico.
- i* — caracteriza as grandezas relativas a locais internos.
- j* — significa jato.
- lam.* — significa laminar.
- m* — caracteriza as grandezas que:
  - coincidem com a direção meridiana ou meridional no rotor.
  - significam trabalho ou rendimento mecânico.
  - se referem a modelos.
  - se referem a locais médios.
- máx.* — significa máximo.
- mín.* — significa mínimo.
- n* — significa nominal ou caracteriza a direção normal.
- p* — significa perdido.
- q* — se relaciona a vazão ou a massa em escoamento.
- r* — caracteriza a direção radial, significa rotor ou resultante.
- s* — significa sustentação ou caracteriza uma coordenada natural.
- t* — significa teórico ou caracteriza a direção tangencial.
- ts* — significa tubo de sucção.
- u* — caracteriza as grandezas que coincidem com a direção da velocidade tangencial do rotor.
- v* — significa vapor.
- x* — significa que a característica é crítica ou se refere a direção da coordenada.
- y* — se refere a direção da coordenada.
- z* — se refere a direção da coordenada ou significa uma distância vertical.
- $\infty$  — significa número infinito de pás.

## Símbolos

- $A$  — constante.
- $a$  — fator de proporcionalidade ou coeficiente.
- $b$  — altura, largura, comprimento ou coeficiente.
- $C$  — constante.
- $C_a$  — coeficiente de arrasto.
- $C_m$  — coeficiente médio.
- $C_s$  — coeficiente de sustentação.
- $c$  — velocidade absoluta:
- $c_m$  componente na direção meridional ou meridiana.
  - $c_r$  componente na direção radial.
  - $c_t$  componente na direção tangencial.
  - $c_u$  componente na direção tangencial do rotor.
  - $c_\infty$  componente na direção do escoamento não perturbado.
- $c_p$  — calor específico a pressão constante.
- $c_{som}$  — velocidade do som no meio.
- $c_v$  — calor específico a volume constante.
- $c_x$  — velocidade crítica nas condições do meio.
- $D$  — diâmetro:
- $D_e$  externo.
  - $D_h$  hidráulico.
  - $D_i$  interno.
  - $D_m$  médio ou modelo.
- $d$  — diferencial.
- $E$  — energia específica:
- $E_a$  por atrito de fluido.
  - $E_b$  bruta.
  - $E_e$  na entrada.
  - $E_h$  hidráulica.
  - $E_p$  perdida.
  - $E_{p_e}$  perdida na entrada.
  - $E_{p_r}$  perdida por atrito de superfície, choque etc.
  - $E_s$  na saída.
- $e$  — neperiano.
- $F$  — força:
- $F_a$  de arrasto.
  - $F_j$  do jato.
  - $F_n$  na direção da normal principal.
  - $F_p$  resultante sobre as paredes.
  - $F_{r_0}$  resultante.
  - $F_s$  de sustentação, ou na direção  $s$ .

	$F_u$	componente na direção tangencial do rotor.
	$F_x$	na direção $x$ .
	$F_y$	na direção $y$ .
$f$		— escala geométrica.
$f_e$		— fator de estrangulamento.
$G$		— força da gravidade.
$g$		— aceleração da gravidade.
$H$		— energia por unidade de peso, sistema técnico.
$h$		— altura ou entalpia.
$h_{e\text{ máx.}}$		— altura máxima de sucção.
$I$		— impulsão.
$J$		— coeficiente oriundo da variação de pressão e altura.
$K$		— constantes ou fator de proporcionalidade.
$k$		— expoente de transformação adiabática ou escala de forças.
$l_n$		— logaritmo neperiano.
$\log_n$		— logaritmo neperiano.
$L$		— comprimento.
$M$		— momento:
	$M_a$	de atrito de fluido.
	$M_\infty$	com número infinito de pás.
$M_a$		— número de Mach.
$MF$		— máquina de fluxo.
$MP$		— máquina a pistão.
$m$		— massa ou massa em escoamento.
$m_f$		— massa em escoamento de fuga.
$m \cdot g$		— máquina geradora.
$m \cdot m$		— máquina motora.
$m_r$		— massa em escoamento que participa da troca de energia.
$N_{Re.}$		— número de Reynolds.
$n$		— rotação ou normal principal.
$n_q$		— velocidade específica, sistema internacional.
$n_{qI}$		— velocidade específica relativa a vazão, sistema técnico.
$n_{qI}$		— velocidade específica relativa à potência, sistema técnico.
$n_1$		— velocidade relativa.
$n_1'$		— velocidade unitária.
$P$		— potência:
	$P_h$	hidráulica.
	$P_{eixo}$	no eixo.
	$P_i$	interna.
	$P_1$	recebida ou relativa.
	$P_2$	fornecida.
	$P_p$	perdida.
	$P_1'$	unitária.
	$P_e'$	relativa às perdas externas.
$p$		— pressão:
	$p_A$	de estagnação.
	$p_{din.}$	dinâmica.
	$p_{est.}$	estática.
	$p_B$	barométrica
	$p_v$	do vapor.

	$p_t$ total
$Q$	— vazão:
	$Q_n$ nominal.
	$Q_f$ de fuga.
	$Q_1$ relativa.
	$Q_1'$ unitária.
$r$	— raio, raio de curvatura.
$r_h$	— raio hidráulico.
$S$	— seção.
$s$	— coordenada natural, comprimento da linha média dos rotores.
$T$	— trabalho, temperatura termodinâmica.
$T_x$	— temperatura crítica nas condições do meio.
$t$	— passo.
$U$	— perímetro molhado.
$u$	— velocidade tangencial do rotor, velocidade tangencial ou energia interna específica.
$V$	— volume, volume em escoamento.
$v$	— volume específico, escala cinemática.
$v_x$	— volume específico crítico nas condições do meio.
$x$	— coordenada, distância.
$Y$	— trabalho específico:
	$Y_{ad}$ adiabático.
	$Y_{din}$ ou energia específica de velocidade.
	$Y_{est}$ ou energia específica de pressão.
	$Y_B$ ou energia específica barométrica.
	$Y_i$ interno.
	$Y_{pá}$ disponível.
	$Y_v$ do vapor.
	$Y_{pá \infty}$ teórico com número infinito de pás.
$y$	— coordenada, cota.
$w$	— velocidade relativa:
	$w_m$ componente na direção meridional ou meridiana.
	$w_u$ componente na direção tangencial do rotor.
	$w_{\infty}$ componente na direção do escoamento não perturbado.
$w_{ch}$	— velocidade componente de choque.
$z$	— número de pás, coordenada, cota.
$z_A$	— cota do ponto de estagnação.
$\alpha$	— ângulo que forma a velocidade $u$ com a velocidade $c$ .
$\beta$	— ângulo que forma a velocidade $u$ com a velocidade $w$ .
$\gamma$	— peso específico.
$\delta$	— espessura, espessura da camada limite, coeficiente de diâmetro.
$\epsilon$	— rugosidade absoluta, coeficiente de escorregamento.
$\zeta$	— coeficiente de labirinto.
$\eta$	— rendimento.
$\theta$	— ângulo genérico.
$\lambda$	— coeficiente de perda, grandeza que depende das características geométricas e do $NR_{e.}$ , coeficiente de potência.
$\mu$	— viscosidade dinâmica.
$\nu$	— viscosidade cinemática.
$\rho$	— massa específica ou grau de reação.

$\tau$	— coeficiente de velocidade ou de cavitação.
$\tau$	— tensão de cisalhamento.
$\varphi$	— coeficiente de velocidade.
$\psi$	— coeficiente de pressão, coeficiente experimental.
$\omega$	— velocidade angular.
$\Gamma$	— circulação.
$\Delta$	— diferença finita.
$\Sigma$	— somatório.
$\Phi$	— função potencial.
$\partial$	— diferencial parcial, ângulo de ataque.

# Unidades

Neste livro o sistema de unidades adotado é o Internacional, SI

## *Unidades Fundamentais*

Comprimento, metro (m).

Massa, quilograma (kg).

Tempo, segundo (s).

Temperatura, temperatura termodinâmica, grau Kelvin, (°K).

Temperatura, temperatura Celsius, grau Celsius (°C).

## *Unidades Derivadas*

Fôrça, Newton (N), sendo  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

Trabalho, Joule, (J), sendo  $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ .

Potência, Watt (W), sendo  $1 \text{ W} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ .

Pressão, Bar (bar), sendo  $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} = 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ .

Momento (N · m), sendo  $1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ .

Volume específico ( $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ ).

Trabalho específico ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ), sendo  $1 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

## *Conversão de Unidades*

1 atmosfera normal a 0°C sob a aceleração normal da gravidade:

$9,806\ 65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 760 \text{ Torricelli} = 760 \text{ mm} \cdot \text{Hg} = 1 \text{ ata} = 1 \text{ atmosfera física}$ .

1 atmosfera técnica = 735,559 Torricelli = 735,559 mm · Hg = 1 at = 1,0.

$\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} = 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} = 10^4 \text{ mm} \cdot \text{H}_2\text{O} = 10 \text{ m} \cdot \text{H}_2\text{O}$ .

$1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} = 1,019 \cdot 10^{-5} \text{ at} = 0,986\ 923 \cdot 10^{-5} \text{ ata} = 7,500\ 62 \cdot 10^{-3} \text{ Torr}$ .

$1 \text{ kgf} = 9,806\ 65 \text{ N} \cong 9,81 \text{ N}$ .

$1 \text{ C} \cdot \text{V} = 735,498\ 75 \text{ W} = 75 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 632,44 \text{ kcal}_{\text{IT}} \cdot \text{h}^{-1} =$

$= 632,61 \text{ kcal}_{15^\circ} \cdot \text{h}^{-1}$ .

# Índice

1	GENERALIDADES SÔBRE MÁQUINAS DE FLUXO E MÁQUINAS A PISTÃO ..	1
1.1	Máquinas de Fluxo — Máquinas a Pistão, 1	
1.2	Elementos Mecânicos Básicos das Máquinas de Fluxo, 5	
1.3	Elementos Cinemáticos Básicos das Máquinas de Fluxo, 7	
2	ELEMENTOS DE MECÂNICA DOS FLUIDOS .....	13
2.1	Conceitos Cinemáticos, 13	
2.2	Tubo de Corrente — Equação de Continuidade, 14	
2.3	Equações do Movimento de Euler, 15	
2.4	Equação da Energia de Bernoulli, 18	
2.5	Pressão de Estagnação e Pressão Total, 20	
2.6	Equação da Energia para Escoamentos não Estacionários, 22	
2.7	Escoamento Potencial — Rotação das Partículas — Conceito de Circulação — Vórtice Potencial, 23	
2.8	Equação de Bernoulli Generalizada para Fluido Viscoso, 32	
2.9	Formas de Escoamentos — Número de Reynolds, 36	
2.10	Escoamento Laminar, 37	
2.11	Escoamento Turbulento, 39	
2.12	Coefficiente de Atrito para o Escoamento Turbulento, 40	
2.13	Leis Experimentais para Tubos Hidráulicamente Lisos, 41	
2.14	Distribuição da Velocidade no Escoamento Turbulento, 42	
2.15	Camada Limite de Prandtl, 45	
2.16	Escoamento em Tubos Rugosos, 46	
2.17	Outras Resistências ao Escoamento, 48	
2.18	Escoamento em Injetores e Difusores, 49	
2.19	Escoamento em Tórno de Obstáculos, 49	
2.20	Equação da Energia para Fluidos Compressíveis, 53	
3	ELEMENTOS CONSTRUTIVOS DAS MÁQUINAS DE FLUXO .....	59
3.1	Generalidades Sôbre Injetores, 59	
3.2	Dimensionamento dos Injetores para Fluidos Incompressíveis, 61	
3.3	Dimensionamento dos Injetores para Fluidos Compressíveis, 64	
3.4	Generalidades sôbre Difusores, 66	
3.5	Dimensionamento dos Difusores para Fluidos Incompressíveis, 68	
3.6	Dimensionamento dos Difusores para Fluidos Compressíveis, 69	
3.7	Generalidades Sôbre Pás, 70	
3.8	Indicações Básicas Sôbre a Construção das Pás, 71	
4	EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS PARA MÁQUINAS DE FLUXO .....	79
4.1	Lei da Impulsão, 79	
4.2	Continuidade para Grades em Repouso, 84	
4.3	Equação de Bernoulli para Grade em Repouso, 85	
4.4	Circulação e Impulsão para Grade em Repouso, 86	
4.5	Continuidade para Grade em Movimento, 88	
4.6	Equação de Bernoulli para Grade em Movimento, 90	
4.7	Circulação e Impulsão para Grade em Movimento, 90	
4.8	Continuidade para Sistema Radial de Pás, 92	

4.9	Equação de Bernoulli e Impulsão para Sistema Radial de Pás, 93	
4.10	Equação Fundamental para as Máquinas de Fluxo e suas Várias Formas, 96	
5	PERDAS E RENDIMENTOS EM MÁQUINAS DE FLUXO .....	106
5.1	Generalidades, 106	
5.2	Perdas Internas, 107	
5.3	Potência e Trabalho Específico Interno, 109	
5.4	Perdas Externas e Potência Eficaz, 110	
5.5	Rendimento Interno e do Rotor, 110	
5.6	Rendimento Mecânico, 112	
5.7	Rendimento Total, 112	
6	CONDIÇÕES REAIS DO ESCOAMENTO ATRAVÉS DAS MÁQUINAS DE FLUXO	117
6.1	Número Finito de Pás, Fluido sem Atrito, 117	
6.2	Número Finito de Pás, Fluido com Atrito, 118	
6.3	Triângulos de Velocidade para escoamento Real, 120	
6.4	Tentativa de Cálculo para Redução da Altura de Elevação para Número Finito de Pas, 122	
7	TEORIA DA ASA DE SUSTENTAÇÃO APLICADA ÀS MÁQUINAS DE FLUXO ..	131
7.1	Fundamentos da Teoria da Asa de Sustentação, 131	
7.2	Condições de Equilíbrio da Transmissão de Energia em Máquinas Axiais, 135	
7.3	Análise do Cálculo dos Sistemas de Pás como Grade e como Asa de Sustentação, 137	
7.4	Equação Resultante da Teoria da Grade e da Asa de Sustentação, 139	
7.5	Comparação entre Pás Construtivas em Perfil e em Chapa, 140	
8	SEMELHANÇA APLICADA ÀS MÁQUINAS DE FLUXO .....	146
8.1	Máquinas de Fluxo sob Grandezas de Funcionamento Alteradas, 146	
8.2	Tipos de Semelhança, 147	
8.3	Grandezas Relativas, 151	
8.4	Velocidade Específica, 151	
8.5	Grandezas Unitárias, 153	
8.6	Características Adimensionais, 154	
9	LABIRINTOS — EMPUXO AXIAL .....	165
9.1	Labirintos, 165	
9.2	Empuxo Axial, 168	
9.3	Compensação do Empuxo Axial, 170	
10	CAVITAÇÃO .....	173
10.1	Introdução, 173	
10.2	Parâmetro Geral para a Cavitação, 174	
10.3	Vácuo Relativo nos Tubos de Sucção de Máquinas Hidráulicas, 175	
10.4	Fórmula de Thoma, 177	
10.5	Valores do Coeficiente de Cavitação, 179	
11	CÁLCULO DE UMA TURBINA TIPO FRANCIS .....	184
11.1	Dados, 184	
11.2	Potências, 184	
11.3	Escolha do Tipo de Turbina, 184	
11.4	Elementos de Orientação para o Rotor, 185	
11.5	Verificação dos Elementos de Orientação Tomados para o Rotor, 186	
11.6	Triângulos de Velocidade para a Aresta de Entrada, 188	
11.7	Triângulos de Velocidade para a Aresta de Saída, 192	
11.8	Sistema Diretor, 194	

12	CÁLCULO DE UMA TURBINA TIPO PELTON .....	199
12.1	Dados, 199	
12.2	Potências, 199	
12.3	Escolha do Tipo de Turbina, 199	
12.4	Cálculo do Diâmetro do Jato, 200	
12.5	Cálculo das Dimensões Principais das Conchas, 201	
12.6	Cálculo das Dimensões Principais do Rotor, 201	
12.7	Cálculo do Passo e do Número de Conchas, 202	
12.8	Determinação da Inclinação da Aresta da Concha, 203	
12.9	Cálculo da Agulha e do Injetor, 204	
12.10	Anteprojeto, 205	
13	CÁLCULO DE UMA TURBINA TIPO KAPLAN .....	206
13.1	Dados, 206	
13.2	Potências, 206	
13.3	Escolha do Tipo de Turbina, 206	
13.4	Elementos de Orientação para Cálculo do Rotor, 207	
13.5	Cálculo do Rotor, 207	
13.6	Projeto Preliminar de Turbina, 210	
13.7	Espiral — Tubo de Sucção, 210	
14	CÁLCULO DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA .....	214
14.1	Dados, 214	
14.2	Potências, 214	
14.3	Escolha do Tipo de Bomba, 214	
14.4	Elementos de Orientação para o Rotor, 215	
14.5	Verificação dos Elementos de Orientação, 218	
14.6	Traçado do Rotor, 219	
14.7	Cálculo da Espiral, 222	
14.8	Cálculos Suplementares, 223	
15	CÁLCULO DE UMA BOMBA AXIAL .....	225
15.1	Dados, 225	
15.2	Potências, 225	
15.3	Elementos de Orientação, 225	
15.4	Verificação dos Elementos de Orientação, 226	
15.5	Cálculo do Rotor, 227	
15.6	Projeto do Rotor, 230	
16	CÁLCULO DE UM VENTILADOR CENTRÍFUGO .....	231
16.1	Dados, 231	
16.2	Potências, 231	
16.3	Escolha do Tipo de Ventilador, 231	
16.4	Elementos de Orientação para o Rotor, 232	
16.5	Verificação dos Elementos de Orientação, 233	
16.6	Traçado do Rotor, 234	
16.7	Projeto do Ventilador, 235	
17	CÁLCULO DE UM VENTILADOR AXIAL .....	237
17.1	Dados, 237	
17.2	Potências, 237	
17.3	Escolha do Tipo de Ventilador, 237	
17.4	Elementos de Orientação para o Rotor, 238	
17.5	Cálculo do Rotor, 238	
17.6	Projeto do Ventilador, 240	
18	TABELAS .....	242
18.1	Altitude Local — Pressão Barométrica, 243	
18.2	Elemento para Predimensionamento de Rotores Francis, 244	

18.3	Elementos para Predimensionamento de Rotores Pelton, 245	
18.4	Elementos para Predimensionamento de Rotores Kaplan e Hélice, 246	
18.5	Elementos para Predimensionamento de Rotores de Bombas e Ventiladores Centrífgos, 247	
18.6	Elementos para Predimensionamento de Rotores de Bombas e Ventiladores Axiais, 248	
18.7	Tabelas e Gráficos de Perfis, 249	
BIBLIOGRAFIA .....		257
ÍNDICE ALFABÉTICO .....		259

# Generalidades Sobre Máquinas de Fluxo e Máquinas a Pistão

## Capítulo 1

### 1.1 Máquinas de Fluxo — Máquinas a Pistão

Definimos máquina como um transformador de energia, sendo uma das energias o trabalho mecânico. As máquinas aparecem sempre em grupos constituídos de *motor e gerador*. O motor recebe uma modalidade de energia  $E_{x_1}$ , disponível e a transforma em trabalho mecânico  $T$ , que é aproveitado pelo gerador para obtenção da modalidade de energia  $E_{x_2}$  desejada.

Citamos, como exemplo, o grupo de máquinas existentes nas usinas hidrelétricas. Neste grupo, a turbina hidráulica é o motor que transforma a energia hidráulica  $E_h$  em trabalho mecânico  $T$ . Acoplado à turbina está o gerador que recebe o trabalho mecânico  $T$  e o transforma em energia elétrica  $E_e$ . Caso, neste exemplo, sejam as energias iniciais e finais trocadas, obtemos um outro grupo de máquinas, um motor elétrico, acionando uma bomba hidráulica, Fig. 1.1.

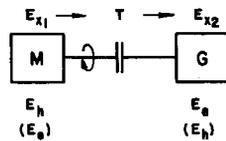


Fig. 1.1 Grupo de máquinas. Motor Gerador e Gerador Motor.

Dentre as diversas categorias de máquinas, existe uma em que o meio operante é um fluido, a qual denominaremos simplesmente *Máquina de Fluido*. Esta categoria pode ser dividida em duas grandes classes:

Máquinas de Fluxo — (MF).

Máquinas a Pistão — (MP).

Na primeira classe aparecem as turbinas hidráulicas, as bombas centrífugas, os ventiladores etc.

Tab. 1.1. Quadro Sinótico das Máquinas de Fluxo

LÍQUIDO (água, óleos)		GASES NEUTROS (ar)		VAPORES (de água, de frio)		GASES DE COMBUSTÃO		NUCLEAR (u-235)									
m . m	m . g	m . m	m . g	m . m	m . g	m . m	m . g	m . m	m . g								
<b>MÁQUINAS DE FLUXO</b>																	
Turbinas: Francis Hélice Kaplan Pelton Michell		Bombas: Radial Axial Diagonal		Turbinas a ar		Ventila- dores Turbo- com- pressores		Turbinas a vapor		Turbo- com- pressores para Ins- talações Frigorifi- cas		Turbinas a gás Motores a reação Foguetes		Motores a reação Foguetes		—, —	
<b>MÁQUINAS A PISTÃO</b>																	
Accionadores hidráulicos		Bombas a pistão		Motores a ar quente		Compres- sores a pistão		Máquinas a vapor		Compres- sores para Instalações Frigoríficas		Motores a gás: Diesel Otto Pistão rotativo Pescara		—, —		—, —	

Na segunda, temos os motores Diesel e Otto, os compressores a pistão etc. Tanto uma como a outra classe podem, de um modo geral, aparecer na técnica como motor ou gerador. Outrossim, citamos que há a possibilidade de uma mesma máquina, ora trabalhar como motora e ora como geradora.

Na Tab. 1.1, procuramos reunir as diversas Máquinas de Fluido.

Na Fig. 1.2, representamos em corte esquemático uma máquina de fluxo.

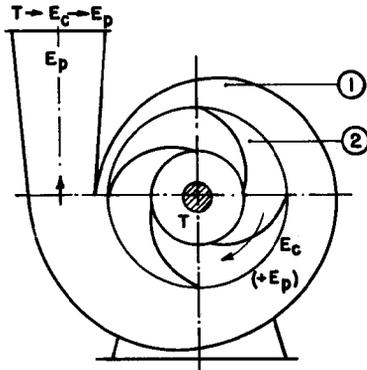


Fig. 1.2 Máquina de fluxo. Bomba centrífuga. 1 — Carcaça; 2 — Rotor.

Na Fig. 1.3, está representado em corte esquemático um Motor Diesel, como exemplo de máquina a pistão.

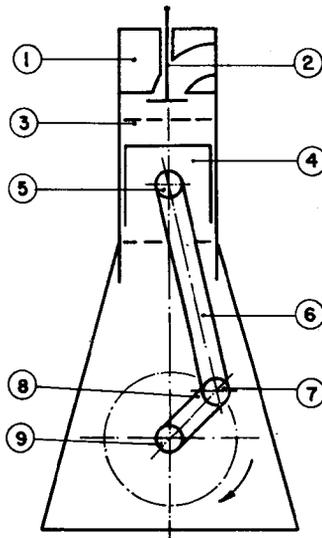


Fig. 1.3 Máquina a pistão. Motor Diesel.

- 1 — Cabeçote; 2 — Válvula; 3 — Cilindro; 4 — Pistão; 5 — Pino do Pistão;  
6 — Biela; 7 — Pino da manivela; 8 — Manivela; 9 — Virabrequim.

A análise das energias nos leva a concluir que na máquina de fluxo, por exemplo, em uma bomba radial ou centrífuga, o trabalho mecânico é inicialmente transformado em energia cinética para depois ser transformado em energia de pressão, enquanto que nas máquinas a pistão a transformação é direta, Fig. 1.4. As máquinas

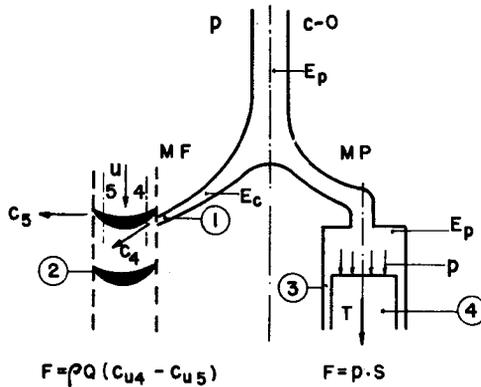


Fig. 1.4 Transformação de energia em M.F. e M.P.

1 — Injetor; 2 — Pás; 3 — Cilindro; 4 — Pistão.

de fluxo têm competido com êxito sobre suas congêneres a pistão devido algumas particularidades e vantagens tais como:

— Altas velocidades e construção simples, conseqüentemente pequenas dimensões e pouco pêso, o que significa elevada concentração de potência.

— Ausência de dispositivos como pistões, válvulas etc. com movimentos oscilatórios e outros.

— Modesto consumo de lubrificantes, o que reduz consideravelmente o custo de funcionamento e manutenção.

Apesar dessas particularidades, no campo das altas pressões e como motor de combustão interna, salvo na aviação, a máquina a pistão tem dominado sua competidora correspondente de fluxo.

Para mostrar que a simples divisão em motores e geradores não satisfaz, e, que o assunto é mais complexo, vejamos o exemplo da hélice de um navio. Como sabemos, a hélice tem a finalidade de transformar o trabalho mecânico que é fornecido pelo motor, que pode ser a pistão ou de fluxo, no trabalho de empuxo para o deslocamento do navio.

Considerando a êsse respeito, o trabalho permutado com o fluido, no caso a água, achamos que é transmitido sobre o fluido apenas a potência perdida, isto é, a diferença entre a potência de aciona-

vantagens das máquinas de fluxo

Conclusão:  $P_{ot. \text{ Útil}} = \text{Empuxo} \cdot \text{velocid.}$

mento do eixo e a potência útil, (empuxo vezes velocidade). Mas, este raciocínio não é unívoco. Escolhendo-se um outro sistema de coordenadas que se desloca com o navio acionado pela hélice, o navio encontra-se em repouso relativo, e, o fluido está em movimento contra o veículo. Agora, não existe potência ou trabalho útil, visto não haver deslocamento do navio. Toda potência entregue pelo eixo é transmitida sobre o fluido e aplicada para aumento da energia cinética da corrente.

### 1.2 Elementos Mecânicos Básicos das Máquinas de Fluxo

Em princípio, mecanicamente, a máquina de fluxo é bastante simples. Normalmente se compõe de dois sistemas de pás, um solidário à carcaça e outro ao eixo girante. O primeiro, constitui o sistema diretor, formado pelas *pás diretrizes*. O segundo, o rotor, formado pelas *pás do rotor* e seus *suportes*.

Para mostrar os elementos construtivos essenciais, representamos algumas máquinas em seus cortes característicos:

— O longitudinal ou meridional, acompanhando o eixo da máquina.

— O transversal ou normal, perpendicular ao eixo da máquina. Assim, a Fig. 1.5 representa máquinas radiais. Do lado esquerdo uma turbina do tipo Francis e do direito uma bomba centrífuga.

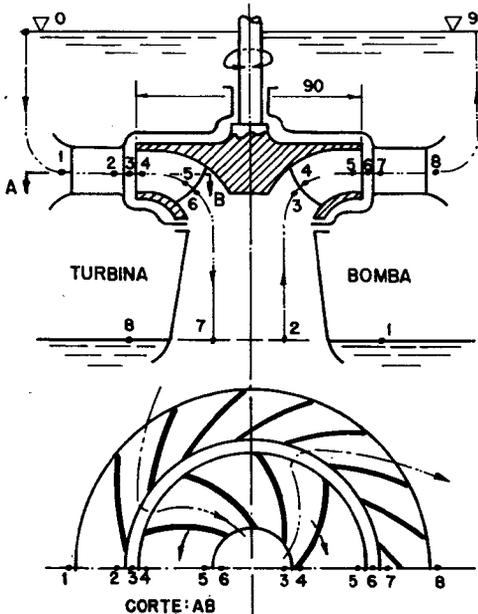


Fig. 1.5 Convenções para turbinas e bombas hidráulicas.

Na Fig. 1.6 temos máquinas axiais, na parte superior uma turbina a gás e na inferior um turbocompressor.

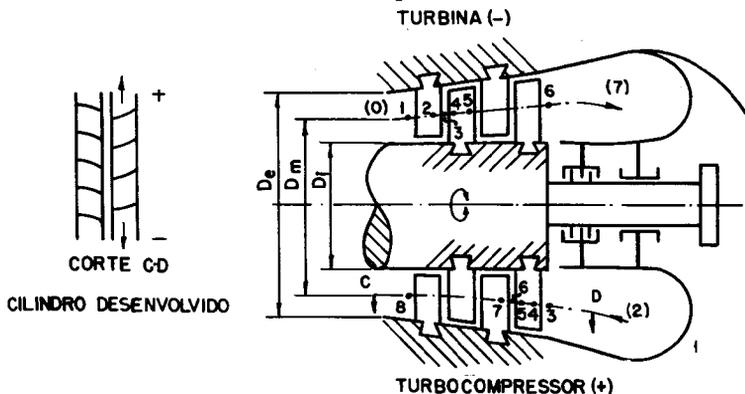


Fig. 1.6 Convenções para turbinas e turbocompressores a gás.

De um modo geral as pás são curvadas, sendo representadas no corte longitudinal por curvas, cujas formas são dadas pela posição angular accidental do rotor relativamente ao plano de corte, o que resulta um desenho bastante complexo. O mesmo ocorre na representação das linhas de corrente. Para eliminar este inconveniente, foi usado o artifício da rotação dos pontos. Assim, tomando como eixo de rotação o eixo girante, damos aos pontos das pás e das linhas de corrente uma rotação de modo a situá-los no plano de projeção. A representação obtida é suficiente para a grande maioria das considerações a serem feitas no estudo das máquinas de fluxo. A linha de corrente que aparece no corte longitudinal é uma linha média que divide a vazão em duas partes iguais. Nas máquinas axiais o cálculo preliminar é normalmente para o diâmetro médio, definido pela relação:

$$D_m = \frac{D_e + D_i}{2}, \quad (1.1)$$

onde  $D_e$  é o diâmetro externo, e  $D_i$  o diâmetro do cubo ou do rotor,

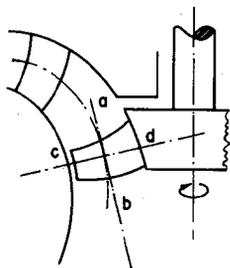


Fig. 1.7 Turbina hidráulica diagonal.

Fig. 1.6. Queremos observar que para o diâmetro médio não temos a linha de corrente média. Entre os rotores radiais e axiais existem formas intermediárias, nas quais a corrente tem uma direção diagonal relativamente ao eixo. Na Fig. 1.7 esquematizamos uma turbina diagonal.

### 1.3 Elementos Cinemáticos Básicos das Máquinas de Fluxo

Para o cálculo das máquinas de fluxo é importante, inicialmente, o estudo da corrente nas arestas de entrada e saída das pás. Para simplificar este estudo, estabelecemos uma correspondência entre algarismos e pontos da máquina no sentido da corrente. Assim, as Figs. 1.5 e 1.6, mostram pontos importantes para turbinas 0 a 8, e para bombas 1 a 9. Como o interesse maior está no rotor, usamos os mesmos algarismos para motores e geradores, no que se refere a aresta de entrada e de saída da pá. Um ponto situado um pouco antes da entrada da pá do rotor designamos com o número 3, um pouco depois com o número 4. Para a aresta de saída respectivamente 5 e 6.

A representação do corte transversal para máquinas diagonais não é tão simples como para as radiais e axiais. Usamos para as diagonais, Fig. 1.7, a representação do cone desenvolvido tangente ao ponto médio da pá, obtido pela interseção da linha média de corrente com a linha média da pá. Tal desenvolvimento fornece apenas, uma imagem aproximada das condições da corrente ao longo da pá desde a entrada até a saída, uma vez que a superfície do cone em geral, não é uma superfície de corrente.

É evidente que o fluido deve deslocar-se em cada ponto da pá na direção tangencial, relativamente à sua superfície. Segundo a teoria clássica supõe-se que dentro dos canais entre as pás a corrente ainda é guiada de maneira perfeita, sendo a velocidade em módulo, direção e sentido a mesma para toda uma circunferência, cujo centro está sobre o eixo da máquina. Deste modo, o triângulo de velocidade da Fig. 1.8, pode ser deslocado livremente, no sentido tangencial sem sofrer qualquer deformação. Veremos oportunamente que tal hipótese implica na máquina possuir um número infinito de pás. A componente  $c_m$  denominada componente *meridiana* ou *meridional*, está ligada diretamente à vazão,  $Q$ , através da seção  $S$ , pela equação:

$$Q = S \cdot c_m. \quad (1.2)$$

A seção para máquinas radiais é a superfície lateral de um cilindro de altura  $b$ ,

$$S = \pi \cdot D \cdot b. \quad (1.3)$$

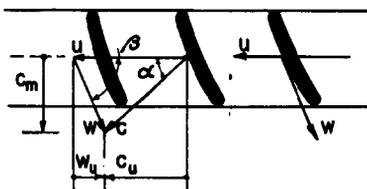


Fig. 1.8 Grade móvel.

Para máquinas axiais é a superfície da coroa limitada pelos diâmetros  $D_e$  e  $D_i$

$$S = \frac{\pi}{4} \cdot (D_e^2 - D_i^2). \quad (1.4)$$

Para o caso de máquinas diagonais, corresponde a superfície tronco cônica gerada pelo segmento da reta  $c - b$ , Fig. 1.7, quando gira  $360^\circ$  em torno do eixo da máquina. Conhecidas a vazão e a superfície, está determinada a componente meridiana  $c_m$ , que independe da máquina estar parada ou em movimento. O plano em que  $c_m$  se encontra é o do desenho. Designando por  $w$  a velocidade relativa, e  $c$  a absoluta, teremos para suas projeções na direção da velocidade meridiana  $w_m = c_m$ . Devido a espessura  $e_i$  das pás na direção tangencial a superfície livre fica diminuída, sendo o fator de estrangulamento, dado pela relação:

$$f_e = \frac{t - e_i}{t}. \quad (1.5)$$

Conseqüentemente  $c_m$  sofre um aumento relativo dado pelo inverso do fator  $f_e$ .

Em (1.5),  $t$  é o passo que pode ser calculado em função do diâmetro  $D$  e do número de pás  $z$  pela relação:

$$t = \frac{\pi \cdot D}{z}. \quad (1.6)$$

As componentes tangenciais  $c_u$  e  $w_u$  são normais a  $c_m$ . Vetorialmente temos  $\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$ . A Fig. 1.9 mostra como exemplo, um desenvolvimento cilíndrico, que denominaremos simplesmente *grade*, correspondente a uma turbina a vapor de vários estágios. No ponto 2 o vapor possui, praticamente a direção da extremidade das pás. Temos aproximadamente  $c_2 = c_3$ , conhecida  $u$ , obtemos a velocidade relativa  $w_2$ . Coincidindo a direção da corrente com a direção dada pela pá em sua aresta de entrada, temos a entrada sem choque. Êste estado serve, em geral, para base de cálculo. Alterando-se a vazão ou a velocidade tangencial, a transição isenta de choque não fica mantida, como podemos ver no estudo dos triângulos de velocidade da Fig. 1.9, onde as linhas pontilhadas desta figura correspondem às condições de choque na entrada. Por ser a vazão muito pequena, como  $u$  permanece constante e,  $c_4$  decresceu,  $w_2$  é obrigada a trans-

formar-se bruscamente em  $w_2'$  ocasionando o aparecimento da componente de choque  $w_{ch}$ . Esta componente ocasiona perdas, não pelo encontro brusco com a ponta da palhêta, mas sim pelo turbilhonamento do fluido do lado oposto.

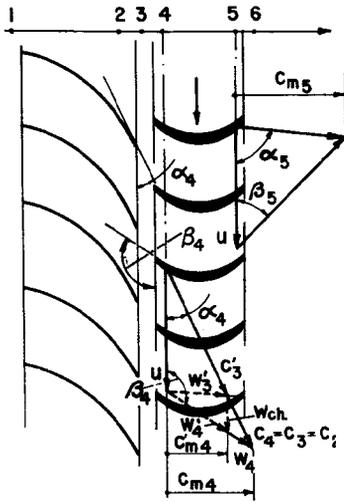


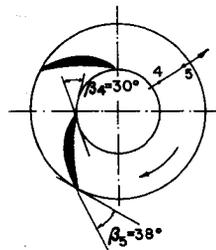
Fig. 1.9 Componente de choque.

**Exemplo 1.** Desenhar e determinar os triângulos de velocidade para entrada e saída do rotor da bomba centrífuga da Fig. 1.10 que gira a 24,5 r.p.s. desprezando a espessura das pás.

Inicialmente calculamos as velocidades tangenciais

$$u_4 = \pi \cdot D_4 \cdot n = \pi \cdot 0,2 \cdot 24,5 = 15,4 \text{ m/s};$$

$$u_5 = u_4 \cdot \frac{D_5}{D_4} = 15,4 \cdot 2 = 30,8 \text{ m/s}.$$



Para entrada a  $90^\circ$ , e canal de seção constante o que implica em ser  $c_m = \text{const.}$  podemos desenhar em escala os triângulos Fig. 1.11, obtendo os demais valores gráficamente.

Fig. 1.10 Rotor da bomba centrífuga.

- |  |                           |
|--|---------------------------|
| $c_4 = 8,9 \text{ m/s};$                   | $c_5 = 21,2 \text{ m/s};$ |
| $w_4 = 17,8 \text{ m/s};$                  | $w_5 = 14,5 \text{ m/s};$ |
| $c_{m4} = c_{m5} = c_4 = 8,9 \text{ m/s};$ | $\alpha_5 = 25^\circ.$    |
| $c_{w5} = 18,6 \text{ m/s};$               |                           |

**Exemplo 2.** Uma turbina hélice de 4 pás, diâmetro médio 425 mm, relação do cubo 0,6 possui as seguintes características:  $n = 15$  r.p.s.,  $Q = 1,7$  m<sup>3</sup>/s,  $c_4 = 0,60 \cdot w_4$ , pede-se:

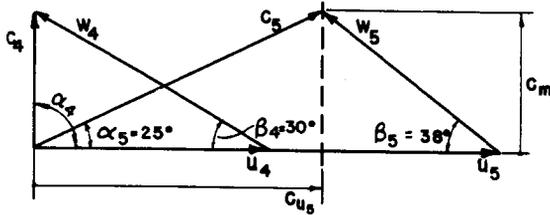


Fig. 1.11 Triângulos de velocidade.

- Os diâmetros interno, externo e o passo.
  - Os triângulos de velocidade para o diâmetro médio.
  - Esquemáticamente a grade do rotor para o diâmetro médio.
- a) *Cálculo dos diâmetros e do passo*

Temos:

$$D_m = \frac{D_e + D_i}{2}, \text{ como: } \frac{D_i}{D_e} = 0,6, \text{ resulta:}$$

$$D_e = 531 \text{ mm}; \quad D_i = 319 \text{ mm}.$$

Para o passo temos:

$$t = \frac{\pi \cdot D_m}{z} = \frac{\pi \cdot 425}{4} = 335 \text{ mm}.$$

- b) *Triângulos de velocidade*

Como:

$$Q = c_m \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_e^2 - D_i^2).$$

Temos:

$$c_m = \frac{4 \cdot 1,7}{\pi \cdot (0,531^2 - 0,319^2)} = 12,0 \text{ m/s}.$$

Pela lei dos triângulos temos:

$$w_4^2 = u^2 + c_4^2 - 2 \cdot u \cdot c_{u_4}; \quad c_4 = 0,60 \cdot w_4;$$

$$c_5^2 = c_m^2 = w_5^2 - u^2; \quad c_4^2 = c_m^2 + c_{u_4}^2 \text{ e } c_{m_4} = c_{m_5}.$$

Feitas as substituições e resolvendo o sistema de equações obtemos:

$$\begin{aligned}
 u &= 20 \text{ m/s}; & w_4 &= 19,3 \text{ m/s}; & w_6 &= 23,3 \text{ m/s}; \\
 c_4 &= 12,8 \text{ m/s}; & c_5 &= 12,2 \text{ m/s}; & \beta_4 &= 37^\circ; \\
 \beta_6 &= 31^\circ.
 \end{aligned}$$

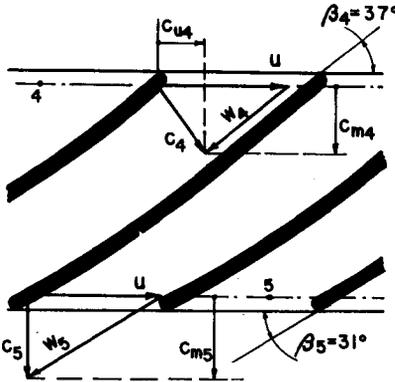


Fig. 1.12 Grade móvel correspondente ao diâmetro médio.

Na Fig. 1.12 representamos os triângulos e a respectiva grade, donde foram retirados os ângulos  $\beta_4$  e  $\beta_6$ .

PROBLEMAS

1. Esquematizar em cortes longitudinal e transversal um ventilador centrífugo, eixo horizontal, indicando sobre uma linha de corrente os números convencionais para os vários pontos.

2. Esquematizar em cortes longitudinal e transversal um ventilador axial, eixo horizontal, 4 pás no rotor e 6 no estator, indicando sobre uma linha de corrente os números convencionais para os vários pontos.

3. Uma turbina tipo Francis, lenta, eixo horizontal, possui 12 pás no rotor. Sendo  $\beta_4 = 90^\circ$ ,  $\alpha_4 = 25^\circ$ ,  $D_4 = 1.000 \text{ mm}$ ,  $D_{5e}/D_4 = 0,6$ ,  $b = 100 \text{ mm}$ ,  $n = 20 \text{ r.p.s.}$ , determinar:

- a) O passo para a entrada e a vazão da turbina.
- b) O triângulo de velocidades com todos os seus elementos para a aresta de entrada.
- c) Esquematizar em cortes longitudinal e transversal a turbina.

4. Um ventilador centrífugo possui um rotor com diâmetros externo e interno respectivamente 300 mm e 150 mm, 8 pás de chapa de espessura na direção tangencial 5 mm, rotação 30 r.p.s.,  $\beta_4 = 25^\circ$  e  $\beta_6 = 32^\circ$ . Determinar para

$$c_{m4} = c_{m5} = c_4:$$

a) Os triângulos de velocidades e todos os seus elementos para a entrada e saída do rotor desprezando a espessura das pás.

b) O aumento relativo da velocidade meridional para a mesma vazão, devido a espessura finita das pás para entrada e saída.

5. Um ventilador axial com relação de cubo 0,5, diâmetro externo 600 mm, 6 pás em chapa de espessura na direção tangencial 6 mm  $\beta_4 = 20^\circ$ ,  $\beta_5 = 30^\circ$ , rotação 60 r.p.s. Determinar:

a) Os triângulos de velocidades para o diâmetro médio com todos os elementos considerando a espessura das pás e  $c_{m4} = c_{m5} = c_4$ .

b) Idem, desprezando a espessura das pás, porém mesma vazão e  $c_{m4} = c_{m5}$ .

c) A vazão do ventilador.

### RESPOSTAS

3. a) Com auxílio das Eqs. (1.2) e (1.6) calculamos

$$t_4 = 262 \text{ mm}; \quad Q = 9,4 \text{ m}^3/\text{s}.$$

b) Do desenho do triângulo de velocidade para a entrada retiramos

$$\begin{aligned} u_4 &= 62,83 \text{ m/s}; & c_{m4} &= w_4 = 29,6 \text{ m/s}; \\ c_4 &= 69,60 \text{ m/s}; & \beta_4 &= 90^\circ; & \alpha_4 &= 25^\circ. \end{aligned}$$

4. a) Calculamos:  $u_4 = 14,13 \text{ m/s}$ ;  $u_5 = 28,26 \text{ m/s}$ ; traçando em seguida os triângulos dos quais retiramos:

$$\begin{aligned} c_{m4} &= c_{m5} = c_4 = 6,5 \text{ m/s}; & w_5 &= 12,4 \text{ m/s}; \\ c_5 &= 18,8 \text{ m/s}; & c_{u5} &= 17,6 \text{ m/s}; & \alpha_5 &= 20^\circ. \end{aligned}$$

b) Com auxílio das Eqs. (1.5) e (1.6) temos

$$c_{m4 \text{ cor.}} = 7,1 \text{ m/s}; \quad c_{m4 \text{ cor.}} = 6,79 \text{ m/s}.$$

5. a) Calculamos  $t_m = 235,62 \text{ mm}$ ;  $f_{em} = 0,975$ ;  $u_m = 84,8 \text{ m/s}$ . Traçamos os triângulos retirando:  $w_4 = 90,0 \text{ m/s}$ ;  $c_4 = 30,0 \text{ m/s}$ ;  $c_{u4} = 0$ ;  $\alpha_4 = 90^\circ$ ;  $c_{m4} = 30 \text{ m/s}$ ;  $w_5 = 61,5 \text{ m/s}$ ;  $c_5 = 43,5 \text{ m/s}$ ;  $c_{u5} = 31,5 \text{ m/s}$ ;  $\alpha_5 = 44^\circ$ .

b) Calculamos  $c_{m4r} = 29,25 \text{ m/s}$ , traçamos os novos triângulos retirando:

$$\begin{aligned} w_{4r} &= 87,0 \text{ m/s}; & c_{4r} &= 28,9 \text{ m/s}; & c_{u4r} &= 3,0 \text{ m/s}; \\ \alpha_{4r} &= 84,5^\circ; & w_{5r} &= 58,5 \text{ m/s}; & c_{5r} &= 44,5 \text{ m/s}; \\ \alpha_{5r} &= 40,5^\circ. \end{aligned}$$

c) Com auxílio das Eqs. (1.4) e (1.2) calculamos  $S = 0,212 \text{ m}^2$ ,  $Q = 6,36 \text{ m}^3/\text{s}$ .

# Elementos de Mecânica dos Fluidos

---

## Capítulo 2

Neste capítulo, recordaremos os conceitos básicos da Mecânica dos Fluidos, principalmente a parte referente aos canais e tubos sobre pressão, componentes básicos das máquinas de fluxo.

### 2.1 Conceitos Cinemáticos

Um escoamento invariável relativamente ao tempo, denomina-se *estacionário* ou *permanente*, em caso contrário, *não estacionário* ou *variável*. Assim, um escoamento no interior de um tubo com velocidade constante no tempo é estacionário. Já o escoamento através do rotor de uma máquina de fluxo, quando em movimento, relativamente a um sistema de coordenadas fixas, é variável. Para tornar este escoamento permanente, basta tomar um sistema de coordenadas que gira acompanhando o rotor. Num escoamento, denominam-se *linhas de correntes* as linhas cujas tangentes em seus pontos no instante considerado, coincidam com a direção dos vetores velocidades do escoamento. As curvas descritas por elementos de fluido em um determinado espaço de tempo são as *trajetórias*.

Para esclarecer faremos um exemplo:

Seja um escoamento através de um rotor em movimento com pás radiais. Este escoamento é variável para um sistema de coordenadas fixas à carcaça. Se, em um determinado instante traçamos as linhas cujas tangentes coincidam com a direção das velocidades dos vários elementos do escoamento, temos as linhas de corrente. Para obtermos as trajetórias devemos observar a curva descrita pelo deslocamento de cada elemento do fluido em um determinado espaço de tempo. Na Fig. 2.1 da esquerda representamos uma

linha de corrente e na direita uma trajetória. Concluímos pelo exemplo que em um escoamento variável, geralmente as linhas de correntes e as trajetórias são distintas, quanto ao aspecto da curva. Para escoamentos permanentes elas são coincidentes, apesar da linha de corrente ser uma linha instantânea, logo contém elementos distintos do fluido, enquanto a trajetória é uma linha descrita em um espaço de tempo por um determinado elemento do fluido.

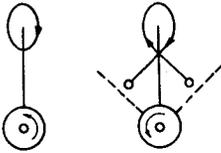


Fig. 2.1 Linha de corrente e trajetória.

O movimento dos elementos de um fluido é geralmente tridimensional. Frequentemente, a componente da velocidade em uma das direções é constante ou nula, podendo o escoamento ser considerado bidimensional ou plano. Sua análise teórica é mais simples, o mesmo ocorrendo com a sua representação que pode ser feita no plano do desenho. No caso das máquinas de fluxo, há preponderância de uma direção, relativamente às demais.

Esta direção é a do eixo dos condutos, denominada *coordenada natural*. Os pequenos deslocamentos normais a esta coordenada podem ser desprezados, o que resulta um escoamento monodimensional ou linear. Neste livro adotaremos uma teoria monodimensional, que em caso de necessidade será ampliada para uma concepção bi ou tridimensional. Da teoria monodimensional procuraremos chegar ao escoamento real, usando coeficientes de correção, em geral obtidos através da análise estatística de ensaios.

## 2.2 Tubo de Corrente — Equação de Continuidade

*Tubo de corrente* é o conjunto de linhas de correntes tangentes a uma curva fechada arbitrariamente fixada no interior do fluido, Fig. 2.2. A massa de fluido contida em um tubo de corrente constitui o *filête de corrente*. Sendo o movimento estacionário o tubo possui forma invariável no tempo, comportando-se como um conduto técnico, uma vez que, pela própria definição, é impossível, a um elemento do filête atravessar na direção normal às linhas das correntes, os limites do tubo.

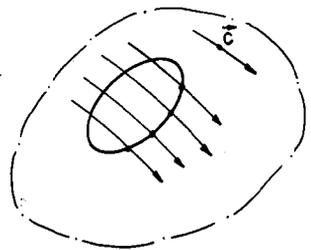


Fig. 2.2 Tubo de corrente.

Para que possamos introduzir um conceito bastante importante vamos delimitar uma parte do tubo de corrente, no instante considerado pelas superfícies normais  $S_1$  e  $S_2$ , Fig. 2.3.

Decorridos um tempo  $dt$ , os elementos de fluido das seções  $S_1$  e  $S_2$  deslocam-se segundo a coordenada natural respectivamente de  $c_1 \cdot dt$  e  $c_2 \cdot dt$ , ficando a massa  $m$  confinada no trecho do tubo  $T' = T$ .

Pela definição de tubo de corrente, a massa de fluido que entra no tubo é igual a que sai do tubo, resultando:

$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot c_1 \cdot dt = \rho_2 \cdot S_2 \cdot c_2 \cdot dt$$

ou

$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot c_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot c_2 = \rho \cdot S \cdot c = \text{const.} \quad (2.1)$$

Esta é a lei da conservação da massa. Para fluidos incompressíveis  $\rho = \rho_1 = \rho_2 = \text{cte}$ . Podendo a Eq. (2.1) ser escrita sob a forma:

$$Q = S \cdot c = \text{const.} \quad (2.2)$$

A Eq. (2.2) recebeu o nome de equação de continuidade, sendo  $Q$  a vazão, que representa o volume de fluido que na unidade de tempo atravessa a seção  $S$  com a velocidade  $c$ , normal a seção  $S$ .

### 2.3 Equações do Movimento de Euler

Conforme vimos, a representação cinemática do escoamento de um fluido necessita do conhecimento do vetor velocidade  $c$ , em cada elemento do escoamento no instante considerado. Para a descrição dinâmica deste movimento é ainda necessário o conhecimento de mais uma característica, a pressão para fluidos incompressíveis, e de duas, pressão e massa específica, para fluidos compressíveis. A dinâmica dos fluidos pode ser estudada pelo Método de Euler ou pelo Método de Lagrange.

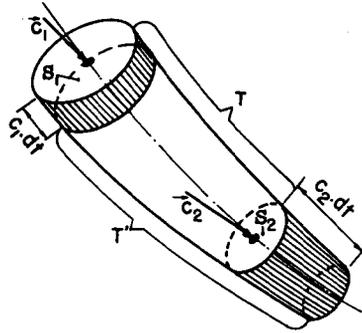


Fig. 2.3 Princípio de conservação da massa.

Neste livro adotaremos o Método de Euler que considera as características, velocidade e pressão, nos diferentes locais do fluido para cada instante.

Este método não cogita do destino das partículas, justamente a característica básica do Método de Lagrange. Concluímos então, que para o Método de Euler são fundamentais as linhas de corrente, enquanto que o de Lagrange se interessa pelas trajetórias.

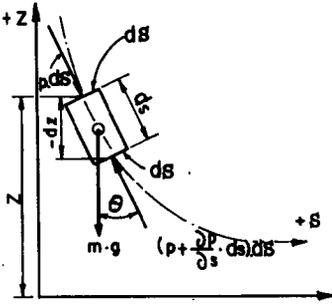


Fig. 2.4 Elemento na direção das linhas de correntes.

Seja, o cilindro elementar no interior de um fluido ideal em movimento, sujeito unicamente a ação da gravidade, cujas geratrizes coincidem com as linhas de corrente, direção esta, do sistema de coordenadas naturais no instante considerado, Fig. 2.4. Aplicando a

Lei de Newton,  $F_s = \frac{m \cdot dc}{dt}$  onde  $F_s$  é a resultante das forças na direção  $s$ ,  $c$  a velocidade da corrente e  $m = \rho \cdot ds \cdot dS$  a massa do fluido no interior do cilindro, temos segundo a Fig. 2.4.

— Componente tangencial da gravidade:

$$m \cdot g \cdot \cos \theta = g \cdot \rho \cdot ds \cdot dS \cdot \cos \theta = -g \cdot \rho \cdot ds \cdot dS \cdot \frac{\partial z}{\partial s}.$$

— Fôrça oriunda da diferença de pressão entre as duas superfícies das bases do cilindro:

$$- \frac{\partial p}{\partial s} \cdot ds \cdot dS.$$

Substituindo na Equação de Newton resulta:

$$-g \cdot \rho \cdot ds \cdot dS \cdot \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{\partial p}{\partial s} \cdot ds \cdot dS = \rho \cdot ds \cdot dS \cdot \frac{dc}{dt},$$

ou

$$\frac{dc}{dt} = -g \cdot \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial s}. \quad (2.3)$$

De um modo geral a velocidade  $c$  é função do local  $s$ , e do tempo  $t$ , assim

$$dc = \frac{\partial c}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial c}{\partial t} \cdot dt,$$

ou

$$\frac{dc}{dt} = c \cdot \frac{\partial c}{\partial s} + \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial c^2}{\partial s} + \frac{\partial c}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Levando (2.4) em (2.3) obtemos:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial c^2}{\partial s} + \frac{\partial c}{\partial t} + g \cdot \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial s} = 0 \quad (2.5)$$

Para o regime permanente:  $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$ , resultando na (2.5):

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{dc^2}{ds} + g \cdot \frac{dz}{ds} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{ds} = 0. \quad (2.6)$$

Para determinarmos a aceleração na direção normal às linhas de corrente, aceleração centrípeta, tomaremos o cilindro elementar com as geratrizes na direção da normal principal às linhas de corrente, Fig. 2.5.

Se designamos com  $r$  o raio de curvatura, podemos aplicar a Lei de Newton para a direção da normal principal.

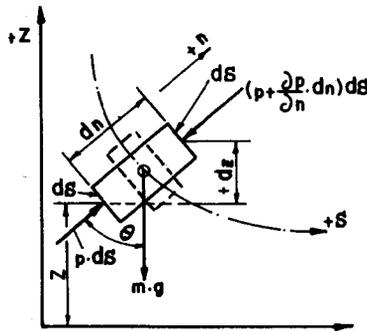


Fig. 2.5 Elemento na direção normal às linhas de corrente.

$$F_n = m \cdot \frac{c^2}{r}$$

como:

$$F_n = - \frac{\partial p}{\partial n} \cdot dn \cdot dS - g \cdot \rho \cdot dn \cdot dS \cdot \frac{\partial z}{\partial n},$$

vem:

$$\frac{c^2}{r} = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial n} - g \cdot \frac{\partial z}{\partial n} \quad (2.7)$$

As Eqs. (2.5) (2.6) e (2.7), são as equações de movimento de Euler para escoamento monodimensional.

## 2.4 Equação da Energia de Bernoulli

Como na Eq. (2.6) todos os termos são derivadas relativamente a  $s$ , podemos integrar na direção da coordenada natural resultando

$$\frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = E \quad (2.8)$$

ou fazendo,

$$\rho = \frac{\gamma}{g}, \quad \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$$

vem:

$$\frac{c^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\gamma} + z = \frac{E}{g} = H. \quad (2.9)$$

As Eqs. (2.8) ou (2.9) são conhecidas como equação da energia de Bernoulli. A forma (2.8) é especialmente útil quando trabalhamos com o Sistema Internacional, enquanto a (2.9) refere-se ao chamado sistema MKS técnico, (pêso).

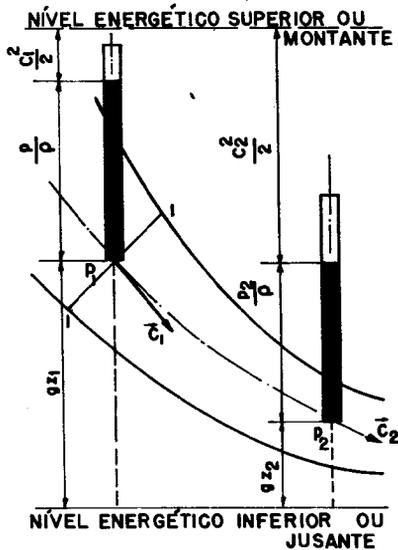


Fig. 2.6 Níveis de energia em um escoamento.

A forma (2.9) é bastante sugestiva para uma interpretação, uma vez que, dimensionalmente, os termos da esquerda são comprimentos. Assim, o primeiro termo é a altura de velocidade, o segundo a altura de pressão e o terceiro a altura geométrica ou local, isto relativamente a um plano de referência arbitrariamente escolhido.

Podemos resumir esta interpretação do seguinte modo: "No escoamento estacionário de um fluido ideal, sujeito apenas à gravidade como força de massa, para todos os pontos de uma linha de corrente a soma das alturas de velocidade, pressão e local é uma grandeza constante."

A constante normalmente varia de uma linha de corrente para outra. Apenas no caso particular do escoamento estacionário ser isento de vórtices, conforme veremos posteriormente, ela é constante em todo o campo. Na Fig. 2.6 representamos graficamente a Lei de Bernoulli, onde sobre os níveis energéticos locais de dois pontos de uma linha de corrente foram colocadas as respectivas energias de velocidade e pressão resultando o nível energético ideal.

**Exemplo.** Determinar para a usina hidráulica ideal, turbina Pelton, Fig. 2.7, escoamento estacionário, as características cinemáticas e dinâmicas nos pontos, 0, 1, 2 e 3, para  $Q = 0,35 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $D_1 = D_2 = 0,40 \text{ m}$ .

Para que neste tipo de usina o escoamento seja estacionário, devemos ter o nível energético de montante constante, o mesmo ocorrendo com a posição da agulha.

Como consideramos o fluido ideal, tôdas as linhas de correntes são equivalentes.

Normalmente devemos iniciar a resolução do problema pelo ponto 3. Aplicando a Eq. (2.8) ao ponto 3 obtemos:

$$\frac{c_3^2}{2} + \frac{p_3}{\rho} + g \cdot z_3 = E = 200 \cdot 9,81 = 1.962 \text{ N/kg.}$$

Fazendo, por ser o fluido incompressível,  $p_a = p_3 = 0$  e ainda  $z_3 = 0$ , resulta:

$$c_3 = \sqrt{2 \cdot E} = 62,6 \text{ m/s.}$$

Com a Eq. (2.2) determinamos o diâmetro em 3

$$Q = S_3 \cdot c_3$$

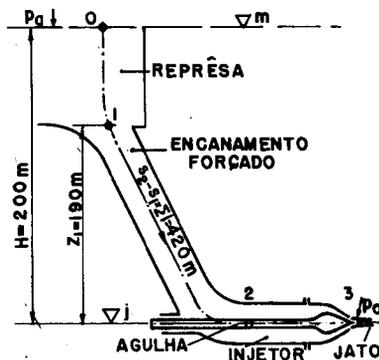


Fig. 2.7 Usina hidráulica ideal para turbina Pelton.

logo

$$D_3 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot c_3}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,35}{\pi \cdot 62,6}} = 0,0842 \text{ m} = 84,2 \text{ mm.}$$

As velocidades em 1 e 2 serão:

$$c_1 = c_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 0,35}{\pi \cdot 0,40^2} = 2,78 \text{ m/s,}$$

logo

$$p_1 = \rho \cdot \left[ E - \left( \frac{c_1^2}{2} + g \cdot z_1 \right) \right] =$$

$$= 10^3 \cdot \left[ 19,62 - \left( \frac{7,74^2}{2} + 9,81 \cdot 190 \right) \cdot 10^{-6} \right] = 0,9163 \text{ bar;}$$

$$p_2 = \rho \cdot \left[ E - \left( \frac{c_2^2}{2} + z_2 \right) \right] = 19,586 \text{ bar.}$$

Para o ponto 0 como  $S_0 \rightarrow \infty$ ,  $c_0 \rightarrow 0$ .

## 2.5 Pressão de Estagnação e Pressão Total

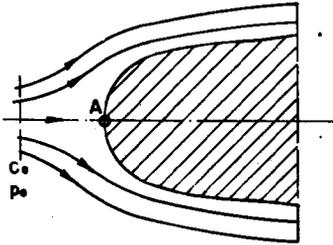


Fig. 2.8 Obstáculo colocado no escoamento.

Seja um escoamento uniforme, paralelo, cuja velocidade e pressão sejam  $c_0$  e  $p_0$  na parte não perturbada pelo obstáculo sólido, Fig. 2.8. Como, em planos paralelos ocorrem os mesmos fenômenos, basta fazer o estudo para um desses planos o que equivale a considerarmos o escoamento bidimensional. Em cada plano existe uma

linha de corrente que encontra o obstáculo no ponto A bifurcando-se em duas que irão contorná-lo. Assim, no ponto A na direção do movimento não perturbado a velocidade é nula, motivo pelo qual este ponto recebeu o nome de *ponto de estagnação*. Aplicando a Equação de Bernoulli sobre esta linha de corrente, entre um ponto da corrente não perturbada e o ponto de estagnação A, temos:

$$\frac{\rho}{2} \cdot c_0^2 + p_0 = p_A, \text{ sendo } z_0 = z_A.$$

Esta equação mostra que entre a pressão não perturbada, aquela existente no ponto  $A$  teve um aumento dado por  $\frac{\rho}{2} \cdot c_0^2$ , correspondente à energia cinética, por unidade de volume do escoamento não perturbado. Este aumento de pressão é designado como *pressão de estagnação* ou *pressão dinâmica*, onde  $p$  é a pressão estática. A *pressão total* é dada pela expressão:

$$p_t = \frac{\rho}{2} \cdot c_0^2 + p_0 = p_{\text{din.}} + p_{\text{est.}} \quad (2.10)$$

**Exemplo.** Um instrumento freqüentemente usado para medição de velocidade, conseqüentemente de vazões, é o tubo de Pitot. Este aparelho baseia-se no princípio da pressão de estagnação. Ele é uma sonda de dimensões normalizadas que permite medir com auxílio de um manômetro, a pressão total  $p_t$  e a estática  $p_{\text{est.}}$ , Fig. 2.9.

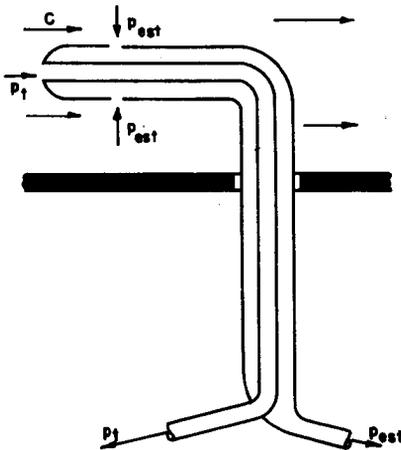


Fig. 2.9 Tubo de Pitot.

Assim, seja um tubo de Pitot, instalado segundo normas no tubo de pressão de um ventilador para ar com  $\rho = 1,15 \text{ kg/m}^3$ , tendo sido medido:

$$p_t = 123 \cdot 10^{-4} \text{ bar} = 1.230 \text{ N/m}^2;$$

$$p_{\text{est.}} = 103 \cdot 10^{-4} \text{ bar} = 1.030 \text{ N/m}^2;$$

determinar:

- A velocidade  $c$  no local da medição.
- A energia específica total do ar.

a) *Cálculo da velocidade em c*

$$p_{\text{din.}} = p_t - p_{\text{est.}} = 1.230 - 1.030 = 200 \text{ N/m}^2.$$

A velocidade será:

$$c = \sqrt{2 \cdot \frac{p_{\text{din.}}}{\rho}} = \sqrt{2 \cdot \frac{200}{1,15}} = 18,6 \text{ m/s.}$$

b) *Cálculo da energia específica total do ar*

$$E = \frac{c^2}{2} + \frac{p_{\text{est.}}}{\rho} = \frac{18,6^2}{2} + \frac{1.030}{1,15} = 1.070 \text{ j/kg} = 1,07 \text{ kj/kg.}$$

Comparando êste valor com

$$\frac{p_t}{\rho} = \frac{1.230}{1,15} = 1.070 \text{ j/kg} = 1,07 \text{ kj/kg,}$$

concluímos tratar-se de valores equivalentes.

## 2.6 Equação da Energia para Escoamentos não Estacionários

Escrevendo a equação de Euler sob a forma:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z \right) + \frac{\partial c}{\partial t} = 0, \text{ onde } \frac{\partial c}{\partial t} \text{ é uma função do local}$$

s na linha de corrente, obtemos por integração:

$$\frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z + \int_s \frac{\partial c}{\partial t} \cdot ds = \text{const.} \quad (2.11)$$

Nesta equação, os três primeiros termos possuem o mesmo significado dos da Eq. (2.8), exprimindo o quarto termo a variabilidade do escoamento relativamente ao tempo.

Aplicando a Eq. (2.11) a dois pontos quaisquer de uma linha de corrente, obtemos:

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 + \int_0^{s_1} \frac{\partial c}{\partial t} \cdot ds = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 + \int_0^{s_2} \frac{\partial c}{\partial t} \cdot ds$$

ou

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 + \int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial c}{\partial t} \cdot ds. \quad (2.12)$$

**Exemplo.** No mesmo exemplo da usina hidráulica da Fig. 2.7, admitindo que a agulha feche em 5 segundos e que  $s_2 - s_1 = 420$  m, calcular:

a) Pressão em 2 durante o fechamento.

b) A velocidade na saída.

a) *Cálculo da pressão no ponto 2*

Supondo que o retardamento durante os 5 segundos que dura o fechamento seja uniforme, podemos aplicar a Eq. (2.12) uma vez que

$$a = - \frac{c_2}{t} = - \frac{2,78}{5} = - 0,556 \text{ m/s}^2,$$

logo

$$\begin{aligned} p_2 &= \rho \cdot \left\{ E - \left[ \frac{c_2^2}{2} + g \cdot z_2 + a \cdot (s_2 - s_1) \right] \right\} = \\ &= 10^{-2} \cdot \left[ 1.962 - \left( \frac{2,78^2}{2} + 0 - 0,555 \cdot 420 \right) \right] = 21,91 \text{ bar.} \end{aligned}$$

b) *Cálculo da velocidade na saída*

$$c_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{p_2}{\rho}} = \sqrt{2 \cdot \frac{21,91 \cdot 10^5}{10^3}} = 66,2 \text{ m/s.}$$

Técnicamente o problema que demos representa o golpe dinâmico que aparece no fechamento, e, com sinal trocado, na abertura do encanamento forçado de uma usina hidráulica ideal.

## 2.7 escoamento Potencial — Rotação das Partículas Conceito de Circulação — Vórtice Potencial

Como mencionamos, a constante da Equação de Bernoulli é, geralmente, variável de uma linha de corrente para outra. Entretanto quando o escoamento estacionário foi obtido a partir do repouso

devido unicamente a uma diferença de pressão, a citada constante é igual para tôdas as linhas de corrente.

Para regiões não estacionárias, tais como as que aparecem nos rotores das máquinas de fluxo, onde é fornecida ou absorvida energia computada no termo adicional da Equação de Bernoulli, o mesmo não ocorre. Neste caso, há uma constante diferente para cada linha de corrente, havendo interesse de torná-la igual, uma vez que esta diferença tem influência decisiva na eficiência da máquina.

No campo do escoamento em que a constante de Bernoulli não varia com as linhas de corrente, podemos determinar sempre uma função  $\Phi$  da velocidade tal que,  $c_s = \frac{\partial \Phi}{\partial s}$ , onde  $s$  é a coordenada

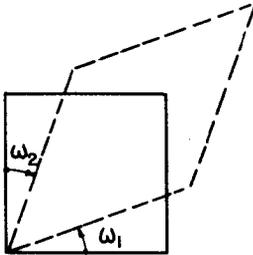


Fig. 2.10 Elemento de fluido para escoamento potencial.

natural. Como matematicamente uma tal função é uma função potencial, convencionou-se denominar-se os escoamentos que verificam a citada igualdade de *escoamentos potenciais*. Nos escoamentos potenciais, os elementos de fluido sofrem apenas deformações nas quais as velocidades angulares de duas arestas perpendiculares são iguais com sinais opostos, Fig. 2.10.

Isto equivale a afirmarmos que a velocidade angular média é nula, logo não há rotação no fluido, sendo portanto o escoamento irrotacional. Matematicamente se uma função é potencial, sabemos que o rotacional desta função é nulo.

No caso do escoamento apresentar um rotacional, podemos usar a velocidade angular média  $\omega$  para medir o desvio que o escoamento apresenta do seu caráter potencial, isto é, o seu grau de rotacionalidade. A velocidade angular média  $\omega$  é definida como a média aritmética das velocidades angulares  $\omega_1$  e  $\omega_2$  de duas arestas perpendiculares entre si, Fig. 2.11.



Fig. 2.11 Elementos de fluido para escoamento rotacional.

A rotação média de uma massa de fluido pode ser medida no campo bidimensional pela circulação  $\Gamma$ . A circulação nada mais é do que a integral sôbre uma curva fechada do produto escalar:  $\vec{c} \cdot \vec{ds}$ , Fig. 2.12, logo:  $\Gamma = \oint \vec{c} \cdot \vec{ds}$ .

Para escoamento potencial  $\Gamma = 0$ , o que nos permite afirmar: “Em um recinto simplesmente conexo, no qual existe escoamento, potencial, a circulação ao longo de cada linha fechada, arbitrariamente fixada, é nula”.

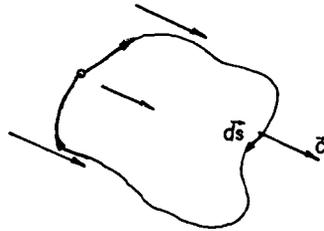


Fig. 2.12 Linha fechada para cálculo da circulação.

**Exemplo 1.** Determinar a circulação de uma superfície de escoamento que gira com velocidade angular  $\omega$  em tórno de um eixo normal ao plano do desenho, Fig. 2.13.

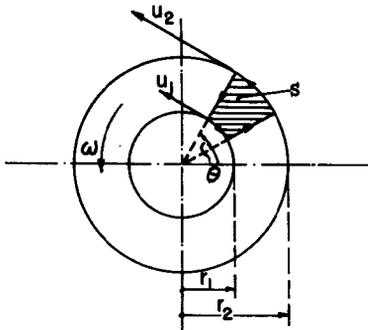


Fig. 2.13 Superfície de escoamento com velocidade angular constante.

Tomamos uma linha fechada, e tendo em vista que as partes radiais se anulam, temos:

$$\Gamma = u_2 \cdot r_2 \cdot \theta - u_1 \cdot r_1 \cdot \theta = \theta \cdot \omega \cdot (r_2^2 - r_1^2) = 2 \cdot \omega \cdot s. \quad (2.13)$$

**Exemplo 2.** Estudar a circulação para o escoamento paralelo em que a velocidade é constante em todo o campo, Fig. 2.14.

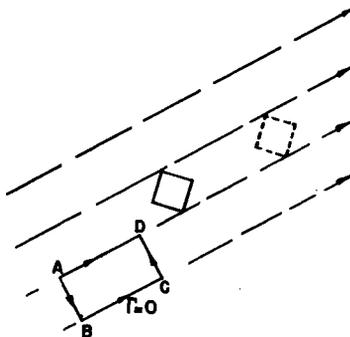


Fig. 2.14 Escoamento paralelo potencial.

Como cada elemento desloca-se paralelamente a si mesmo, o campo é irrotacional e a circulação sobre uma linha fechada  $ABCD$  é nula.

**Exemplo 3.** Estudar a circulação para uma *fonte*. As fontes podem ser espaciais, quando o fluido emana através de uma superfície esférica a partir do seu centro, ou plana, quando através de uma superfície cilíndrica partindo radialmente de seu eixo. Em ambos os casos o sentido do escoamento é radial.

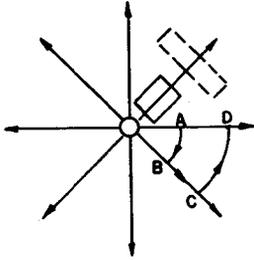


Fig. 2.15 Escoamento de fonte.

O inverso de uma fonte denomina-se *sorvedouro*. Representamos na Fig. 2.15 uma fonte plana. A velocidade radial  $c_r$  diminui com o crescimento do raio.

Utilizando a equação de continuidade, regime estacionário temos:

$$c_r = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{K_1}{r}. \quad (2.14)$$

Neste escoamento um elemento de fluido tem suas arestas radiais diminuídas com o crescimento do raio, o contrário ocorrendo com as tangenciais. Dêste modo o quadrado da Fig. 2.15 transforma-se no retângulo pontilhado, sendo a circulação nula para o elemento anular  $ABCD$ .

**Exemplo 4.** Estudar a circulação na corrente circular da Fig. 2.16.

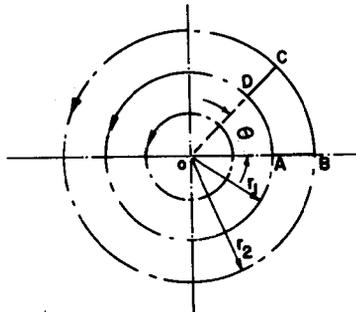


Fig. 2.16 Escoamento em corrente circular.

Escrevendo a Equação de Euler.

$$\frac{c^2}{r} + \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{c^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z \right) = 0,$$

como:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z \right) = g \cdot \frac{\partial E}{\partial n},$$

vem

$$\frac{c^2}{r} + \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{c^2}{2} \right) + g \cdot \frac{\partial E}{\partial n} = 0.$$

Admitindo que o escoamento é estacionário e potencial, logo a Equação de Bernoulli é válida para qualquer ponto do campo, sendo  $\frac{\partial E}{\partial n} = 0$ , o que resulta:

$$\frac{c^2}{r} - \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{c^2}{2} \right) = 0,$$

ou

$$\frac{\partial c}{\partial n} = \frac{c}{r},$$

como

$$n = -r,$$

temos:

$$\frac{c}{r} + \frac{\partial c}{\partial r} = 0,$$

logo,

$$K = c_t \cdot r. \quad (2.15)$$

Nesta expressão o  $t$  exprime o sentido puramente tangencial da corrente,  $K = c_t \cdot r$  é o chamado *vórtice potencial*, decrescendo deste modo a velocidade linearmente com o aumento do raio. Se tomarmos a linha fechada  $ABCD$ , resulta  $\Gamma = 0$ , uma vez que:

$$\Gamma = c_{t_2} \cdot r_2 \cdot \theta - c_{t_1} \cdot r_1 \cdot \theta = 0. \quad (2.16)$$

Este resultado sempre ocorre para qualquer linha fechada que exclui o centro, Fig. 2.17. Porém, a circulação ao longo de uma circunferência que inclui o centro não é nula, vale:

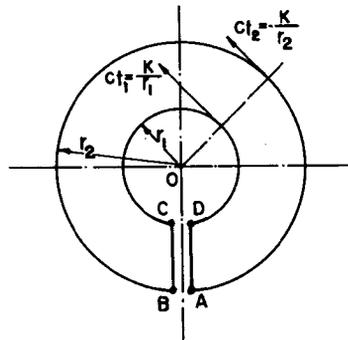


Fig. 2.17 Linha fechada em escoamento circular.

$$\Gamma = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot c_t = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{K}{r} = 2 \cdot \pi \cdot K. \quad (2.17)$$

Vemos que esta circulação independe de  $r$ , e mostra que no centro deve existir um vórtice. Realmente, o centro é um ponto singular porque

$$\lim_{r \rightarrow 0} c_t = \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{K}{r} \right) \rightarrow \infty.$$

O vórtice potencial é de grande importância técnica, porque forma um modelo para o escoamento de fluidos em espirais e outros dispositivos anulares das máquinas de fluxo, conforme veremos no exemplo seguinte.

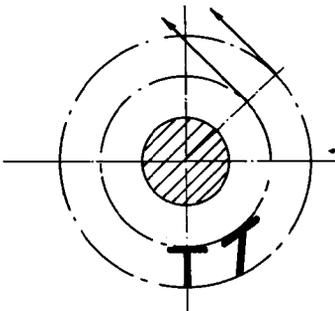


Fig. 2.18 Vórtice potencial.

Comumente, o vórtice potencial é representado com um núcleo de dimensões finitas, Fig. 2.18. Este núcleo é uma área proibida para o escoamento e deve ser ocupada por partes sólidas, tais como, os eixos ou cubos.

**Exemplo 5.** Estudar as linhas de corrente resultante da superposição de uma fonte com uma corrente circular.

Na Fig. 2.19, representamos esquematicamente esta superposição, de grande utilidade no estudo das máquinas de fluxo, uma vez

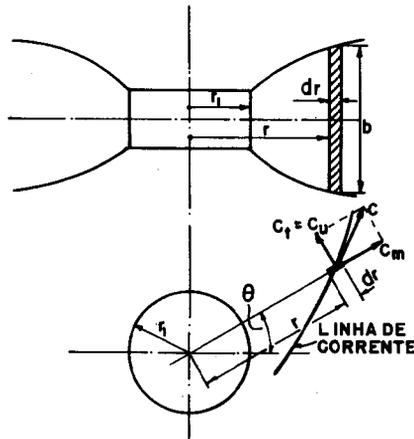


Fig. 2.19 Superposição de uma fonte com uma corrente circular.

que são elementos utilizados na entrada ou saída, para conduzir o fluido. Normalmente, estes elementos são conhecidos com o nome

de *espirais*, motivo pelo qual procuramos obter equações já nas formas que posteriormente usaremos.

Assim, faremos a análise partindo da vazão através da seção elementar  $b \cdot du$ , onde  $c_t$  lhe é normal

$$dq_\theta = c_t \cdot b \cdot dr = K \cdot b \cdot \frac{dr}{r}. \quad (2.18)$$

Como esta seção está a  $\theta$  graus da origem teremos para vazão em tóda a seção:

$$Q_\theta = \int_{r_1}^r c_t \cdot b \cdot dr = K \cdot \int_{r_1}^r b \cdot \frac{dr}{r}.$$

Como em  $\theta$  passa  $Q_\theta$  para  $360^\circ$  passará:

$$Q = \frac{360}{\theta} \cdot Q_\theta, \text{ logo } \theta = \frac{360 \cdot K}{Q} \cdot \int_{r_1}^r b \cdot \frac{dr}{r} = K_2 \cdot \int_{r_1}^r b \cdot \frac{dr}{r}. \quad (2.19)$$

Para resolvermos a integral necessitamos conhecer a lei de dependência de  $b$  com  $r$ . Esta lei estará determinada se fôr fixada a forma do envoltório. Vejamos os dois casos mais comuns na técnica das máquinas de fluxo.

— A seção é retangular,  $b = cte$

$$\theta = K_2 \cdot \ln \frac{r}{r_1} \quad \text{ou} \quad r = r_1 \cdot E^{\frac{\theta}{K_2}}. \quad (2.20)$$

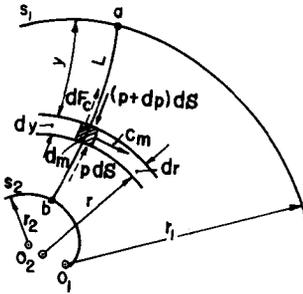
— A seção é circular do raio  $R$ , logo temos  $b = 2 \cdot \sqrt{R^2 - (r - r_1)^2}$  substituindo, integrando e depois fazendo  $r = r_1 + 2R$  vem:

$$R = \frac{\theta}{A} + \sqrt{\frac{2 \cdot r_1 \cdot \theta}{A}} \quad (2.21)$$

onde

$$A = \frac{720 \cdot K \cdot \pi}{Q}.$$

**Exemplo 6.** Estudar para um escoamento plano potencial em curva com raios não concêntricos a lei de distribuição da velocidade normal às linhas eqüipotenciais.



**Fig. 2.20** Escoamento potencial plano curvo não concêntrico.

cujo comprimento é  $L$ . Seja o elemento de volume  $dV = dr \cdot dS$ , onde  $dS$  é a área do elemento na direção da linha de corrente, sendo unitária a dimensão normal ao plano da figura. Sobre êle consideraremos unicamente as forças oriundas da pressão e a centrífuga, logo:

$$dp \cdot dS = dm \cdot \frac{c_m^2}{r} \quad \text{ou} \quad dp = \rho \cdot c_m^2 \cdot \frac{dr}{r}.$$

A aplicação de Bernoulli resulta:

$$\frac{dp}{\rho} + c_m \cdot dc_m = 0.$$

Combinando as duas equações e tomando a origem em  $a$ , temos:

$$\frac{dc_m}{c_m} = \frac{dy}{r}. \quad (2.22)$$

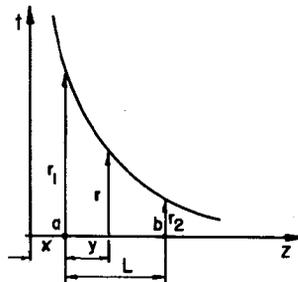
A integração desta equação somente é possível conhecendo-se a lei de variação de  $r$ .

Tendo-se por base grande número de ensaios, admitiremos que tal variação corresponde a uma hipérbole eqüilátera, Fig. 2.21.

Assim podemos escrever:

$$x \cdot r_1 = (x + L) \cdot r_2;$$

$$x \cdot r_1 = (x + y) \cdot r.$$



**Fig. 2.21** Lei da variação dos raios de curvatura.

Resolvendo o sistema temos

$$r = \frac{L \cdot r_1 \cdot r_2}{L \cdot r_2 + y (r_1 - r_2)}$$

Substituindo  $r$  na Eq. (2.22) e integrando obtemos:

$$\ln \frac{c_{m_y}}{c_{m_a}} = \frac{y}{r_1} \cdot \left[ 1 + \frac{y}{2 \cdot L} \cdot \left( \frac{r_1}{r_2} - 1 \right) \right] \tag{2.23}$$

Para determinarmos praticamente  $c_{m_y}$ , fixamos inicialmente o número de linhas de corrente, sejam  $a, 1, 2, \dots, b$ , Fig. 2.22. Com auxílio da Eq. (2.23) calculamos  $c_{m_y}/c_{m_a}$ , medindo na figura que foi feita em escala, os diâmetros,  $D_1, D_2, \dots, D_y$ . Em seguida construímos o gráfico da Fig. 2.23, representando em abscissa os valores

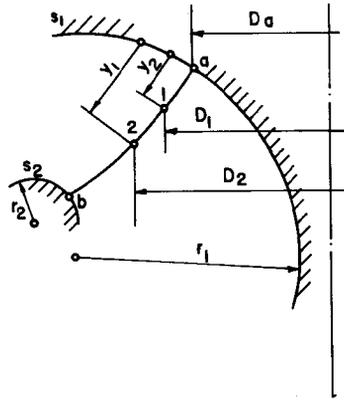


Fig. 2.22 Determinação prática das velocidades.

de  $y$  e em ordenada  $\frac{c_{m_y}}{c_{m_a}} \cdot D_y$ .

Suponhamos, agora, a linha  $L$  dividida em um número qualquer

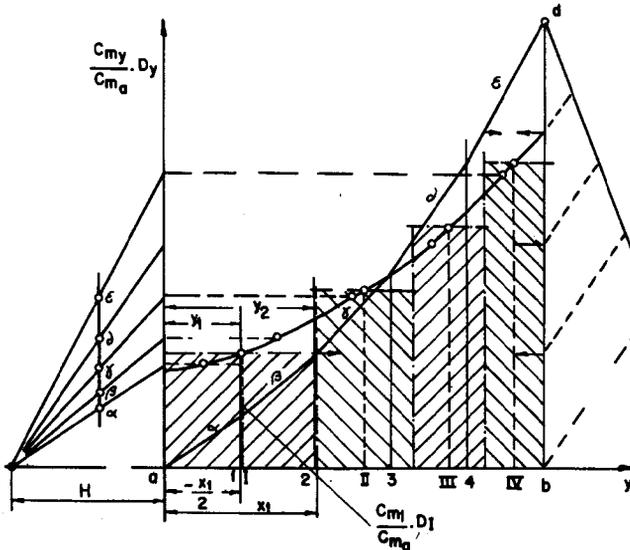


Fig. 2.23 Integração Gráfica.

de partes, com a condição de que por cada uma das partes passe a mesma massa. Chamando os comprimentos destas partes de  $y_I, y_{II}, \dots, y_n$ , seus diâmetros médios de  $D_I, D_{II}, \dots, D_n$  e as velocidades  $c_{m_I}, c_{m_{II}}, \dots, c_{m_n}$ , podemos escrever:

$$\frac{Q_n}{n} = \pi \cdot y_I \cdot D_I \cdot c_{m_I} = \pi \cdot y_{II} \cdot D_{II} \cdot c_{m_{II}} = \text{const.}$$

ou

$$\frac{Q_n}{n \cdot c_{m_a}} = \pi \cdot y_I \cdot D_I \cdot \frac{c_{m_I}}{c_{m_a}} = \pi \cdot y_{II} \cdot D_{II} \cdot \frac{c_{m_{II}}}{c_{m_a}} = \text{const.} \quad (2.24)$$

Esta equação mostra que devemos dividir a área da Fig. 2.23 em  $n$  partes iguais.

Fizemos isto gráficamente para  $n = 4$ . A ordenada  $b-d$  é proporcional à área total. Assim podemos calcular  $c_{m_a}$  pela equação:

$$c_{m_a} = \frac{Q_n}{\pi \sum_I^n y_i \cdot D_i \cdot \frac{c_{m_i}}{c_{m_a}}} \quad (2.25)$$

Como da Fig. 2.23 conhecemos os valores  $\frac{c_{m_I}}{c_{m_a}} \cdot D_I, \frac{c_{m_{II}}}{c_{m_a}} \cdot D_{II} \dots$  e, já calculamos  $c_{m_a}$ , a determinação de  $c_{m_I}, c_{m_{II}}, \dots$  é imediata, logo, a lei de distribuição procurada.

## 2.8 Equação de Bernoulli Generalizada para Fluido Viscoso

A Eq. (2.8), exprime a constância da energia do escoamento de um fluido não viscoso ou isento de atrito ao longo de uma linha de corrente qualquer. Os fluidos, não elásticos, são praticamente incompressíveis, porém viscosos, isto é, não isentos de atrito. Pelo atrito, uma parte da energia do escoamento é transformada em outras formas de energia normalmente inaproveitáveis para processos mecânicos, motivo pelo qual são designadas com o nome de *energia* ou *perdas por atrito*. Na Equação de Bernoulli esta perda aparece quando somamos as energias específicas de velocidade, pressão e local para cada ponto de uma linha de corrente e constatamos que estas somas não são iguais, sendo a diferença tanto maior quanto mais nos afastamos do início, na direção do escoamento. Podíamos,

para voltar a ter igualdade, acrescentar à soma mais uma parcela, designando-a por *energia específica perdida*  $E_p$ . Dêste modo podemos ampliar a equação de Bernoulli, e utilizá-la para o fluido viscoso.

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 + E_p. \quad (2.26)$$

Esta expressão vale para o escoamento estacionário. Caso o escoamento seja não estacionário, basta acrescentar o termo

$$\int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial c}{\partial t} \cdot ds,$$

resultando:

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 + \int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial c}{\partial t} \cdot ds + E_p. \quad (2.27)$$

Estas equações somente são aplicáveis a filêtes de corrente de seções tão pequenas, de modo a possuir velocidade  $c$  o mesmo valor em todos os pontos da seção. Têcnicamente, elas são aplicadas para tubos de corrente de seções finitas, sendo tomados valores médios na seção para  $c$  e  $p$ , representando  $z$  a altura do centro da seção a um nível zero qualquer.

Para utilização prática das Eqs. (2.26) e (2.27) é fundamental determinar uma expressão apropriada para a energia específica perdida  $E_p$ . Conforme veremos através dos teoremas gerais da Mecânica, análise dimensional e coeficientes obtidos por ensaios, esta energia específica foi pesquisada e salvo em casos especiais, os valores conhecidos são bastante seguros.

**Exemplo 1.** Para o encanamento forçado da usina hidráulica, Fig. 2.24, fazer um esquema da distribuição das energias à base da Equação de Bernoulli para fluido viscoso.

Representamos na própria Fig. 2.24 o esquema pedido sendo:

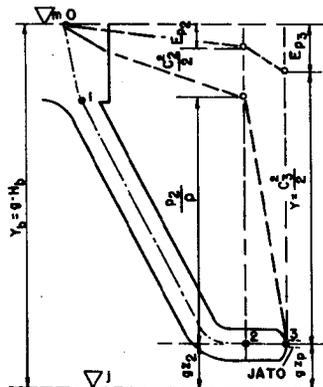


Fig. 2.24 Esquema da distribuição de energias específicas para fluido viscoso.

$E_b$  — energia específica bruta ou energia bruta de queda;

$\frac{c_2^2}{2}$ ,  $\frac{p_2}{\rho}$ ,  $g \cdot z_2$  — energias específicas de velocidade, pressão e nível para o ponto 2;

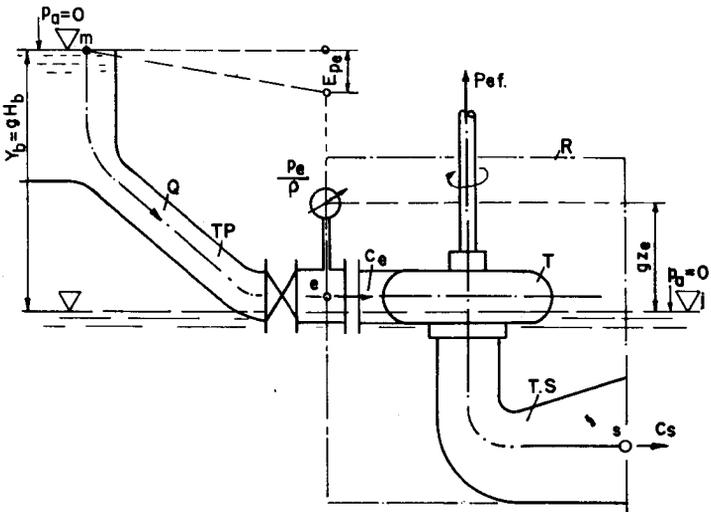
$E_{p_2}$ ,  $E_{p_3}$  — energias específicas perdidas até os pontos 2 e 3;

$E = \frac{c_3^2}{2}$  — energia específica para a entrada da turbina Pelton, ou trabalho específico teórico;

$g \cdot z_p$  — energia específica não aproveitada pela turbina.

**Exemplo 2.** Convenções para o trabalho específico em motores.

Na Fig. 2.25 procuramos representar as convenções que usaremos neste livro para motores. Tomamos o exemplo de uma usina hidráulica.



**Fig. 2.25** Convenções para motores. Exemplo de Usina hidráulica.

Neste caso, o trabalho específico ou hidráulico  $Y$ , é a diferença das energias específicas, que está disponível para a turbina  $T$ , entre entrada  $e$ , e saída  $s$ , do seu recinto de responsabilidade  $R$ , para transformar-se em potência eficaz,  $P_{ef}$ . Assim, tem-se relativamente ao nível de jusante:

$$E_e = \frac{c_e^2}{2} + \frac{p_e}{\rho} + g \cdot z_e, \quad E_s = \frac{c_s^2}{2} + \frac{p_s}{\rho} + g \cdot z_s$$

como

$$p_s = p_a = 0 \quad \text{e} \quad z_s = 0,$$

temos:

$$Y = E_e - E_s = \frac{c_e^2 - c_s^2}{2} + \frac{p_e}{\rho} + g \cdot z_e. \quad (2.28)$$

Evidentemente, podemos escrever também:

$$Y = E_b - E_{pe}. \quad (2.29)$$

Nesta equação  $E_b$  é a energia específica bruta correspondente à diferença entre o nível de montante e jusante, e  $E_{pe}$  é a energia específica perdida até a entrada da turbina.

**Exemplo 3.** Convenções para o trabalho específico em geradores.

Na Fig. 2.26 representamos uma bomba centrífuga que servirá para mostrar as convenções para geradores.

Sob trabalho específico ou hidráulico  $Y$  entende-se a diferença de energia específica que é produzida pela bomba  $B$ , entre saída  $s$  e entrada  $e$ , do seu recinto de responsabilidade  $R$ . No eixo deve ser introduzida a potência mecânica,  $P_{\text{eixo}}$ . A energia específica na entrada para o ponto  $e$ , será:

$$E_e = \frac{c_e^2}{2} + \frac{p_e}{\rho} + g \cdot z_e.$$

A bomba entrega em  $s$ :

$$E_s = \frac{c_s^2}{2} + \frac{p_s}{\rho} + g \cdot z_s.$$

A pressão  $p_s$  é medida pelo manômetro, e o vácuo  $p_e$  pelo vacuômetro. Como  $p_e$  independe da altura em que se encontra o vacuômetro,  $\Delta z = (z_s - z_e)$  é a diferença de altura local entre as duas medições de pressão. Observamos que na válvula de pé e no tubo de

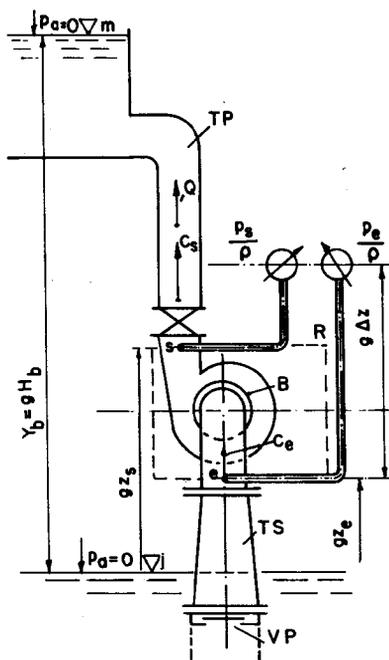


Fig. 2.26 Convenções para instalação de geradores. Exemplo de sistema de bombeamento.

sucção perde-se a energia específica  $E_{pe}$  e no tubo de pressão a energia específica  $E_{ps}$ , logo:

$$Y = \frac{c_s^2 - c_e^2}{2} + \frac{p_s - p_e}{\rho} + \Delta z \quad (2.30)$$

ou

$$Y = E_b + (E_{pe} + E_{ps}). \quad (2.31)$$

## 2.9 Formas de Escoamentos — Número de Reynolds

O escoamento em um conduto pode ser *laminar* ou *turbulento*. No primeiro as linhas de corrente são paralelas, enquanto que no segundo isto não ocorre devido ao aparecimento de componentes da velocidade no sentido transversal às linhas de corrente, variáveis no tempo. Estas velocidades transversais ocasionam o transporte de elementos de fluido entre as linhas de corrente. Com estes transportes há uma quase igualdade da velocidade na direção do escoamento, para a maior parte da seção do conduto. A queda da velocidade junto às paredes é mais violenta, uma vez que passa diretamente deste valor médio ao valor zero junto à parede.

O que caracteriza a forma de escoamento é a grandeza adimensional, conhecida com o nome de Número de Reynolds.

$$N_{Re} = \frac{c \cdot D}{\nu}. \quad (2.32)$$

Nesta expressão temos:

$c$  — é em geral a velocidade média existente;

$D$  — um comprimento característico; em tubos é o diâmetro, e, em condutos de seção qualquer o diâmetro hidráulico ou equivalente, definido com a relação entre quatro vezes a seção de escoamentos e o perímetro molhado da seção  $U$ .

$$D_h = 4 \cdot \frac{S}{U}. \quad (2.33)$$

$\nu$  — é a viscosidade cinemática, igual ao quociente entre a viscosidade dinâmica  $\mu$  e a massa específica  $\rho$ .

Existe um  $N_{Re}$ . crítico que limita o campo laminar superiormente. Êste  $(N_{Re.})_{crft.}$  geralmente não limita o campo turbulento inferiormente, existindo portanto um campo entre êstes dois  $N_{Re}$ . em que o regime pode ser laminar ou turbulento. Êste campo é normalmente conhecido como *campo transitório*. O que caracteriza o campo transitório é que, se com os devidos cuidados o regime no campo ainda é laminar, qualquer perturbação artificial o torna turbulento, e, mesmo cessada a perturbação êle não retorna mais ao regime laminar. Assim, êste campo é instável relativamente ao regime, e esta instabilidade cresce à proporção que nos aproximamos do limite inferior do campo turbulento. Podemos dizer que para  $N_{Re}$ . entre 50% a 100%, acima do  $(N_{Re.})_{crft.}$ , sempre o regime é turbulento. Para tubos circulares temos:

$$(N_{Re.})_{crft.} = \left( \frac{c \cdot D}{\nu} \right)_{crft.} = 2.320.$$

2.10 Escoamento Laminar

Aplicando-se sôbre o escoamento laminar, em um tubo de seção circular, a Lei de Newton para o atrito viscoso, Fig. 2.27,

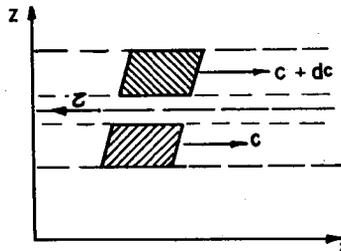


Fig. 2.27 Escoamento viscoso.

$$\tau = \mu \cdot \frac{dc}{dz}$$

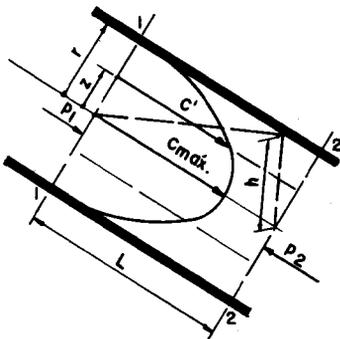


Fig. 2.28 Escoamento em um tubo, regime laminar.

onde  $\tau$  é a tensão de cisalhamento entre dois elementos de fluidos.  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade dinâmica do fluido e  $dc/dz$  o gradiente da velocidade na direção normal ao movimento. Achamos a expressão para a velocidade à distância  $z$  do centro do tubo, Fig. 2.28,

$$c' = \frac{\rho \cdot g \cdot J}{4 \cdot \mu} \cdot r^2 \left( 1 - \frac{z^2}{r^2} \right). \tag{2.34}$$

Nesta equação temos:

$\rho$  — massa específica do fluido;

$J = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g \cdot L} + \frac{h}{L}$  é um coeficiente oriundo da variação de pressão e da altura.

Vemos, assim, que a velocidade é distribuída segundo um parabolóide rotativo. A Eq. (2.34), permite obter a velocidade média na seção.

Para  $z = 0$ , temos:  $c' = c_{\text{máx.}} = \frac{J \cdot g \cdot r^2}{4 \cdot \nu}$ .

Para  $r = 0$ , temos:  $c' = 0$ .

Dêste modo a velocidade média na seção será:

$$c_m = c = \frac{J \cdot g \cdot r^2}{8 \cdot \nu}. \quad (2.35)$$

Esta equação permite chegarmos à Lei de Hägen-Poiseuille:

$$Q = \pi \cdot r^2 \cdot c = \frac{\pi \cdot J \cdot g \cdot r^4}{8 \cdot \nu}. \quad (2.36)$$

Mostrando que no escoamento laminar a vazão é proporcional ao coeficiente  $J$  e a quarta potência do raio do tubo  $r$ .

Como por definição  $E_p = J \cdot g \cdot L$  vem:

$$E_p = J \cdot g \cdot L = \frac{8 \cdot \nu \cdot c}{r^2} \cdot L. \quad (2.37)$$

Nesta equação,  $L$ , é o comprimento do tubo, sendo a energia específica perdida proporcional à primeira potência da velocidade. Podemos escrever a Eq. (2.37) como segue:

$$E_p = \frac{64}{c \cdot D} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2}$$

$$E_p = \frac{64}{N_{Re.}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2}$$

ou finalmente

$$E_p = \lambda_{lam.} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2} \quad (2.38)$$

sendo  $\lambda_{lam.}$  o coeficiente de atrito laminar do tubo, que como vemos independe do estado da parede.

**Exemplo.** Determinar as demais características para o oleoduto em que:  $L = 4,0$  km,  $D = 0,15$  m,  $c = 2,5$  m/s,  $\rho_{\acute{o}leo} = 0,850$  kg/m<sup>3</sup>.

Inicialmente calculamos a vazão:

$$Q = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot c}{4} = \frac{\pi \cdot 0,15^2 \cdot 2,5}{4} = 0,85 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Para determinarmos a perda de energia, vamos tomar como temperatura mínima do óleo 10°C, assim:

$$\nu = 734 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Com isto resulta:

$$N_{Re.} = \frac{c \cdot D}{\nu} = \frac{2,5 \cdot 0,15 \cdot 10^6}{734} = 511.$$

mostrando ser o regime laminar, assim:

$$\lambda_{lam.} = \frac{64}{511} = 0,125.$$

A energia específica perdida total será:

$$E_p = \lambda_{lam.} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2} = \frac{0,125 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 6,25 \cdot 10^{-3}}{0,15 \cdot 2} = 10,4 \text{ kJ/kg}$$

de óleo.

## 2.11 escoamento Turbulento

Iniciamos este estudo com uma pergunta: Entre os regimes laminar e turbulento, qual o que ocorre mais freqüentemente nas instalações de máquinas de fluxo?

Responderemos analisando três exemplos:

— Seja um encanamento para central hidrelétrica com:  $D = 6,0$  m;  $c = 4,0$  m/s conseqüentemente:

$$N_{\text{Re.}} = \frac{c \cdot D}{\nu} = 24 \cdot 10^6, \text{ escoamento turbulento.}$$

— Tubo para bomba hidráulica com  $D = 0,10$  m,  $c = 1,0$  m/s,  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s, logo:

$$N_{\text{Re.}} = \frac{c \cdot D}{\nu} = 10^6, \text{ escoamento turbulento.}$$

— Tubo de pressão de um ventilador para ar a  $20^\circ\text{C}$  e  $760$  mm · Hg,  $D = 0,40$  m,  $c = 20$  m/s,  $\nu = 16,5 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s, logo:

$$N_{\text{Re.}} = \frac{c \cdot D}{\nu} = 485 \cdot 10^3, \text{ escoamento turbulento.}$$

Vemos pelos exemplos que os escoamentos normalmente são turbulentos nas instalações de máquinas de fluxo. O escoamento laminar na parte técnica está restrito aos oleodutos e tubos finos que conduzem óleos.

## 2.12 Coeficiente de Atrito para Escoamento Turbulento

Em analogia com o escoamento laminar consideremos um tubo de comprimento  $L$  e raio  $r$ , em que o escoamento seja turbulento. A velocidade média  $c$  do fluido relativamente à seção  $\pi \cdot r^2$  é definida por  $c = \frac{Q}{\pi \cdot r^2}$ , onde  $Q$  (m<sup>3</sup>/s) é a vazão do tubo. Enquanto no escoamento laminar o coeficiente  $J$  é proporcional à primeira potência da velocidade, no turbulento êle é aproximadamente uma função quadrática. A obtenção de uma expressão simples para a perda no escoamento turbulento, parte da hipótese de que existe entre fluido e parede um atrito de superfície, obtido pelo produto da tensão média na parede,  $\tau = K' \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c^2$ , pela superfície molhada do tubo  $U$ , assim:  $F_a = \tau \cdot U \cdot L = K' \frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot U \cdot L$ , onde  $K'$  é um fator

de proporcionalidade. Segundo a Fig. 2.29, o peso da coluna é  $S \cdot L \cdot \rho \cdot g$ ;  $p_1$  e  $p_2$  são as pressões que atuam sobre as superfícies frontais no comprimento  $L$ .

Devemos ter no movimento uniforme a seguinte igualdade para as forças:

$$\begin{aligned} (p_1 - p_2) \cdot S + S \cdot \rho \cdot g \cdot h &= \\ &= K' \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot U \cdot L \end{aligned}$$

logo

$$\frac{p_1 - p_2}{g \cdot L} + \frac{h}{L} = J = K' \cdot \frac{c^2}{2g} \cdot \frac{U}{S}$$

ou

$$J = K' \cdot \frac{c^2}{2g \cdot r_h} \quad \text{como} \quad E_p = J \cdot g \cdot L$$

resulta:

$$E_p = K' \cdot \frac{c^2}{2} \cdot \frac{L}{r_h} \quad (2.39)$$

Para tubos circulares  $r_h = r/2 = D/4$  logo:

$$E_p = 4 \cdot K' \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2}$$

Por analogia à Fórm. 2.38 podemos escrever  $4 \cdot K' = \lambda_{\text{turb.}}$ , resultando:

$$E_p = \lambda_{\text{turb.}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2} \quad (2.40)$$

Veremos nos próximos itens como determinar  $\lambda_{\text{turb.}}$

## 2.13 Leis Experimentais para Tubos Hidráulicamente Lisos

Já mencionamos que o coeficiente de resistência  $\lambda$  não é uma constante, mas sim uma grandeza que depende das características do escoamento. Para os chamados tubos hidráulicamente lisos, estas

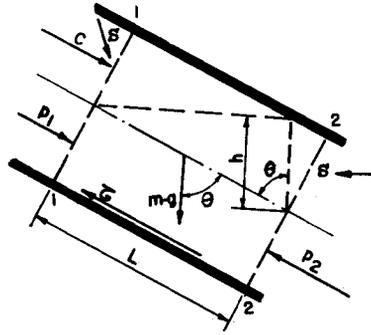


Fig. 2.29 Escoamento em um tubo em regime turbulento.

características são: o diâmetro do tubo, a velocidade e a viscosidade. Como  $\lambda$  tem que ser um número adimensional, êle deve depender de uma combinação destas características que resultem numa grandeza adimensional. O  $N_{Re}$ . satisfaz esta condição, o que permitiu utilizá-lo como base para estabelecimento de fórmulas e construção de gráficos para o cálculo de  $\lambda$ . Citamos:

— Fórmulas de Blasius, válida para  $N_{Re.} \leq 8 \cdot 10^4$

$$\lambda = \frac{0,3164}{N_{Re.}^{1/4}} \quad \text{logo} \quad E_p = \frac{0,3164}{\left(\frac{D}{\nu}\right)^{1/4}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^{7/4}}{2} \quad (2.41)$$

— Fórmula de Nikuradse, válida para  $10^5 \leq N_{Re.} \leq 10^8$

$$\lambda = 0,0032 + 0,221 \cdot N_{Re.}^{-0,237} \quad (2.42)$$

## 2.14 Distribuição da Velocidade no Escoamento Turbulento

Como no laminar, a velocidade máxima ocorre no eixo do tubo. Sendo  $z$  a coordenada de um ponto qualquer dentro do tubo,  $r$  seu raio e  $m$  um número a verificar, podemos escrever:

$$c = c_{m\acute{a}x.} \left(1 - \frac{z^2}{r^2}\right)^{1/m} \quad (2.43)$$

Para escoamento laminar  $m = 1$ . Para turbulento  $m > 1$ , crescendo com  $N_{Re.}$  crescente.

A tangente a curva das velocidades será:

$$\frac{dc}{dz} = - \frac{2 \cdot c_{m\acute{a}x.} \cdot z}{m \cdot r^2 \left(1 - \frac{z^2}{r^2}\right)^{\frac{m-1}{m}}}$$

Como para o laminar  $m = 1$ , logo:

$$\frac{dc}{dz} = - \frac{2 \cdot c_{m\acute{a}x.} \cdot z}{r^2}, \quad \text{para } z = 0, \quad \frac{dc}{dz} = 0, \quad \text{para } z = r,$$

$$\frac{dc}{dz} = - \frac{2 \cdot c_{m\acute{a}x.}}{r}, \quad \text{Fig. 2.30.}$$

Concluímos que no movimento laminar a tensão máxima de cisalhamento ocorre na parede. No escoamento turbulento para o qual  $m > 1$  temos:

$$z = 0, \quad \frac{dc}{dz} = 0 \quad \text{e} \quad z = r,$$

$$\frac{dc}{dz} = -\infty.$$



Fig. 2.31 Distribuição da velocidade em tubo no regime turbulento.

to à parede uma camada de pequena espessura denominada *camada limite* de espessura  $\delta$ , cujo regime não é turbulento, Fig. 2.32.

Na parte onde o regime é turbulento a obtenção da distribuição da velocidade parte da diferencial:

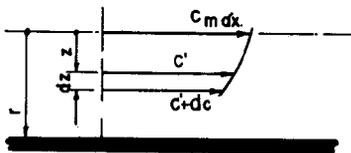


Fig. 2.33 Elementos para determinação da distribuição de velocidade no regime turbulento.

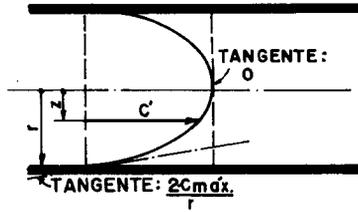


Fig. 2.30 Distribuição da velocidade em um tubo no regime laminar.

O perfil de velocidade teria a parede do tubo como tangente Fig. 2.31.

Isto demonstra que nossa fórmula representa apenas uma aproximação da realidade. Saímos deste impasse admitindo existir jun-

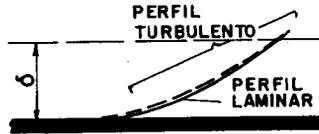


Fig. 2.32 Camada limite de espessura  $\delta$ .

$$dQ = 2 \cdot \pi \cdot z \cdot dz \cdot c$$

ou

$$dQ = 2 \cdot \pi \cdot z \cdot dz \cdot c_{máx}.$$

$$\left(1 - \frac{z^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{m}}.$$

Utilizando a Fig. 2.33, e fazendo  $\frac{z^2}{r^2} = u$ , vem:  $2 \cdot z \cdot dz = r^2 \cdot du$  onde para  $z = 0, u = 0$ ;  $z = r, u = 1$ , logo:

$$dQ = \pi \cdot r^2 \cdot c_{máx} \cdot \frac{m}{m + 1} \tag{2.44}$$

Introduzindo a velocidade média resulta:

$$c = \frac{m}{m+1} \cdot c_{máx.} \quad (2.45)$$

Para o cálculo de  $m$  pode ser usada a fórmula empírica:

$$m = 1 + \left( \frac{N_{Re.}}{50} \right)^{1/6} \quad (2.46)$$

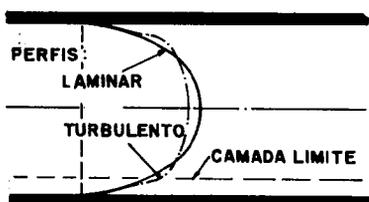


Fig. 2.34 Perfis de velocidade para o regime laminar e turbulento.

Assim, relativamente à laminar, a distribuição turbulenta possui seu parabolóide tanto mais achatado quanto maior for o  $N_{Re.}$ , Fig. 2.34.

**Exemplo.** No centro do tubo de pressão de um ventilador, mede-se por meio de um tubo de Pitot a velocidade máxima do ar, resultando 22 m/s. Sendo o diâmetro do tubo 400 mm, determinar:

- a) A velocidade média do ar no tubo.
  - b) A vazão do tubo.
- a) *Cálculo da velocidade média*

$$N_{Re.} = \frac{c_{máx.} \cdot D}{\nu} = \frac{22 \cdot 0,4 \cdot 10^6}{16,5} = 0,534 \cdot 10^6,$$

logo

$$m = 1 + \left( \frac{N_{Re.}}{50} \right)^{1/6} = 1 + 4,69 = 5,69.$$

Podemos agora calcular a velocidade média:

$$c = \frac{m}{m+1} \cdot c_{máx.} = \frac{5,69}{6,69} \cdot 22 = 18,7 \text{ m/s.}$$

- b) *Cálculo da vazão de ar*

$$Q = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot c = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} \cdot 18,7 = 2,35 \text{ m}^3/\text{s.}$$

## 2.15 Camada Limite de Prandtl

Podemos supor que um fluido com pequena viscosidade, por exemplo, a água ou o ar, se comporta, a uma distância suficiente da parede como fluido ideal. Sendo,  $\mu$ , muito pequeno, o atrito somente desempenhará um papel importante quando existir um grande gradiente de velocidade. No contato entre parede e fluido a velocidade é nula, aparecendo já um valor não nulo para afastamentos infinitesimais da parede, principalmente no escoamento turbulento. Assim, entre a parede fixa e o movimento turbulento propriamente dito, existe uma camada transitória, que foi denominada *camada limite* ou *camada de atrito*, no qual se efetua um aumento da velocidade do valor zero até o valor da corrente exterior. Dêste modo, o campo percorrido pelo fluido pode ser dividido em duas partes: O campo exterior no qual existe movimento aproximadamente isenção de atrito, valendo portanto as leis do escoamento potencial, e a camada limite, para a qual devem ser aplicadas as leis do fluido viscoso. A formação da camada limite pode ser visualizada facilmente, considerando o escoamento em torno de um perfil fixo, colocado em um fluido de pequena velocidade. No ponto de estagnação frontal A, a velocidade é nula e as linhas de corrente se bifurcam, Fig. 2.35. Já à pequena distância da superfície do corpo existe aproximadamente, escoamento potencial, mas, em contato com a parede do corpo a velocidade é nula. O forte gradiente de velocidade entre escoamento potencial e a parede efetua-se em uma camada limite delgada, cuja espessura é nula no ponto de estagnação frontal e cresce gradativamente. Porém, pelas considerações anteriores, o transcurso do escoamento na camada limite ao exterior é assintótico. Assim, para a definição da espessura da camada limite é necessário uma convenção, tal como: considerar-se como espessura  $\delta$  da camada limite o valor para o qual a velocidade  $c$ , da camada limite é apenas 1% menor do que a velocidade do escoamento potencial exterior. Alertamos, que o escoamento em formação, visualizado, na Fig. 2.35 é de grande importância para a determinação das energias perdidas nas máquinas de fluxo, nas quais existem rápidas transições dos dispositivos orientadores, que possuem pequena extensão, não sendo possível chegar-se a um escoamento perfeitamente formado. Devido às per-

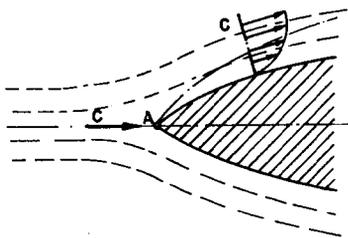


Fig. 2.35 Visualização da camada limite.

pequena distância da superfície do corpo existe aproximadamente, escoamento potencial, mas, em contato com a parede do corpo a velocidade é nula. O forte gradiente de velocidade entre escoamento potencial e a parede efetua-se em uma camada limite delgada, cuja espessura é nula no ponto de estagnação frontal e cresce gradativamente. Porém, pelas considerações anteriores, o transcurso do escoamento na camada limite ao exterior é assintótico. Assim, para a definição da espessura da camada limite é necessário uma convenção, tal como: considerar-se como espessura  $\delta$  da camada limite o valor para o qual a velocidade  $c$ , da camada limite é apenas 1% menor do que a velocidade do escoamento potencial exterior. Alertamos, que o escoamento em formação, visualizado, na Fig. 2.35 é de grande importância para a determinação das energias perdidas nas máquinas de fluxo, nas quais existem rápidas transições dos dispositivos orientadores, que possuem pequena extensão, não sendo possível chegar-se a um escoamento perfeitamente formado. Devido às per-

das de transição, as energias específicas perdidas são nestes casos, geralmente, múltiplos das perdas em escoamentos regularizados.

## 2.16 Escoamento em Tubos Rugosos

Os resultados obtidos nos escoamentos em tubos lisos, são básicos para o estudo que faremos.

Os tubos usados na técnica não são lisos, e sim possuem paredes mais ou menos rugosas. Assim, como exemplo citamos os tubos de ferro fundido não usinados, os tubos de aço corroídos, os tubos de concreto, e, também os vários canais das máquinas de fluxo, que mesmo recebendo tratamento de superfície, apresentam superfícies tènicamente rugosas.

Enquanto para tubos lisos os coeficientes de resistência  $K'$ ,  $\lambda$ , são simplesmente funções de  $N_{Re}$ , aparece nos tubos rugosos ainda uma dependência do estado das paredes. A experiência ensina que a resistência é maior em tubos e canais rugosos do que em lisos. Podemos concluir que  $K'$  e  $\lambda$  são funções de  $N_{Re}$ , e de outra grandeza adimensional que exprime a rugosidade da parede. Usa-se a chamada rugosidade relativa, que é definida como a relação entre a altura da rugosidade  $K$  e o raio hidráulico  $r_h = S/U$ . Entretanto, a prática prefere usar  $\epsilon/D$ , sendo  $\epsilon$  a rugosidade absoluta, altura média em metros, das irregularidades da parede, e,  $D$  o diâmetro do tubo em mm. Assim, o coeficiente de resistência resulta:

$$\lambda \text{ ou } K' = f(N_{Re}, \epsilon/D).$$

Já vimos que a transição do escoamento turbulento para a parede se efetua através da chamada camada limite laminar de espessura  $\delta$ . Evidentemente, o problema do tubo liso ou rugoso dependerá da relação entre a espessura  $\delta$  e a rugosidade  $\epsilon$ . Sem entrar no problema matemático da determinação  $\delta$ , diremos simplesmente: Sendo as elevações da parede suficientemente pequenas, de modo a serem cobertas pela camada limite laminar, a rugosidade não tem influência sôbre o escoamento turbulento. Neste caso o tubo é considerado hidráulicamente liso. Porém, se tal não ocorrer, há uma resistência adicional no escoamento turbulento. Neste caso o tubo é rugoso, valendo outras leis para a resistência, em princípio do tipo

$\lambda$  ou  $K' = f(\epsilon/D)$ . No campo intermediário onde as rugosidades ultrapassam muito pouco a camada limite, tem-se

$$\lambda \text{ ou } K' = f(N_{Re}, \epsilon/D).$$

No gráfico da Fig. 2.36 representamos em escala logarítmica a

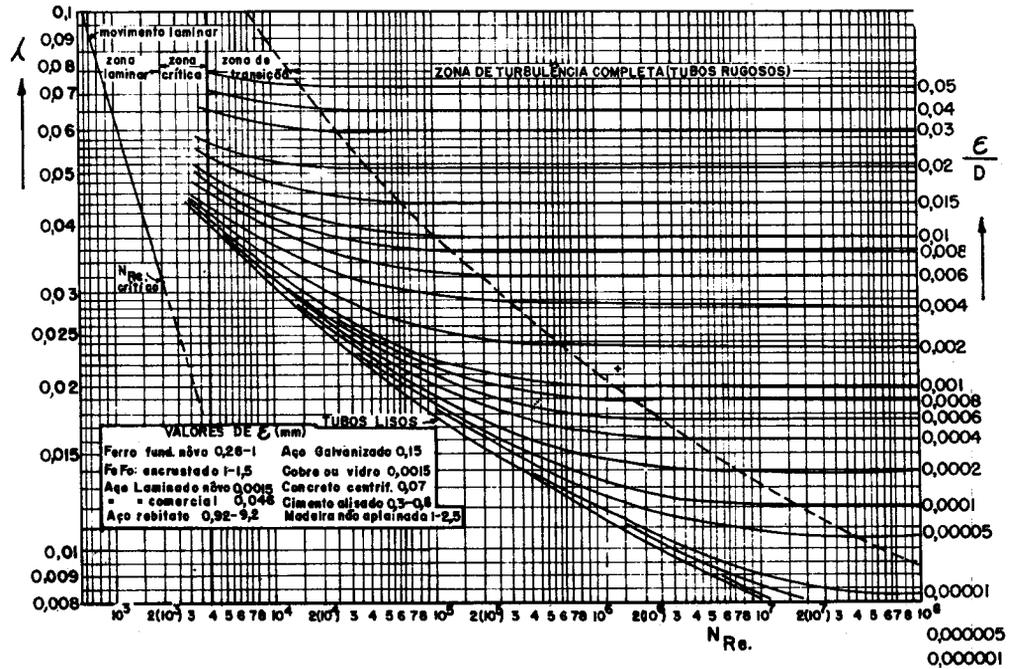


Fig. 2.36 Gráfico para determinação dos coeficientes de perdas.

dependência  $\lambda = f(N_{Re})$ ;  $\lambda = f(N_{Re}, D/\epsilon)$  e  $\lambda = f(D/\epsilon)$ , para os três campos, onde temos:

A = Curva do tubo liso (Blasius, Nikuradse).

B = Campo do tubo rugoso.

C = Campo transitório; + = ponto do exemplo.  $\lambda = f(N_{Re})$  para tubos de seção circular.

**Exemplo.** Determinar a perda de carga para uma tubulação forçada de usina hidráulica de  $L = 30$  m,  $D = 1,80$  m,  $Q = 10$  m<sup>3</sup>/s,  $t = 20^\circ\text{C}$  chapa de aço soldada sendo a rugosidade absoluta 0,05. Calculamos inicialmente a velocidade média:

$$c = \frac{4,0}{\pi \cdot D^2} = \frac{10}{2,54} = 3,94 \text{ m/s, como: } \nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

temos

$$N_{Re.} = \frac{3 \cdot 94 \cdot 1,8 \cdot 10^6}{1,0} = 7,1 \cdot 10^6.$$

Com este valor e  $D/\epsilon = 1.800/0,05 = 3,6 \cdot 10^4$  vamos ao gráfico da Fig. 2.36 retirando,  $\lambda = 0,010$ . Podemos agora calcular a energia específica perdida:

$$E_p = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2} = 0,010 \cdot \frac{30}{1,8} \cdot \frac{3,94^2}{2} = 1.293 \text{ j/kg.}$$

Tendo em vista incrustações futuras, ferrugem etc., este valor poderá ser aumentado em 25%.

## 2.17 Outras Resistências ao Escoamento

As fórmulas dadas nos itens anteriores para o cálculo de  $\lambda$ , conseqüentemente, para a energia específica perdida  $E_p$ , valem apenas para trechos de tubos retos. Na prática é necessário interligar estes tubos com peças de formas as mais diversas tais como injetores, registros, válvulas, curvas, tês etc. Todas estas peças apresentam como é natural, determinadas perdas, que podem ser expressas por energias perdidas adicionais. Sua determinação numérica, na maioria dos casos é feita por ensaios em modelos. Como a energia específica perdida por atrito em um tubo reto de seção circular é expressa, por  $E_p = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2}$ , impõe-se representar todas as outras perdas por fórmula semelhante, introduzindo para cada dispositivo uma energia perdida sob forma  $E_p' = \lambda_1 \cdot \frac{c^2}{2}$ , onde  $\lambda_1$  é uma grandeza adimensional que além das características geométricas da fonte de perturbação depende geralmente do  $N_{Re.}$  A velocidade que aparece na fórmula é a média à montante ou jusante do dispositivo, dependendo das normas. Podemos escrever a Equação de Bernoulli como segue:

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 + E_p + E_p'. \quad (2.47)$$

O cálculo numérico de  $E_p'$  implica no conhecimento do coeficiente  $\lambda_1$ , que na maioria dos casos foi determinado através de ensaios

Há casos isolados que considerações teóricas permitem, pelo menos, uma avaliação aproximada de  $\lambda_1$ . Os manuais técnicos cobrem perfeitamente a determinação de  $\lambda_1$ .

## 2.18 Escoamento em Injetores e Difusores

Posteriormente analisaremos as perdas nas máquinas de fluxo. Entretanto, vamos analisar as perdas em dispositivos que em última análise constituem as próprias máquinas de fluxo. Estes dispositivos são os injetores e os difusores. Eles aparecem claramente, com elementos que interligam as máquinas às tubulações. Aplicando a concepção de camada limite a estes dispositivos, temos

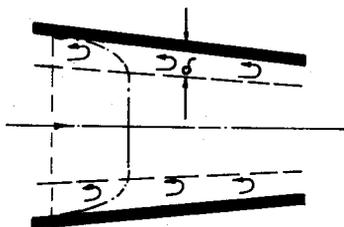


Fig. 2.37 Injetor.

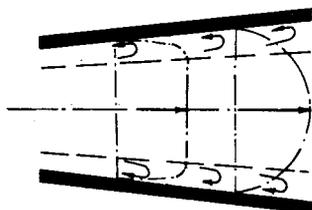


Fig. 2.38 Difusor.

como transformador de energia. Em difusores com ângulos grandes, Fig. 2.39, a camada limite se descola da parede e o escoamento torna-se turbilhonado em toda a seção, caindo o rendimento da transformação.

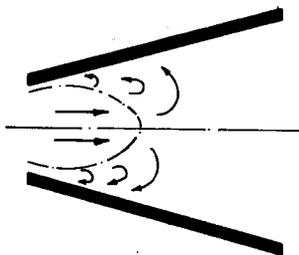


Fig. 2.39 Difusor de grande abertura.

## 2.19 Escoamento em tórno de Obstáculos

As pás em si, tanto do estator como do rotor das máquinas de fluxo, constituem obstáculos colocados no escoamento, apresentando

pontos de estagnação, havendo necessidade de ser determinada a perda de energia oriunda da deceleração da corrente.

Esta perda é calculada pela equação:

$$E_p'' = \frac{F_{re.}}{\rho \cdot S} \quad (2.48)$$

Nesta expressão,  $F_{re.} = \lambda_2 \cdot \rho \cdot \frac{w_\infty^2}{2} \cdot S$ , é a força de resistência

oferecida pelo obstáculo de seção transversal  $S$ , colocado no escoamento de massa específica  $\rho$  que possuía uma velocidade não perturbada  $w_\infty$  normal a  $S$ . O coeficiente  $\lambda_2$ , conforme oportunamente estudaremos, denomina-se coeficiente de resistência do corpo.

Com estas considerações podemos escrever a (2.48) como segue:

$$E_p'' = \lambda_2 \cdot \frac{w_\infty^2}{2} \quad (2.49)$$

Esta equação permite em última análise a determinação da energia específica perdida pelo choque do escoamento com o obstáculo. Os valores de  $\lambda_2$  são funções do  $N_{Re.}$  sendo determinados normalmente em túneis aerodinâmicos.

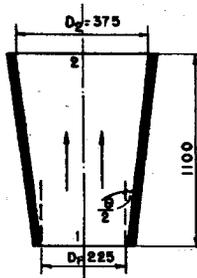


Fig. 2.40 Difusor de saída de bomba centrífuga.

**Exemplo 1.** Na saída de uma bomba centrífuga, cuja vazão é  $0,200 \text{ m}^3/\text{s}$  e a pressão estática relativa é  $1,17 \text{ bar}$  existe um difusor vertical, Fig. 2.40 com os seguintes dados construtivos:

$$D_1 = 225 \text{ mm}; \quad D_2 = 375 \text{ mm}; \quad L = 1.100 \text{ mm.}$$

Determinar:

- O ângulo de inclinação da parede e a relação dos diâmetros.
- A variação da energia específica de velocidade e o coeficiente de resistência do difusor.
- A pressão em 2.

a) *Cálculo do ângulo de inclinação e da relação de diâmetros*

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \frac{75}{1.100} = 0,0683 \quad \operatorname{logo} \quad \theta/2 = 4^\circ$$

$$D_2/D_1 = \frac{375}{225} = 1,66.$$

b) *Cálculo da variação da energia específica de velocidade e do coeficiente de resistência*

Em manuais de hidráulica, encontramos tabelas para difusores de superfícies rugosas semelhantes a Tab. 2.1. Esta, considera

Tab. 2.1 Tabela do Coeficiente de Perdas Computando a Variação da Energia Específica de Velocidade, Relativamente à Velocidade de Entrada

$D_2/D_1$	$\theta/2$		
	$4^\circ$	$7^\circ$	$10^\circ$
1,25	- 0,51	- 0,47	- 0,46
1,50	- 0,75	- 0,69	- 0,67
1,75	- 0,83	- 0,75	- 0,72
2,00	- 0,85	- 0,76	- 0,72

além das perdas, a variação das velocidades relativamente a  $c_1$ . Dêste modo:.

$$c_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{0,200}{0,0396} \quad \text{ou} \quad c_1 = 5,05 \text{ m/s.}$$

Para o ponto 2 temos:

$$c_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{0,200}{0,110} = 1,82 \text{ m/s.}$$

Assim:

$$E_p' = \lambda_1' \cdot \frac{c_1^2}{2} = - 0,78 \cdot \frac{5,05^2}{2} = - 9,95 \text{ j/kg.}$$

O sinal negativo indica que se trata de uma redução de velocidade e, portanto, de um aumento de pressão. Teoricamente teríamos

$$\Delta E_v = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \frac{1,82^2 - 5,05^2}{2} = - 10,97 \text{ j/kg.}$$

A energia perdida será:

$$E_p = - 9,95 + 10,97 = 1,02 \text{ j/kg.}$$

O coeficiente de perdas, sem considerar a variação de energia será:

$$\lambda_1 = \frac{2 \cdot E_p}{c_1^2} = \frac{2 \cdot 1,02}{5,05^2} = 0,08.$$

c) *Cálculo da pressão relativa em 2*

Temos:

$$p_2 = p_1 - \rho \cdot g (z_2 - z_1) - \lambda_1' \cdot \rho \frac{c_1^2}{2} = 1,17 - \frac{10^3 \cdot 9,81 \cdot 1,1}{10^5} + \\ + \frac{10^3 \cdot 9,95}{10^5} = 1,163 \text{ bar.}$$

**Exemplo 2.** Para usina hidráulica com turbinas Pelton da Fig. 2.7, sendo a tubulação de madeira, determinar:

- A perda de velocidade específica e o trabalho específico.
- A velocidade do jato, após escolha do coeficiente do injetor.

a) *Cálculo de  $E_p$  e  $Y$*

$$N_{Re.} = \frac{c \cdot D}{\nu} = \frac{2 \cdot 78 \cdot 0,4}{10^{-6}} = 1,11 \cdot 10^6.$$

Para tubo de madeira a rugosidade absoluta varia entre  $0,20 < \epsilon < 1,0$  mm. Vamos fazer o cálculo com  $\epsilon = 0,6$  mm, logo:

$$D/\epsilon = \frac{400}{0,6} = 666.$$

Do gráfico da Fig. 2.36 retiramos:

$$\lambda = 0,023, \text{ logo } E_p = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2} = 0,023 \cdot \frac{420}{0,40} \cdot \frac{2,78^2}{2} = 96,8 \text{ j/kg}$$

o trabalho específico será:

$$Y = E_b - g \cdot z_p - E_p = 201,5 \cdot 9,81 - 9,81 \cdot 1,5 - 96,8 = 1865,2 \text{ j/kg.}$$

Foi arbitrado:  $z_p = 1,5 \text{ m.}$

b) *Cálculo da velocidade do jato*

A velocidade do jato será assim função de  $Y$ . Exprimindo com  $\varphi$  a perda do dispositivo e fazendo igual a 0,97 temos:

$$c_3 = \varphi \sqrt{2 \cdot Y} = 0,97 \cdot \sqrt{2 \cdot 1865,2} = 61,0 \text{ m/s.}$$

**Exemplo 3.** Uma turbina tipo Francis apresenta as seguintes características:  $Q = 0,160 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Y = 100 \text{ j/kg}$ ,  $n = 12 \text{ r.p.s.}$ ,  $z = 8$  pás diretoras,  $S = 0,0015 \text{ m}^2$ ,  $\lambda_2 = 0,050$ ,  $w_\infty = 4,5 \text{ m/s}$ . Determinar a força resistente de estagnação para cada pá, e a energia específica perdida para tôdas as pás.

Inicialmente, calcularemos a força resistente de estagnação.

$F_{re.} = \lambda_2 \cdot \rho \cdot \frac{w_\infty^2}{2} \cdot S = 0,05 \cdot 10^3 \cdot \frac{4,5^2}{2} \cdot 0,0015 = 0,758 \text{ N.}$  Com auxílio da Eq. (2.49) temos: \*

$$E_p'' = z \cdot \lambda_2 \cdot \frac{w_\infty^2}{2} = 8 \cdot 0,005 \cdot \frac{4,5^2}{2} = 4,04 \text{ j/kg.}$$

## 2.20 Equação da Energia para Fluidos Compressíveis

Na Fig. 2.41 o retângulo A representa uma máquina qualquer, através da qual circula em regime estacionário 1 kg de fluido compressível. Este fluido penetra no recinto A através da Seç. 1, saindo do mesmo pela Seç. 2. Tanto na Seç. 1 como 2 temos as seguintes formas de energia por unidade de massa:

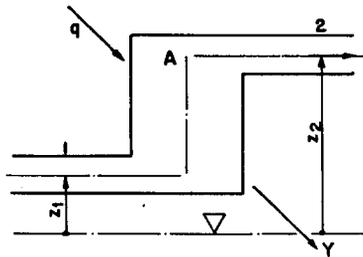


Fig. 2.41 Sistema aberto.

- $c^2/2$  — energia cinética específica;
- $p/\rho$  — energia específica de pressão;
- $z \cdot g$  — energia específica de posição;
- $u$  — energia interna específica.

Sendo  $q$  e  $Y$  respectivamente o calor e o trabalho específico trocado com o meio exterior, podemos escrever pelo princípio da conservação da energia:

$$u_1 + \frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} + g \cdot z_1 + q = u_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{c_2^2}{2} + g \cdot z_2 + Y. \quad (2.50)$$

Tendo em vista que  $h = u + p/\rho$  podemos escrever:

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} + g \cdot z_1 + q = h_2 + \frac{c_2^2}{2} + g \cdot z_2 + Y. \quad (2.51)$$

Na hipótese de não haver troca de calor nem de trabalho com o meio externo, podemos escrever:

$$u_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{c_1^2}{2} + g \cdot z_1 = u_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{c_2^2}{2} + g \cdot z_2. \quad (2.52)$$

Esta equação nada mais é do que a Equação de Bernoulli, onde foi considerado também a variação de energia interna. Sendo  $z_1 = z_2$  e sendo  $c_1 = 0$ , obtemos da (2.50)

$$c = \sqrt{2 \cdot (h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \cdot \Delta h}. \quad (2.53)$$

Nesta equação,  $\Delta h = h_1 - h_2$ , é uma variação da entalpia específica. Tendo em vista o primeiro princípio da Termodinâmica para transformações reversíveis,  $dq = di - v \cdot dp$ , e, que para os fluidos com equação de estado  $pv = RT$ ,  $c_p$  e  $c_v = \text{const.}$ , transformação adiabática,  $p \cdot v^k = \text{const.}$ ,  $dq = 0$ .

$$\int_1^2 v dp = \Delta h' = \frac{k}{k-1} \cdot p_1 v_1 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]. \quad (2.54)$$

Com a Eq. (2.51) para:  $z_1 = z_2$  e  $q = 0$ , temos:

$$Y = h_1 - h_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}, \text{ sendo na maioria dos casos}$$

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \cong 0 \text{ podemos escrever } \Delta h' = \Delta h \pm E_p \text{ ou } Y_{\text{ad.}} = Y \pm E_p.$$

O que mostra a concordância entre as definições introduzidas para bombas e turbinas hidráulicas. O sinal mais (+) é usado para o caso em que o fluido sofre uma expansão e o sinal menos (-) quando êle sofre uma compressão.

$E_p$  é a energia específica perdida supondo o sistema adiabático. Nos exemplos dos ventiladores onde a variação de pressão é menor que 0,1 bar, em primeira aproximação, podemos desprezar a compressibilidade do fluido. Como a variação de temperatura é muito pequena e a energia perdida em forma de calor por não ser o sistema realmente adiabático, também pequena, porém de sinal contrário da variação de energia interna, ocorre ser  $E_p = 0$ , logo  $Y_{ad.} = Y$ .

**Exemplo.** Para o ventilador centrífugo da Fig. 2.42 que fornece  $1,5 \text{ m}^3/\text{s}$  a  $23^\circ\text{C}$  e 1,0 bar com uma sobrepressão de 0,060 0 bar determinar, sabendo-se que as condições ambientes dão  $23^\circ\text{C}$  e 1,0 bar e que a elevação de temperatura entre 1 e 2 é de  $4^\circ\text{C}$ :

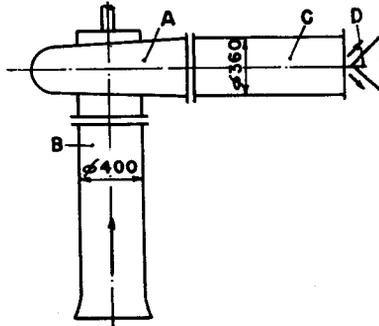


Fig. 2.42 Ventilador ensaiado.

- a) As características  $p$ ,  $\rho$ ,  $t$  para entrada e saída.
- b) As variações de energia.
- c) A potência consumida pelo ar.

a) *Cálculo das características*

Como o ar seco obedece aproximadamente a equação  $pv = RT$ :

$$\rho_a = \frac{10^5}{287 \cdot (273 + 23)} = 1,178 \text{ kg/m}^3.$$

Para a Seq. 1, tomaremos  $p_1 = 0,96 \cdot p_a$ , logo:

$$p_1 = 0,96 \text{ bar}, \quad t_1 \cong t_a = 23^\circ\text{C}.$$

$$\rho_1 = \frac{0,96 \cdot 10^5}{287 \cdot (273 + 23)} = 1,129 \text{ kg/m}^3.$$

Para a Seq. 2 temos:  $p_2 = p_1 + \Delta p = 0,96 + 0,06 = 1,02 \text{ bar}$   
 $t_2 = t_1 + \Delta t = 23 + 4 = 27^\circ\text{C}$ , logo:

$$\rho_2 = \frac{1,02 \cdot 10^5}{287 \cdot (273 + 23)} = 1,185 \text{ kg/m}^3.$$

b) *Cálculo das variações específicas de energia*

Variação de energia específica de posição:

$$g \cdot (z_1 - z_2) = 0.$$

Variação da energia específica de pressão:

$$\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{0,96 \cdot 10^5}{1,129} - \frac{1,02 \cdot 10^5}{1,185} = - 1.100 \text{ j/kg.}$$

Variação da energia específica de velocidade. Partimos do cálculo das velocidades:

$$m = V_a \cdot \rho_a = c_1 \cdot S_1 \cdot \rho_1 = c_2 \cdot S_2 \cdot \rho_2,$$

logo:

$$m = 1,5 \cdot 1,178 = 1,765 \text{ kg/s;}$$

$$c_1 = \frac{4 \cdot 1,765}{\pi \cdot 0,4^2 \cdot 1,129} = 12,45 \text{ m/s}$$

e

$$c_2 = \frac{4 \cdot 1,765}{\pi \cdot 0,36^2 \cdot 1,185} = 14,63 \text{ m/s;}$$

$$\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} = \frac{12,45^2}{2} - \frac{14,63^2}{2} = 29,5 \text{ j/kg.}$$

Variação da energia específica interna

$$u_1 - u_2 \cong c_v \cdot (T_1 - T_2) = - 717 \cdot 4 = - 2.868 \text{ j/kg.}$$

Variação da entalpia específica

$$h_1 - h_2 = c_p \cdot (T_1 - T_2) = - 1.004 \cdot 4 = - 4.016 \text{ j/kg.}$$

Como o ar sêco realmente não segue  $pv = RT$  e não possui  $c_p$  e  $c_v$  constantes com  $t$ , notamos uma diferença entre

$$\Delta h_2 = u_1 + \frac{v_2}{\rho_1} - u_2 - \frac{p_2}{\rho_2} = - 3.968 \text{ j/kg e } h_1 - h_2 \text{ calculado.}$$

c) *Cálculo da potência consumida pelo ar*

Podemos calcular:  $P = m \cdot Y$

$Y = h_1 - h_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + q$  admitindo o sistema adiabático temos:

$Y_{ad.} = - 4.016 - 29,5 = - 4.045,5 \text{ j/kg} = - 4,045 5 \text{ kJ/kg}$ , logo:

$P = - 1,765 \cdot 4,045 5 = - 7,15 \text{ kW}$ .

O significado do sinal negativo é que estamos operando com um gerador, logo, a potência é consumida.

## PROBLEMAS

1. Uma turbina Kaplan possui um cubo com 2,0 m de diâmetro e gira com 3,0 r.p.s. No prolongamento do cubo, a água comporta-se aproximadamente com um sólido girante de velocidade angular  $\omega$ . Calcular a circulação neste recinto.

2. O diâmetro externo do tubo na entrada de uma turbina Francis, mede 400 mm, acusando o manômetro uma pressão de 20 m de  $H_2O$ , quando a vazão é de  $0,30 \text{ m}^3/\text{s}$ . Sabendo-se que o eixo do manômetro encontra-se a 2,20 m acima do nível de jusante, calcular o trabalho específico.

3. No ensaio de uma bomba centrífuga as pressões lidas no manômetro e vacuômetro foram respectivamente 13,5 e 4,0 m de  $H_2O$ . Considerando-se a velocidade média na entrada igual à na saída e sendo de 1,15 m a distância vertical entre o centro do manômetro e a tomada para o vacuômetro, determinar o trabalho específico.

4. O encanamento forçado de aço laminado,  $\frac{D}{\epsilon} = 20.000$ , para turbina tipo Pelton e constituído de 3 lances de comprimento e diâmetro respectivamente iguais a 1.500 m, 0,7 m; 900 m, 0,6 m; 1.100 m; 0,5 m. Sabendo-se que a vazão é de  $0,6 \text{ m}^3/\text{s}$ , a altura vertical entre entrada e saída do encanamento 600 m e a temperatura da água  $20^\circ\text{C}$ , determinar para cada trecho:

a) A velocidade média é o número de Reynolds. b) O coeficiente de perda e a energia perdida.

5. O sistema de regulação de uma turbina hidráulica transmite os impulsos de comando com óleo de modo a fazê-lo deslocar-se em tubos de 40 mm de diâmetro a uma velocidade média de 1,5 m/s. Sabendo-se que o óleo é o SAE de  $\rho = 912 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 0,000 105 3 \text{ m}^2/\text{s}$  pede-se:

a) O número de Reynolds. b) O tipo de movimento e coeficiente  $J$  de perda. c) O coeficiente de perda e a vazão.

## RESPOSTAS

$$1. \Gamma = 2 \cdot \omega \cdot S = 118,4 \text{ m}^2/\text{s}.$$

$$2. Y = \frac{c_e^2}{2} + \frac{p_e}{\rho} + g \cdot z_e = 220,64 \text{ j/kg}.$$

$$3. Y = \frac{1}{\rho} \cdot (p_s - p_e) + g \cdot \Delta z = 183,3 \text{ j/kg}.$$

$$4. \text{ a) Primeiro trecho: } c_1 = 1,56 \text{ m/s}; \quad N_{Re.1} = 1,09 \cdot 10^6.$$

$$\text{Segundo trecho: } c_2 = 2,12 \text{ m/s}; \quad N_{Re.2} = 1,27 \cdot 10^6.$$

$$\text{Terceiro trecho: } c_3 = 3,06 \text{ m/s}; \quad N_{Re.3} = 1,53 \cdot 10^6.$$

b) Com  $N_{Re.}$  e  $D/\epsilon$  vamos a Fig. 2.36 retirando:

$$\lambda_1 = 0,0130, \quad \lambda_2 = 0,0126, \quad \lambda_3 = 0,0124.$$

$$\text{Calculamos } E_p = \lambda \cdot \frac{c^2}{2} \cdot \frac{L}{D}$$

$$E_{p1} = 33,9 \text{ j/kg}, \quad E_{p2} = 42,5 \text{ j/kg}, \quad E_{p3} = 127,7 \text{ j/kg}.$$

$$5. \text{ a) } N_{Re.} = \frac{c \cdot D}{\nu} = 570.$$

b) Movimento laminar pois  $N_{Re.} < 2.300$

$$J = \frac{8 \cdot \nu \cdot c}{g \cdot r^2} = 0,323.$$

$$c) \lambda = \frac{64}{N_{Re.}} = \frac{64}{570} = 0,112 \text{ 3}$$

$$Q = \pi \cdot r^2 \cdot c = 0,001 \text{ 88 m}^3/\text{s}.$$

# Elementos Construtivos das Máquinas de Fluxo

## Capítulo 3

Em tôdas as máquinas de fluxo existem determinados elementos construtivos fundamentais, que isoladamente ou em grupos formam os vários conjuntos, os quais reunidos, constituem a máquina de fluxo. Estes elementos principais, que analisaremos a seguir, separadamente e como participantes de um conjunto são:

- Injetores;
- Difusores;
- Pás.

### 3.1 Generalidades Sôbre Injetores

*Injetor* é a parte de um conduto, construído de tal modo, que a velocidade cresce no sentido do escoamento. Desta definição concluímos que o injetor é um elemento que serve para transformar energia de pressão em energia cinética. Ora, como as máquinas de fluxo motoras têm por fim diminuir a pressão no fluido de modo a obter energia cinética, para que esta seja, transformada em trabalho mecânico, podemos dizer de maneira bastante ampla que tais máquinas são, em última análise, injetores.

Daremos a seguir alguns exemplos de injetores aplicados às máquinas de fluxo, para depois fazermos uma análise teórica dos mesmos.

A Fig. 3.1 mostra um corte em um ventilador axial com pás diretrizes depois do rotor. Na en-

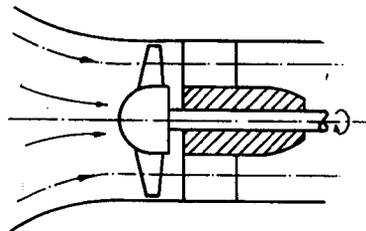
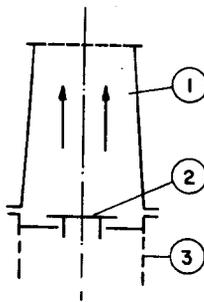


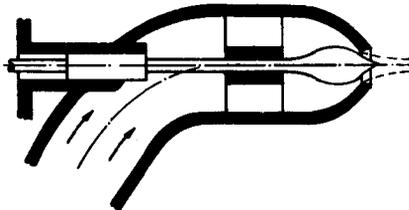
Fig. 3.1 Ventilador axial.



**Fig. 3.2** Tubo de sucção para bomba hidráulica.  
1 — Injetor; 2 — Válvula de pé; 3 — Proteção.

trada deste ventilador foi colocado um injetor, o que permitiu manter na tubulação de sucção uma velocidade menor, conseqüentemente perda de pressão menor.

A Fig. 3.2 mostra o corte em um tubo de sucção para bomba hidráulica. Este tubo de sucção é um injetor, tendo a finalidade de aumentar a velocidade da água de maneira gradativa, desde valores em torno de zero, na parte inferior, até os valores da entrada do rotor.

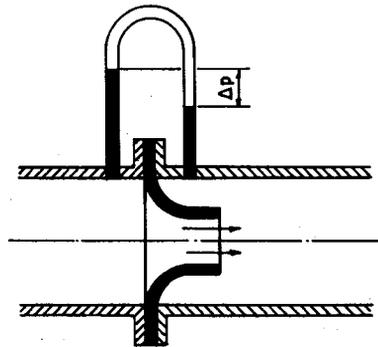


**Fig. 3.3** Injetor para turbina Pelton.  
1 — Injetor; 2 — Agulha; 3 — Aletas direcionais.

A Fig. 3.3 mostra um corte em um injetor para turbina Pelton com sua agulha, elemento regulador da vazão. Este injetor permite mantermos baixas as velocidades na tubulação forçada, logo pequenas perdas, permitindo também a transformação de, praticamente, toda a energia disponível em energia de velocidade com pequeno deslocamento da massa fluida, alto rendimento, apesar da forte aceleração sofrida pelo escoamento.

Na Fig. 3.4, mostramos uma outra aplicação dos injetores, agora em medidores de vazão.

Conforme estudaremos posteriormente um dos métodos de medida da vazão é através do bocal esquematizado na Fig. 3.4. A aceleração da corrente, provoca no caso, uma queda de pressão e a aplicação do Teorema de Bernoulli e da equação de continuidade permitem



**Fig. 3.4** Bocal.

o cálculo da vazão, uma vez que por ensaios determina-se o coeficiente de perda do bocal.

### 3.2 Dimensionamento dos Injetores para Fluidos Incompressíveis

Seja o injetor para fluido incompressível da Fig. 3.5. Podemos aplicar a equação de continuidade e de Bernoulli, desprezando as perdas:

$$Q = S_1 \cdot c_1 = S_2 \cdot c_2;$$

$$E_1 = g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2};$$

$$E_2 = z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2}.$$

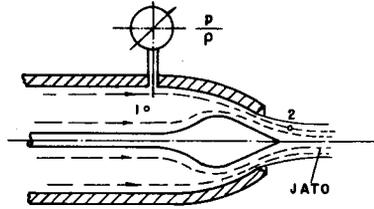


Fig. 3.5 Injetor para turbina Pelton

Como sabemos, devemos ter para o caso em que as perdas sejam desprezadas,  $E_1 = E_2$ . Como na maioria dos casos  $z_1 \cong z_2$ , resulta:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = Y.$$

Quando  $\frac{S_2}{S_1} \rightarrow 0, c_1 \rightarrow 0,$

logo:

$$c_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho}} = \sqrt{2 \cdot Y}. \tag{3.1}$$

Dêste modo, conhecida a vazão  $Q$  e a energia específica  $Y$ , podemos calcular a velocidade teórica na saída, a qual permite o cálculo da seção. Como dissemos, as equações dadas não incluem as perdas. Estas provocam uma redução na velocidade  $c_2$ . Se chamarmos  $\varphi''$  este fator de redução, devemos para o cálculo da seção utilizar uma velocidade  $c_2' = \varphi'' \cdot c_2$ . Este coeficiente está compreendido entre  $0,93 \leq \varphi'' \leq 0,99$ , sendo que os valores mais altos valem para  $N_{Re}$ . elevados, energias específicas menores e injetores hidráulicamente lisos:

**Exemplo 1.** Estudar um injetor para turbina Pelton com  $Q = 1,5 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Y = 2,580 \text{ kJ/kg}$ .

Na Fig. 3.6 representamos esquematicamente um injetor Pelton com sua agulha. Os valores normais dos parâmetros indicados são:  $45 \leq \theta_1 \leq 90^\circ$ ,  $45 \leq \theta_2 \leq 60^\circ$ ,  $0,80 \leq \varphi' \leq 0,88$ , sendo os valores

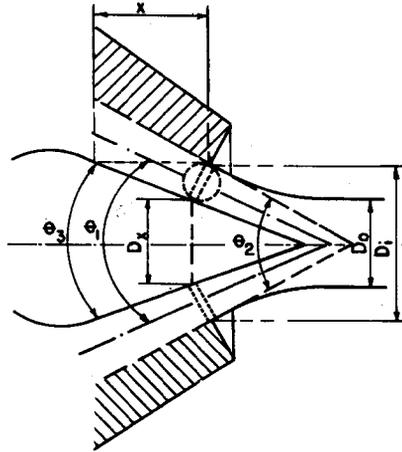


Fig. 3.6 Detalhe de um injetor Pelton com agulha.

baixos de  $\varphi'$  para  $\theta_2 > \theta_3$  e os valores altos para  $\theta_2 = \theta_3$ . Temos também:  $D_x = 0,5 \cdot D_i$ . Adotando no caso  $\theta_2 = 65^\circ$  temos assim  $\theta_1 = 29^\circ$ . Como:

$$S = \pi \cdot \frac{D_i + D_x}{2} \cdot \left( \frac{D_i - D_x}{2} \right) \cdot \frac{1}{\cos \theta_1} =$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot (D_i^2 - D_x^2) \cdot \frac{1}{\cos \theta_1}$$

$$Q = \varphi' \cdot S \cdot c = \varphi' \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{D_i^2 - D_x^2}{\cos \theta_1} \cdot c$$

logo

$$D_i = \sqrt{\frac{4 \cdot Q \cdot \cos \theta_1}{\varphi' \cdot \pi \cdot 0,75 \cdot c}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,5 \cdot 0,873}{0,83 \cdot \pi \cdot 0,75 \cdot 69,6}} = 0,196 \text{ m.}$$

Para o diâmetro do cano temos:

$$D_c = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot c_c}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,5}{\pi \cdot 5,0}} = 0,618 \text{ m} = 618 \text{ mm.}$$

**Exemplo 2.** Estudar um bocal para medir vazões entre 0,5 e 1,0 m<sup>3</sup>/s para ser instalado em uma tubulação de 0,5 m de diâmetro.

Na Fig. 3.7 representamos um bocal ISA. Da aplicação de Bernoulli entre as seções de diâmetros  $D$  e  $d$ , temos:

$$c_2^2 - c_1^2 = 2 \cdot \left( \frac{p_1}{\rho} - \frac{p_2}{\rho} \right)$$

ou

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}}} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho}}$$

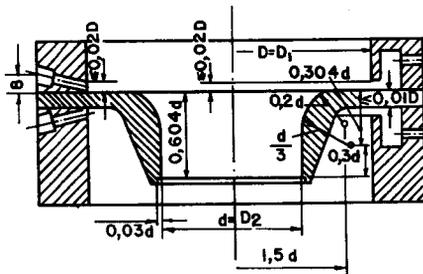


Fig. 3.7 Bocal ISA.

Fazendo  $\frac{S_2}{S_1} = m_1$ ,  $E_1 = \frac{1}{1 - m_1^2}$ , utilizando a equação de continuidade e incluindo um fator de perdas temos:

$$Q = C \cdot E_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} \tag{3.2}$$

Na Fig. 3.8 representamos os valores de  $C \cdot E_1$  em função de  $m$ . Para o nosso exemplo, vamos fazer uma primeira tentativa para

$$m_1 = 0,4, \text{ logo } C \cdot E_1 = 1,04.$$

$$D_2 = 0,632 \cdot 0,5 = 0,316 \text{ m.}$$

Com isto temos:

$$S_2 = \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,316^2}{4} = 0,0785 \text{ m}^2.$$

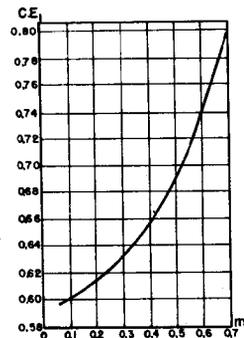


Fig. 3.8 Coeficientes para bocal ISA.

Fazendo as substituições na Eq. (3.2) resulta:

$$Q = 1,04 \cdot 0,0785 \cdot 1,414 \cdot \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} = 0,1160 \cdot \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$$

Assim, para  $Q = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$  resulta:  $\frac{\Delta p}{\rho} = 18,5 \text{ j/kg}$ .

Para  $Q = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$  temos  $\frac{\Delta p}{\rho} = 74,3 \text{ j/kg}$ .

Em milímetros de coluna de mercúrio teremos:

$$H_p = 138 \text{ mm Hg}, \quad H_{p_2} = 554 \text{ mm Hg}.$$

Valores satisfatórios para um manômetro de mercúrio.

### 3.3 Dimensionamento dos Injetores para Fluidos Compressíveis

Quando o fluido é compressível o princípio de conservação da massa,  $m = S \cdot c \cdot \rho = \frac{S \cdot c}{v}$ , é que deve ser aplicado, juntamente com a Eq. (2.33) para que possamos dimensionar o injetor. Prova-se que existe uma pressão denominada crítica dada pela expressão:

$$p_x = p_1 \cdot \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.3)$$

na qual a velocidade do som no meio é:

$$c_x = \sqrt{k \cdot v_x \cdot p_x}. \quad (3.4)$$

Até alcançarmos esta velocidade, o crescimento do  $v$  é menor que o de  $c$ , logo, para ser verificada a conservação da massa, a seção  $S$  deve decrescer. Após passarmos os valores críticos, o crescimento de  $v$  é maior do que o de  $c$ , e para aumentarmos a velocidade é necessário aumentarmos também a seção.

Na Fig. 3.9 mostramos as três possibilidades:

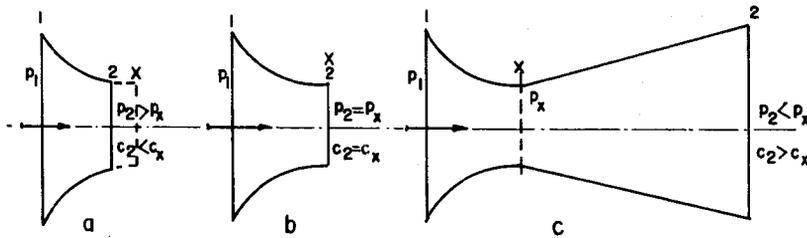


Fig. 3.9 Bocais para fluidos compressíveis.

Na Fig. 3.9a, temos o caso em que  $p_2$  é maior que  $p_x$ . Neste caso não chegamos a alcançar a velocidade do som no meio, dizemos ser o *injetor subcrítico*.

Na Fig. 3.9b, temos  $p_2 = p_x$ , logo na saída do injetor a velocidade é a do som no meio, o injetor é um *injetor crítico*.

Na Fig. 3.9c, ocorre ser  $p_2$  menor que  $p_x$ . Dêste modo para alcançarmos  $p_2$  temos que passar por  $p_x$ , resultando ser a velocidade na saída maior que a do som no meio. Este injetor denomina-se *supercrítico* ou *injetor Laval*.

Este último caso ocorre freqüentemente nas turbinas a vapor, principalmente nas de ação. Para uso em predimensionamento podemos tomar os valores da Tab. 3.1 para as características críticas.

Tab. 3.1 Características críticas para os Gases e Vapores

FLUIDO	K	$p_x/p_1$	$v_x/v_1$	$c_x(m/s)$	$T_x/T_1$
Gases biatômicos, (ar)	1,41	0,527	1,576	$1,082 \cdot \sqrt{p_1 \cdot v_1}$	0,83
Vapor de água saturado seco	1,135	0,577 4	1,576	$1,010 \cdot \sqrt{p_1 \cdot v_1}$	
Vapor de água superaquecido	1,33	0,545 7	1,576	$1,075 \cdot \sqrt{p_1 \cdot v_1}$	

**Exemplo.** Estudar um injetor para uma turbina a vapor de ação que trabalha nas seguintes condições:

- Pressão na entrada 10 bar, temperatura na entrada 300°C.
- Pressão na saída 1,0 bar, massa 0,5 kg/s.

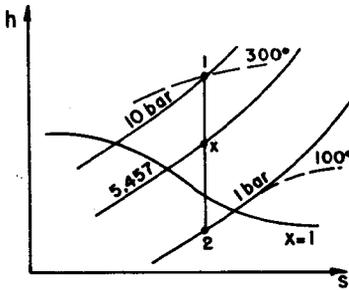


Fig. 3.10 Expansão adiabática reversível em um bocal Laval no diagrama de Mollier.

Vamos estudar o injetor para as condições teóricas, isto é, expansão adiabática reversível.

Na Fig. 3.10 representamos esquematicamente a transformação no Diagrama de Mollier.

Como a maior parte da transformação ocorre no campo superaquecido podemos determinar as características críticas:

$$p_x = 0,5457 \cdot 10 = 5,457 \text{ bar,}$$

$$c_x \cong 1,075 \cdot \sqrt{p_1 \cdot v_1},$$

do diagrama temos:

$$v_1 = 0,26 \text{ m}^3/\text{kg,}$$

logo:

$$c_x \cong 546 \text{ m/s.}$$

Tendo estes elementos básicos, sabemos que nosso injetor é do tipo Laval, sendo suas seções, fixadas através das entalpias retiradas do Diagrama de Mollier.

Reunimos o cálculo das seções na Tab. 3.2 onde  $c = 1,414 \sqrt{\Delta h}$ .

Tab. 3.2 Cálculo de um Bocal Laval

$p$	bar	10	8	5,457	4	2	1
$v$	$\text{m}^3/\text{kg}$	0,26	0,32	0,420	0,54	0,9	1,65
$t$	$^{\circ}\text{C}$	300	270	225	190	120	100
$h$	$\text{kJ}/\text{kg}$	3.050	3.000	2.900	2.830	2.710	2.595
$\Delta h$	$\text{kJ}/\text{kg}$	0	50	150	220	340	455
$c$	$\text{m/s}$	0	315	546	663	821	950
$S$	$\text{cm}^2$	$\infty$	5,08	3,85	4,06	5,47	8,69
$D$	$\text{cm}$	$\infty$	2,54	2,21	2,27	2,64	3,32

Relativamente ao traçado do injetor existem vários princípios, que posteriormente analisaremos.

### 3.4 Generalidades Sobre Difusores

Difusor é a parte de um conduto, construído de tal modo que a velocidade decresce no sentido do escoamento. Assim, a função

do difusor é inversa à função do injetor. Semelhantemente concluímos que as máquinas de fluxo geradoras, são em última análise difusores, já que seu objetivo final é transformar energia cinética em energia de pressão. Como já tivemos oportunidade de examinar, nos difusores em que a seção cresce com a redução da velocidade, há grande tendência de ser descolada a camada limite. Evitamos estes descolamentos, dando aos difusores ângulos não superiores a  $15^\circ$ . Este fato, e outros, tais como, maior superfície de atrito etc. fazem com que os difusores possuam rendimento menores que os injetores. Assim, de maneira bastante geral, as máquinas de fluxo geradoras possuem rendimento menor que suas equivalentes motoras. Como exemplo de difusores citamos:

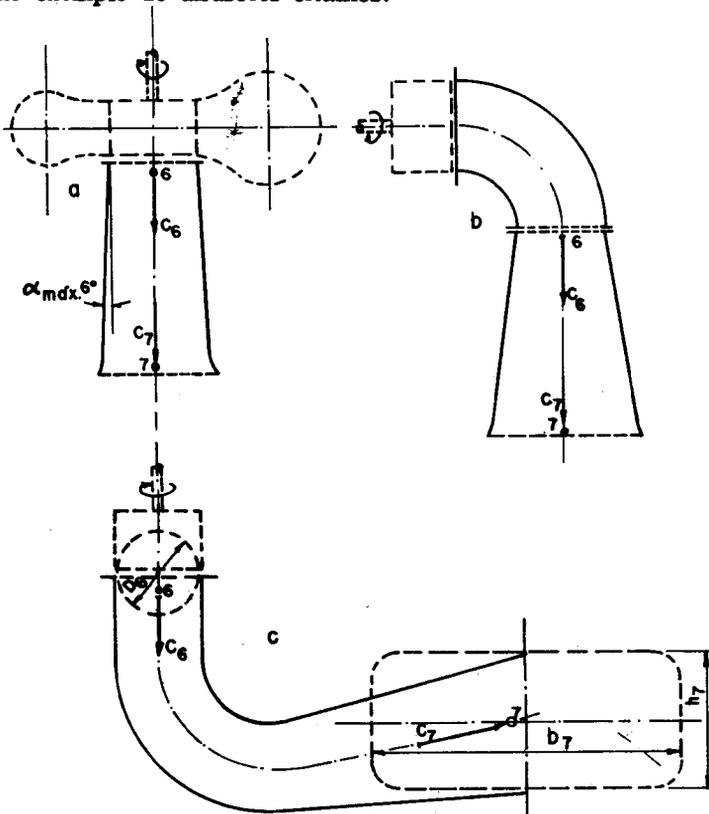


Fig. 3.11 Tubos de sucção ou descarga para turbinas hidráulicas.

Na Fig. 3.11 representamos tubos de sucção ou de descarga para turbinas hidráulicas. Na Fig. 3.11a, para turbinas de eixo vertical, caso em que sua altura máxima de sucção permite a instalação de um tubo reto. Na Fig. 3.11b, caso do eixo ser horizontal, e ainda ser pos-

sível tubo reto. Na Fig. 3.11c, um tubo de sucção curvo, muito usado, uma vez que na maioria dos casos a altura de sucção máxima é pequena. Qualquer um dos tubos, funciona com um recuperador de energia, uma vez que a perda de energia decresce com a velocidade. Como a velocidade na saída do tubo é menor que na entrada, houve uma recuperação de energia.

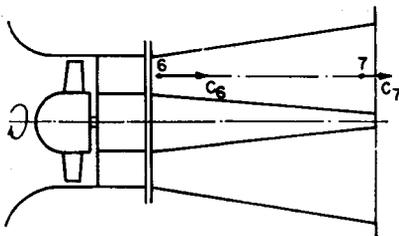


Fig. 3.12 Difusor para ventilador axial.

Na Fig. 3.12 representamos um difusor para ventilador axial, o que resulta ser praticamente desprezível a perda de energia na saída.

### 3.5 Dimensionamento dos Difusores para Fluidos Incompressíveis

Aplicando Bernoulli entre as Seções 1 e 2 do difusor, temos:

$$\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho}$$

Tendo em vista a equação de continuidade e, considerando difusores cônicos temos:

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^4 \right] \cdot \frac{c_1^2}{2} \quad (3.5)$$

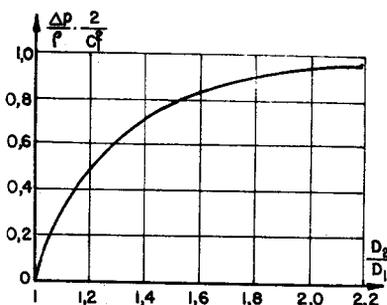


Fig. 3.13 Gráfico da variação da energia de pressão nos difusores em função da relação de diâmetro.

O termo entre parênteses representa a fração de energia cinética transformada em energia de pressão. O gráfico da Fig. 3.13, mostra, que no início do difusor, esta transformação é maior. Assim, por exemplo, com uma relação de diâmetros 1,4 já estão transformadas 75% da energia. Por esta razão, é indispensável uma execução cuidadosa do difusor, principalmente na sua parte inicial, onde deve

ser feito um arredondamento na entrada, e, estar a superfície bastante lisa. Estas medidas também reduzem o perigo de descolamento da camada limite na parte subsequente.

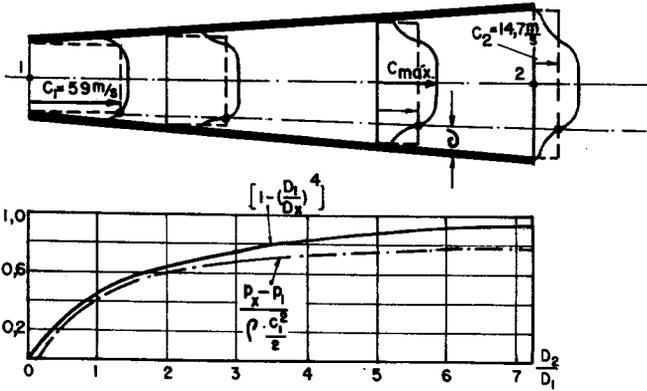


Fig. 3.14 Resultado do ensaio em um difusor.

Na Fig. 3.14 é representado de uma maneira simplificada, o resultado de um ensaio com um difusor, com  $D_1 = 100 \text{ m}$ ,  $D_2 = 200 \text{ m}$ , ângulo do cone  $8^\circ$ , no qual escoa ar com  $c_1 = 59 \text{ m/s}$ ,  $t_1 = 20^\circ$ , sendo, portanto, o número de Reynolds.

$$N_{Re.} = \frac{c_1 \cdot D_1}{\nu_{ar}} = \frac{59 \cdot 0,10}{16 \cdot 10^{-6}} \cong 3,7 \cdot 10^6.$$

Observa-se a modificação do perfil de velocidade, que se torna mais turbilhonado em direção da saída do difusor, revelando um aumento pronunciado da espessura da camada limite. As medições da pressão mostram a perda de pressão irreversível no difusor, que é dada pela diferença entre as curvas:

$$\frac{p_x - p_1}{\rho \cdot c_1^2} \quad \text{e} \quad 1 - \left(\frac{D_1}{D_x}\right)^4.$$

O quociente de 2 valores fornece um rendimento de, aproximadamente  $\eta_{dif.} = 0,90$  para o difusor ensaiado.

### 3.6 Dimensionamento dos Difusores para Fluidos Compressíveis

As equações aplicadas são idênticas a dos injetores. Para velocidades supersônicas, possuem depois da parte convergente, uti-

lizada para baixar a velocidade até a velocidade do som, uma parte divergente. Últimamente estes dispositivos, têm sido aplicados nos chamados compressores supersônicos. Fenômenos não estacionários, semelhantes aos que ocorrem em injetores Laval, construídos com erros, são, de modo geral, desejáveis em funcionamento normal. Abaixo da velocidade do som, com velocidade do gás a partir de aproximadamente 100 m/s, o alargamento admissível de um difusor para fluido compressível é menor que o correspondente alargamento para fluido incompressível. Com velocidades decrescentes a redução do volume, causada pela compressão, produz o efeito de uma redução adicional da seção.

Por esta razão o ângulo de alargamento para difusores planos fica reduzido segundo a relação:

$$\alpha_g = \alpha_a \cdot (1 - M_a^2).$$

Onde  $\alpha_g$  e  $\alpha_a$  são os ângulos de alargamento para gás e para água, isto é, para fluidos compressíveis e para fluidos incompressíveis.

$M_a = \frac{c}{c_{som}}$ , é o número de Mach, relação entre a velocidade do escoamento e a correspondente do som.

### 3.7 Generalidades Sobre Pás

A finalidade deste elemento construtivo, o mais importante das máquinas de fluxo, é a variação da velocidade do meio operador.

Geralmente, várias pás dispostas convenientemente, formam um conjunto de modo a ficarem estabelecidos vários canais. Estes conjuntos de pás quando nas máquinas formam *sistemas fixos, estatores* ou *móveis, rotores*. A combinação simples ou múltipla de estator e rotor constitui a máquina de fluxo. Os canais formados pelas pás, tanto nos estatores como nos rotores, representam injetores, difusores ou simples desviadores do escoamento. Caso sejam injetores ou difusores haverá respectivamente aceleração e desaceleração da corrente, enquanto que nos desviadores ocorre simplesmente mudança na direção do vetor velocidade. Quando um rotor é constituído de pás tais que os canais por elas formados sejam simples desviadores, dizemos que as pás são de *ação*. Nos demais casos as pás são de *reação*. Ainda, tendo em vista a direção com que a corrente percorre os canais entre pás, temos os *canais axiais, radiais* e *diagonais*. Nos axiais a direção da corrente no rotor é a axial do eixo. Nos radiais é a radial ou normal ao eixo, enquanto que a di-

reção entre as duas citadas denomina-se diagonal. No caso de corrente radial, a incidência do fluido sôbre a pá pode ser de dentro para fora, centrífuga, ou de fora para dentro centrípeta. Nos rotores axiais freqüentemente o número de pás é pequeno podendo ser considerada cada pá isoladamente como uma asa livre. Conforme veremos, neste caso é possível fazermos o cálculo das pás baseado na teoria da asa de sustentação. Pás do rotor para velocidades supercrítica, para as quais a seção mais estreita encontra-se no meio do canal, são calculadas por teorias especiais, muitas das quais ainda em fase de desenvolvimento.

### 3.8 Indicações Básicas sôbre a Construção das Pás

Existem várias indicações, que poderíamos chamar de regras a serem observadas, quando pretende-se construir uma pá, ou um sistema de pás que apresente alto rendimento. Citaremos algumas, para, depois, através de exemplos para cada tipo de máquina de fluxo darmos maiores detalhes:

- Entrada sem choque.
- Raios mínimos, o que implica em uma relação favorável entre o raio  $r$  e a largura  $b$  da pá.
- Transcurso entre entrada e saída contínuo.
- Ângulo de desvio moderado. Isto às vêzes é impossível, como ocorre na maioria das turbinas a vapor.
- Número de pás razoável. Muitas pás resultam canais estreitos e muito atrito. Poucas pás resulta má condução do fluido nos canais.
- Número de Reynolds elevado.
- Fabricação exata.

**Exemplo 1.** Seja um rotor axial para turbina a vapor de ação, Fig. 3.15. Admitamos que conhecemos o comprimento do estágio, conseqüentemente o comprimento  $s$  dos rotores e os ângulos  $\beta_4$  e  $\beta_5$ . Vamos estudar o sistema de pás, grade, para o diâmetro médio  $D_m$ . Com uma curvatura contínua, no caso um arco de círculo, traçamos a parte côncava que interliga os pontos 4 e 5. Escolhido o passo  $t$  e fixada por resistência dos materiais as espessuras  $e_4$  e  $e_5$ , temos os pontos para o traçado da parte convexa.

Conhecida a massa de vapor que circula através da equação:

$$Q = m \cdot v = S \cdot c_m \cong \pi \cdot D_m \cdot b \cdot f_c \cdot c_m. \quad (3.6)$$

Estamos aptos a fazer o traçado da parte convexa, desde que seja fixada a largura constantê. Finalmente, prevemos um arredondamento na entrada das pás

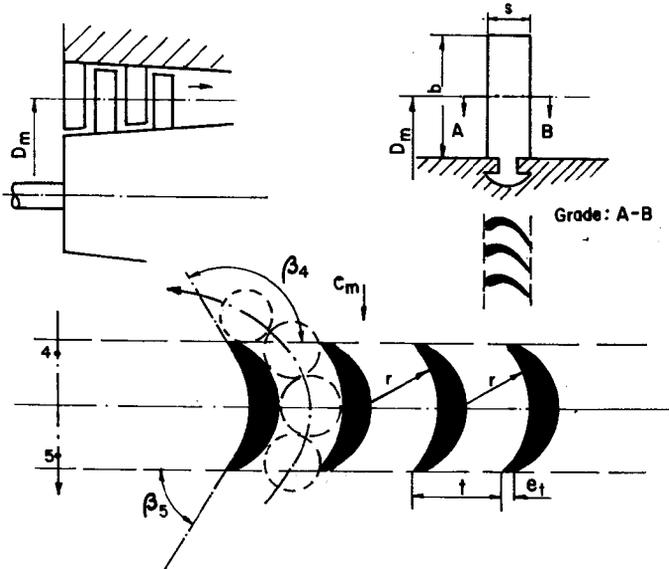


Fig. 3.15 Turbina a vapor de ação.

**Exemplo 2.** Rotores radiais para ventiladores e bombas, Fig. 3.16.

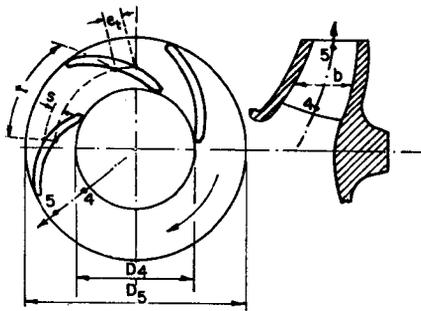


Fig. 3.16 Rotores radiais para ventiladores e bombas.

São conhecidos do dimensionamento os diâmetros  $D_4$  e  $D_5$ , as larguras do canal  $b_4$  e  $b_5$ , a massa ou a vazão  $Q$  de fluido, a velocidade meridional  $c_m$ , o passo  $t$  e as espessuras.

Pela equação de continuidade temos:

$$Q = \pi \cdot D \cdot b \cdot c_m \cdot f_e.$$

Pelo triângulo de velocidade  $c_m = w \cdot \text{sen } \beta$ , logo:

$$Q = \pi \cdot D \cdot b \cdot w \cdot \text{sen } \beta$$

como

$$e_t = \frac{s}{\text{sen } \beta}$$

vem:

$$\text{sen } \beta = \frac{Q}{\pi \cdot D \cdot b \cdot w} + \frac{s}{t}. \quad (3.7)$$

Dêste modo conhecemos os vários ângulos  $\beta$ , conseqüentemente todos os pontos da pá. Podemos também, conhecidos os ângulos para a entrada e saída, traçar a pá por uma curva contínua, normalmente formada por um ou mais arcos de círculos. Êste método é também aplicável para o sistema diretor tanto das máquinas radiais como axiais. Muitas vêzes prescrevemos uma variação linear de  $\beta$ , com o diâmetro, resultando o valor para a velocidade relativa ao fornecido pela equação:

$$w = \frac{Q}{\pi \cdot D \cdot b \cdot \left( \text{sen } \beta - \frac{s}{t} \right)}. \quad (3.8)$$

**Exemplo 3.** Analisar turbinas e bombas sob o ponto de vista de pás de ação e de reação.

Nas máquinas de ação ou nas pás de ação ou ainda pás de pressão constante, a transformação da energia de pressão em energia cinética efetua-se integralmente no estator. Assim o trabalho

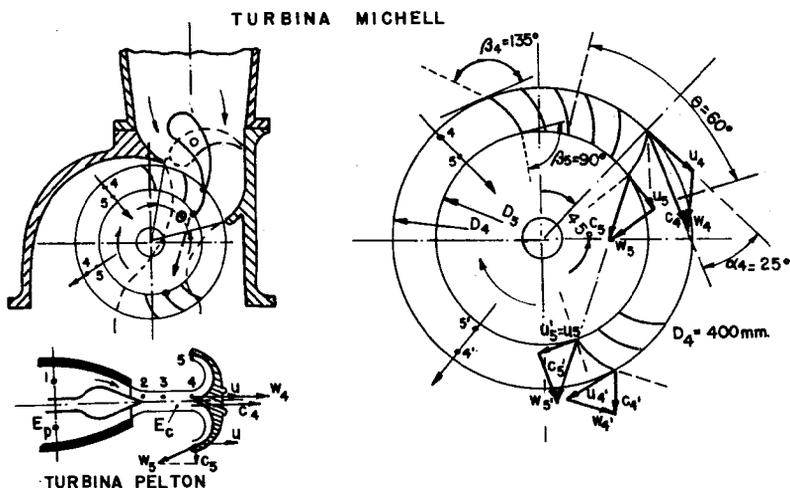


Fig. 3.17 Esquemas de turbinas de ação.

mecânico é obtido ou entregue por simples desvio do fluido nas pás do rotor. Na Fig. 3.17 a turbina Michell serve como exemplo de turbina de ação. Esta turbina de ação, possui ainda a particularidade do jato de fluido passar duas vèzes pelo rotor. Inicialmente em movimento centrípeto e depois em centrífugo. Nesta mesma figura representamos o esquema do corte no injetor e no rotor de uma turbina Pelton.

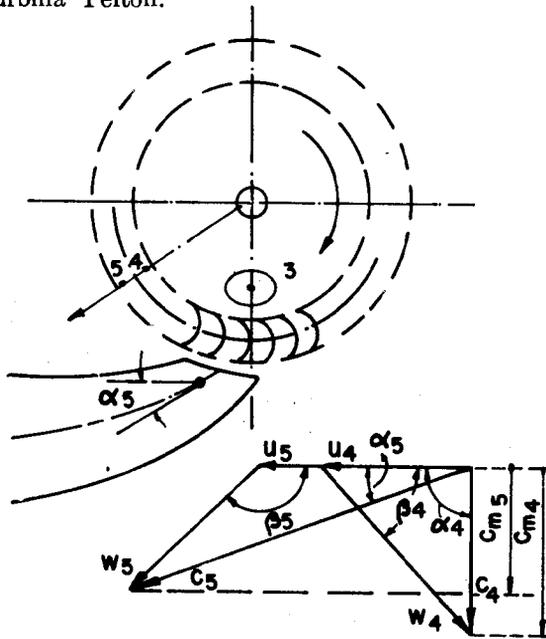


Fig. 3.18 Bomba de jato livre.

Na Fig. 3.18 apresentamos a bomba de jato livre. Esta bomba recebe a água, que sai praticamente sem energia do estator, no lado interno do rotor e a joga com um forte desvio, como jato livre, para dentro do difusor. Sentimos que o rendimento de uma tal máquina não pode ser muito alto, uma vez que o princípio de ação está restrito praticamente às turbinas hidráulicas tipos Pelton e Michell, turbinas a gás e a vapor.

Em geradores, somente em casos excepcionais, encontramos pás de ação. A bomba a jato livre citada foi desenvolvida com objetivos exclusivamente científicos e de laboratórios. Outro exemplo é o ventilador Siroco, que possui pás com curvatura para frente.

Nas máquinas de reação ou pás de reação ou ainda pás de sobrepressão, a transformação de energia de pressão em cinética, ou vice-versa efetua-se tanto nas pás do estator como nas do rotor. Na

Fig. 3.19 representamos uma turbina tipo Francis. No interstício entre pás diretrizes e do rotor, estabelece-se uma pressão intermediária para a qual vale  $p_1 > p_3 > p_5$ . Dê-se modo as pás do estator e do rotor, em última análise, formam uma seqüência de dois injetores.

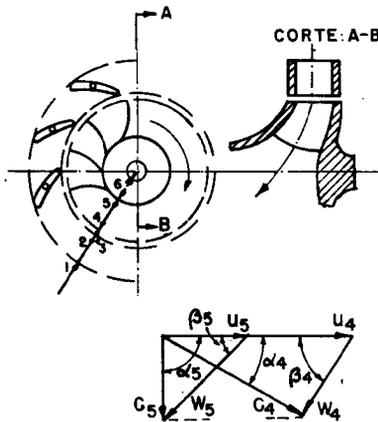


Fig. 3.19 Turbina tipo Francis.

Na Fig. 3.20 representamos um corte cilíndrico desenvolvido de um estágio de uma turbina a vapor de reação, valendo as mesmas considerações feitas.

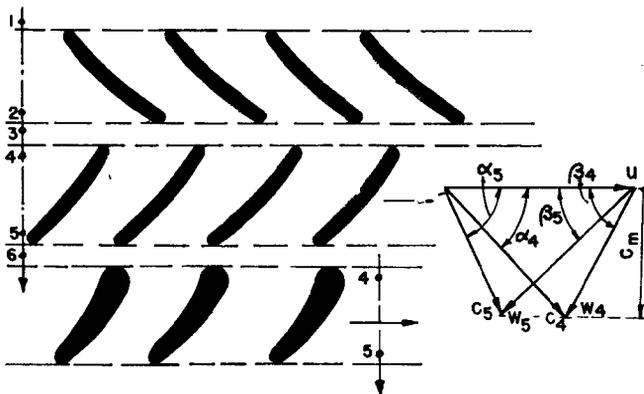


Fig. 3.20 Corte em um estágio de turbina a vapor de reação.

Na parte inferior da mesma figura esquematizamos perfis modernos para as pás do rotor. Estes perfis são menos sensíveis aos choques de entrada e a construção de ângulos diferentes dos previstos pelo cálculo e projeto.

Na Fig. 3.21 a grade é para um ventilador axial. Conforme observamos, temos neste caso uma seqüência de difusores, logo, de-

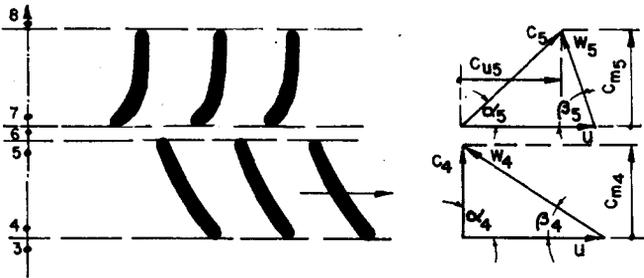


Fig. 3.21 Grades para ventiladores axiais com sistema diretor depois do rotor.

vemos esperar rendimentos inferiores aos obtidos para os motores. Existem exceções a esta seqüência de difusores citada.

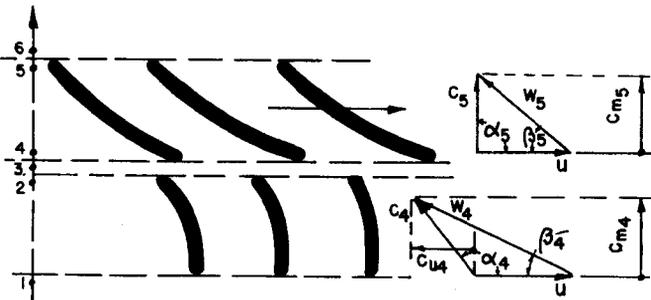


Fig. 3.22 Grades para ventiladores axiais com sistema diretor na frente do rotor.

Na Fig. 3.22 esquematizamos uma grade de um ventilador axial, porém, com sistema diretor na frente do rotor. Assim temos

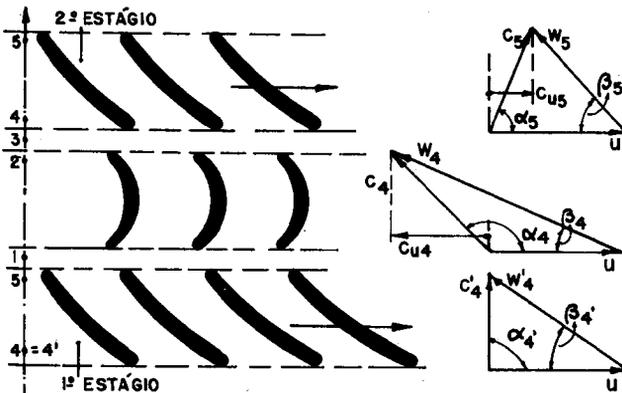


Fig. 3.23 Grades de um turbocompressor axial

inicialmente um injetor para depois no rotor termos o difusor. A pressão no interstício  $p_3$  é menor do que  $p_1$ , logo existirá aí um ligeiro vácuo relativo.

Outra exceção, que citamos é de um compressor axial de vários estágios, Fig. 3.23, cujo rotor possui pás bastante inclinadas. Neste caso, as pás do estator são de simples desvio, não havendo qualquer efeito de injetor ou difusor.

Um turbocompressor deste tipo, ainda hoje construído por algumas indústrias, possui o chamado grau de reação igual a unidade.

### PROBLEMAS

1. O tubo de sucção de uma turbina tipo Francis, Fig. 3.11b, apresenta as seguintes características construtivas:  $D_7 = 600$  mm,  $D_6 = 300$  mm, raio médio da curva 500 mm,  $\alpha = 6^\circ$ . Para a vazão de  $0,150$  m<sup>3</sup>/s, fluido ideal, calcular a pressão mínima na saída do rotor.

2. Para medir a massa de ar seco que escoar em um tubo de 300 mm de diâmetro foi instalado um bocal ISA com  $m_1 = 0,5$ . Sabendo-se que a diferença de pressão no bocal é de 100 mm de H<sub>2</sub>O, a pressão absoluta 1,1 bar e a temperatura 26°C, determinar a massa em escoamento.

3. Um bocal crítico para turbina a vapor apresenta na saída 3,0 bar de pressão e 200°C de temperatura. Para expansão isentrópica, qual as condições do vapor na entrada e a velocidade na saída?

4. Um ventilador axial que fornece 1 m<sup>3</sup>/s de ar a 1,0 bar e 20°C apresenta na saída uma velocidade de 8 m/s. Determinar o comprimento do difusor para que a velocidade seja reduzida para 2 m/s, verificando o valor da energia específica perdida.

5. A turbina Michell esquematizada na Fig. 3.17 possui as seguintes características:  $D_4 = 400$  mm,  $D_5 = 280$  mm,  $b = 450$  mm,  $\beta_4 = 135^\circ$ ,  $\beta_5 = 90^\circ$ ,  $\theta = 60^\circ$ ,  $\alpha_2 = \alpha_4 = 25^\circ$ ,  $f_6 = 1,0$ ,  $w_4 \cong w_5 = w_5' = w_4'$ ,  $\frac{c_{m4}}{c_{m5}} = \frac{D_5}{D_4}$ ,  $c_4 = 2 \cdot u_4$ . Determinar os elementos dos triângulos de velocidade e a vazão da turbina.

### RESPOSTAS

$$1. L = \frac{D_7 - D_6}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha} = 1,425 \text{ m};$$

$$z_{\text{máx.}} = L + r_m + \frac{D_6}{2} = 2,075 \text{ m};$$

$$c_6 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_6^2} = 2,12 \text{ m/s}, \quad c_7 = c_6 \left( \frac{D_6}{D_7} \right)^2 = 0,530 \text{ m/s};$$

$$\frac{c_6^2}{2} + \frac{p_6}{\rho} + z_6 \cdot g = \frac{c_7^2}{2} + \frac{p_7}{\rho} + z_7 \cdot g;$$

$$p_6 = -\rho \left( \frac{c_6^2 - c_7^2}{2} + z_6 \cdot g \right) = 0,225 \text{ l bar.}$$

2. Com  $m_1 = 0,5$  da Fig. 3.8 retiramos:

$$C \cdot E_1 = 0,695;$$

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} = 1,28 \text{ kg/m}^3, \quad S_2 = m \cdot S_1 = m \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 0,0353 \text{ m}^2.$$

Aplicando a Eq. (3.2) temos:

$$Q = C \cdot E_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} = 0,956 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$m = \rho \cdot Q = 1,225 \text{ kg}.$$

$$3. \quad p_1 = \frac{p_x}{0,5457} = \frac{3}{0,5457} = 5,51 \text{ bar}$$

Do Diagrama de Mollier temos:

$$\begin{aligned} h_1 &= 3.013 \text{ kJ/kg}, & h_2 &= 2.870 \text{ kJ/kg}, & v_1 &= 0,45 \text{ m}^3/\text{kg}, \\ v_2 &= 0,75 \text{ m}^3/\text{kg}, & t_1 &= 275^\circ\text{C}, & c_2 &= c_x = 535 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

4. Adotando  $\theta = 14^\circ$  temos:  $\frac{D_2}{D_1} = 2$ ,  $D_2 = 0,8 \text{ m}$ ,  $D_1 = 1,6 \text{ m}$  e  $L = 3,28 \text{ m}$ .

Da Tab. 2.1 retiramos  $\lambda_1' = 0,76$ , logo a energia  $E_p'$  será:

$$E_p' = \lambda_1' \cdot \frac{c_1^2}{2} = -24,3 \text{ j/kg}.$$

A variação de energia cinética específica será:

$$\Delta E_c = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = -30,0 \text{ j/kg}.$$

A energia específica perdida será:

$$E_p = E_p' - \Delta E_c = 5,7 \text{ j/kg}.$$

5.  $u_4 = \pi \cdot D_4 \cdot n \cong 7,50 \text{ m/s}$ ,  $c_{u_4} = 2 \cdot u_4 = 15 \text{ m/s}$ ,

$$u_5 = \pi \cdot D_5 \cdot n = 5,25 \text{ m/s}, \quad c_{m_5} = c_{m_4} = \frac{D_4}{D_5} = 8,8 \text{ m/s}.$$

Do desenho dos triângulos retiramos:

$$\begin{aligned} c_4' &\cong 6,3 \text{ m/s}, & w_4' &= 8,8 \text{ m/s}, & w_5 &= w_5' \cong 8,8 \text{ m/s}, \\ c_5 &= c_5' \cong 10,2 \text{ m/s}, & c_4 &\cong 15 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

A vazão será:  $Q = \pi \cdot D_4 \cdot b \cdot c_{m_4} \cdot \frac{\theta}{360} = 0,584 \text{ m}^3/\text{s}$ .

# Equações Fundamentais para Máquinas de Fluxo

## Capítulo 4

### 4.1 Lei da Impulsão

Na parte aplicada dos escoamentos não é fundamental o conhecimento do destino de cada elemento de fluido, mas sim os fenômenos que ocorrem nos limites de superfícies ou volumes de controle, reais ou imaginários. A estas superfícies ou volumes de controle aplicamos as leis gerais da mecânica dos sistemas, principalmente a lei do movimento do centro de gravidade e a lei das áreas. Recordaremos sucintamente estas leis. Para tanto imaginemos uma determinada massa  $m$  de fluido em escoamento, confinada no instante  $t$  ao volume de controle  $R$ , Fig. 4.1.

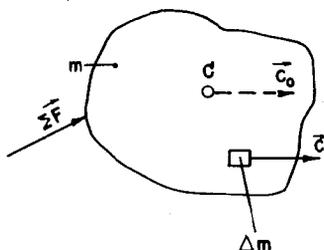


Fig. 4.1 MASSA em escoamento no volume de controle  $R$ .

Aplicando a lei do centro de gravidade a um sistema de pontos, teremos:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{c}_0}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{c}_0)}{dt} = \frac{d}{dc} \Sigma m \cdot \vec{c}. \quad (4.1)$$

Sendo:  $\Sigma \vec{F}$  — soma vetorial das forças exteriores aplicadas à massa  $m$ ;

$\vec{c}_0$  — vetor velocidade do centro de gravidade  $C$ ;

$\frac{d\vec{c}_0}{dt}$  — aceleração;

$\Delta m$  — massa de um elemento qualquer de fluido que pertence ao volume de controle  $R$ ;

$\vec{c}$  — vetor velocidade do elemento de massa  $\Delta m$ ;

$\Delta m \cdot \vec{c}$  — quantidade de movimento ou impulsão do elemento massa  $\Delta m$ . Esta quantidade é um vetor que possui a direção  $\vec{c}$ .

Podemos assim enunciar: A variação, relativamente ao tempo, da impulsão da massa  $m = \Sigma \Delta m$  é igual a soma vetorial das forças exteriores a ela aplicada.

As forças exteriores citadas são a força de gravidade e as forças de superfície, que atuam nos limites do volume de contróle. Para o caso de fluidos sem atrito, as forças de superfície são formadas pelas forças normais às superfícies e pelas forças oriundas das pressões do fluido nas superfícies que delimitam o volume de contróle. Pelo fato de que possam figurar entre as forças exteriores as forças de atrito, a lei da impulsão não se restringe somente ao fluido ideal. A lei da impulsão pode ser ampliada para os momentos, recebendo a denominação de leis das áreas. Assim, se designarmos com  $\vec{r}$  o raio vetor de um ponto fixo  $O$  qualquer do espaço a um ponto de massa  $\Delta m$  também qualquer, teremos que a variação relativamente ao tempo da soma dos produtos vetoriais dos momentos estáticos relativamente

a  $O$  de todas as forças exteriores aplicadas a massa  $m$ , será:

$$\Sigma M = \frac{d}{dt} \Sigma (\Delta m \cdot \vec{c}) \cdot \vec{r}. \quad (4.2)$$

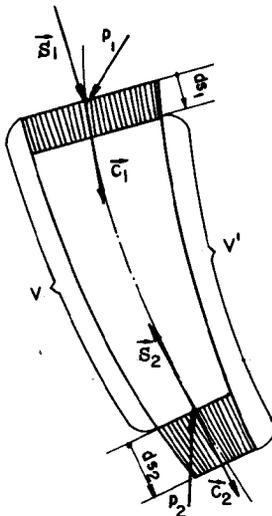


Fig. 4.2 Escoamento de fluido em um tubo.

através de  $S_1$ , a massa  $\rho \cdot S_1 \cdot dx_1$ , saindo através de  $S_2$ , a massa  $\rho \cdot S_2 \cdot dx_2$ .

Designado por  $\vec{I}_2$  a impulsão no tempo  $\Delta t$ , através de  $S_2$  e  $\vec{I}_1$ , no mesmo tempo através de  $S_1$ . Sendo o regime permanente, a

A aplicação das Eqs. (4.1) e (4.2) aos fluidos é bastante simples para o caso de escoamentos em regime permanente, principalmente se o fluido for incompressível. Assim, seja a Fig. 4.2 um fluido em regime permanente passando pelo volume de contróle limitado pelas paredes curvas do canal e pelas Seções 1 e 2. No instante  $t$  o volume de contróle  $V$  contém a massa  $m$ . Passando um elemento de tempo  $\Delta t$ , penetrou no volume de contróle

impulsão total no volume de contróle permanece invariável, logo a variação da impulsão relativamente ao tempo é igual a soma vetorial de tôdas as fôrças exteriores que no instante  $t$  atuam no volume de contróle  $V$ . Assim, temos:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\vec{I}_2 - \vec{I}_1}{\Delta t},$$

como

$$\Sigma \vec{F} = \vec{G} + \vec{F}_p + p_1 \cdot \vec{S}_1 + p_2 \cdot \vec{S}_2, \text{ sendo:}$$

$\vec{G}$  — fôrça da gravidade;

$\vec{F}_p$  — fôrça resultante das fôrças exercidas pelas paredes sôbre a massa  $m_1$ ;

$p_1 \cdot \vec{S}_1$  e  $p_2 \cdot \vec{S}_2$  — respectivamente as fôrças oriundas da pressão na entrada e saída;

$$\vec{I}_2 = \rho \cdot S_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t \cdot \vec{c}_2 = \rho \cdot Q \cdot \vec{c}_2 \cdot \Delta t;$$

$$\vec{I}_1 = \rho \cdot S_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t \cdot \vec{c}_1 = \rho \cdot Q \cdot \vec{c}_1 \cdot \Delta t.$$

Feitas as substituições teremos:

$$\vec{G} + \vec{F}_p + p_1 \cdot \vec{S}_1 + p_2 \cdot \vec{S}_2 = \rho \cdot Q \cdot (\vec{c}_2 - \vec{c}_1). \quad (4.3)$$

De modo semelhante poderíamos aplicar a lei das áreas. A Eq. (4.3), juntamente com a Equação de Bernoulli e a de continuidade, ou de conservação da massa, formam o instrumental elementar para o cálculo das máquinas de fluxo.

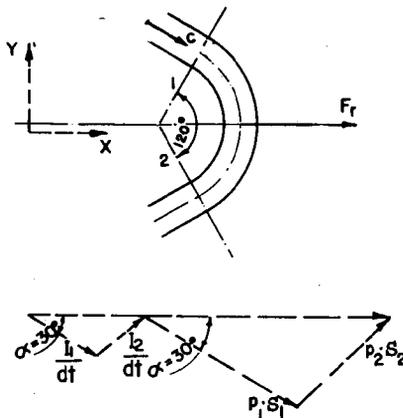


Fig. 4.3 Escoamento em uma curva.

**Exemplo 1.** Uma curva de diâmetro interno 100 mm e ângulo de  $120^\circ$  é atravessada por uma corrente de água de  $0,033 \text{ m}^3/\text{s}$ . Sabendo-se que a pressão interna no tubo é de 1,5 bar de sobrepressão, determinar a força de reação exercida pelo fluido sobre a parede, Fig. 4.3.

Temos que

$$\vec{F}_r = \frac{\vec{I}_1 - \vec{I}_2}{\Delta t} + p_1 \cdot \vec{S}_1 - p_2 \cdot \vec{S}_2,$$

como:

$$\frac{I}{\Delta t} = \rho \cdot Q \cdot c = 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-2} \cdot 4,2 = 138,7 \text{ N}$$

onde a velocidade foi calculada por continuidade

$$p \cdot S = 1,5 \cdot 78,5 = 1.179 \text{ N}.$$

Estes valores e a figura permitem escrever para módulo de  $F_r$ :

$$F_r = 2 \cdot (I/\Delta t + p \cdot S) \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot 1.317,7 \cdot 0,866 = 2.280 \text{ N}.$$

**Exemplo 2.** Na turbina tipo Pelton, o jato produzido no injetor incide sobre conchas distribuídas uniformemente sobre a circunferência do rotor.

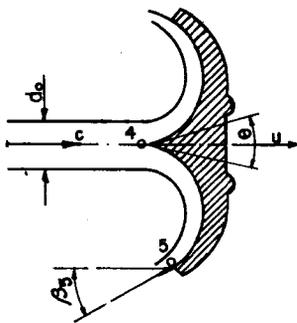


Fig. 4.4 Concha Pelton.

Na Fig. 4.4 mostramos a seção transversal de uma concha, onde o jato é bifurcado em duas partes iguais que sofrem desvios de aproximadamente  $180^\circ$ .

O pequeno ângulo de saída é necessário para evitar choques com a concha subsequente. Deslocando-se as conchas com a velocidade tangencial  $u$ , na direção da velocidade do jato  $c$ , temos pela impulsão:

$$\frac{I_4}{\Delta t} = \rho \cdot Q \cdot (c - u); \quad \frac{I_5}{\Delta t} = \rho \cdot Q \cdot (c - u) \cdot \cos (180 - \beta_5).$$

A força do jato sobre a concha será:

$$F_j = \rho \cdot Q \cdot (c - u) - \rho \cdot Q \cdot (c - u) \cdot \cos (180 - \beta_5). \quad (4.4)$$

Desprezando-se  $\beta_s$  temos:

$$F_j = 2 \cdot \rho \cdot Q \cdot c \cdot (1 - u/c). \quad (4.5)$$

A potência do jato será:

$$P = F_j \cdot u = 2 \cdot \rho \cdot Q \cdot c^2 \cdot \left(1 - \frac{u}{c}\right) \cdot \frac{u}{c}. \quad (4.6)$$

Esta potência passa por um máximo para  $u/c = 0,5$ . Dêste modo, teòricamente, a velocidade do rotor deve ser a metade da do jato. Admitamos que os dados de uma turbina Pelton sejam:  $Q = 1,5$  m<sup>3</sup>/s,  $c = 69,6$  m/s, logo,  $u = 34,8$  m/s.

A fôrça do jato será:

$$F_j = 2 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 69,6 (1,0 - 0,5) = 104,5 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

A potência da turbina:

$$P = 104,5 \cdot 10^3 \cdot 34,8 = 364 \cdot 10^4 \text{ j/s} = 3.640 \text{ kW.}$$

Se esta turbina tiver uma rotação de 10 r.p.s. seu diâmetro primitivo será:

$$D = \frac{u}{\pi \cdot n} = \frac{34,8}{\pi \cdot 10} = 1,10 \text{ m.}$$

**Exemplo 3.** As turbinas tipo Pelton, normalmente são equipadas com defletor que tem a finalidade de desviar o jato do rotor de maneira quase instantânea nas reduções de carga sofridas pela má-

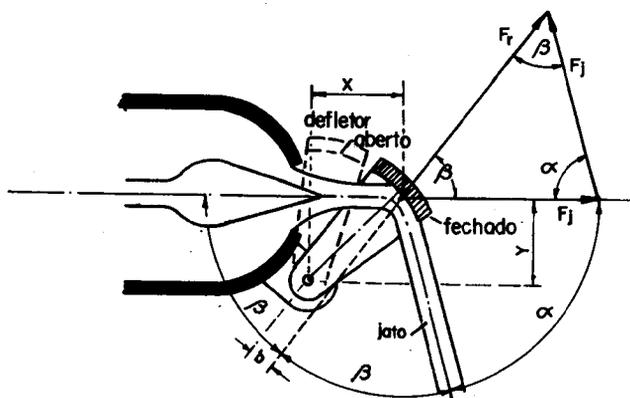


Fig. 4.5 Defletor de turbina Pelton.

quina. Com o defletor agindo, é possível um fechamento lento da agulha, e com isto consegue-se evitar um golpe dinâmico, de con-

seqüências as mais desastrosas para o funcionamento da instalação. Seja Fig. 4.5, o sistema composto de injetor, agulha e defletor, sendo:  $Q = 1,5 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $c = 69 \text{ m/s}$  e o ângulo de desvio  $\alpha = 70^\circ$ . Sendo arbitrado  $c_1 = c_2 = c$  e  $x = y = 250 \text{ mm}$  determinar:

- Fôrça de impulsão do jato.
  - A fôrça resultante sôbre o defletor.
  - O momento do defletor.
- a) *Determinação da fôrça de impulsão do jato*

A fôrça de impulsão será:

$$\frac{I}{\Delta t} = \rho \cdot Q \cdot c = 10^3 \cdot 1,5 \cdot 69,6 = 104,5 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

- b) *Determinação da fôrça resultante sôbre o defletor*

Da Fig. 4.5, temos, para módulo da resultante:

$$F_r = 2 \cdot F_j \cdot \cos \beta = 2 \cdot 104,5 \cdot \cos 55^\circ;$$

$$F_r = 120 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

- c) *Determinação do momento sofrido pelo defletor*

$$M = F_r \cdot b.$$

Da Fig. 4.5, temos:

$$b = (x \sin \beta - y \cos \beta) = 250 (\sin 55 - \cos 55) = 61,5 \text{ mm.}$$

Logo:

$$M = 120 \cdot 10^3 \cdot 61,5 \cdot 10^{-3} = 7.380 \text{ j.}$$

Evidentemente o centro de rotação 0 deve ser escolhido de modo a têmos um braço  $b$  mínimo.

## 4.2 Continuidade para Grades em Repouso

Seja um sistema de infinitas pás em repouso sendo atravessado por um fluido incompressível isento de atrito, Fig. 4.6. Tomaremos uma superfície de contrôlê  $ABCD$  que contenha uma pá. Considerando para a pá um traçado tal, que não haja choque na entrada podemos aplicar as equações que já estudamos, iniciando com a equação de continuidade:

$$Q = t \cdot b_1 \cdot c_{v_1} = t \cdot b_2 \cdot c_{v_2},$$

caso seja imposta a condição de ser

$$b_1 = b_2 = b$$

temos:

$$c_{v_1} = c_{v_2} = c_v$$

logo:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\text{sen } \alpha_2}{\text{sen } \alpha_1} \quad (4.7)$$

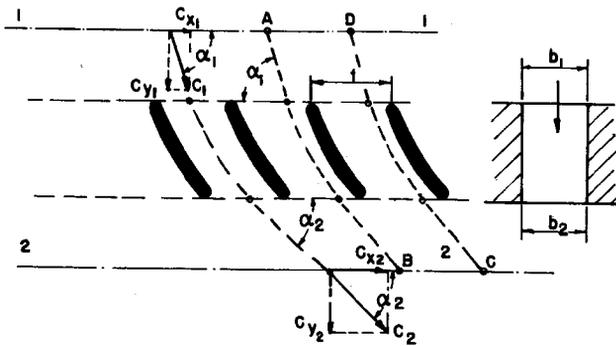


Fig. 4.6 Grade em repouso para motores axiais.

### 4.3 Equação de Bernoulli para Grade em Repouso

Como não há trocas de calor nem trabalho entre os limites do sistema Fig. 4.6, temos:

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2$$

desprezando,  $z_1 - z_2$ , resulta:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) \quad (4.8)$$

e também:

$$c_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) + c_1^2} \quad (4.9)$$

A Eq. (4.8) mostra estar havendo transformação de energia potencial em cinética. Um tal sistema é encontrado nas máquinas de fluxo motoras, recebendo a denominação de sistema de pás diretoras, ou aletas diretoras.

#### 4.4 Circulação e Impulsão para Grade em Repouso

A circulação já foi definida:

$$\Gamma = \oint \vec{c} \cdot \vec{ds}.$$

Para a superfície de controle, Fig. 4.6, temos:

$$\int_B^A \vec{c} \cdot \vec{ds} = - \int_C^D \vec{c} \cdot \vec{ds},$$

logo:

$$\Gamma_{ABCD} = \int_B^C \vec{c} \cdot \vec{ds} + \int_D^A \vec{c} \cdot \vec{ds}$$

ou

$$\Gamma = (c_{x_2} - c_{x_1}) \cdot t. \quad (4.10)$$

Aplicando a Eq. (4.3), respectivamente, para o eixo dos  $x$  e dos  $y$  resulta:

$$F_x = \rho \cdot Q \cdot (c_{x_2} - c_{x_1}) = \rho \cdot b \cdot \Gamma \cdot c_y; \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} F_y &= (p_1 - p_2) \cdot t \cdot b = \frac{\rho}{2} \cdot (c_2^2 + c_1^2) \cdot t \cdot b = \\ &= \frac{\rho}{2} \cdot (c_{x_2}^2 - c_{x_1}^2) \cdot t \cdot b; \end{aligned}$$

$$F_y = \frac{\rho}{2} \cdot (c_{x_2} - c_{x_1}) \cdot (c_{x_1} + c_{x_2}) \cdot t \cdot b;$$

$$F_y = \rho \cdot b \cdot \Gamma \cdot \frac{c_{x_1} + c_{x_2}}{2} = \rho \cdot b \cdot \Gamma \cdot c_{x_m}. \quad (4.12)$$

Estabelecendo a relação entre as forças, temos:

$$\frac{F_x}{F_y} = \frac{c_y}{c_{x_m}}. \quad (4.13)$$

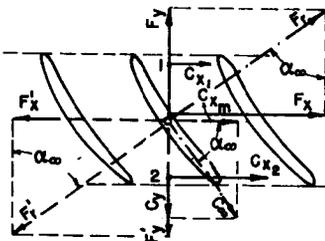


Fig. 4.7 Teorema de Kuta-Joukowski.

Com esta relação construímos a Fig. 4.7. Como os triângulos  $OAB$  e  $OCD$  devem ser semelhantes para que a relação seja verificada, somos levados a concluir que a força resultante é normal à velocidade resultante de  $c_y$  e  $c_{x_m}$ . O valor desta força resultante será:

$$F_r = \frac{F_x}{\sin \alpha_\infty} = \rho \cdot b \cdot \Gamma \cdot c_\infty, \text{ tendo em vista que}$$

$$F_r = \rho \cdot b \cdot \Gamma \cdot \sqrt{c_y^2 + c_x^2}. \quad (4.14)$$

Concluímos que a velocidade resultante será:

$$c_\infty = \sqrt{c_y^2 + c_x^2}. \quad (4.15)$$

As conclusões obtidas foram conseguidas por Kuta-Joukowski a partir do seguinte raciocínio:

Como  $\Gamma = (c_{x_2} - c_{x_1}) \cdot t$ , imaginaram Kuta-Joukowski que o passo entre as pás fosse crescendo, tendendo para o infinito, porém, a circulação sendo mantida constante, logo  $c_{x_1}$  tenderia para  $c_{x_2}$ , sendo possível no limite substituir  $c_1$  e  $c_2$  pela velocidade média do escoamento.

Supondo o campo em repouso para ter-se o efeito, a pá deveria deslocar-se com aquela velocidade média. Uma tal pá isolada foi denominada *asa de sustentação*, sendo sua força resultante, denominada *força de sustentação*,  $F_s$  sempre normal a  $c_\infty$ .

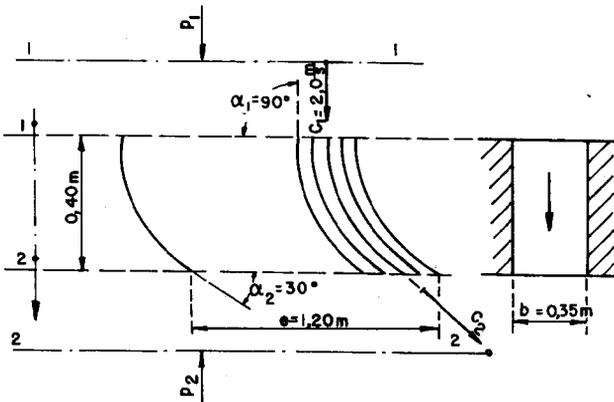


Fig. 4.8 Grade em repouso com profundidade constante.

**Exemplo.** Dada a grade em repouso da Fig. 4.8, supondo-se infinito o número de pás, isenção de atrito, entrada sem choque, regime permanente, determinar, para uma extensão horizontal de 1,20 m

- A vazão em  $m^3/s$ .
- A velocidade na saída em  $m/s$ .
- A pressão na entrada em bar, admitindo  $p_2 = 0$ .

d) A circulação.

e) As forças  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_r$ , bem como  $\alpha_\infty$  e  $c_\infty$ .

a) *Cálculo da vazão*

$$Q = S_1 \cdot c_{y_1} = S_2 \cdot c_{y_2}, \text{ porém } S_1 = S_2, \text{ logo:}$$

$$c_{y_1} = c_{y_2} = c_1 = 2,0 \text{ m/s. Assim,}$$

$$Q = 1,20 \cdot 0,35 \cdot 2,0 = 0,84 \text{ m}^3/\text{s}.$$

b) *Cálculo da velocidade na saída*

Pelos triângulos, temos:

$$c_1 \cdot \text{sen } \alpha_1 = c_2 \cdot \text{sen } \alpha_2, \text{ logo:}$$

$$c_2 = c_1 \cdot \frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } \alpha_2}, c_2 = 2,0 \cdot \frac{1,0}{0,5} = 4,0 \text{ m/s}.$$

c) *Cálculo da pressão na entrada*

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2, \text{ logo:}$$

$$\frac{p_1}{\rho} = \frac{4^2 - 2^2}{2} - 9,81 \cdot 0,4 = 2,08 \text{ j/kg}$$

$$p_1 = 208 \cdot 10^{-4} \text{ bar}.$$

d) *Cálculo da circulação*

Neste caso, como a extensão é de 1,20 temos:

$$\Gamma = (c_{x_2} - c_{x_1}) \cdot t \text{ ou}$$

$$\Gamma = (4,0 \cdot 0,866 - 0,0) \cdot 1,2 = 4,16 \text{ m}^2/\text{s}.$$

e) *Cálculo das forças,  $\alpha_\infty$  e  $c_\infty$*

$$F_x = \rho \cdot Q \cdot (c_{x_2} - c_{x_1}) = 10^3 \cdot 0,84 \cdot 4,0 \cdot 0,866 = 2.910 \text{ N}$$

$$F_y = t \cdot b (p_2 - p_1) = - 1,2 \cdot 0,35 \cdot 2.080 = - 873 \text{ N}$$

$$F_r = F_s = \sqrt{2.910^2 + 873^2} = 3.040 \text{ N}$$

$$\text{sen } \alpha_\infty = \frac{F_x}{F_r} = \frac{2.910}{3.040} = 0,957, \text{ logo: } \alpha_\infty = 73^\circ$$

$$c_\infty = (4 + 3,00)^{0,5} = 2,57 \text{ m/s}.$$

#### 4.5 Continuidade para Grade em Movimento

Podemos a partir da grade fixa analisada no item anterior, construir uma grade em movimento. Tênicamente, isto significa projetarmos um conjunto de pás em movimento, logo um rotor, cujo

sistema diretor seja conhecido. Na Fig. 4.9 representamos um tal conjunto. Ainda aqui, temos condições teóricas, isto é, número infinito de pás, isenção de atrito, regime permanente.

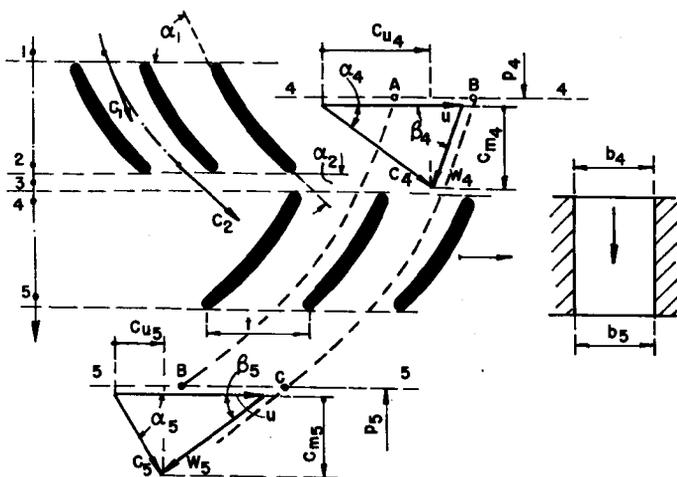


Fig. 4.9 Conjunto de grades em repouso e em movimento para rotores axiais.

O movimento da grade é caracterizado pela velocidade de deslocamento  $u$  na direção do eixo  $x$ . Pela própria análise, concluímos ser uma grade desta, representativa de um corte cilíndrico, desenvolvido de um rotor axial. A velocidade de saída do estator  $c_2$ , será igual à velocidade de entrada no rotor  $c_4$ . A pá deve ser curvada de modo a não haver choque na entrada.

Na aplicação das equações que seguiremos consideraremos a superfície de controle  $ABCD$  e  $b_4 = b_5 = b$ .

Tomando agora as velocidades relativas temos:

$$Q = t \cdot b \cdot w_{v_4} = t \cdot b \cdot w_{v_5} \quad (4.16)$$

logo:

$$w_{v_4} = w_{v_5} = w_v.$$

Se analisarmos os triângulos de velocidade de entrada e saída, concluiremos que  $w_v = c_v = w_m = c_m$ , assim  $c_m$ , isto é, a componente meridional da velocidade absoluta é constante, dentro das hipóteses feitas, na passagem do fluido pelo rotor da máquina de fluxo. Este princípio normalmente é aplicado nos projetos das máquinas de fluxo.

#### 4.6 Equação de Bernoulli para Grade em Movimento

Como há troca de energias na forma de trabalho, além das energias de pressão, velocidade e posição, teremos, para o caso da Fig. 4.9:

$$Y = E_4 - E_5.$$

Nos próximos itens iniciaremos a análise destas energias específicas.

#### 4.7 Circulação e Impulsão para Grade em Movimento

Do mesmo modo que fizemos para a grade em repouso, obtaremos para a em movimento utilizando a Fig. 4.9:

$$\Gamma_{ABCD} = \Gamma = (c_{x_4} - c_{x_3}) \cdot t. \quad (4.17)$$

De modo semelhante ao utilizado para grade em repouso, simplesmente tomando as velocidades relativas, obteremos:

$$F_x = \rho \cdot Q \cdot (c_{x_4} - c_{x_3}) = \rho \cdot Q \cdot \frac{\Gamma}{t} = \rho \cdot b \cdot \Gamma \cdot w_y, \quad (4.18)$$

$$F_y = (p_4 - p_5) \cdot t \cdot b = \rho \cdot b \cdot \Gamma \cdot w_{x_m}. \quad (4.19)$$

Podemos agora analisar as energias específicas  $Y$ ,  $E_4$ ,  $E_5$ . Para tanto vamos tomar a expressão de  $F_x$ , substituindo  $x$  por  $u$ . Dêste modo teremos a energia por unidade de tempo, ou potência, recebida por um canal dada pela equação:

$$F_u \cdot u = P = \rho \cdot Q \cdot (c_{u_4} - c_{u_3}) \cdot u.$$

Esta potência é obtida entre os níveis energéticos  $E_4$  e  $E_5$ , logo, poderemos fazer a igualdade:

$$\rho \cdot Q \cdot (E_4 - E_5) = \rho \cdot Q \cdot (c_{u_4} - c_{u_3}) \cdot u,$$

ou

$$Y_{pd} = E_4 - E_5 = u \cdot (c_{u_4} - c_{u_3}). \quad (4.20)$$

Esta equação é conhecida como *equação fundamental das máquinas de fluxo para máquinas axiais motoras* ou *grades em movimento motoras*. Para *máquinas axiais geradoras*, teremos:

$$Y_{pd} = E_5 - E_4 = u \cdot (c_{u_5} - c_{u_4}). \quad (4.21)$$

Escrevendo a diferencial das equações acima vem:

$$dY_{pd} = u \cdot d(c_u). \quad (4.22)$$

Esta diferencial indica que uma variação elementar  $dY_{pa}$  da energia é proporcional e do mesmo sinal, que a variação elementar da componente  $c_u$  da velocidade absoluta.

**Exemplo.** Para o ventilador axial da Fig. 3.1 onde são conhecidos

$$D_i = 180 \text{ mm}, \quad D_e = 360 \text{ mm}, \quad n = 47,5 \text{ r.p.s.}, \quad b = 90 \text{ mm}, \\ \beta_4 = 24,3^\circ, \quad \beta_5 = 40^\circ, \quad z = 8 \text{ pás}, \quad \rho = 1,1 \text{ kg/m}^3.$$

Determinar para o diâmetro médio:

- O passo e os triângulos de velocidade.
- A vazão e a circulação na pá e no rotor.
- As forças de impulsão e a potência.

a) *Cálculo do passo e traçado dos triângulos de velocidade*

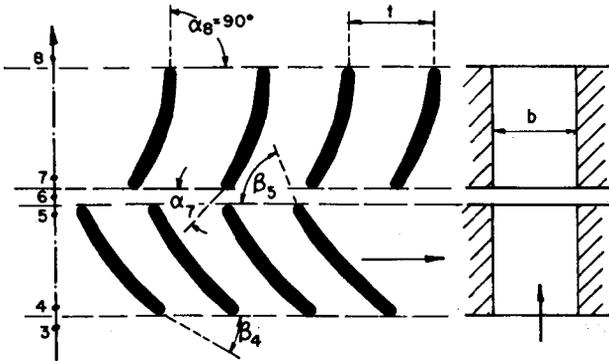


Fig. 4.10 Grade correspondente ao corte cilíndrico desenvolvido para  $D_m$ .

Na Fig. 4.10, esquematizamos a grade para o diâmetro médio.

Temos:

$$t = \frac{\pi \cdot D_m}{z} = \frac{\pi \cdot 270}{8} = 106 \text{ mm},$$

$$u = \pi \cdot D_m \cdot n = \pi \cdot 0,27 \cdot 47,5 = 40,2 \text{ m/s}.$$

Como temos na entrada um triângulo retângulo, determinamos  $c_4 = c_m = 18,5 \text{ m/s}$ . Retiramos dos triângulos da Fig. 4.11 os de mais elementos.

b) *Cálculo da vazão e circulações*

$$Q = 8 \cdot t \cdot b \cdot c_m = 8 \cdot 0,106 \cdot 0,090 \cdot 18,5 = 1,415 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Podíamos também calcular pela fórmula

$$Q = \frac{\pi}{4} \cdot (D_e^2 - D_i^2) \cdot c_m.$$

A circulação da pá será:

$$\Gamma = (c_{u_5} - c_{u_4}) \cdot t = (18,2 - 0) \cdot 0,106 = 1,93 \text{ m}^2/\text{s}.$$

Para todo o rotor teremos:

$$\Gamma_r = 8 \cdot 1,93 = 15,5 \text{ m}^2/\text{s}.$$

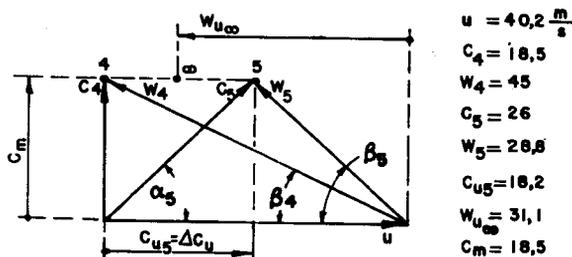


Fig. 4.11 Triângulos de velocidade para  $D_m$ .

c) *Cálculo das forças de impulsão e da potência*

$$F_x = F_u = \rho \cdot Q \cdot (c_{u_5} - c_{u_4}) = 1,1 \cdot 1,415 \cdot 18,2 = 28,3 \text{ N};$$

$$F_y = 8 \cdot \rho \cdot b \cdot \Gamma \cdot w_{u_m} = 8 \cdot 1,1 \cdot 0,09 \cdot 31,1 \cdot 1,93 = 47,4 \text{ N};$$

$$F_r = (F_u^2 + F_y^2)^{0,5} = 55,1 \text{ N};$$

$$Y_{pd} = E_5 - E_4 = u \cdot (c_{u_5} - c_{u_4}) = 40,2 \cdot 18,2 = 731 \text{ j/kg}.$$

Temos agora a potência:

$$P = \rho \cdot Q \cdot Y_{pd} = 1,1 \cdot 1,415 \cdot 731 \cdot 10^{-3} = 1,14 \text{ kW}.$$

#### 4.8 Continuidade para Sistema Radial de Pás

Vejamos agora o sistema radial de pás ou mais simplesmente, o rotor radial. Tomaremos na Fig. 4.12, um ventilador radial ou centrífugo para ar suposto ideal, número infinito de pás e entrada sem choque.

Aplicaremos a este rotor as várias equações, iniciando com a de continuidade, admitindo:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho;$$

$$Q = \pi \cdot D_4 \cdot b_4 \cdot c_{m4} = \pi \cdot D_5 \cdot b_5 \cdot c_{m5}. \quad (4.23)$$

Podíamos impor a condição:  $D_4 \cdot b_4 = D_5 \cdot b_5$  para termos  $c_{m4} = c_{m5}$ , mesma condição das máquinas axiais. Na Fig. 4.12 desenhamos os triângulos de velocidade para entrada e saída deste ventilador.

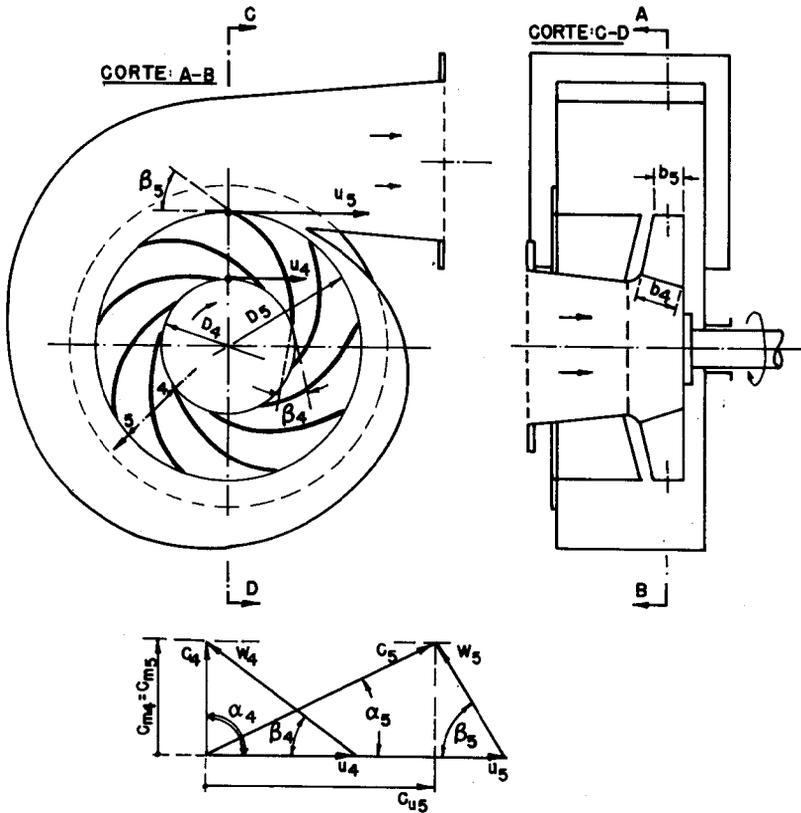


Fig. 4.12 Ventilador radial ou centrífugo.

#### 4.9 Equação de Bernoulli e Impulsão para Sistema Radial de Pás

Conforme vimos para grades em movimento temos  $Y_{rad} = E_5 - E_4$  para geradores. Como para a entrada e saída do rotor temos:

$$\Gamma_4 = 2 \cdot \pi \cdot r_4 \cdot c_{u4};$$

$$\Gamma_5 = 2 \cdot \pi \cdot r_5 \cdot c_{u5}.$$

A circulação do rotor será:

$$\Gamma_r = \Gamma_5 - \Gamma_4 = 2 \cdot \pi \cdot (r_5 \cdot c_{u_5} - r_4 \cdot c_{u_4}) = z \cdot \Gamma, \quad (4.24)$$

onde  $z$  é o número de pás e  $\Gamma$  a circulação para uma pá.

A lei das áreas fornece:

$$M = \rho \cdot Q \cdot (c_{u_5} \cdot r_5 - c_{u_4} \cdot r_4). \quad (4.25)$$

Tendo em vista os triângulos de velocidade, vem:

$$M = -\rho \cdot Q \cdot [(w_{u_5} \cdot r_5 - w_{u_4} \cdot r_4) - (u_5 \cdot r_5 - u_4 \cdot r_4)]. \quad (4.26)$$

Nesta equação  $u_5 \cdot r_5 - u_4 \cdot r_4$  representa o momento devido ao efeito Coriolis.

Podemos ainda escrever o momento como segue:

$$M = \frac{\rho \cdot Q}{2 \cdot \pi} \cdot (\Gamma_5 - \Gamma_4) = \frac{\rho \cdot Q \cdot z}{2 \cdot \pi} \cdot \Gamma. \quad (4.27)$$

A potência transmitida pelo sistema quando gira, ao fluido será:

$$M \cdot \omega = P = \rho \cdot Q (c_{u_5} \cdot r_5 - c_{u_4} \cdot r_4) \cdot \omega.$$

Esta potência consumida é utilizada para elevar o nível energético de  $E_4$  para  $E_5$  dos  $\rho \cdot Q$  kg/s de fluido que circulam, logo,

$$\rho \cdot Q \cdot (E_5 - E_4) = \rho \cdot Q \cdot (c_{u_5} \cdot r_5 - c_{u_4} \cdot r_4) \cdot \omega$$

assim,

$$Y_{pd} = (E_5 - E_4) = \omega \cdot (c_{u_5} \cdot r_5 - c_{u_4} \cdot r_4). \quad (4.28)$$

Esta é a equação fundamental para as máquinas de fluxo radiais, no caso geradoras. Para a modalidade motora, teremos:

$$Y_{pd} = (E_4 - E_5) = \omega \cdot (c_{u_4} \cdot r_4 - c_{u_5} \cdot r_5). \quad (4.29)$$

A forma diferencial destas equações é:

$$dY_{pd} = \omega \cdot d(c_u \cdot r). \quad (4.30)$$

Mostrando esta equação, que uma pequena variação da energia do fluido, corresponde a uma variação proporcional do momento de velocidade.

**Exemplo.** Na Fig. 4.13 representamos esquematicamente um rotor para turbinas tipo Francis lento, onde  $D_4 = 250$  mm,  $D_5 = 150$  mm,  $\beta_4 = 70^\circ$ ,  $\beta_5 = 30^\circ$ ,  $b_4 = 60$  mm, número infinito de pás, fluido sem atrito, entrada sem choque. Determinar, para o filé médio

- a) Os triângulos de velocidade e a vazão.
- b) As diversas circulações.
- c) O momento de impulsão e a potência da turbina.

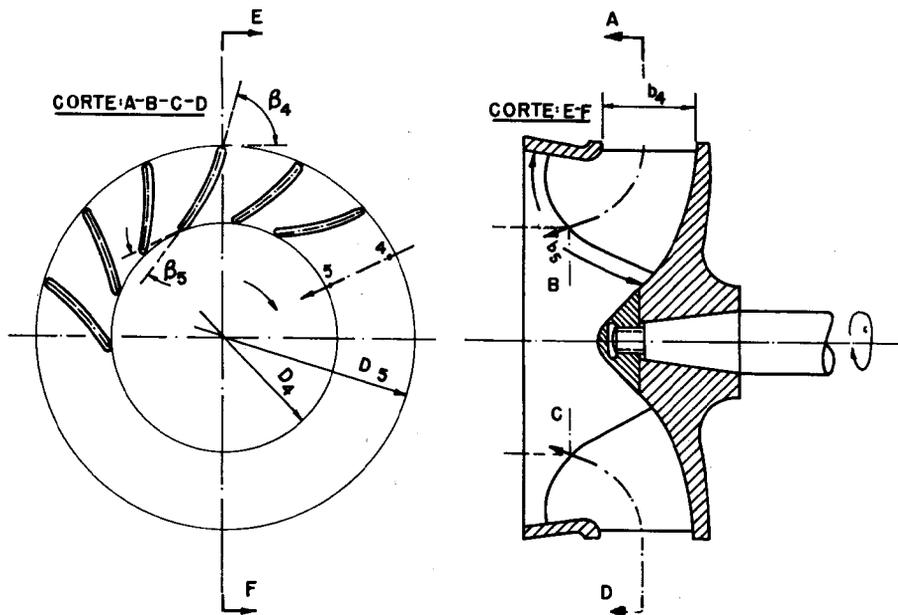


Fig. 4.13 Rotor para turbina tipo Francis lento.

a) *Determinação dos triângulos de velocidade e da vazão*

Temos:

$$u_4 = \pi \cdot D_4 \cdot n = \pi \cdot 0,250 \cdot 12,5 = 9,8 \text{ m/s};$$

$$u_5 = u_4 \cdot \frac{D_5}{D_4} = 9,8 \cdot \frac{150}{250} = 5,87 \text{ m/s}.$$

Com estes valores e a condição do triângulo de saída ser reto construímos a Fig. 4.14.

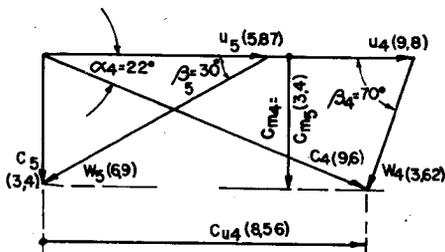


Fig. 4.14 Triângulos de velocidade de entrada e saída para o filé médio do rotor Francis lento.

Esta figura entre outros valores, fornece,  $c_m = 3,4$  m/s. A vazão será:

$$Q = \pi \cdot D_4 \cdot b_4 \cdot c_{m_4} = \pi \cdot 0,25 \cdot 0,06 \cdot 3,4 = 0,160 \text{ m}^3/\text{s}.$$

A largura na saída pode também ser calculada:

$$b_5 = b_4 \cdot \frac{D_4}{D_5} = 0,06 \cdot \frac{250}{150} = 0,10 \text{ m}.$$

b) *Cálculo das circulações*

Para a entrada temos:

$$\Gamma_4 = \pi \cdot D_4 \cdot c_{u_4} = \pi \cdot 0,250 \cdot 8,56 = 6,73 \text{ m}^2/\text{s}.$$

Para a saída:

$$\Gamma_5 = 0.$$

Circulação do rotor:

$$\Gamma_r = \Gamma_4 - \Gamma_5 = 6,73 \text{ m}^2/\text{s}.$$

c) *Cálculo do momento de impulsão e da potência.*

$$M = \rho \cdot Q \cdot c_{u_4} \cdot r_4 = 10^3 \cdot 0,160 \cdot 8,56 \cdot 0,125 = 171 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Para a variação de energia ou potência temos:

$$P = Q \cdot \rho \cdot Y_{pd} = \omega \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot 12,5 \cdot 171 \cdot 10^{-3} = 13,42 \text{ kW}.$$

#### 4.10 Equação Fundamental para as Máquinas de Fluxo e suas Várias Formas

Partiremos da Eq. (4.29), para provar que a Eq. (4.20) é um caso particular da primeira.

Assim:

$$Y_{pd} = E_4 - E_5 = \omega \cdot (c_{u_4} \cdot r_4 - c_{u_5} \cdot r_5);$$

logo:

$$Y_{pd} = (u_4 \cdot c_{u_4} - u_5 \cdot c_{u_5}). \quad (4.31)$$

Esta equação podemos chamar de *equação fundamental geral das máquinas de fluxo, modalidade de motora*, uma vez que a Eq. (4.21) é um caso particular onde  $u_4 = u_5 = u$ . Para geradores temos:

$$Y_{pd} = E_5 - E_4 = (u_5 \cdot c_{u_5} - u_4 \cdot c_{u_4}). \quad (4.32)$$

Normalmente temos  $c_{u_2} = 0$  para motores e  $c_{u_1} = 0$  para geradores, isto equivale a triângulos de velocidade, retângulos respectivamente para saída e entrada, resultando as equações simplificadas

$$Y_{pd} = u_4 \cdot c_{u_4} \quad \text{para motores,} \quad (4.33)$$

$$Y_{pd} = u_5 \cdot c_{u_5} \quad \text{para geradores.} \quad (4.34)$$

Vamos agora, procurar reunir a Equação de Bernoulli com a equação fundamental das máquinas de fluxo. Para isto, basta aplicar Bernoulli entre entrada e saída, por exemplo, para a modalidade motora, temos:

$$Y_{pd} = E_4 - E_5 = \frac{p_4 - p_5}{\rho} + \frac{c_4^2 - c_5^2}{2} = Y_{est.} + Y_{din.} \quad (4.35)$$

O que equivale a dizer que a diferença de energia específica entre entrada e saída é dada pela soma de dois termos, o primeiro correspondente à energia específica de pressão,  $Y_{est.}$  e o segundo a de velocidade,  $Y_{din.}$ . Por outro lado, como estamos estudando um caso teórico em que o fluido é isento de atrito e o número de pás é infinito, o que equivale a passar entre cada canal um filête de corrente constituído de uma só linha de corrente, representaremos a diferença de energia por  $Y_{pd} = Y_{pd\infty}$ .

Sendo  $\infty$  o indicativo da isenção de atrito e do número infinito de pás. Conforme posteriormente analisaremos, para motores  $Y_{pd\infty} = Y_{pd}$  isto é, o número de pás não tem diretamente influência sobre a diferença de energia. Assim, teremos:

Equação fundamental geral para a modalidade motora:

$$Y_{pd} = \frac{p_4 - p_5}{\rho} + \frac{c_4^2 - c_5^2}{2} \quad (4.36)$$

Equação fundamental geral para a modalidade geradora:

$$Y_{pd\infty} = \frac{p_5 - p_4}{\rho} + \frac{c_5^2 - c_4^2}{2} \quad (4.37)$$

Estas equações se prestam muito bem para a interpretação do princípio de ação e de reação. Sendo:

$$\frac{p_4 - p_5}{\rho} = 0, \text{ a máquina de fluxo motora é de ação.}$$

$$\frac{p_4 - p_5}{\rho} > 0, \text{ a máquina de fluxo motora é de reação.}$$

Para a modalidade geradora teríamos:

$$\frac{p_5 - p_4}{\rho} = 0, \text{ máquina de ação, praticamente não existente.}$$

$$\frac{p_5 - p_4}{\rho} > 0, \text{ máquina de reação, praticamente todas as máquinas construídas.}$$

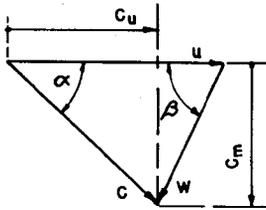


Fig. 4.15 Triângulo genérico de velocidade.

Tendo em vista o triângulo de velocidade da Fig. 4.15, podemos apresentar a equação fundamental geral sob outra forma:

$$\begin{aligned} Y_{pd} &= (u_4 \cdot c_{u_4} - u_5 \cdot c_{u_5}) = \\ &= \frac{p_4 - p_5}{\rho} + \frac{c_4^2 - c_5^2}{2} \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{p_4 - p_5}{\rho} &= \frac{c_5^2 - 2 \cdot u_5 \cdot c_{u_5}}{2} - \\ &- \frac{c_4^2 - 2 \cdot u_4 \cdot c_{u_4}}{2}. \end{aligned}$$

Porém,

$$w^2 = c_m^2 + (u - c_u)^2 = c_m^2 + u^2 - 2u \cdot c_u + c_u^2 = c^2 - 2u \cdot c_u + u^2.$$

Dêste modo resulta:

$$\frac{p_4 - p_5}{\rho} = \frac{u_4^2 - u_5^2}{2} + \frac{w_5^2 - w_4^2}{2}. \quad (4.38)$$

Esta expressão permite calcular a variação da pressão estática entre entrada e saída do rotor de uma máquina de fluxo motora com auxílio dos triângulos de velocidades. Evidentemente para uma máquina axial desaparece o termo que contém a velocidade tangencial  $u$ . Assim resulta:

Modalidade motora,

$$Y_{pd} = \frac{c_4^2 - c_5^2}{2} + \frac{u_4^2 - u_5^2}{2} + \frac{w_5^2 - w_4^2}{2}. \quad (4.39)$$

Modalidade geradora,

$$Y_{pd} = \frac{c_5^2 - c_4^2}{2} + \frac{u_5^2 - u_4^2}{2} + \frac{w_4^2 - w_5^2}{2}. \quad (4.40)$$

Antes de darmos alguns exemplos vamos definir uma grandeza bastante importante no estudo das máquinas de fluxo, o grau de reação.

Para a modalidade motora temos

$$\rho_{t\infty} = \rho_t = \frac{Y_{est.}}{Y_{pd}} = 1 - \frac{Y_{din.}}{Y_{pd}} = 1 - \frac{\frac{c_4^2 - c_5^2}{2}}{u_4 \cdot c_{u_4} - u_5 \cdot c_{u_5}}. \quad (4.41)$$

Como normalmente  $c_{u_5} = 0$ , vem:

$$\rho_t = 1 - \frac{c_{u_4}}{2u_4}. \quad (4.42)$$

Para a modalidade geradora como:

$$Y_{pd\infty} \neq Y_{pd}$$

definiremos

$$\rho_{t\infty} = \frac{Y_{est.}}{Y_{pd\infty}} = 1 - \frac{Y_{din.}}{Y_{pd\infty}} = 1 - \frac{c_{u_5}}{2 \cdot u_5}. \quad (4.43)$$

A última igualdade foi conseguida admitindo-se  $c_{u_4} = 0$ , fato que geralmente ocorre nesta modalidade.

Conforme mostraremos no Cap. 6,  $Y_{pd} = u_5 \cdot c_{u_5} - u_4 \cdot c_{u_4}$ , sendo interessante definir um grau de reação teórico, porém, com número finito de pás no rotor, apesar de escoamento ideal.

$$\rho_t = \frac{Y_{est.}}{Y_{pd}} = 1 - \frac{Y_{din.}}{Y_{pd}} = 1 - \frac{\frac{c_5^2 - c_4^2}{2}}{u_5 \cdot c_{u_5} - u_4 \cdot c_{u_4}} = 1 - \frac{c_{u_5}}{2u_5}.$$

Também para ser obtida a última expressão foi admitido que  $c_{u_4} = 0$ . Com estas definições teremos

- $\rho_t = 0$  — máquina de ação;
- $\rho_t > 0$  — máquina de reação.

**Exemplo 1.** Estudar a influência do ângulo  $\beta_5$  no trabalho específico teórico e no grau de reação teórico de geradores radiais.

Seja o rotor da Fig. 4.16, onde foram desenhadas três pás *a*, *b*, *c*. Para maior compreensão, sem prejuízo algum das demonstrações faremos  $D_5 = 2 \cdot D_4$ .

$\beta_4 = 20^\circ$  para as três pás, sendo a entrada radial

$$c_4 = \frac{u_4}{2}$$

$\beta_5$  - terá os valores de  $40^\circ$  para a,  $90^\circ$  para b e  $120^\circ$  para c.

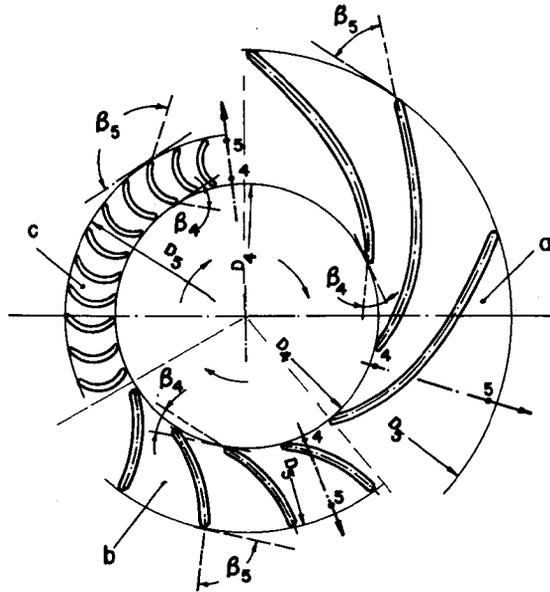


Fig. 4.16 Rotor radial para geradores.

Com estes elementos desenhamos os triângulos de entrada e saída da Fig. 4.17.

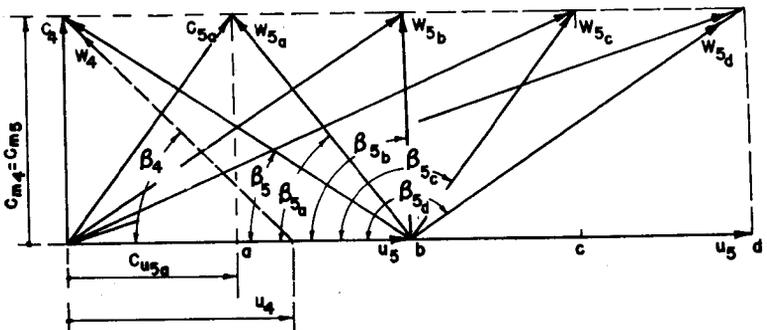


Fig. 4.17 Triângulos de velocidade para três formas de pás.

Com os elementos dos triângulos e as equações podemos elaborar a Tab. 4.1, e traçar o gráfico da Fig. 4.18 dos quais concluímos:

$Y_{pd\infty} = 0$ ,  $Y_{din.} = 0$  e  $Y_{est.} = 0$ , para  $\beta_5 = 0$ . De  $0^\circ$  a  $90^\circ$ ,  $Y_{pd\infty}$  cresce, mantendo-se  $Y_{est.}$  sempre maior que  $Y_{din.}$ , para tornarem-se iguais em  $90^\circ$ . De  $90^\circ$  a  $180^\circ$ ,  $Y_{pd\infty}$  cresce, porém  $Y_{din.}$ , agora passa a ser sempre maior que  $Y_{est.}$ , assumindo um valor máximo quando  $Y_{est.}$  torna-se nulo em  $180^\circ$ .

Tab. 4.1

## RESUMO DOS RESULTADOS PARA AS TRÊS FORMAS DE PÁS

$c_5^2 = u_4^2 + \left(\frac{u_4}{2}\right)^2$	$c_5^2 = 4 \cdot u_4^2 + \left(\frac{u_4}{2}\right)^2$	$c_5^2 = \left(\frac{5}{2} \cdot u_4\right)^2 + \left(\frac{u_4}{2}\right)^2$
$c_4^2 = \left(\frac{u_4}{2}\right)^2$	$c_4^2 = \left(\frac{u_4}{2}\right)^2$	$c_4^2 = \left(\frac{u_4}{2}\right)^2$
$\frac{c_5^2 - c_4^2}{2} = \frac{u_4^2}{2}$	$\frac{c_5^2 - c_4^2}{2} = 2 \cdot u_4^2$	$\frac{c_5^2 - c_4^2}{2} = \frac{25 \cdot u_4^2}{8}$
$w_4^2 = u_4^2 \times \left(\frac{u_4}{2}\right)^2$	$w_4^2 = u_4^2 + \left(\frac{u_4}{2}\right)^2$	$w_4^2 = u_4^2 + \left(\frac{u_4}{2}\right)^2$
$w_5^2 = u_4^2 + \left(\frac{u_4}{2}\right)^2$	$w_5^2 = \frac{u_4^2}{4}$	$w_5^2 = \frac{u_4^2}{2}$
$\frac{w_4^2 - w_5^2}{2} = 0$	$\frac{w_4^2 - w_5^2}{2} = \frac{u_4^2}{2}$	$\frac{w_4^2 - w_5^2}{2} = \frac{3 \cdot u_4^2}{8}$
$u_5 = 2 \cdot u_4$	$u_5 = 2 \cdot u_4$	$u_5 = 2 \cdot u_4$
$\frac{u_5^2 - u_4^2}{2} = \frac{3 \cdot u_4^2}{2}$	$\frac{u_5^2 - u_4^2}{2} = \frac{3 \cdot u_4^2}{2}$	$\frac{u_5^2 - u_4^2}{2} = \frac{3 \cdot u_4^2}{2}$
$Y_{est.} = \frac{3 \cdot u_4^2}{2}$	$Y_{est.} = 2 \cdot u_4^2$	$Y_{est.} = \frac{9 \cdot u_4^2}{4}$
$Y_{din.} = \frac{u_4^2}{2}$	$Y_{din.} = 2 \cdot u_4^2$	$Y_{din.} = \frac{25 \cdot u_4^2}{8}$
$Y_{pd\infty} = 2 \cdot u_4^2$	$Y_{pd\infty} = 4 \cdot u_4^2$	$Y_{pd\infty} = \frac{43 \cdot u_4^2}{8}$
$\rho_{t\infty} = 0,75$	$\rho_{t\infty} = 0,5$	$\rho_{t\infty} = 0,419$

Em função deste estudo podemos traçar o campo abrangido pelas bombas hidráulicas e pelos ventiladores radiais. O campo das bombas está compreendido entre  $1 > \rho_{t\infty} \geq 0,5$  com ângulos  $\beta_5$

entre  $20^\circ$  e  $50^\circ$ , enquanto que o dos ventiladores entre  $30^\circ$  e  $90^\circ$ . Para o caso particular do ventilador Siroco,  $0,5 > \rho_{i\infty} > 0$ , logo  $\beta_5 > 90^\circ$ .

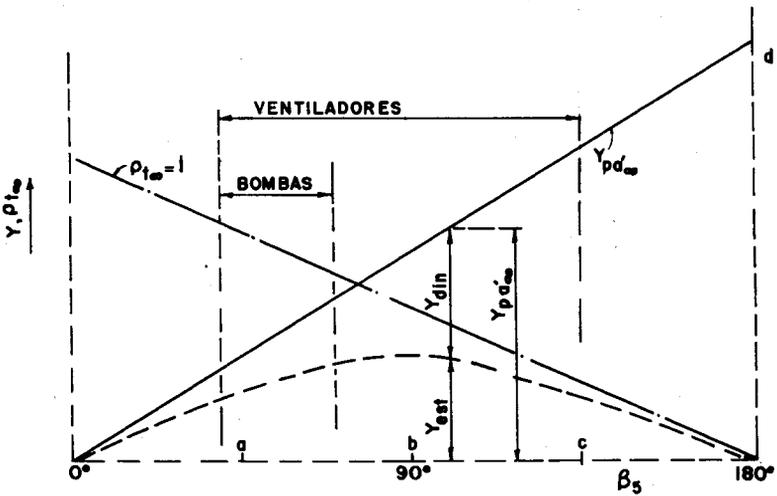


Fig. 4.18 - Gráfico dos resultados.

**Exemplo 2.** Para o rotor Francis da Fig. 4.19, onde são conhecidos para o filête médio:

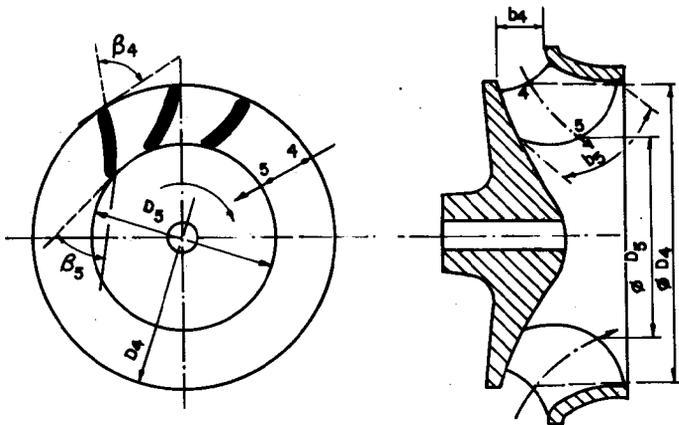


Fig. 4.19 Rotor para turbina tipo Francis.

$$\begin{array}{lll}
 D_4 = 480 \text{ mm}, & D_5 = 280 \text{ mm}, & b_4 = 50 \text{ mm}, \\
 b_4 = 85 \text{ mm}, & n = 8,34 \text{ r.p.s.}, & \beta_4 = 90.
 \end{array}$$

determinar para número infinito de pás, fluido ideal:

- a) As energias específicas.
- b) O grau de reação.

a) *Cálculo das energias específicas*

Com os dados do problema determinamos  $u_4 = 12,6 \text{ m/s}$ ,  $u_5 = 7,35 \text{ m/s}$  e traçamos os triângulos de velocidade da Fig. 4.20. Com estes elementos calculamos:

$$Y_{pd} = (u_4 \cdot c_{u_4} - u_5 \cdot c_{u_5}) = 1 \cdot 12,6^2 = 158,8 \text{ j/kg.}$$

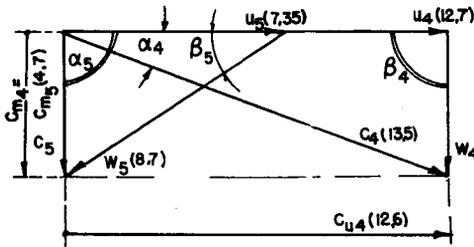


Fig. 4.20 Triângulos de velocidade para o filête médio do rotor Francis.

Este trabalho específico teórico da turbina poderia também ser calculado pela Eq. (4.39).

A energia específica de pressão

$$Y_{est.} = \frac{p_4 - p_5}{\rho} = \frac{1}{2} \cdot (8,7^2 - 4,7^2 + 12,6^2 - 7,35^2) = 79,1 \text{ j/kg.}$$

Tomaremos para  $Y_{din.} = Y_{pd} - Y_{est.} = 158,8 - 79,1 = 79,7 \text{ j/kg.}$

b) *Cálculo do grau de reação*

Conforme definimos

$$\rho_t = \frac{Y_{est.}}{Y_{pd}} = \frac{p_4 - p_5}{\rho \cdot Y_{pd}} = \frac{79,1}{158,8} = 0,498.$$

PROBLEMAS

1. Um escoamento em um canal de seção retangular de largura 1.000 mm e altura 800 mm é desviado de 60° com auxílio de 3 aletas igualmente distânciadas. Admitindo-se condições teóricas para o escoamento e a velocidade do mesmo 10 m/s, determinar a força de reação sobre uma aleta.

2. Deduzir a Lei de Kuta-Joukowski para uma grade móvel.

3. Para o ventilador esquematizado na Fig. 4.12 são conhecidas as seguintes características:  $D_4 = 2.000 \text{ mm}$ ,  $D_5 = 4.000 \text{ mm}$ ,  $\beta_4 = 30^\circ$ ,  $\beta_5 = 50^\circ$ ,  $b_4 = 420 \text{ mm}$ .  $b_5 = 210 \text{ mm}$ ,  $n = 7,0 \text{ r.p.s.}$

Determinar:

- A relação entre as componentes meridionais de entrada e saída do rotor.
- Os elementos dos triângulos de velocidade para a entrada e saída.
- O trabalho específico teórico.
- A vazão e a potência ideal.
- A variação da pressão estática no rotor e o grau de reação teórico.

4. Um rotor para turbina tipo Francis apresenta as seguintes características:  $D_4 = 250$  mm,  $D_5 = 150$  mm,  $\beta_4 = 70^\circ$ ,  $\beta_5 = 30^\circ$ ,  $n = 12,5$  r.p.s.,  $b_4 = 60$  mm. Para condições ideais de escoamento determinar:

- A variação da pressão estática no rotor.
- O grau de reação teórico.

5. Tendo por base a Fig. 4.16 fazer um estudo comparativo das dimensões principais  $D_4$ ,  $D_5$ ,  $b_4$ ,  $b_5$ , sendo para os três  $Y_{pd\infty} = 800$  j/kg,  $Q = 1,0$  m<sup>3</sup>/s,  $n = 20$  r.p.s.,  $c_{m4} = c_{m5}$ . Os demais dados são:

Pás recurvadas tipo a:  $\beta_5 = 45^\circ$ ,  $\beta_4 = 35^\circ$ ,  $\frac{D_4}{D_5} = 0,5$ .

Pás terminando em ângulo reto tipo b:

$$\beta_5 = 90^\circ, \beta_4 = 40^\circ, \frac{D_4}{D_5} = 0,60.$$

Pás curvas para a frente tipo c, Siroco

$$\beta_5 = 135^\circ, \beta_4 = 45^\circ, \frac{D_4}{D_5} = 0,80.$$

## RESPOSTAS

1. A força pedida será:

$$F_{al} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \text{ como } c_{x1} = c \cdot \cos \theta, c_{x2} = c \text{ logo}$$

$$F_x = -\rho \cdot \frac{b \cdot h}{4} \cdot c^2 \cdot (1 - \cos \theta); \quad F_y = \rho \cdot \frac{b \cdot h}{4} \cdot c^3 \cdot \sin \alpha.$$

Feitas as substituições temos:

$$F_{al} = 2 \cdot 10^4 \text{ N.}$$

2. As equações para a grade móvel podem ser obtidas do mesmo modo que para a fixa desde que sejam tomadas as velocidades relativas. Assim podemos escrever:

$$F_x = \rho \cdot Q \cdot (w_{x5} - w_{x4}) = \rho \cdot Q \cdot \frac{\Gamma}{t} = \rho \cdot b \cdot w_y \cdot \Gamma.$$

$$F_y = \frac{\rho}{2} \cdot (w_5^2 - w_4^2) \cdot t \cdot b = \rho \cdot b \cdot \frac{w_{x5} + w_{x4}}{2} \cdot \Gamma = \rho \cdot b \cdot w_{xm} \cdot \Gamma.$$

$$\operatorname{tg} \beta_\infty = \frac{w_y}{w_{xm}} = \frac{F_x}{F_y}.$$

$$F_R = \frac{F_x}{\sin \beta_\infty} = \rho \cdot b \cdot w_\infty \cdot \Gamma = \rho \cdot b \cdot \sqrt{w_y^2 + w_{xm}^2} \cdot \Gamma.$$

$$w_\infty = \sqrt{w_y^2 + w_{xm}^2}.$$

3. a) Pela continuidade temos

$$\frac{c_{m_4}}{c_{m_5}} = \frac{D_5 \cdot b_5}{D_4 \cdot b_4} = 1,0.$$

b) Com  $u_4 = \pi \cdot D_4 \cdot n = 44 \text{ m/s}$ ,  $u_5 = \pi \cdot D_5 \cdot n = 88 \text{ m/s}$ ,  $\beta_4 = 30^\circ$ ,  $\beta_5 = 50^\circ$  podemos desenhar os triângulos de velocidade retirando,  $c_4 = c_{m_4} = c_{m_5} = 26,5 \text{ m/s}$ ,  $w_4 = 53,0 \text{ m/s}$ ,  $c_5 = 71,1 \text{ m/s}$ ,  $w_5 = 34,6 \text{ m/s}$ ,  $c_{u_5} = 65,8 \text{ m/s}$ .

$$c) Y_{pd\infty} = E_5 - E_4 = u_5 \cdot c_{u_5} - u_4 \cdot c_{u_4} = 5.640 \text{ j/kg}.$$

$$d) Q = \pi \cdot D_4 \cdot b_4 \cdot c_{m_4} = \pi \cdot D_5 \cdot b_5 \cdot c_{m_5} = 70,0 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$P_\infty = \rho \cdot Q \cdot Y_{pd\infty} = 1,15 \cdot 70,0 \cdot 5.640 = 4,54 \cdot 10^6 \text{ w} = 4,54 \cdot 10^2 \text{ kW}$$

$$e) p_5 - p_4 = \frac{\rho}{2} \cdot [(u_4^2 - u_5^2) + (w_4^2 - w_5^2)] = 4,16 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0,0416 \text{ bar}$$

$$\rho_{t\infty} = 1 - \frac{c_{u_5}}{2u_5} = 0,6365.$$

$$4. a) p_4 - p_5 = \frac{\rho}{2} \cdot [(u_4^2 - u_5^2) + (w_5^2 - w_4^2)] = 48,12 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0,4812 \text{ bar}$$

$$b) \rho_{t\infty} = \rho_t = 1 - \frac{c_{u_4}}{2u_4} = 0,566.$$

5. Para o tipo a temos:

$$c_{m_4} = u_4 \cdot \text{tg } \beta_4 = 0,7 \cdot u_4 = 0,35 \cdot u_5,$$

$$u_5 - c_{u_5} = c_{m_5} = 0,35 \cdot u_5 \text{ ou } c_{u_5} = 0,65 \cdot u_5,$$

$$Y_{pd\infty} = 0,65 \cdot u_5^2 \text{ logo, } u_5 = 35,1 \text{ m/s,}$$

$$D_5 = \frac{u_5}{\pi \cdot n} = 0,558, \quad c_{m_5} = 12,3 \text{ m/s,}$$

$$b_5 = \frac{Q}{\pi \cdot D_5 \cdot c_{m_5}} = 0,0463 \text{ m.}$$

Para o tipo b obtemos:

$$u_5 = 28,3 \text{ m/s,} \quad D_5 = 0,450 \text{ m,} \quad u_4 = 14,15 \text{ m/s,}$$

$$c_{m_4} = c_{m_5} = 11,9 \text{ m/s,} \quad b_5 = 0,059 \text{ m.}$$

Para o tipo c, Siroco teremos:

$$u_5 = 21,0 \text{ m/s,} \quad D_5 = 0,335 \text{ m,}$$

$$c_{m_4} = c_{m_5} = u_4 = 16,8 \text{ m/s,} \quad b_5 = 0,0565 \text{ m.}$$

De posse destas características um desenho em escala facilitará a elaboração da análise comparativa pedida.

# Perdas e Rendimentos em Máquinas de Fluxo

## Capítulo 5

### 5.1 Generalidades

A existência de processos irreversíveis no funcionamento das máquinas de fluxo é comumente denominado perda. Estas perdas ocasionam uma diferença entre as energias entregue à máquina e a fornecida pela mesma. Assim, se designarmos por  $P_1$  a energia por unidade de tempo, ou potência entregue a máquina, e,  $P_2$  a potência que ela fornece, podemos escrever:

$$P_1 = P_2 + P_p. \quad (5.1)$$

Nesta equação  $P_p$  é a perda total. Ela pode ser considerada como um somatório de muitos termos, sendo que, na maioria das vezes, somente alguns poucos termos tem importância, sendo os demais desprezíveis.

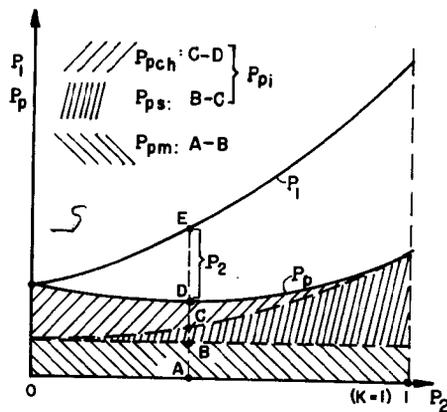


Fig. 5.1 Curvas características para turbinas Francis com rotação constante.

Assim, se através de um ensaio traçamos o campo  $P_1 = f(P_2)$  para uma turbina tipo Francis, mantendo a rotação constante obtemos as curvas do tipo das que aparecem na Fig. 5.1. Poderíamos colocar no eixo das ordenadas a potência perdida,  $P_p = P_1 - P_2$ , e, procurar subdividir esta potência em várias perdas. Inicialmente dividiríamos em duas uma correspondente às perdas externas mecânicas  $P_{pm}$ , (mancais, gavetas, rolamentos etc.) e outra as perdas internas  $P_{pi}$  que ocorrem no interior da máquina dentro de seu recinto de responsabilidade. Estas últimas, poderíamos dividir por exemplo em duas,  $P_{pch}$  perdas por choque e  $P_{ps}$ , perdas de superfície. Para melhor compreender estas perdas, vamos fazer uma análise mais detalhada de cada uma, antes porém, é interessante definir rendimento de uma máquina de fluxo. Denomina-se rendimento de uma máquina de fluxo a relação entre a potência fornecida pela máquina e aquela que lhe é entregue.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad (5.2)$$

Este número puro é sempre menor que a unidade, e por si só permite avaliar a potência perdida  $P_p$ .

## 5.2 Perdas Internas

Podemos dizer que as perdas internas nas máquinas de fluxo dentro de seu recinto de responsabilidade provém principalmente de três fontes, atrito de superfícies, fugas de fluido e atrito em labirintos. Vamos analisar cada uma.

No atrito de superfície englobamos as perdas ocasionadas pelo atrito entre fluido e paredes, pelo choque do fluido contra paredes e obstáculos, pelos descolamentos da camada limite provocados pelos choques ou imposições hidro, aerodinâmicas e construtivas. Estas perdas somadas provocam uma perda de energia específica de pressão  $E_p'$  que deverá ser considerada no balanço de energia. Assim temos:

$$Y_{pd} = Y \pm E_p' \quad (5.3)$$

Nesta equação e em tôdas dêste capítulo o sinal menos (-) refere-se à modalidade motora e o sinal (+) à modalidade geradora.  $Y$  é o trabalho específico. Como uma parcela de  $E_p'$  pertence ao rotor torna-se às vêzes interessante expressar o trabalho específico da seguinte forma:

$$Y_{pd} = Y'_{est.} + Y_{din.} \pm E_{pr} \quad (5.4)$$

Aqui  $Y'_{est.}$  é o trabalho específico correspondente à variação real da pressão estática entre entrada e saída do rotor, enquanto que  $E_{pr}$  é a perda por atrito de superfície, choque etc., ocorrida no rotor. Assim, dentro da convenção de sinais feitos, o gerador produz um  $Y'_{est.}$  menor enquanto o motor gasta um  $Y'_{est.}$  maior do que o teórico.

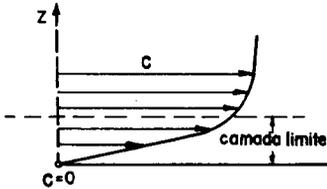


Fig. 5.2 Comportamento do fluido próximo a uma parede.

Na Fig. 5.2 procuramos mostrar o comportamento de um fluido em movimento perto de uma parede. Na camada limite, onde há um gradiente de velocidade  $dc/dy$  grande, aparecem as perdas por atrito mais acentuadas, havendo a transformação de energia mecânica em calor.

Na Fig. 5.3 na parte superior mostramos o encontro da corrente com uma pá sem choque e na parte inferior com choque.

Notamos neste caso um descolamento da camada limite, com perdas de pressão muito mais sensíveis do que no caso de não haver choque.

As perdas por fuga ocorrem nos interstícios, espaços necessários entre a parte rotativa e a parte fixa da máquina. A massa que por aí escoou não participa da troca de energia. Designando esta massa de fluido por  $m_j = \rho \cdot Q_j$  podemos escrever,  $m_r = m \pm m_j$  (5.5), onde  $m_r$  é a massa que participa da troca de energia e  $m$  aquela que teoricamente deveria participar da troca.

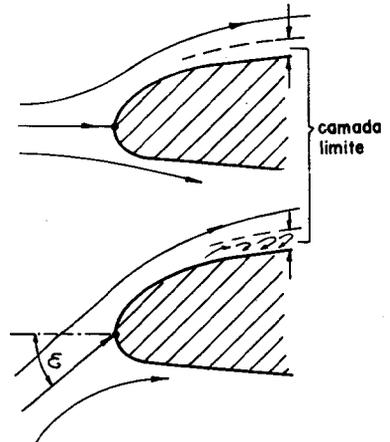


Fig. 5.3 Escoamento sem e com choque.

Na Fig. 5.4 representamos uma turbina tipo Kaplan ou hélice no lado direito, e no esquerdo uma bomba axial. Por esta figura vemos que para a turbina a fuga  $m_j$  através do interstício diminui a massa, conseqüentemente a potência. Já para a bomba devido ao retorno de  $m_j$ , devemos prever uma potência para uma massa  $m_r$  maior do que  $m$ .

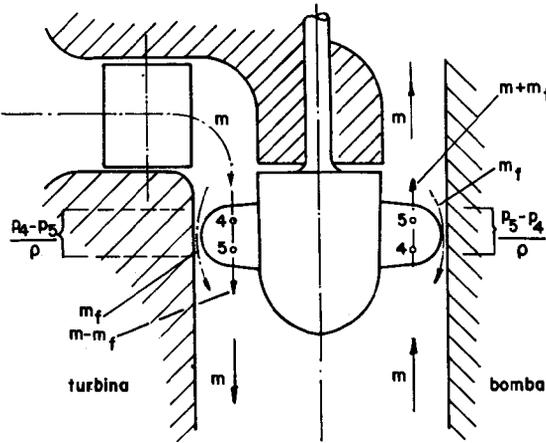


Fig. 5.4 Esquema de fuga de massa no rotor.

As fugas de fluido, nos levam a concluir que existe uma massa de fluido constantemente entre as partes móveis e as fixas das máquinas. Esta massa junto à parte móvel possui a velocidade das mesmas, enquanto que junto das fixas sua velocidade é nula. Assim, aparece um gradiente de velocidade que é responsável pela força de resistência de atrito do fluido.

Na Fig. 5.5 vemos que esta força atua no braço  $r$ , produzindo o momento de atrito  $M_a$ , o qual produz uma perda de potência:

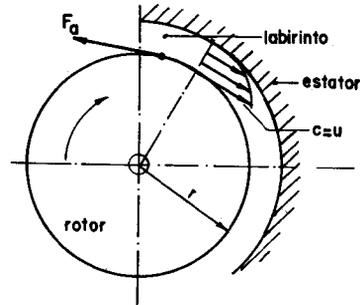


Fig. 5.5 Atrito em labirintos.

$$E_a = M_a \cdot \omega. \tag{5.5}$$

### 5.3 Potência e Trabalho Específico Interno

A reunião das perdas internas permite definir a potência interna:

$$P_i = (m \pm m_f) \cdot (Y + E_p') \pm E_a. \tag{5.6}$$

Definimos trabalho específico interno  $Y_i$  pela seguinte expressão:

$$Y_i = \left( 1 \pm \frac{m_f}{m} \right) \cdot (Y \pm E_p') \pm \frac{E_a}{m}. \tag{5.7}$$

Na Fig. 5.6 mostramos o trabalho específico interno para máquinas que trabalham com fluidos compressíveis.

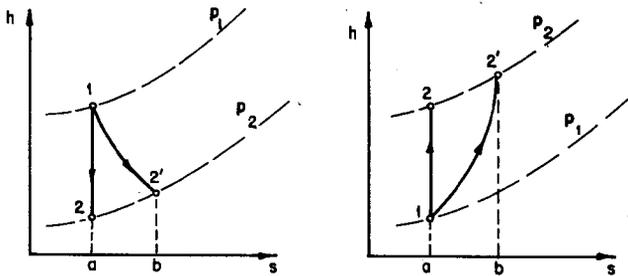


Fig. 5.6 Diagramas  $h, s$  para expansão e compressão adiabática reversível e limite.

Temos para a adiabática reversível

$$Y = h_1 - h_2 \quad \text{para motores,} \quad (5.8)$$

$$Y = h_2 - h_1 \quad \text{para geradores.} \quad (5.9)$$

Para adiabática limite que inclui as perdas internas temos em uma transformação quase estática

$$Y_i = h_1 - h_2' \quad \text{para motores,} \quad (5.10)$$

$$Y_i = h_2' - h_1 \quad \text{para geradores.} \quad (5.11)$$

#### 5.4 Perdas Externas e Potência Eficaz

O atrito nos mancais gaxetas etc., bem como o atrito do ar contra superfícies rotativas, tais como volantes, acoplamentos etc., provocam as chamadas perdas externas. Designaremos a potência oriunda destas perdas por  $P_e'$  resultando para a eficaz, ou no eixo das máquinas de fluxo a expressão:

$$P_{ef} = P_i \pm P_e'. \quad (5.12)$$

#### 5.5 Rendimento Interno e do Rotor

Como classificamos as perdas em internas e externas também temos os rendimentos interno e externo para as máquinas de fluxo.

O rendimento interno é definido pela relação:

$$\eta_i = \left( \frac{Y}{Y_i} \right)^{\pm 1} \quad (5.13)$$

Podíamos dar outra forma para este rendimento. Tomaremos o caso dos motores:

$$\begin{aligned} \eta_i &= \frac{m - m_f}{m} \cdot \frac{Y - E_p'}{Y} - \frac{E_a}{Y} = \\ &= \left(1 - \frac{m_f}{m}\right) \cdot \left(1 - \frac{E_p'}{Y}\right) - \frac{E_a}{Y}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Fazendo:  $1 - \frac{m_f}{m} = \eta_f$  - rendimento oriundo da fuga de fluido;

$1 - \frac{E_p'}{Y} = \eta_h$  - rendimento hidráulico, mede as perdas de energia de pressão.

Assim,

$$\eta_i = \eta_f \cdot \eta_h - \frac{E_a}{Y}.$$

A eliminação do termo  $\frac{E_a}{Y}$  pode ser feita se substituirmos:

$\left(\frac{m - m_f}{m}\right) \cdot (Y - E_p')$  por  $Y'$ , o que resulta:

$$\eta_i = \frac{Y'}{Y} - \frac{E_a}{Y} = \frac{Y' - E_a}{Y} \cdot \frac{Y'}{Y'} = \frac{Y'}{Y} \cdot \frac{Y' - E_a}{Y'}.$$

Como  $\frac{Y'}{Y} = \eta_f \cdot \eta_h$  e  $\frac{Y' - E_a}{Y'} = \eta_a$  rendimento correspondente ao atrito no labirinto exterior, temos finalmente:

$$\eta_i = \eta_f \cdot \eta_h \cdot \eta_a. \quad (5.15)$$

Para as máquinas que trabalham com fluidos gasosos podemos escrever:

$$\eta_i = \frac{h_1 - h_2'}{h_1 - h_2} \text{ para motores,} \quad (5.16)$$

$$\eta_i = \frac{h_2 - h_1}{h_2' - h_1} \text{ para geradores.} \quad (5.17)$$

Utilizando a Eq. (5.4) definimos rendimento do rotor pela relação:

$$\eta_r = \left(\frac{Y_{est.} + Y_{din.}}{Y_{pd}}\right)^{\pm 1} \quad (5.18)$$

### 5.6 Rendimento Mecânico

O rendimento mecânico é definido como a relação entre a potência eficaz ou no eixo e a potência indicada, para motores. Para geradores é a relação inversa. Dêste modo vemos que êste rendimento considera sòmente as perdas externas. Temos:

$$\eta_m = \left( \frac{P_i}{P_{ef.}} \right)^{\pm 1} \quad (5.19)$$

### 5.7 Rendimento Total

O rendimento total é o produto do rendimento interno e mecânico. Poderíamos defini-lo como sendo a relação entre a potência eficaz ou no eixo e a potência hidráulica, para motores. Para geradores a relação é inversa, ou dentro de nossa conversão de sinais.

$$\eta_t = \left( \frac{m \cdot Y}{P_{ef.}} \right)^{\pm 1} = \eta_i \cdot \eta_m. \quad (5.20)$$

**Exemplo.** As turbinas tipo Kaplan da usina de Três Marias no Rio São Francisco — Brasil — apresentam as seguintes características: Vazão 149,5 m<sup>3</sup>/s, altura disponível 50 m, potência eficaz 67.150 kW, rotação 2,72 r.p.s. Estudar as várias perdas e rendimentos.

Tab. 5.1

RENDIMENTOS PARA TURBINAS HIDRÁULICAS					
Turbinas	$\eta_t$	$\eta_f$	$\eta_h$	$\eta_a$	$\eta_m$
<i>Reação</i>					
Pequenas .....	0,8	0,95	0,88	0,99	0,97
Médias .....	0,85	0,97	0,92	0,99	0,98
Grandes .....	0,92	0,99	0,95	0,98	0,99
<i>Ação</i>					
Pequenas .....	0,8		0,85	0,97	0,97
Médias .....	0,85		0,88	0,98	0,99
Grandes .....	0,88		0,91	0,98	0,99

Para turbinas os valores aproximados dos vários rendimentos encontram-se na Tab. 5.1.

Por esta tabela vemos que praticamente são desprezíveis os rendimentos  $\eta_l$  e  $\eta_a$  em presença do  $\eta_h$ . Assim é comum tomarmos  $\eta_i \cong \eta_h$ . Para o nosso exemplo temos:

$$\eta_i = 0,92, \quad \eta_l = 0,99, \quad \eta_h = 0,95, \quad \eta_a = 0,98, \quad \eta_m = 0,99.$$

Para o cálculo da potência hidráulica, calcularemos inicialmente o trabalho específico correspondente à altura disponível.

$$Y = g \cdot H_d = 9,81 \cdot 50 \cong 490,5 \text{ j/kg.}$$

Logo a potência hidráulica será:

$$P_h = m \cdot Y = 149,5 \cdot 490,5 = 73.450 \text{ kW.}$$

O rendimento total será:

$$\eta_t = \frac{P_{ef.}}{P_h} = \frac{67.150}{73.450} = 0,917.$$

Vemos, pois, que o valor da tabela está muito próximo do real. Tendo em vista que:

$$\eta_l = 1 - \frac{\rho \cdot Q_l}{\rho \cdot Q},$$

temos:

$$Q_l = (1 - \eta_l) \cdot Q = (1 - 0,99) \cdot 149,5 = 1,495 \text{ m}^3/\text{s.}$$

Para as perdas de pressão temos:

$$\eta_h = 1 - \frac{E_p'}{Y}, \quad \text{logo:}$$

$$E_p' = (1 - \eta_h) \cdot Y, \quad E_p' = (1 - 0,95) \cdot 490,5 = 22,50 \text{ j/kg.}$$

A fim de calcularmos a potência perdida por atrito exterior, inicialmente vamos calcular:

$$Y' = \left( \frac{m - m_l}{m} \right) \cdot (Y - E_p') = \left( \frac{149,5 - 1,495}{149,5} \right) \cdot (490,5 - 22,50) = 464 \text{ j/kg.}$$

Como  $\eta_a = \frac{Y' - E_a}{Y'}$ , temos:  $E_a = Y' \cdot (1 - \eta_a) = 9,28 \text{ j/kg e}$

$$P_a' = \rho \cdot Q \cdot E_a \cdot 10^{-3} = 149,5 \cdot 9,28 = 1.388 \text{ kW.}$$

Temos para a potência interna:

$$P_i = m \cdot Y' - P_o' = 69.450 - 1.388 = 68.062 \text{ kW.}$$

Tal potência poderia ter sido obtida diretamente pela fórmula:

$$P_i = P_h \cdot \eta_i = P_h \cdot \eta_f \cdot \eta_h \cdot \eta_a = 73.450 \cdot 0,99 \cdot 0,95 \cdot 0,98 = 67.700 \text{ kW.}$$

A diferença entre os dois valores prende-se que partimos de  $\eta_t = 0,917$  e não de  $\eta_t = 0,92$  como manda a Tab. 5.1.

Por êste exemplo, vemos a importância da análise de tôdas as perdas, principalmente nas grandes potências, onde as perdas apesar da pequena percentagem, assumem valores suficientemente grandes para influir sôbre o custo do kW instalado, das relativas máquinas.

### PROBLEMAS

1. Discutir e representar as Eqs. (5.1) e (5.2) em relação a valores adimensionais  $P_1/P_{2n}$  onde  $P_{2n}$  é a potência nominal no eixo do motor.

2. Determinar para motores e geradores uma relação que permita calcular  $\eta_h$  em função de  $\eta_t$ , das demais perdas exceto as de pressão e, da potência no eixo.

3. Admitindo-se que as perdas oriundas no atrito de labirintos são dadas pelas equações empíricas:

$$\text{Rotores radiais: } P_{pd} = 0,027 \cdot \rho \cdot n^3 \cdot D^6.$$

$$\text{Rotores axiais: } P_{pd} = 0,0095 \cdot \rho \cdot n^3 \cdot D_m^5.$$

Determinar esta perda para cada uma das formas de pá especificadas no Probl. 5 do Cap. 4.

4. Uma turbina a vapor apresenta as seguintes características:

$$P_{ef} = 250 \text{ kW, } n = 166,6 \text{ r.p.s, } \eta_i = 0,60, \eta_m = 0,95, p_1 = 10 \text{ bar}$$

$$t_1 = 300^\circ\text{C, } p_2 = 3 \text{ bar.}$$

Determinar a massa de vapor que circula.

5. Um turbocompressor axial comprime ar ideal entre 1,0 bar, 20°C e 5,0 bar 220°C. Determinar o rendimento interno do turbo.

### RESPOSTAS

$$1. \frac{P_1}{P_{2n}} = \frac{P_2}{P_{2n}} + \frac{P_p}{P_{2n}} \text{ denominando fator de carga}$$

$$K = \frac{P_2}{P_{2n}} \text{ temos } p_1 = K + P_p.$$

Para  $P_p = a = \text{const.}$ ,

$$P_p = b \cdot K,$$

$$P_p = a + c \cdot k^2.$$

Teremos para o motor:

$$\epsilon = \frac{1}{\eta} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{K}, \text{ logo:}$$

$$\epsilon = \frac{1}{\eta} = 1 + \frac{a}{K},$$

$$\epsilon = \frac{1}{\eta} = 1 + b,$$

$$\epsilon = \frac{1}{\eta} = 1 + \frac{a}{K} + c \cdot K.$$

Podemos agora analisar qual das equações pode ser aplicada à máquina em estudo, determinando por ensaio as constantes. Por exemplo, a terceira equação representa aproximadamente o comportamento de um motor a pistão com rotação constante. A relação  $\frac{1}{\eta} = \epsilon$  é denominada eficiência da máquina.

2. Para geradores temos:

$$\eta_t = \frac{m \cdot Y}{P_{ef.}} = \frac{\rho \cdot Q \cdot Y}{\rho(Q + Qf) \cdot Y_{pd} + E_a + P_{am}}$$

$$\frac{\eta_t}{\eta_h} \cdot \left(1 + \frac{Qf}{Q}\right) = 1 - \frac{E_a + P_{am}}{P_{ef.}},$$

$$\eta_h = \frac{1 + \frac{Qf}{Q}}{1 - \frac{E_a + P_{am}}{P_{ef.}}} \cdot \eta_t.$$

Para motores temos:

$$\eta_t = \frac{P_{ef.}}{\rho \cdot Q \cdot Y} = \frac{(Q - Qf) \cdot Y_{pd} - (E_a + P_{am})}{\rho \cdot Q \cdot Y}$$

$$\eta_h = \frac{1 + \frac{E_a + P_{am}}{P_{ef.}}}{1 - \frac{Qf}{Q}}.$$

3. Tendo por base as respostas do Probl. 5 do Cap. 4 e a equação para rotores radiais dada obtemos:

Tipo a :  $E_a = 1,370 \text{ W.}$

Tipo b :  $E_a = 0,466 \text{ W.}$

Tipo c :  $E_a = 0,105 \text{ W.}$

4. Com auxílio de um Diagrama de Mollier e os dados temos as entalpias para a entrada e saída:

$$h_1 = 3.050 \text{ kJ/kg,}$$

$$h_2 = 2.785 \text{ kJ/kg.}$$

Logo:

$$Y = h_1 - h_2 = 265 \text{ kJ/kg}, \quad Y_i = Y \cdot \eta_i = 159 \text{ kJ/kg},$$

$$P_{ef.} = m \cdot Y_i \cdot \eta_m, \quad \text{logo,} \quad m = 1,655 \text{ kg/s.}$$

5. Para a adiabática reversível temos:

$$T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 293 \cdot (5)^{\frac{0,4}{1,4}} = 465^\circ\text{K},$$

$$Y = h_2 - h_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1).$$

Para a adiabática quase estática temos:

$$Y_i = h_2' - h_1 = c_p \cdot (T_2' - T_1)$$

$$\eta_i = \frac{Y}{Y_i} = \frac{T_2 - T_1}{T_2' - T_1} = 0,86.$$

# Condições Reais do Escoamento Através das Máquinas de Fluxo

## Capítulo 6

As condições impostas para o escoamento do fluido através das Máquinas de Fluxo, as quais permitiram a dedução da equação fundamental, fogem à realidade, uma vez que foi suposto os sistemas de pás tanto do estator como do rotor possuindo número infinito, estarem infinitamente próximas, serem de espessura infinitesimal e ainda haver isenção de atrito. Surge assim a necessidade de verificarmos a influência desses fatores para que possam as equações representar o comportamento real das máquinas em pauta.

### 6.1 Número Finito de Pás, Fluido sem Atrito

Seja, Fig. 6.1, uma grade em repouso para gerador composta de um número finito de pás, através da qual escoam sem atrito e choque, um fluido.

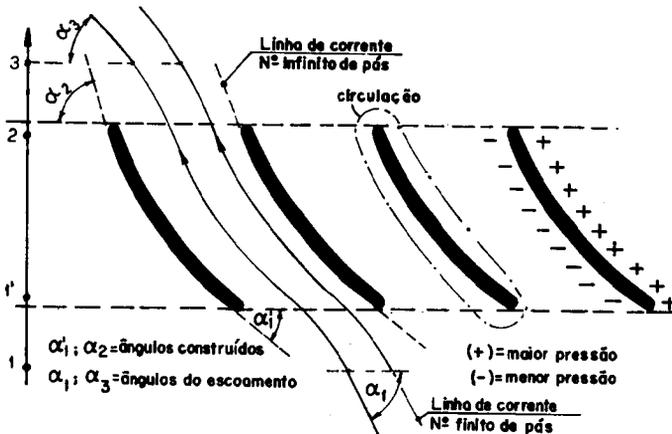


Fig. 6.1 Grade em repouso.

A circulação que aparece em torno das pás, oriunda da diferença de pressão provoca na entrada da grade um ângulo de ataque  $\alpha_1$  maior que o ângulo construtivo  $\alpha_1'$ . Na saída teremos um ângulo  $\alpha_2$  menor que o construtivo  $\alpha_2$ . Assim o desvio que sofre a corrente,  $\alpha_2 - \alpha_1$ , é menor que o previsto pela grade,  $\alpha_2 - \alpha_1'$ .

Na Fig. 6.2 representamos o caso do sistema ser radial para gerador, sujeito a uma velocidade angular  $\omega$ .

As conclusões são semelhantes desde que seja tomada a linha de corrente relativa. Assim temos  $(\beta_5 - \beta_3) < (\beta_5 - \beta_4)$ , sendo, portanto, o desvio obtido menor do que o previsto.

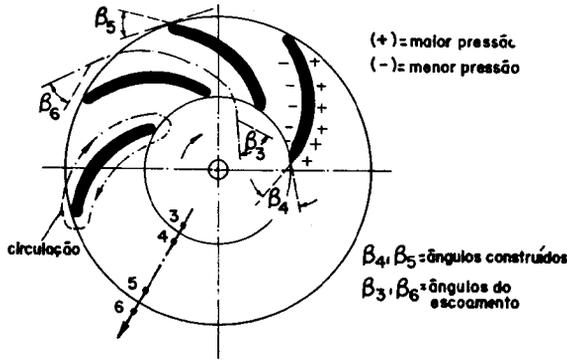


Fig. 6.2 Sistema radial em movimento.

Sob esse aspecto vemos que no caso de geradores devemos fornecer um trabalho específico maior para que possamos obter um efeito com número finito de pás equivalentes àquele obtido com um número infinito.

Uma análise para motores sob este aspecto mostra ser o efeito favorável, isto é, conseguimos obter um trabalho específico maior quando temos número finito de pás relativamente ao número infinito.

## 6.2 Número Finito de Pás, Fluido com Atrito

Na Fig. 6.3 representamos uma grade em movimento para gerador a qual é atravessada por um fluido real. O atrito provoca na entrada uma contração no escoamento praticamente equivalente ao desvio oriundo do número finito de pás.

Na saída o atrito ocasiona uma desaceleração da corrente a qual provoca descolamentos da camada limite na parte convexa ou dorso das pás, com o aparecimento dos chamados recintos mortos. Estes recintos mortos além de provocar estrangulamento que influi

na componente  $c_m$  reduzem ainda mais o ângulo real de saída do escoamento, aumentando o efeito desfavorável sobre o trabalho específico consumido.

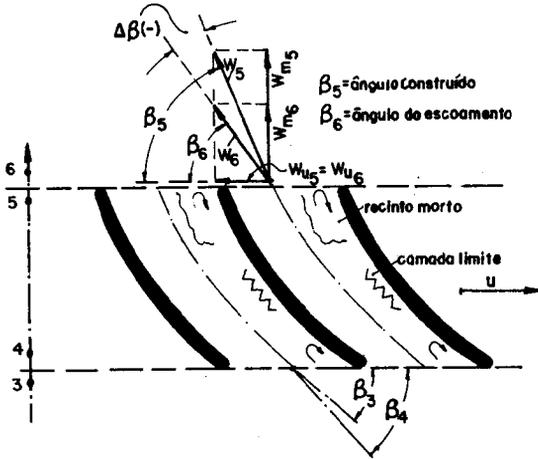


Fig. 6.3 Grade em movimento para gerador.

Para motores podemos fazer uma análise semelhante, Fig. 6.4, sendo importante observar que o recinto morto provoca um aumento no ângulo real de saída do escoamento. Tendo em vista que o nú-

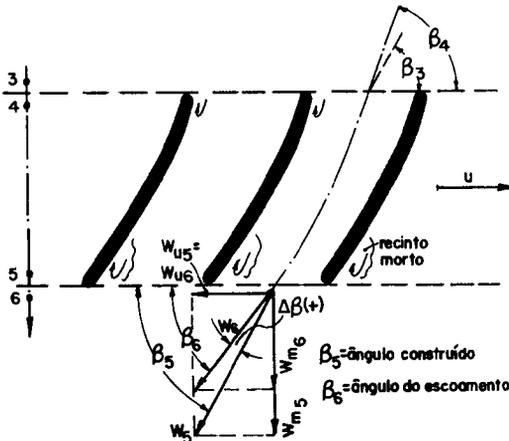


Fig. 6.4 Grade em movimento para motor.

mero finito de pás causa uma redução neste ângulo, podemos em primeira aproximação, para motores, admitir que tais efeitos se compensem não havendo portanto, aumento ou redução no trabalho específico obtido.

### 6.3 Triângulos de Velocidade para escoamento Real

Após o estudo dos fatores, oriundos da passagem de uma concepção teórica para uma real, veremos como se modificam os triângulos de velocidade principalmente para geradores onde a influência é mais pronunciada.

Para a aresta de pressão desenhemos os triângulos, Fig. 6.5.

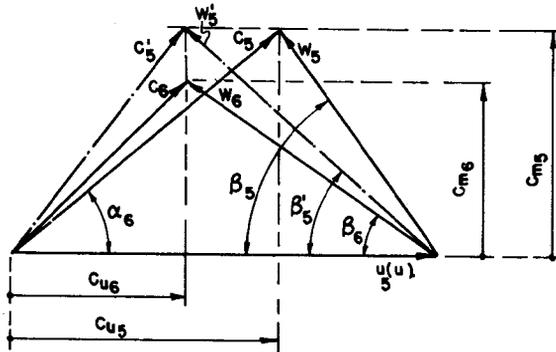


Fig. 6.5 Triângulos de velocidade para aresta de pressão.

O composto das velocidades  $u_s$ ,  $w_s$ ,  $c_s$  que é válido para a corrente concruente com a pá, transforma-se no triângulo formado por  $u_s$ ,  $w'_s$ ,  $c'_s$ . Tal transformação provoca uma redução no efeito da impulsão dado pela diferença  $c_{u_5} - c_{u_6}$ .

Além deste fato, temos o estrangulamento devido à espessura finita das pás.

Na Fig. 6.6 procuramos representar uma pá na sua parte de pressão, onde,  $e_{t_s} = \frac{\delta_s}{\text{sen } \beta_s}$ , é a espessura da pá na direção tangencial,

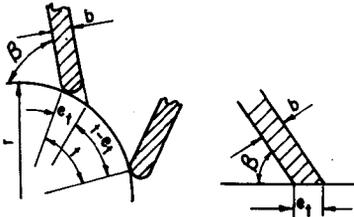


Fig. 6.6 Redução da seção devido à espessura finita das pás.

que provoca um estrangulamento,

$$f_{t_s} = \frac{t_s - e_{t_s}}{t_s}, \text{ ficando a velocidade } c_{m_s} \text{ reduzida para,}$$

$$c_{m_6} = f_{t_s} \cdot c_{m_s}.$$

O triângulo composto das velocidades  $c_6$ ,  $u_6$ ,  $w_6$ , é o resultado de todas as influências.

Para a aresta de sucção temos para o canal entre as pás, o triângulo  $u_4$ ,  $w_4$ ,  $c_4$ , Fig. 6.7. A espessura finita o transforma em

$u_4, w_4', c_4'$ . Aqui podemos introduzir um fator de estrangulamento  $f_{e_4} = \frac{t_4 - e_{t_4}}{t_4}$ , como  $e_{t_4} = \frac{s_4}{\sin \beta_4}$ , ficando com isto  $c_{m_3} = c_{m_4} \cdot f_{e_4}$ . O número finito de pás por sua vez reduz o ângulo  $\beta_4$  para  $\beta_4'$  resultando o triângulo final  $u_4, w_3, c_3$ .

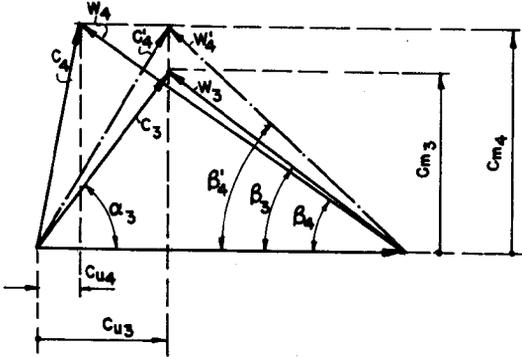


Fig. 6.7 Triângulos de velocidade para a aresta de sucção.

As considerações que fizemos nos permitem escrever as seguintes expressões para o trabalho específico:

— *Escoamento sem atrito, infinitas pás, infinitamente próximas, de espessura infinitesimal*

Motor:  $Y_{pd\infty} = u_4 \cdot c_{u_4} - u_5 \cdot c_{u_5}$  (6.1)

Gerador:  $Y_{pd\infty} = u_5 \cdot c_{u_5} - u_4 \cdot c_{u_4}$  (6.2)

— *Escoamento sem atrito, número finito de pás de espessura finita*

Motor:  $Y_{pd} = u_4 \cdot c_{u_3} - u_5 \cdot c_{u_5} \cong Y_{pd\infty}$  (6.3)

Gerador:  $Y_{pd} = u_5 \cdot c_{u_5} - u_4 \cdot c_{u_3} < Y_{pd\infty}$  (6.4)

— *Escoamento com atrito em todo o recinto de responsabilidade da máquina de pás de espessura finita*

Motor:  $Y = \frac{1}{\eta_i} \cdot (u_4 \cdot c_{u_4} - u_5 \cdot c_{u_5}) > Y_{pd}$  (6.5)

Gerador:  $Y = \eta_i \cdot (u_5 \cdot c_{u_5} - u_4 \cdot c_{u_3}) < Y_{pd}$  (6.6)

Em primeira aproximação podemos fazer  $\eta_i \cong \eta_h$ .

### 6.4 Tentativa de Cálculo para Redução da Altura de Elevação para Número Finito de Pás

Para geradores foi visto que há uma diferença entre a energia específica teórica com número finito de pás e com número infinito. Esta diferença fica patente mediante o ensaio de um mesmo rotor com variação do número de pás. Através de um ensaio desta natureza poderíamos estabelecer a relação entre  $Y_{pd\infty}$  e  $Y_{pd}$  mediante um número adimensional que denominaremos de *fator a*.

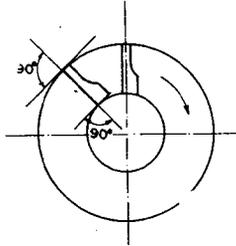


Fig. 6.8 Rotor para bomba centrífuga com pás radiais.

A título de ilustração, descreveremos um ensaio realizado pelo pesquisador alemão Carl Pfeleiderer visando determinação do *fator a*. Para realização deste ensaio foram construídos rotores com pás radiais, Fig. 6.8 respectivamente com 4, 8, 12, 16, 20 e 24 pás. Ensaaiados estes rotores foi possível traçar os gráficos que constituem a Fig. 6.9.

Neste gráfico, vemos que  $a \cong \frac{Y_{pd\infty}}{Y_{pd}}$  decresce com o aumento do número de pás, aproximando-se assintoticamente da unidade. Talvez sejamos levados a imaginar que nos aproximaríamos das condições ideais se aumentássemos  $z$ .

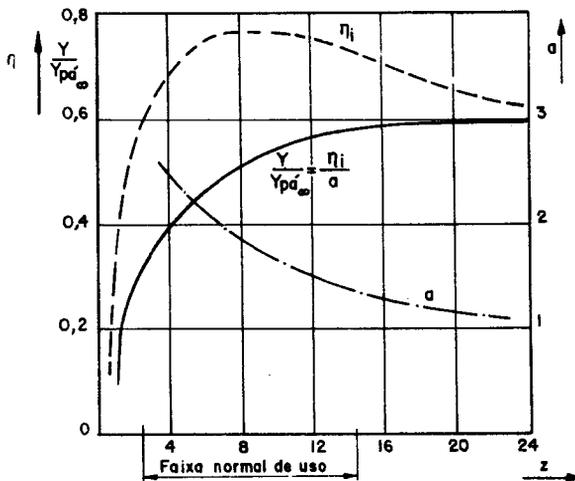


Fig. 6.9 Influência do número de pás em rotor de bomba centrífuga.

Entretanto, tal pensamento não passa de mero equívoco, uma vez que o atrito também cresceria com o aumento de superfície expostas à corrente. Estamos assim diante de um impasse, o qual sanamos procurando valores rezoáveis para o número de pás, a fim de que estejamos próximos das condições ideais, sem termos reduzido muito o rendimento hidráulico pelo atrito. Foi assim pensando que, na Fig. 6.9, traçou-se a faixa dos valores utilizáveis do *fator a*.

Partimos para uma tentativa de equacionamento da representação gráfica da variação da pressão na frente e dorso da pá, Fig. 6.10 do rotor de um gerador.

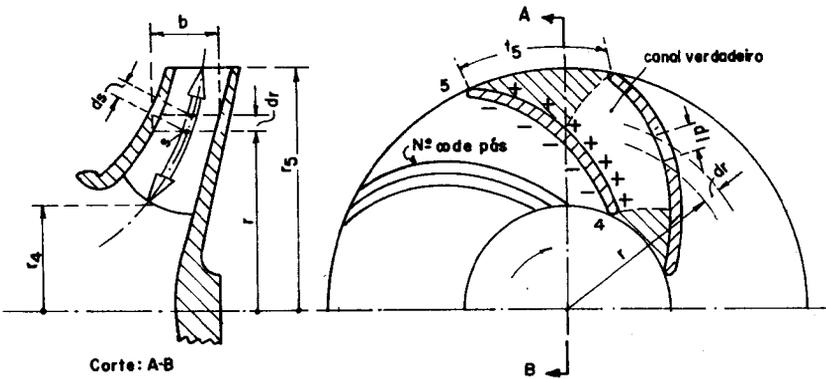


Fig. 6.10 Distribuição da pressão em um rotor para gerador centrífugo.

Um elemento de superfície da pá no corte meridional possui o valor  $b \cdot ds$ , que exerce no braço  $r$  o momento de torção  $dM = z \cdot \Delta p \cdot b \cdot r \cdot ds$ . Como também deverá ser transmitido um momento para  $z_{\infty}$ , concluímos que o valor  $z_{\infty} \cdot \Delta p$  deverá ser finito. Na Fig. 6.11 procuramos representar o caso  $z_{\infty}$  por uma reta, uma vez que a corrente é perfeitamente guiada, sendo o momento transmitido sobre toda a extensão da pá. Como no caso de  $z$  finito existe compensação da pressão nas extremidades, principalmente na saída da pá, podemos supor que a perda do efeito de pressão na saída do rotor seja diretamente proporcional ao passo  $t_b$ , conseqüentemente inversamente proporcional a  $z$ .

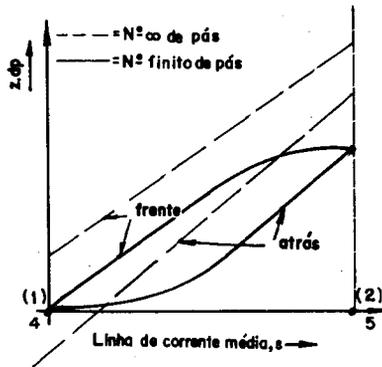


Fig. 6.11 Representação da variação de pressão em função da linhas de corrente.

Deste modo, a perda de momento transmitido é proporcional a  $r_5 \cdot t_5$ . A redução do momento para um canal será:

$$\frac{M_\infty - M}{z} = K_1 \cdot r_5 \cdot t_5 = \frac{K_2 \cdot r_5^2}{z}, \text{ onde } K_2 \text{ e } K_3 = \pi \cdot K_1 \text{ são}$$

coeficientes de proporcionalidade. O coeficiente  $K_2$  está ligado ao momento  $M' = z \cdot M$ , que é efetivamente transmitido. Supondo-se que,

$$\frac{dF}{dL} = \Delta p \cdot b, \text{ onde } dF \text{ é uma força normal a pá, cuja}$$

componente tangencial é  $dF_u = \Delta p \cdot b \cdot ds$ , por ser  $\frac{dF_u}{dF} = \frac{ds}{dL}$ ,

onde  $dL$  é o comprimento verdadeiro da pá. Com esta suposição o

momento de torção relativamente a uma pá será:  $M = \frac{M'}{z} =$

$$= \int_{r_4}^{r_5} r \cdot dF_u = \int_{r_4}^{r_5} \Delta p \cdot b \cdot r \cdot ds. \text{ Como: } \Delta p \cdot b = \text{const. pelas}$$

hipóteses feitas teremos:

$$M = \Delta p \cdot b \cdot \int_{r_4}^{r_5} r \cdot ds = K_3 S, \text{ sendo } S \text{ o momento estático do fio de corrente médio, relativamente ao eixo de rotação.}$$

Dêste modo a perda de momento de torção é dada por:

$$\frac{M_\infty - M}{M} = \frac{K_2 \cdot r_5^2}{K_3 \cdot r \cdot S} = \psi' \cdot \frac{r_5^2}{z \cdot S}, \text{ sendo } \psi' = \frac{K_2}{K_3}$$

um valor a ser determinado por fórmulas experimentais. Como, com vazão e velocidade constantes os momentos de torção são proporcionais às energias específicas, podemos escrever:

$$\frac{Y_{pd\infty} - Y_{pd}}{Y_{pd}} = \psi' \cdot \frac{r_5^2}{z \cdot S} \text{ ou finalmente } Y_{pd\infty} = \left(1 + \frac{\psi' \cdot r_5^2}{z \cdot S}\right) \cdot Y_{pd}$$

$$Y_{pd\infty} = a \cdot Y_{pd}. \quad (6.7)$$

Sabemos que o aumento de impulsão tangencial é dado por:

$$c_{u_5} \cdot r_5 - c_{u_4} \cdot r_4 = a \cdot (c_{u_5} \cdot r_5 - c_{u_3} \cdot r_4).$$

Estabelecendo a relação dos momentos teremos:

$$a = 1 + \frac{\psi' \cdot r_5^2}{z \cdot S}. \quad (6.8)$$

Por meio desta expressão podemos calcular a redução da energia específica para sistemas de pás em repouso ou diretrizes. Caso em que os sistemas, rotores ou sistemas diretores, não possuam impulsão tangencial na entrada, teremos:

$$c_{u_5} = a \cdot c_{u_4} \quad (6.9)$$

Antes de encerrar, vejamos alguns valores de momentos estáticos e depois algumas considerações sobre o fator  $\psi'$ . O momento estático para o transcurso radial do filête médio da corrente, vale:

$$S = \frac{r_5^2 - r_4^2}{2} \quad (6.10)$$

Para um rotor diagonal em que o filête médio da corrente apresentasse um aspecto semelhante ao da Fig. 6.12.

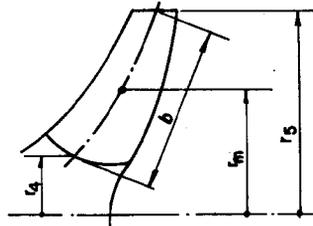


Fig. 6.12 Filête médio para rotor radial.

$$S = \int_{r_4}^{r_5} r \cdot ds = r_m \cdot s = \frac{r_4 + r_5}{2} \cdot (r_5 - r_4) \cdot \frac{1}{\text{sen } \theta}$$

$$S = \frac{r_5^2 - r_4^2}{2 \cdot \text{sen } \theta} \quad (6.11)$$

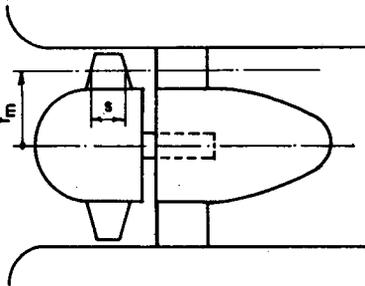


Fig. 6.13 Filête médio para rotor axial.

Para um rotor axial  $S = s \cdot r$ , sendo  $s$  o comprimento do filête da corrente e  $r$  seu raio, Fig. 6.13. O valor empírico  $\psi'$  depende principalmente do ângulo da pá na saída, sendo recomendado por Pfeleiderer tomar seu valor pela fórmula:

$$\psi' = \left( 0,6 + \frac{\beta_5}{125} \right) \text{ até } \left( 0,5 + \frac{\beta_5}{100} \right)$$

sendo  $\beta_5$  tomado em graus. (6.12)

Para supercompressores com pás sob  $90^\circ$  estes valores podem ser aumentados de 30%. Sendo as pás curtas, (axiais), podemos chegar até mais 80%. Observa-se que a forma das pás diretrizes, combinadas com as do rotor tem também influência sobre  $\psi'$ . A ausência de pás diretrizes permite ser 30% maior do que se elas exis-

tissem. Tornou-se evidente que os próprios sistemas diretores possuem valores particulares de  $\psi'$ , conseqüentemente do fator  $a$ , conforme vimos pela introdução do fator  $a$  calculado mediante o conhecimento de  $\psi'$ . Devemos ainda acrescentar que vários são os pesquisadores que tem procurado determinar a relação entre  $Y_{pd\infty}$  e  $Y_{pd}$  salientando-se, além do citado Pfeleiderer, A. Stodola e A. Busemann, que através de ensaios e hipóteses, também conseguiram chegar a resultados que aplicados criteriosamente permitem a obtenção de resultados satisfatórios.

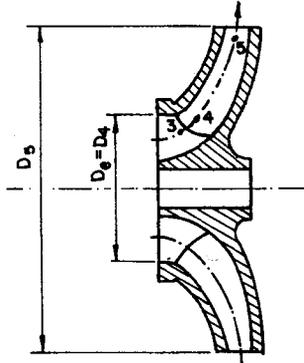


Fig. 6.14 Rotor tipo da bomba de 5 estágios.

**Exemplo.** Uma bomba centrífuga de 5 estágios, estando seu rotor esquematizado na Fig. 6.14, apresenta os seguintes dados:

$n = 58,25$  r.p.s;  $D_c = 50$  mm;  $D_e = D_4 = 120$  mm;  $D_5 = 250$  mm;  $\beta_4 = 16^\circ$ ;  $\beta_5 = 30^\circ$ ;  $c_{m5} = 0,90 \cdot c_{m4}$ ;  $c_2 = 0,90 \cdot c_{m4}$ ;  $f_e = 0,9$ . Determinar:

- Triângulos de velocidades para entrada e saída.
  - As várias alturas, grau de reação e circulações.
  - A vazão, a largura na saída e a potência.
- a) *Cálculo dos elementos dos triângulos de velocidade*

Iniciamos, calculando as velocidades tangenciais:

$$u_4 = \pi \cdot D_4 \cdot n = \pi \cdot 0,12 \cdot 58,25 = 22,0 \text{ m/s,}$$

$$u_5 = \pi \cdot D_5 \cdot n = \pi \cdot 0,25 \cdot 58,25 = 45,8 \text{ m/s.}$$

Temos por outro lado  $c_{m5} = 0,9 \cdot c_{m4}$

Traçamos na Fig. 6.15, o triângulo de velocidade para a entrada a qual fornece  $c_{m4} = 6,3$  m/s, logo  $c_{m5} = 5,66$  m/s, o mesmo aconte-

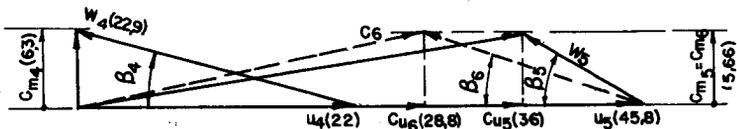


Fig. 6.15 Triângulos de velocidade.

cendo com  $c_2 = 5,66$  m/s. Traçamos na mesma figura os triângulos na saída os quais nos fornecem os demais elementos.

b) *Cálculo da altura, grau de reação e circulações*

Vejam os qual o valor do provável coeficiente  $a$ .

$$\psi' = \left( 0,65 + \frac{\beta_5}{110} \right) = 0,65 + \frac{30}{110} = 0,922,$$

$$S = s \cdot r_m = (r_5 - r_4) \cdot (r_5 + r_4)/2 = \frac{r_5^2 - r_4^2}{2} = \\ = \frac{0,125^2 - 0,06^2}{2} = 0,0120 \text{ m}^2,$$

$$a = 1 + \psi' \cdot \frac{0,0156}{z \cdot S} = 1 + 0,922 \cdot \frac{0,0156}{5 \cdot 0,012} = 1,25.$$

Sabemos que:

$$Y_{pd} = \frac{Y_{pd\infty}}{a} \quad \text{como} \quad Y_{pd\infty} = \frac{u_5 \cdot c_{u5}}{3} = 45,8 \cdot 36 = 6.150 \text{ j/kg}$$

logo:

$$Y_{pd} = \frac{1.650}{1,25} = 1.320 \text{ j/kg}; \quad Y = \eta_h \cdot Y_{pd} = 0,80 \cdot 1.320 = 1.057 \text{ j/kg}.$$

Tôdas as energias são calculadas para um estágio. Para os 5 estágios, devemos multiplicar os resultados por 5. Podemos agora calcular o grau de reação teórica para número finito de pás.

$$\rho_t = \frac{Y_{est.}}{Y_{pd}} = 1 - \frac{Y_{din.}}{Y_{pd}},$$

$$\rho_t = 1 - \frac{c_6^2 - c_4^2}{2 \cdot Y_{pd}} = 1 - \frac{29,5^2 - 6,2^2}{2 \cdot 1.320} = 0,685.$$

Para as circulações temos:

$$\Gamma_4 = 0 \text{ e } \Gamma_5 = 2 \cdot \pi \cdot r_5 \cdot c_{u5} = \pi \cdot 0,25 \cdot 36 = 28,3 \text{ m}^2/\text{s}.$$

c) *Cálculo da vazão, largura e potências*

$$Q = \pi \cdot D_4 \cdot b_4 \cdot c_{m4} \cdot 0,9 = \pi \cdot 0,012 \cdot 0,02 \cdot 6,3 \cdot 0,9 = 0,0428 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para a largura na saída temos:

$$b_5 = \frac{Q}{\pi \cdot D_5 \cdot c_{m5} \cdot 0,9} = \frac{0,0428}{\pi \cdot 0,25 \cdot 5,66 \cdot 0,9} = 0,1065 \text{ m}.$$

A potência hidráulica será:

$$P_h = Q \cdot \rho \cdot Y \cdot z = 0,04 \cdot 28,5 \cdot 1.057 = 225 \text{ kW.}$$

Adotando um rendimento total de 0,75 podemos calcular a potência eficaz ou no eixo

$$P_{ef.} = \frac{P_h}{\eta_t} = \frac{225}{0,75} \cong 301 \text{ kW.}$$

### PROBLEMAS

1. Um ventilador radial apresenta as seguintes características:

$D_5 = 600 \text{ mm}$ ,  $D_4 = 200 \text{ mm}$ ,  $z = 10$  pás,  $n = 40 \text{ r.p.s.}$ ,  $Q = 2,0 \text{ m}^3/\text{s}$   
 $P_h = 6,0 \text{ kW}$ ,  $\beta_5 = 40^\circ$ ,  $\eta_h = 0,85$ ,  $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ . Determinar:

a) As energias específicas.

b) Os elementos dos triângulos de velocidade para o filête médio para a entrada e saída.

2. Do projeto do rotor de uma bomba axial foi retirado os seguintes elementos:  $D_e = 300 \text{ mm}$ ,  $D_i/D_e = 0,4$ ,  $z = 4$  pás,  $e_{tm} = 10 \text{ mm}$ ,  $\beta_{tm} = 25^\circ$ ,  $\beta_{em} = 35^\circ$ ,  $n = 28,8 \text{ r.p.s.}$  comprimento da pá na direção axial  $s = 120 \text{ mm}$ ,  $\eta_h = 0,8$ ,  $\eta_m = 0,9$ . Determinar as energias específicas, a vazão e as potências hidráulica e eficaz da bomba.

3. Uma turbina tipo Francis apresenta as seguintes características:  $Q = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Y = 460 \text{ j/kg}$ ,  $n = 10 \text{ r.p.s.}$ ,  $D_5 = 450 \text{ mm}$ ,  $D_4 = 630 \text{ mm}$ ,  $z = 12$  pás,  $\eta_h = 0,85$ . Girando o rotor desta turbina em sentido oposto para obter efeito de bomba, determinar o máximo trabalho específico de elevação sabendo-se que  $\eta_h' = 0,75$ , sendo as demais características iguais as da turbina.

### RESPOSTAS

1. a)  $P_h = \rho \cdot Q \cdot Y$ , logo:  $Y = 2.500 \text{ j/kg.}$

$$Y_{pd} = \frac{Y}{\eta_h} = 2.940 \text{ j/kg,}$$

$$a = 1 + \frac{\psi' \cdot r_5^2}{z \cdot S}, \quad \psi' = 0,65 + \frac{\beta_5}{125} = 0,97,$$

$$S = \frac{r_5^2 - r_4^2}{2} = 0,04, \quad a = 1,218,$$

$$Y_{pd\infty} = a \cdot Y_{pd} = 3.580 \text{ k/kg.}$$

$$b) u_4 = \pi \cdot D_4 \cdot n = 25,1 \text{ m/s}, \quad u_5 = 75,3 \text{ m/s},$$

$$c_{u5} = \frac{Y_{pd\infty}}{u_5} = 47,5 \text{ m/s}, \quad c_{u6} = \frac{Y_{pd}}{u_6} = 39,0 \text{ m/s},$$

$$c_m = c_{m4} = c_4 = c_{m5} = (u_5 - c_{u5}) \cdot \operatorname{tg} \beta_5 = 23,3 \text{ m/s},$$

$$\operatorname{tg} \beta_4 = \frac{c_m}{u_4}, \quad \text{logo: } \beta_4 = 42,9^\circ,$$

$$\operatorname{tg} \beta_6 = \frac{c_m}{u_6 - c_{u6}}, \quad \text{logo: } \beta_6 = 32,7^\circ.$$

$$2. D_i = 120 \text{ mm}, \quad D_m = 210 \text{ mm},$$

$$u_{4m} = u_{5m} = \pi \cdot D_m \cdot n = 19,0 \text{ m/s}.$$

Admitindo triângulo retângulo na entrada temos:

$$c_m = u \cdot \operatorname{tg} \beta_4 = 8,85 \text{ m/s}.$$

Como:

$$c_{u5} = u - \frac{c_m}{\operatorname{tg} \beta_5} = 6,35 \text{ m/s}, \text{ temos:}$$

$$Y_{pd\infty} = u_5 \cdot c_{u5} = 121 \text{ j/kg}.$$

Sendo:

$$a = 1 + \frac{\psi' \cdot r^2}{z \cdot S},$$

$$\psi' = 1,3 \cdot \left( 0,7 + \frac{\beta_5}{100} \right) = 1,365,$$

$$S = s \cdot r = 0,0126 \text{ m}^2, \quad \text{logo: } a = 1,327,$$

$$Y_{pd} = \frac{Y_{pd\infty}}{a} = 91,2 \text{ j/kg},$$

$$Y = Y_{pd} \cdot \eta_h = 73 \text{ j/kg}.$$

Como:

$$S = \frac{\pi}{4} \cdot (D_e^2 - D_i^2) = 0,0594 \text{ m}^2,$$

$$t_m = \frac{\pi \cdot D_m}{z} = 0,165 \text{ m}, \quad f_s = \frac{t_m - e_{t_m}}{t_m} = 0,94,$$

$$Q = S \cdot c_m \cdot f_s = 0,494 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$P_h = \rho \cdot Q \cdot Y = 36 \text{ kW}, \quad P_{ej.} = \frac{P_h}{\eta_h \cdot \eta_m} = 50 \text{ kW}.$$

3. Como turbina temos:

$$u_4 = \pi \cdot D_4 \cdot n = 19,75 \text{ m/s},$$

$$Y_{pd} = Y \cdot \eta_h = 391 \text{ j/kg}, \quad Y_{pd} = u_4 \cdot c_{u4},$$

$$c_{u4} = 19,75 \text{ m/s}, \quad \text{logo:} \quad \beta_4 = 90^\circ.$$

Como bomba:

Por inversão dos triângulos de velocidade temos  $\beta_5 = 90^\circ$ .

$$Y_{pd\infty} = 391 \text{ j/kg},$$

$$a = 1 + \frac{\psi' \cdot r_5^2}{z \cdot S}, \quad \text{com} \quad \psi' = 0,7 + \frac{\beta_5}{100} = 1,6,$$

$$S = \frac{r_5^2 - r_4^2}{2} = 0,0243, \quad \text{logo:} \quad a = 1,543,$$

$$Y_{pd} = \frac{Y_{pd\infty}}{a} = 253 \text{ j/kg}.$$

O trabalho específico máximo de elevação será:

$$Y = Y_{pd} \cdot \eta_h' = 190 \text{ j/kg}.$$

Vemos assim, que o efeito de bomba usando um rotor de turbina reproduz neste caso como trabalho específico de elevação somente 0,413 do trabalho específico de queda. De um modo geral podemos conseguir 0,50 do trabalho específico de queda com um rotor de turbina tipo Francis. Por este motivo quando projetamos uma bomba-turbina devemos tomar como base o projeto da bomba.

# Teoria da Asa de Sustentação Aplicada às Máquinas de Fluxo

---

## Capítulo 7

Os métodos de cálculo para o conjunto de pás que denominamos grades e rotores radiais, foram desenvolvidos nos últimos cem anos à base de teorias mon, bi ou tridimensionais, sempre completadas por ensaios em modelos. Aplicamos nas nossas explanações quase que exclusivamente uma teoria monodimensional, operando com a coordenada natural, tomando uma linha de corrente média, a qual nos permitiu determinar duas equações de energia, uma para máquinas radiais e outra para máquinas axiais. Normalmente para chegarmos ao  $Y_{pa}$  partimos do  $Y$  e de coeficientes empíricos como rendimentos etc.

Nos últimos sessenta anos foi desenvolvida a teoria do vôo que se preocupa somente com uma pá isolada, a asa do avião, que denominaremos *asa de sustentação*. Esta teoria da asa de sustentação foi aplicada a partir da 1940 no cálculo das máquinas de fluxo que possuem poucas pás, como sejam, turbinas, bombas e ventiladores axiais, apresentando bons resultados.

### 7.1 Fundamentos da Teoria da Asa de Sustentação

Na Fig. 7.1 representamos um perfil de asa de profundidade  $b$  e comprimento  $L$ .

Admitida uma direção horizontal para a corrente não perturbada, este perfil, ou melhor a direção de sua corda forma com a direção da corrente um ângulo  $\vartheta$ , denominado *ângulo de ataque*. A direção da corrente não perturbada é dada pela direção da velocidade  $w_\infty$ , onde o símbolo  $\infty$  representa a não influência do perfil sobre a direção da corrente. Devido à variação da pressão entre as partes in-

inferior e superior do perfil, nasce uma circulação em tórno da asa. Na figura representamos com sinais + na parte inferior ou lado de estagnação da asa, e, com sinais - o lado superior ou lado de sucção da asa. Esta circulação provoca o aparecimento de uma fôrça normal à  $w_\infty$ , denominada *fôrça de sustentação*  $F_s$ , e outra na direção de  $w_\infty$  denominada *fôrça de arraste*  $F_a$ . Correspondentemente, pelo princípio da ação e reação, a asa atua sôbre o fluido com as fôrças de

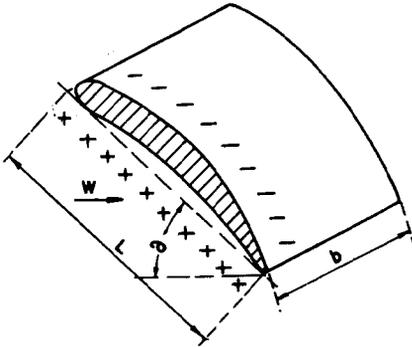


Fig. 7.1 Asa de sustentação.

reação  $F_s'$  e  $F_a'$ .

Estas fôrças podem ser determinadas, por exemplo, através de balanças de duas componentes, sendo os perfis colocados nas câmaras de ensaios dos túneis aerodinâmicos. Dêste modo podemos relacioná-las com auxílio de coeficientes, as dimensões construtivas dos perfis, e a chamada pressão de estagnação:

$$p_e = \frac{\rho \cdot w_\infty^2}{2} \quad (7.1)$$

$$\text{Assim temos: } F_s = C_s \cdot L \cdot b \cdot \frac{\rho \cdot w_\infty^2}{2}, \quad (7.2)$$

$$F_a = C_a \cdot L \cdot b \cdot \frac{\rho \cdot w_\infty^2}{2} \quad (7.3)$$

Para determinarmos o ponto de aplicação das fôrças, usamos a equação do momento relativamente a um eixo pré-fixado, normalmente passando por 0, Fig. 7.2.

$$M = r \cdot (F_s \cdot \cos \vartheta + F_a \cdot \sin \vartheta)$$

$$\text{ou} \quad (7.4)$$

$$M = C_m \cdot p_e \cdot S \cdot L. \quad (7.5)$$

Nesta equação  $C_m$  é um coeficiente médio. Os coeficientes  $C_s$  e  $C_a$  são denominados respectivamente de coeficientes de sustentação e coeficientes de arraste. A curva  $C_s = f(C_a)$  para vários ângulos

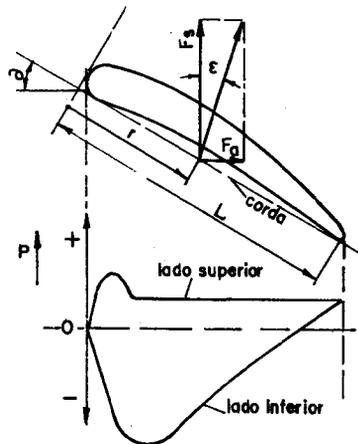


Fig. 7.2 Fôrças e distribuição de pressão em uma asa de sustentação.

de ataque denomina-se *curva polar*. Define-se como *coeficiente de escorregamento* a relação:

$$\operatorname{tg} \epsilon \cong \epsilon = \frac{F_a}{F_s} = \frac{C_a}{C_s} \tag{7.6}$$

Na Fig. 7.3 representamos a curva polar e o valor de  $\epsilon_{\min.}$ , correspondente à tangente, a curva passando pela origem.

O coeficiente de escorregamento mínimo possui valores normalmente compreendidos no intervalo  $0,04 \leq \epsilon_{\min.} \leq 0,08$ . Justamente para os chamados perfis normalizados Göttingem, (Alemanha), e NACA, (EUA), os quais possuem suas características padrões especificadas em tabelas, tais como as que se encontram no final desta publicação. Por estas tabelas notamos que geralmente a relação  $L/b = 1/5$ , pois trata-se de perfis normalmen-

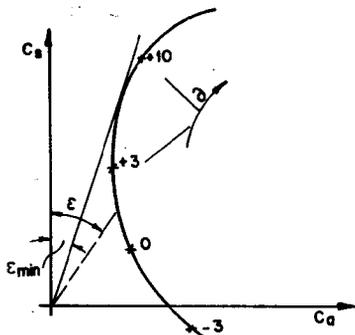


Fig. 7.3 Curva polar

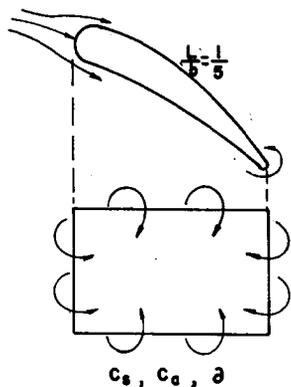


Fig. 7.4 Asa de sustentação usada em aeronaves.

te ensaiados para serem usados no cálculo e projeto de aeronaves. No caso das aeronaves, temos realmente perfis livres, com corrente de transposição não só na cabeça e cauda, mas também nas arestas laterais, conforme mostramos na Fig. 7.4.

Nas máquinas de fluxo, as asas são as pás que não possuem arestas laterais livres, pois, interiormente temos o cubo e exteriormente a carcaça, Fig. 7.5. Em virtude da inexistência da corrente de transposição em torno das citadas arestas, consideramos a relação

$L/b = 1/\infty$ . Dêste modo, as polares calculadas para  $L/b = 1/5$  devem ser corrigidas segundo teorias de transposição, como sejam as de Prandtl ou de Pantell.

Para o cálculo das máquinas de fluxo axiais, segundo a teoria da asa de sustentação, necessitamos inicialmente conhecer as funções

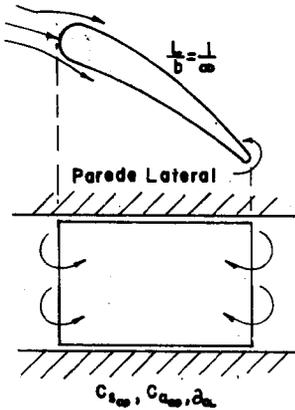


Fig. 7.5 Asa de sustentação usada em máquinas de fluxo.

$C_s = f(\partial)$ , para o perfil escolhido. Estas funções são estabelecidas por análise estatística de ensaios sendo sua forma geral do tipo:

$$C_s = a \cdot \frac{y_{m\acute{a}x.}}{L} + b \cdot \partial \quad (7.7)$$

Nesta fórmula  $y_{m\acute{a}x.}$  é a espessura máxima do perfil,  $a$  e  $b$  constantes numéricas para uma família de perfis.

Na Fig. 7.6 fizemos uma representação aproximada da função  $C_s = f(\partial)$ , a qual nos permite ter uma idéia dos valores de  $C_s$  e  $\epsilon$  para os quais o perfil funciona bem. O tracejado da figura indica que se trata na realidade de uma família de curvas, uma vez que cada perfil apresenta um comportamento ca-

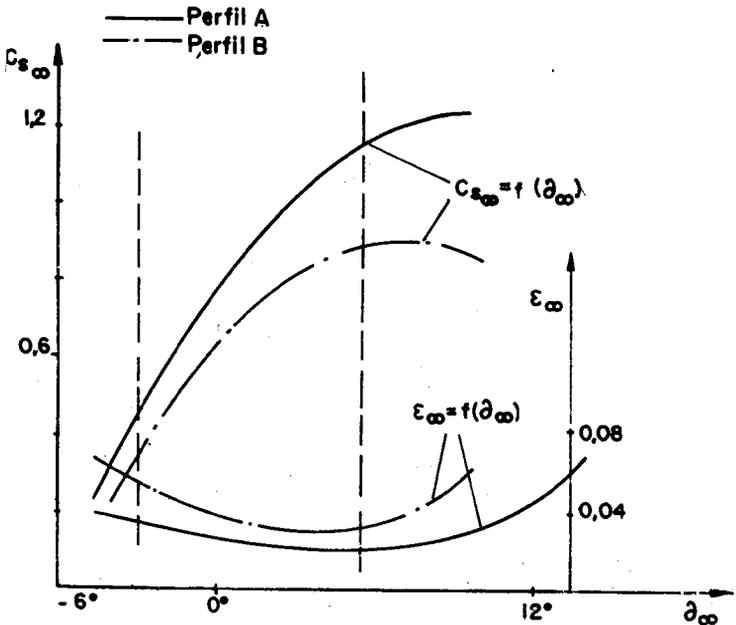


Fig. 7.6 Representação de curvas típicas para asa de sustentação.

racterístico. No campo em que há boa estabilidade da sustentação, temos:  $0,2 \leq C_s \leq 1,2$ , com coeficiente de escorregamento entre  $0,04 \leq \epsilon \leq 0,08$ .

### 7.2 Condições de Equilíbrio da Transmissão de Energia em Máquinas Axiais

Tomando como exemplo uma bomba axial, representamos os cortes longitudinal e transversal desta máquina na Fig. 7.7.

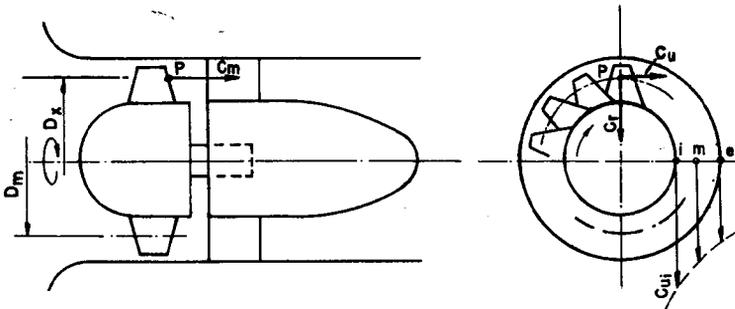


Fig. 7.7 Bomba axial.

Estamos interessados em estudar o comportamento da corrente no recinto entre os sistemas de pás do rotor e do estator. Para tanto seja um ponto *P* deste recinto, para os quais temos as componentes tangencial  $c_u$ , meridional  $c_m$  e radial  $c_r$ , da velocidade absoluta  $c$ . Segundo Pfleiderer em primeira aproximação, podemos, desprezar a componente  $c_r$ , fato com o qual não concorda Strscheletzki que provou matematicamente que sem a existência desta componente, não é possível a transmissão da energia entre pá e fluido. Desejamos, naturalmente, que a pá transmita em cada estação ou corte cilíndrico a mesma energia, o que é uma condição de equilíbrio.

Para as estações *i*, *m*, *e*, arbitrariamente fixadas, e para qualquer ponto do citado recinto vale a Equação de Bernoulli.

$$\frac{1}{\rho} \cdot dp + c \cdot dc = 0.$$

A existência da componente  $c_u$  fornece:

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{c_u^2}{r} \cdot dr.$$

As equações reunidas permitem escrever:

$$c \cdot dc + \frac{c_u^2}{r} \cdot dr = 0 \tag{7.8}$$

Esta equação é a condição de equilíbrio que buscávamos. Conven-  
 cionando que no recinto exista um vórtice potencial  $c_u \cdot r = \text{const.}$

Logo,  $r \cdot dc_u + c_u \cdot dr = 0$  ou

$$c_u \cdot dc_u + \frac{c_u^2}{r} \cdot dr = 0. \quad (7.9)$$

Esta equação e a (7.8) fornecem:

$$d(c^2 - c_u^2) = d(c_m^2) = 0 \text{ o que implica em termos } c_m = \text{const.}$$

Admitindo a condição de equilíbrio e o vórtice potencial no recinto entre rotor e estator, a componente meridional da velocidade é constante.

Esta distribuição é muito freqüente nas máquinas de fluxo axiais. Entretanto, alertamos que são possíveis outras leis de distribuição.

A lei geral seria aquela fornecida pelo vórtice geral:

$c_u \cdot r^n = \text{const.}$ , onde  $n$  pode ser um número qualquer. Para o caso particular de  $n = 1$ , vórtice potencial e componente  $c_m = \text{const.}$  as pás do rotor devem possuir uma torção para que seja verificada a equação de energia

$$Y_{pd} = u \cdot c_{u_s} = \text{const.}$$

Assim, conforme mostra a Fig. 7.8, temos para as três estações escolhidas, triângulos de velocidades diferentes.

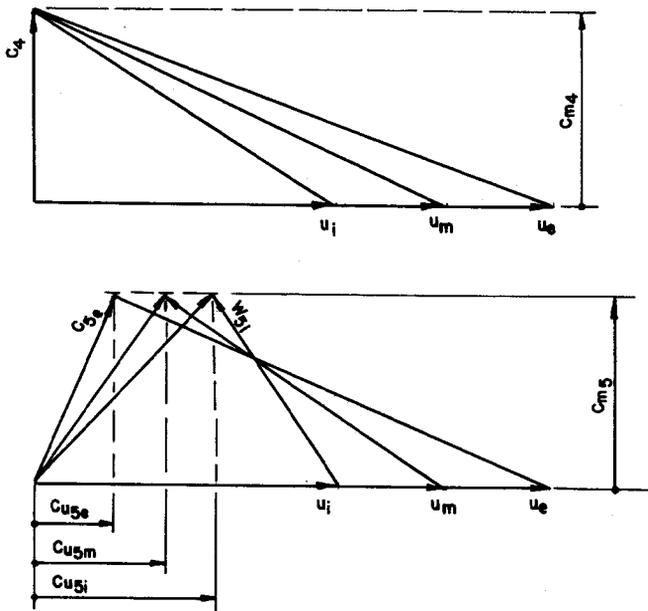


Fig. 7.8 Triângulos de velocidades para as três estações.

Como exemplo do vórtice geral, vamos analisar o caso em que por necessidade construtivas foi imposta às pás do sistema diretor, situado após o rotor de um ventilador axial, um ângulo  $\alpha_7 = \text{const.}$  para toda a largura, o mesmo ocorrendo para a saída com  $\alpha_8$ . Neste caso, uma análise analítica nos fornece  $c = \frac{c_u}{\cos \alpha}$  para qualquer triângulo, Fig. 7.9, logo,

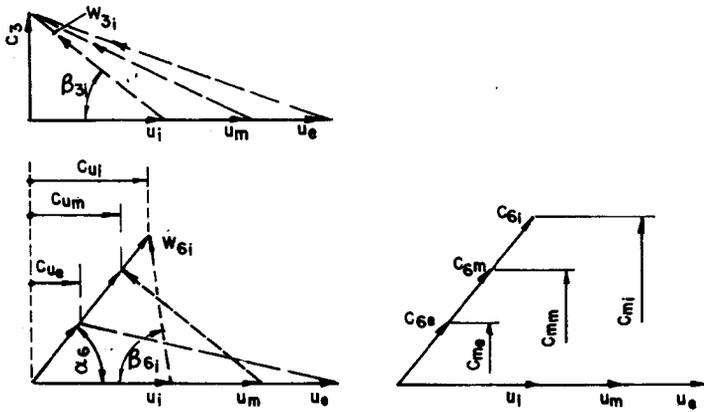


Fig. 7.9 Triângulos de velocidade com  $\alpha = \text{const.}$

$$dc = \frac{dc_u}{\cos \alpha} .$$

Este valor levado à equação de equilíbrio fornece:

$$c_u \cdot r^{\cos^2 \alpha} = \text{const.} \tag{7.10}$$

Resultado que nos leva a concluir que  $n = \cos^2 \alpha$ , ou  $0 \leq n \leq 1$ . Tal condição construtivamente é interessante uma vez que evita a torção no sentido da largura da pá diretriz.

### 7.3 Análise do Cálculo dos Sistemas de Pás como Grade e como Asa de Sustentação

Vamos tomar como exemplo uma bomba axial com pás após o rotor.

Para o cálculo sob as condições das grades, Fig. 7.10, temos para o sistema móvel os ângulos  $\beta_4$  e  $\beta_5$  e para os fixos  $\alpha_7$  e  $\alpha_8$ . Os triângulos de velocidade são traçados para cada estação. Para o de linhas cheias vale:

$$Y_{pd \infty} = u \cdot c_{u_5} .$$

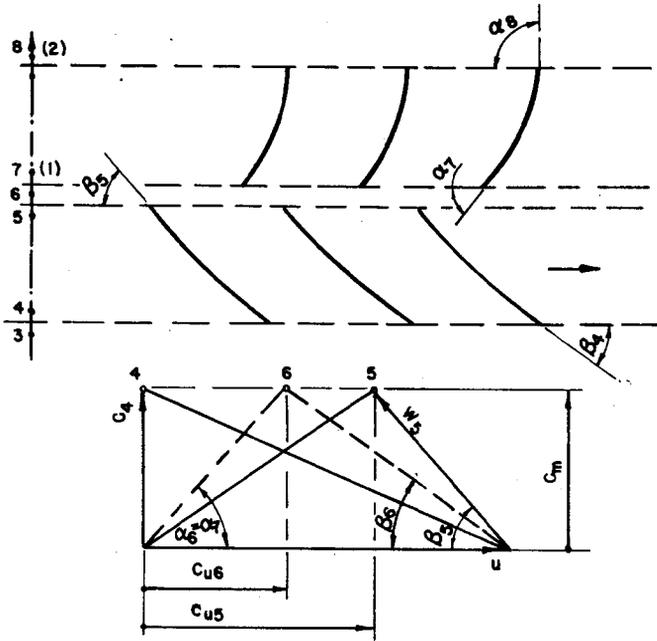


Fig. 7.10 Sistemas de grades para bomba axial.

Para as linhas tracejadas:  $Y_{pd} = u \cdot c_{u4}$ .

Vemos que o ângulo  $\alpha_7$  é menor que o ângulo  $\alpha_5$ , enquanto o ângulo  $\alpha_3 = 90^\circ$ . A equação de isenção de choque é integralmente observada. Para o cálculo como asa de sustentação, partimos da equação:

$$Y_{pd} = u \cdot \Delta c_u.$$

Segundo a Lei de Kuta-Joukowski, traçamos um único triângulo de velocidade, que vale simultaneamente para entrada e para saída do sistema, Fig. 7.11.

Este triângulo, segundo a citada lei, corresponde ao ponto  $\infty$ , situado a  $\frac{\Delta c_u}{2}$ , dos pontos 4 e 6 dos triângulos originais, os elementos deste triângulo são os correspondentes a asa de sustentação,  $u$ ,

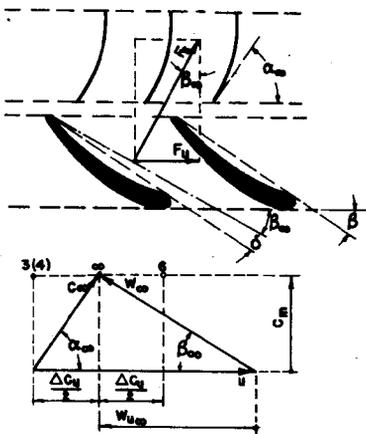


Fig. 7.11 Sistemas de asa de sustentação para bomba axial.

$w_\infty$ ,  $c_\infty$ ,  $c_m$ ,  $\alpha_\infty$ ,  $\beta_\infty$ . A asa ou pá pode ser um perfil normalizado GÖ ou NACA que forma com a corrente um ângulo construtivo,  $\beta$ , com a horizontal, valendo  $\beta = \beta_\infty + \partial$  para a modalidade geradora, e,  $\beta = \beta_\infty - \partial$  para a motora. Como já vimos a força de sustentação  $F_s$  é normal a  $w_\infty$ , sendo sua componente horizontal a força propulsora,  $F_u = F_s \cdot \text{sen } \beta_\infty$ .

#### 7.4 Equação Resultante da Teoria da Grade e da Asa de Sustentação

Esta equação é obtida através de uma igualdade das forças propulsoras  $F_u$ . Como pela teoria da grade  $F_u = \rho \cdot Q \cdot \Delta c_u$  e pela asa de sustentação  $F_u = F_s \cdot \text{sen } \beta_\infty = C_s \cdot L \cdot b \cdot \frac{\rho \cdot w_\infty^2}{2} \cdot \text{sen } \beta_\infty$ , obtemos:

$$\rho \cdot Q \cdot \Delta c_u = \rho \cdot C_s \cdot L \cdot b \cdot \frac{w_\infty^2}{2} \cdot \text{sen } \beta_\infty,$$

porém

$$Q = t \cdot b \cdot c_m; \quad \Delta c_u = \frac{Y_{pd}}{u}; \quad c_m = w_\infty \cdot \text{sen } \beta_\infty; \quad t = \frac{\pi \cdot D}{z}$$

e

$$u = \frac{\omega \cdot D}{2}$$

o que resulta após substituições e simplificações:

$$C_s \cdot L \cdot w_\infty = \frac{4 \cdot \pi \cdot Y_{pd}}{z \cdot \omega} = \frac{2 \cdot Y_{pd}}{z \cdot n}. \quad (7.11)$$

Resumidamente a seqüência para o cálculo de uma máquina axial com auxílio desta fórmula é a seguinte:

— Determina-se inicialmente  $c_m$ ,  $D_e$ ,  $D_i$ , com auxílio de grandezas adimensionais que serão posteriormente definidas.

— Traçam-se os triângulos de velocidade para as várias estações correspondentes a corrente não perturbada.

— Com  $Y_{pd}$ ,  $z$  e  $n$ , são calculados os valores de  $C_s \cdot L$ .

— Escolhido  $L$ , calcula-se  $C_s$ .

— Fixadas as espessuras  $y_{máx.}$ , calcula-se  $\partial$ .

— Finalmente, são calculados os ângulos construtivos  $\beta$ .

## 7.5 Comparação Entre Pás Construtivas em Perfil e em Chapa

Devido à dificuldade de fabricação e elevado preço das pás construídas em perfil, pensou-se na possibilidade, em certos casos, em substituí-las por pás em chapa de espessura constante. Eck realizou pesquisas em ventiladores tentando descobrir em que caso torna-se indispensável o uso de perfis. Chegou a conclusão que somente há vantagens do perfil sobre a pá em chapa para números de Reynolds maiores de 80.000. Além disso, a vantagem só se apresenta se o perfil apresentar um acabamento tal que as elevações sejam inferiores a

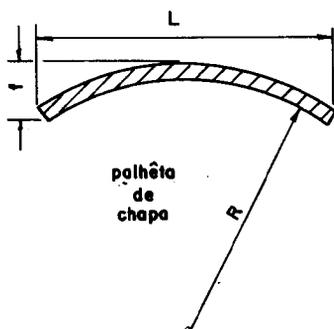


Fig. 7.12 Pá em chapa com forma de arco de círculo.

0,010 mm. Quanto à forma mais aconselhável para a pá em chapa, chegou-se que é o arco de círculo Fig. 7.12.

Já foram desenvolvidos diagramas polares para pás em chapa que encontra-se na seção das tabelas.

Na Fig. 7.13, representamos um diagrama do coeficiente de sustentação em função da relação  $f/L$ .

**Exemplo.** Determinar as demais características de um ventilador axial sendo dados:

$$n = 47,5 \text{ r.p.s.};$$

$$D_i/D_e = 0,5;$$

$$D_e = 460 \text{ mm};$$

$$Q = 2,28 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$z = 9 \text{ pás};$$

$$Y = 593 \text{ j/kg};$$

$$\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3;$$

$$n_c = 0,75;$$

$$n_h = 0,80.$$

Desenvolvemos o cálculo para 4 estações e colocamos os resultados na Tab. 7.1, cujas colunas foram assim preenchidas:

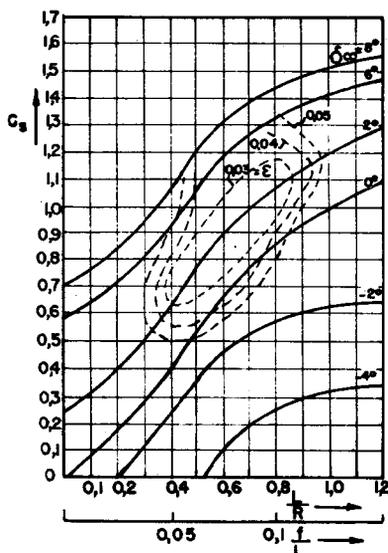


Fig. 7.13 Curvas características dos perfis em chapa.

Tab. 7.1 Cálculo de um Ventilador Axial

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
<i>Est.</i>	<i>D</i>	<i>u</i>	$\Delta C_u$	$\beta_\infty$	$w_\infty$	$C_s \cdot L$	<i>t</i>	<i>L/t</i>	<i>L</i>	$C_s$	<i>y<sub>máx.</sub></i>
=	<i>m</i>	<i>m/s</i>	<i>m/s</i>	graus	<i>m/s</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	—	<i>m</i>	—	<i>mm</i>
<i>i</i>	,230	34,3	21,60	42,5	31,9	0,108 5	,080 5	1,240	,100 0	1,085	9,0
<i>a</i>	,306	45,6	16,20	29,7	43,5	0,079 5	,107 0	0,865	,082 5	0,859	8,0
<i>b</i>	,383	57,1	12,95	22,8	55,5	0,062 3	,134 0	0,640	,086 0	0,724	7,0
<i>e</i>	,460	68,6	10,80	18,8	66,7	0,051 9	,161 0	0,496	,080 0	0,648	6,0

XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI
$\frac{y_{máx.}}{L}$	<i>e</i>	$4,4 \cdot \frac{y_{máx.}}{L}$	$0,092 \cdot \vartheta$	$\vartheta$	$\beta$	$\alpha_\infty$	<i>N<sub>Re.</sub></i>	$\rho_t$
—	—	—	—	graus	graus	graus	—	—
,090 0	0,937	0,396	0,684	7,49	50,0	63,4	$2,2 \cdot 10^5$	0,691
,086 4	0,900	0,380	0,489	5,20	34,9	69,3	$2,65 \cdot 10^5$	0,863
,081 4	0,848	0,358	0,377	3,98	26,8	73,2	$3,14 \cdot 10^5$	0,884
,074 9	0,780	0,328	0,322	3,39	22,2	75,8	$3,55 \cdot 10^5$	0,921

- I — Fixamos as estações,  $i, a, b, e$ ;  
 II — Calculamos os diâmetros para as estações;  
 III — Calculamos as velocidades tangenciais através da equação:

$$u = \pi \cdot D \cdot n.$$

- IV — Temos  $Y_{pd} = \frac{Y}{\eta_h} = \frac{593}{0,80} = 741 \text{ j/kg}$ . Com este valor e a velocidade tangencial calculamos para as estações

$$\Delta c_u = \frac{Y_{pd}}{u} = \frac{741}{u}.$$

Por continuidade temos:

$$c_m = \frac{4 \cdot Q}{0,85 \cdot \pi \cdot (D_s^2 - D_i^2)} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 28}{0,85 \cdot \pi \cdot (0,46^2 - 0,23^2)}.$$

$c_m = 21,5 \text{ m/s}$ , onde 0,85 é o fator de estrangulamento adotado. Com estes elementos foram desenhados os triângulos de velocidade para as estações, Fig. 7.14.

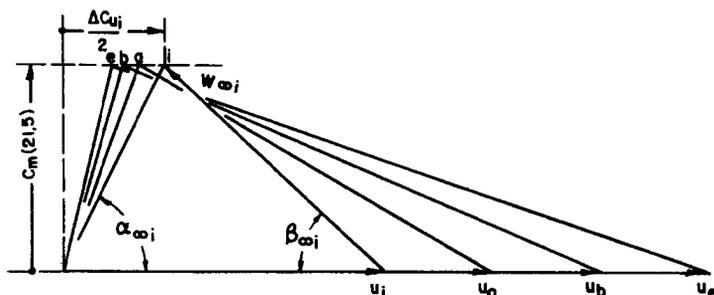


Fig. 7.14 Triângulos para as 4 estações.

- V — Dos triângulos de velocidade Fig. 7.14 retiramos os  $\beta_{\infty}$ .  
 VI — Dos triângulos de velocidade retiramos os  $w_{\infty}$ .  
 VII — Com auxílio da equação:  $C_s \cdot L = \frac{4 \cdot \pi \cdot Y_{pd}}{w_{\infty} \cdot z \cdot \omega} = \frac{3,46}{w_{\infty}}$ , calculamos os  $C_s \cdot L$ .  
 VIII — Calculamos os passos  $t = \frac{\pi \cdot D}{z} = 0,349 \cdot D$ .  
 IX — Fixamos as relações  $L/t$ , decrescentes do cubo para o exterior.  
 X — Calculamos os vários  $L$ .  
 XI — Como conhecemos o produto  $C_s \cdot L$  para as estações, calculamos os valores do coeficiente de sustentação  $C_s$ .

XII — Fixamos por resistência dos materiais os  $y_{máx.}$ , para as estações, maiores no cubo.

XIII — Calculamos os quocientes  $y_{máx.}/L$ .

XIV — Como vamos adotar um só perfil o GÖ 490, onde  $(y_{máx.}/L)_{perfil} = 0,96$ , teremos um fator de engrossamento

$$e = \frac{y_{máx.}/L}{0,96}$$

XV — Calculamos o produto

$$a \cdot \frac{y_{máx.}}{L}, \text{ para o perfil escolhido}$$

$$a = 4,4.$$

XVI — Calculamos o produto  $b \cdot \partial$ , para o perfil escolhido

$$b = 0,092.$$

XVII — Calculamos os ângulos de ataque através da fórmula

$$C_s = 4,4 \cdot \frac{y_{máx.}}{L} + 0,092 \cdot \partial.$$

XVIII — Calculamos os ângulos construtivos  $\beta = \beta_\infty + \partial$ .

Estes ângulos permitem fazer o traçado dos perfis nas várias estações conforme Fig. 7.15.

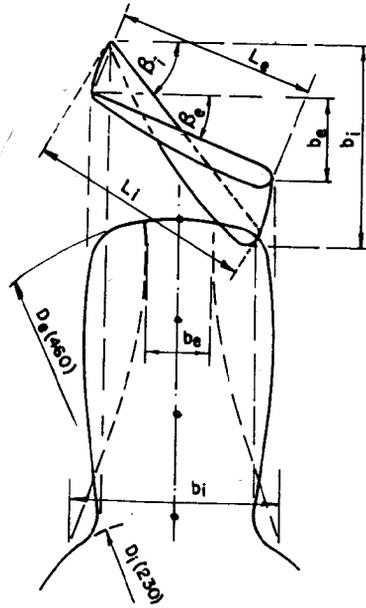


Fig. 7.15 Traçado dos perfis para as 4 estações.

XIX — Retiramos dos triângulos os ângulos  $\alpha_\infty$ , para que seja possível o traçado do sistema diretor.

XX — Calculamos os vários  $N_{Re} = \frac{w_\infty \cdot L}{\nu}$ .

XXI — Calculamos os vários graus de reação  $\rho_t = \frac{w_{u\infty}}{u}$ , uma vez que podemos retirar dos triângulos de velocidade os valores de  $w_{u\infty}$ .

Se desejamos a potência d'êste ventilador, calculamos inicialmente a potência hidráulica:

$$P_h = Q \cdot \rho \cdot Y = 2,28 \cdot 1,2 \cdot 593 \cdot 10^{-3} = 1,62 \text{ kW.}$$

A potência eficaz será:  $P_{ef} = \frac{P_h}{\eta_t} = \frac{1,62}{0,75} = 2,16 \text{ kW.}$

Logo o motor elétrico deverá ser de 2,5 kW.

## PROBLEMAS

1. Um ventilador axial com aletas diretoras antes do rotor possui as seguintes características:  $D_e = 300$  mm,  $D_i = 0,6 \cdot D_e$ ,  $\rho = 1,15$  kg/m<sup>3</sup>,  $n = 57$  r.p.s.,  $\alpha_4 = 135^\circ$ ,  $\beta_5 = 35^\circ$ ,  $c_{m4} = c_{m5}$ ,  $z = 12$  pás,  $Q = 1,10$  m<sup>3</sup>/s,  $f_e = 0,90$ ,  $Y = 700$  j/kg,  $\eta_m = 0,95$ ,  $\eta_h = 0,70$ . Usando o perfil GÖ 428 fazer um cálculo para as estações  $D_i$ ,  $D_m = 0,240$  m e  $D_e$  aplicando a teoria da asa de sustentação, tomando  $(y_{m\acute{a}x})_i = 6$  mm,  $(y_{m\acute{a}x})_m = 5$  mm,  $(y_{m\acute{a}x})_e = 4$  mm.

2. Um rotor de estágio intermediário de um turbocompressor axial apresenta as seguintes características:  $\rho_l = 1,0$ ,  $D = 600$  mm,  $Y_{pd} = 1.000$  j/kg,  $C_s = 0,5$ ,  $L = 50$  mm,  $z = 40$  pás. Determinar a rotação do turbocompressor.

3. Tendo por base o grau de reação, esquematizar os sistemas de grades estator, rotor, bem como os triângulos de velocidade para os seguintes casos:

- Ventilador Siroco.
- Turbinas a gás e vapor de ação e de reação.
- Turbocompressores axiais e radiais.
- Turbinas: Francis, Pelton e Kaplan.
- Bombas: centrífuga, axial e diagonal.

## RESPOSTAS

$$1. P_h = \rho \cdot Q \cdot Y = 886 \text{ W} = 0,886 \text{ kW},$$

$$P_{ef.} = \frac{P_h}{\eta_t} = 1,33 \text{ kW},$$

$$c_m = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot (D_e^2 - D_i^2) \cdot f_e} = 26,5 \text{ m/s},$$

$$u = \pi \cdot D \cdot n = 179 \cdot D \text{ m/s}, \quad \Delta c_u = \frac{Y_{pd}}{u} = \frac{1.000}{u} \text{ m/s},$$

$$C_s \cdot L \cdot \omega_\infty = \frac{4 \cdot \pi \cdot Y_{pd}}{z \cdot \omega} = 2,92 \text{ m/s}.$$

Com estes elementos preenchemos a Tab. 7.2.

Tab. 7.2

RESULTADOS DO PROBLEMA 1									
Est.	$D$	$u$	$\Delta c_u$	$\beta_\infty$	$w_\infty$	$C_s \cdot L$	$t$	$L$	$C_s$
—	m	m/s	m/s	graus	m/s	m	m	m	—
<i>i</i>	0,180	32,3	30,8	31,5	41,0	0,047 2	0,047 2	0,065	0,88
<i>m</i>	0,240	43,0	23,25	25,0	63,5	0,045 9	0,063 0	0,057 5	0,799
<i>e</i>	0,300	53,8	18,55	20,0	76,0	0,038 4	0,078 6	0,050	0,767

$y_{m\acute{a}x.}$	$y_{m\acute{a}x.}/L$	$4,8 \cdot \frac{y_{m\acute{a}x.}}{L}$	$0,092 \cdot \vartheta$	$\vartheta$	$\beta$	$\alpha_{\infty}$
mm	—	—	—	graus	graus	graus
6	0,092 3	0,444	0,436	5	36,5	113,0
5	0,086 9	0,417	0,382	4	29,0	118,0
4	0,080	0,385	0,392	4	24,0	122,5

$$2. C_s \cdot L \cdot w_{\infty} = \frac{2 \cdot Y_{pd}}{z \cdot n},$$

$$\rho_t = \frac{w_{\infty}}{u} = \frac{w_{\infty}}{\pi \cdot D \cdot n},$$

$$n = \sqrt{\frac{2 \cdot Y_{pd}}{z \cdot C_s \cdot \tau \cdot \rho_t \cdot \pi \cdot D}} = 103,4 \text{ r.p.s.} = 6.180 \text{ r.p.m.}$$

# Semelhança Aplicada às Máquinas de Fluxo

## 8.1 Máquinas de Fluxo sob Grandezas de Funcionamento Alteradas

Freqüentemente, acontece que uma máquina de fluxo calculada para determinadas condições é posta a trabalhar em condições diferentes. Assim, é bastante comum uma bomba trabalhar com rotação diferente da prevista pelo cálculo, ou uma turbina trabalhar com queda menor do que a prevista etc. Para fixarmos desde já o problema, sob o ponto de vista analítico tomaremos o exemplo de

uma bomba centrífuga de alta pressão, cinco estágios, acionada por um motor de velocidade variável entre  $n_{II} = A \cdot n_I$ .

Estamos interessados em determinar equações que fornecem relações de alturas, vazões e potências em função de relações de velocidades. Para tanto, seja na Fig. 8.1 esquematicamente o rotor de um dos estágios da citada bomba, com seus respectivos triângulos de velocidade para a rotação  $n_I$  e  $n_{II}$ .

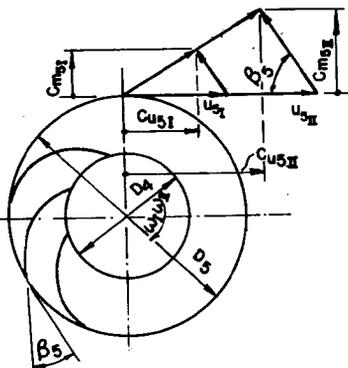


Fig. 8.1 Rotor de uma bomba centrífuga.

Como a rotação foi multiplicada por  $A$ , os elementos cinemáticos dos triângulos também foram multiplicados por  $A$ . Utilizando a equação fundamental teremos:

$$Y_I = u_{5_I} \cdot c_{u_{5_I}}, \quad Y_{II} = u_{5_{II}} \cdot c_{u_{5_{II}}} = A \cdot u_{5_I} \cdot A \cdot c_{u_{5_I}},$$

logo

$$\frac{Y_{II}}{Y_I} = \left( \frac{n_{II}}{n_I} \right)^2. \quad (8.1)$$

Para as vazões, tendo em vista que elas são proporcionais à componente  $c_{m_s}$ ,

$$Q_{II} = \pi \cdot D_s \cdot b \cdot c_{m_{s_{II}}} \quad \text{e} \quad Q_I = \pi \cdot D_s \cdot b \cdot c_{m_{s_I}}$$

logo:

$$\frac{Q_{II}}{Q_I} = \frac{c_{m_{s_{II}}}}{c_{m_{s_I}}}$$

pelos triângulos temos:  $\frac{c_{m_{s_{II}}}}{c_{m_{s_I}}} = \frac{n_{II}}{n_I}$

o que resulta:

$$\frac{Q_{II}}{Q_I} = \frac{n_{II}}{n_I}. \quad (8.2)$$

Finalmente, para as potências, teremos:

$$\frac{p_{II}}{p_I} = \frac{\rho \cdot Q_{II} \cdot Y_{II}}{\rho \cdot Q_I \cdot Y_I}$$

logo:

$$\frac{p_{II}}{p_I} = \left( \frac{n_{II}}{n_I} \right)^3. \quad (8.3)$$

As fórmulas deduzidas podem ser aplicadas às turbinas sendo que a variável independente neste caso é o trabalho específico  $Y$ . Todas estas fórmulas são teóricas uma vez que não se fez qualquer menção a rendimentos.

## 8.2 Tipos de Semelhança

Duas máquinas de fluxo  $a$  e  $b$ , Fig. 8.2, são *geométricamente semelhantes*, se, para todas as dimensões  $L_a$  e  $L_b$  correspondentes, existir uma escala linear constante. Assim

$$f = \frac{L_a}{L_b} = \frac{D_{a_a}}{D_{a_b}} = \frac{D_{b_a}}{D_{b_b}} = \text{const.}$$

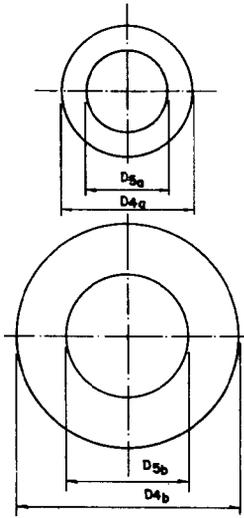


Fig. 8.2 Semelhança geométrica.

Assim

$$\frac{u_a}{u_b} = \frac{D_a \cdot n_a}{D_b \cdot n_b} = \frac{L_a \cdot t_b}{L_b \cdot t_a} = \frac{f}{v}$$

Duas máquinas de fluxo *a* e *b* são consideradas dinamicamente semelhantes, se em pontos correspondentes das máquinas existirem forças tais que seja estabelecida uma escala de forças constante:

$$k = \frac{F_a}{F_b} = \text{const.}$$

Como em máquinas de fluxo interessam principalmente as forças de inércia e as forças de atrito, temos:

Fôrças de inércia:

$$F_i = m \cdot \frac{dc}{dt} \sim \rho \cdot L^3 \cdot \frac{1}{t^2}.$$

Fôrças de atrito:

$$\mu \cdot \frac{dc}{dy} \cdot S \sim \mu \cdot \frac{L^2}{t} = \nu \cdot \rho \cdot \frac{L^2}{t}.$$

A concepção para se completar deve estender-se até as rugosidades das paredes, o que vem demonstrar que só aproximadamente temos tal semelhança.

Duas máquinas de fluxo *a* e *b*, Fig. 8.3, são consideradas *cinematicamente semelhantes*, se pontos correspondentes das máquinas percorrem distâncias  $L_a$  e  $L_b$  em tempos  $t_a$  e  $t_b$  de tal modo a existir uma escala de tempos constante

$$v = \frac{t_a}{t_b} = \text{const.}$$

logo:

$$\frac{t}{v} = \text{const.}$$

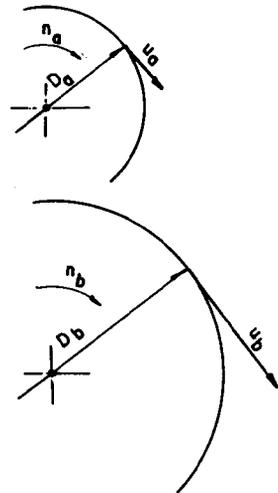


Fig. 8.3 Semelhança cinemática.

Estabelecendo as escalas de forças respectivamente para as forças de inércia e de atrito temos:

Fôrças de inércia:

$$K_i = \frac{\rho_a \cdot L_a^4 \cdot t_b^2}{\rho_b \cdot L_b^4 \cdot t_a^2} = \frac{\rho_a \cdot f^4}{\rho_b \cdot v^2}$$

Fôrças de atrito:

$$K_a = \frac{\nu_a \cdot \rho_a \cdot L_a^2 \cdot t_b}{\nu_b \cdot \rho_b \cdot L_b^2 \cdot t_a} = \frac{\nu_a \cdot \rho_a \cdot f^2}{\nu_b \cdot \rho_b \cdot v}$$

Como estas escalas devem ser iguais, resulta:

$$\frac{f^2}{v} = \frac{\nu_a}{\nu_b},$$

fazendo as substituições,

$$\frac{L_a \cdot c_a}{L_b \cdot c_b} = \frac{a}{b}$$

ou finalmente:

$$N_{Re.} = \frac{c_a \cdot L_a}{\nu_a} = \frac{c_b \cdot L_b}{\nu_b} = \frac{c \cdot D}{\nu} \quad (8.4)$$

Onde  $N_{Re.}$  é um número puro, denominado Número de Reynolds. Podemos tirar da (8.4), duas conclusões:

— Para haver semelhança dinâmica o  $N_{Re.}$  deve ser o mesmo para os sistemas  $a$  e  $b$ .

— As máquinas de fluxo semelhantes, podem trabalhar com fluidos diferentes, expresso na fórmula pelas viscosidades cinemáticas  $\nu_a$  e  $\nu_b$ . Assim, uma turbina hidráulica  $b$ , pode trabalhar com água, sendo seu modelo, a máquina  $a$ , ensaiado por exemplo com ar.

Alertamos que nem sempre é possível conseguir-se a igualdade do  $N_{Re.}$  que a teoria exige. Seja o exemplo de uma turbina hidráulica que deverá ter um diâmetro  $D_b$ , devendo ser investigada por um modelo linearmente 5 vezes menor,  $D_a = D_b/5$ . Para o mesmo fluido na máquina e no modelo temos:

$$c_a \cdot D_a = c_b \cdot D_b \quad \text{ou} \quad u_a \cdot D_a = u_b \cdot D_b$$

logo:

$$\left(\frac{D_a}{D_b}\right)^2 \cdot \frac{n_a}{n_b} = \frac{f^2}{v} = 1.$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \frac{25}{1} = 1 \quad \text{logo:} \quad v = \frac{1}{25} \quad \text{isto é} \quad \frac{n_a}{n_b} = \frac{1}{v} = 25.$$

Se a rotação da turbina é  $n_b = 10$  r.p.s. teremos:

$$n_a = \frac{u_a}{\pi \cdot D_a} = 25 \cdot n_b = 25 \cdot 10 = 250 \text{ r.p.s.}$$

Uma rotação tão elevada é inaceitável para uma turbina hidráulica.

Tal convenção resulta o modelo trabalhar com  $N_{Re}$  menor do da máquina, conseqüentemente o seu rendimento será menor. A determinação destas perdas hidráulicas em função do  $N_{Re}$ , foram feitas em muitas experiências. Relataremos aqui os resultados das pesquisas de Chistyakov, em turbinas Kaplan, sendo que os  $N_{Re}$  foram calculados tomando  $D = D_i$  e  $c = c_m$ . As considerações, em princípio, valem para os outros tipos de turbinas. Na Fig. 8.4, estão

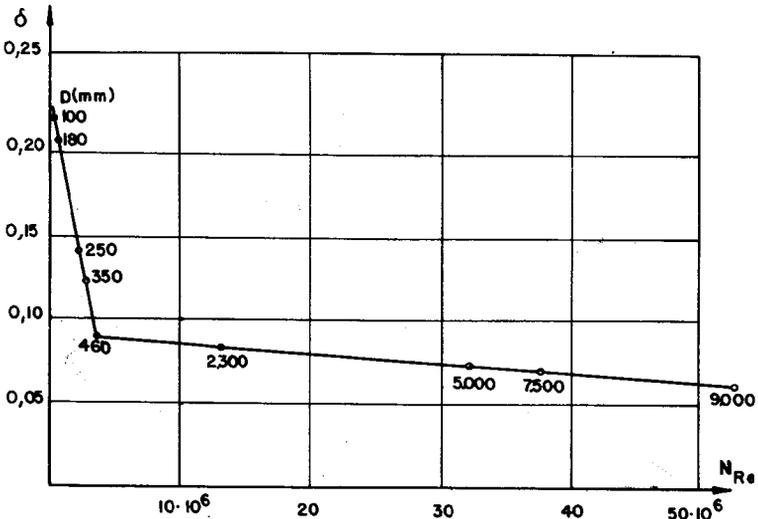


Fig. 8.4 Resultados dos ensaios em turbinas Kaplan executados por Chistyakov.

os resultados desta pesquisa, tendo sido colocado no eixo vertical as perdas relativas  $\delta = 1 - \eta_h$  e no eixo horizontal os  $N_{Re}$  calculados tomando-se velocidade e diâmetro médio no rotor.

Sobre a curva foram marcados os diâmetros  $D_i$ . Observemos que a variação brusca ocorre para  $D_i = 460$  mm. Citamos, ainda fórmulas de transposição para as perdas relativas, elaboradas à base de análise teórica e estatística de um grande número de ensaios.

— Fórmula de Canaan:

$$\frac{\delta_b}{\delta_a} = 0,5 + 0,5 \cdot \left( \frac{N_{Re,a}}{N_{Re,b}} \right)^{0,25} \quad (8.5)$$

— Fórmula de Moody:

$$\frac{\delta_b}{\delta_a} \cong \left( \frac{D_a}{D_b} \right)^{0.20} \quad (8.6)$$

### 8.3 Grandezas Relativas

Nas Eqs. (8.1), (8.2) e (8.3), podemos convencionar

$$Y_I = 1 \text{ j/kg}, \quad H_{II} = Y, \quad Q_{II} = Q, \quad P_{II} = P, \quad n_I = n_1, \\ Q_I = Q_1, \quad P_I = P_1.$$

Onde, as grandezas sem índice são as originais e as com índice 1, as grandezas relativas para a máquina trocando um trabalho específico  $Y_I = 1 \text{ j/kg}$ . Disto resulta:

$$\text{Velocidade relativa: } n_1 = \frac{n}{(Y)^{1/2}}. \quad (8.7)$$

$$\text{Vazão relativa: } Q_1 = \frac{Q}{(Y)^{1/2}}. \quad (8.8)$$

$$\text{Potência relativa: } P_1 = \frac{P}{(Y)^{3/2}}. \quad (8.9)$$

Como a literatura clássica sobre o assunto não usa o Sistema Internacional, mas o Técnico, as grandezas relativas são definidas para  $H_I = 1 \text{ m}$  resultando neste sistema, para as grandezas relativas:

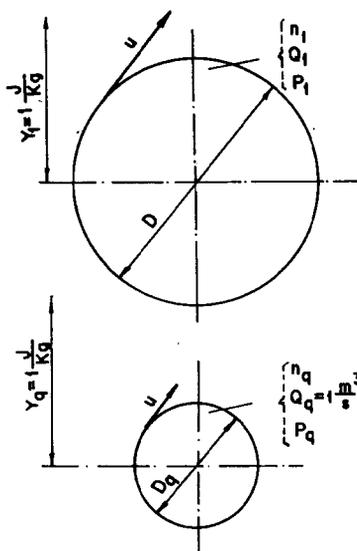
$$n_1 = \frac{n}{H^{1/2}}, \quad (8.10)$$

$$Q_1 = \frac{Q}{H^{1/2}}, \quad (8.11)$$

$$P_1 = \frac{P}{H^{3/2}}. \quad (8.12)$$

### 8.4 Velocidade Específica

Quando uma máquina cuja dimensão característica é  $D$  troca um trabalho específico de  $1 \text{ j/kg}$ , suas grandezas são as relativas  $n_1$ ,  $P_1$ ,  $Q_1$  dados pelas relações (8.7), (8.8), (8.9). Se fizermos um modelo,  $D_q$ , geomêtricamente semelhante a citada máquina, Fig. 8.5 que quando trocando também tem trabalho específico de  $1 \text{ j/kg}$  e tendo a mesma velocidade tangencial seja atravessado por uma vazão de  $1 \text{ m}^3/\text{s}$ ,

Fig. 8.5 Velocidade específica  $n_q$ .

Este modelo terá uma rotação  $n_q$  que denominaremos *rotação específica*. Esta rotação específica será dada pela relação que a seguir deduziremos:

$$u = \pi \cdot D \cdot n_1 = \pi \cdot D_q \cdot n_q$$

logo:

$$\frac{n_q}{n_1} = \frac{D}{D_q} \quad (8.13)$$

Como para o mesmo  $c_m$  as vazões estão entre si como os quadrados dos diâmetros, podemos escrever:

$$\frac{Q_1}{Q_q} = \left( \frac{D}{D_q} \right)^2 = \frac{n_q}{n_1} \quad (8.14)$$

As relações (8.13) e (8.14) reunidas permitem escrever:

$$n_q = n_1 \cdot Q_1^{1/2} = \frac{n}{(Y)^{1/2}}$$

ou

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} \quad (8.15)$$

Como numericamente o cálculo pela Eq. (8.15) resulta um valor bastante pequeno, é conveniente tomarmos um valor maior, conforme propõe Addison:

$$n_{qA} = 10^3 \cdot n_q \quad (8.16)$$

Na literatura em que é usado o Sistema Técnico de Unidades, são comumente definidas duas rotações específicas, uma relativa a potência,  $n_{st}$ , e outra relativa a vazão,  $n_{qt}$ .

A primeira é definida como sendo a rotação de uma máquina semelhante à original que sob a queda de 1 m fornece uma potência de 1 C.V.

$$n_{st} = n \cdot \frac{P^{1/2}}{H^{5/4}} \quad (8.17)$$

A segunda, como sendo a rotação de uma máquina semelhante a original que sob a queda de 1 m é atravessada por uma vazão de 1 m<sup>3</sup>/s.

$$n_{qt} = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (8.18)$$

Podemos reunir as Eqs. (8.17) e (8.18) resultando:

$$n_{st} = 0,1155 \cdot (\gamma \cdot \eta_t)^{1/2} \cdot n_{qt}. \tag{8.19}$$

Vemos assim, que o  $n_{st}$  é uma grandeza específica que depende do fluido, bem como do rendimento total da máquina. Esta grandeza somente permite comparar máquinas que trabalhem com o mesmo fluido e de mesmo rendimento. O mesmo não ocorre com o  $n_q$ ,  $n_{qA}$  e  $n_{qt}$  que permitem uma comparação geral entre as várias máquinas de fluxo.

A relação entre as grandezas definidas para o Sistema Internacional e o Técnico são as seguintes:

$$n_q = \frac{n_{qt}}{333}, \tag{8.20}$$

$$n_{qA} = 3 \cdot n_{qt}, \tag{8.21}$$

$$n_{qA} = 25,9 \frac{n_{st}}{(\gamma \cdot \eta_t)} 1/2. \tag{8.22}$$

### 8.5 Grandezas Unitárias

Se em vez de fixarmos para a máquina semelhantes condições ligadas à potência e à vazão, fixarmos dimensões, por exemplo  $D_1' = 1$  m, Fig. 8.6, obtemos:

$$\begin{aligned} u &= \pi \cdot D \cdot n_1 = \pi \cdot n_1' \text{ ou } n_1' = \\ &= D \cdot n_1 = \frac{D \cdot n}{Y^{1/2}}. \end{aligned} \tag{8.23}$$

Denominamos esta velocidade de *velocidade unitária*. A vazão unitária será:

$$\begin{aligned} \frac{Q_1'}{Q_1} &= \frac{1}{D^2}, \\ \text{logo:} \\ Q_1' &= \frac{Q_1}{D^2} = \frac{Q}{Y^{1/2} \cdot D^2} \end{aligned} \tag{8.24}$$

Para a potência temos:

$$P_1' = \frac{P}{Y^{3/2} \cdot D^2 \cdot \rho}. \tag{8.25}$$

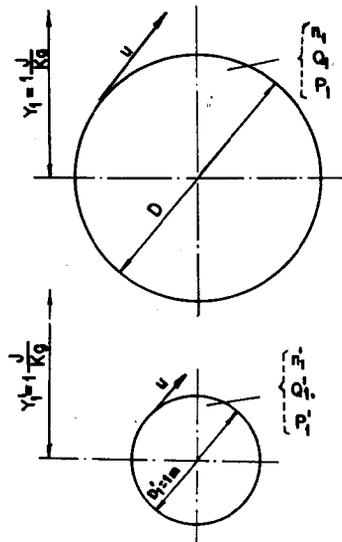


Fig. 8.6 Grandezas unitárias.

Como podemos escrever,  $Y^{1/2} = \frac{1}{n_1'} \cdot n \cdot D$ , considerando  $1/n_1'$  com fator de proporcionalidade, temos as seguintes relações:

$$Y \sim n^2 \cdot D^2, \quad (8.26)$$

$$Q = Q_1' \cdot Y^{1/2} \cdot D^2 \quad \text{ou} \quad Q \sim n \cdot D^3, \quad (8.27)$$

$$P = P_1' \cdot Y^{3/2} \cdot D^2 \cdot \rho \quad \text{ou} \quad P \sim n^3 \cdot D^5. \quad (8.28)$$

As Eqs. (8.23) até (8.28) podem ser usadas também no Sistema Técnico de Unidades, desde que façamos  $Y = H$  e  $\rho = \gamma$ .

Observamos ainda que na Eq. (8.25) a massa específica  $\rho$  foi introduzida unicamente para tornar a grandeza potência unitária adimensional.

### 8.6 Características Adimensionais

Nos exemplos que temos apresentados vimos a necessidade do conhecimento das grandezas  $Q$  e  $Y$  ou  $Y_{pa}$  para a elaboração do projeto de u'a máquina de fluxo. Esta necessidade oriunda do fato que a partir de tais grandezas podemos obter outras grandezas como: diâmetros, velocidades, etc. A ligação entre as grandezas conhecidas e aquelas que serão determinadas é feita através de coeficientes adimensionais obtidos por ensaios em modelos e máquinas para as condições ótimas de funcionamento. Analisaremos algumas destas características procurando ligá-las à característica adimensional já introduzida  $n_{qA}$ .

Assim, denomina-se *coeficiente de pressão* de uma máquina de fluxo a relação entre o trabalho específico e a energia específica de correspondente a velocidade tangencial do rotor

$$\psi = \frac{2 \cdot Y}{u^2}. \quad (8.29)$$

Dependendo do pesquisador, a velocidade que aparece na fórmula, pode ser relativamente ao diâmetro interno, médio ou externo. Nesta publicação trabalharemos na maior parte das vezes com  $u_e$ .

Denomina-se *coeficiente de volume* a relação entre a vazão da máquina e uma vazão fictícia obtida pelo produto de uma seção do rotor fixada, pela velocidade tangencial para esta seção

$$\varphi = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2 \cdot u}. \quad (8.30)$$

Normalmente nós utilizaremos  $D = D_e$  e  $u = u_e$ .

Denomina-se *coeficiente de potência* a relação entre a potência eficaz e a potência fictícia dada pelo produto da seção do rotor por  $u^3 \cdot \rho/2$ , logo:

Para máquinas motoras:

$$P_{ef.} = Q \cdot \rho \cdot Y \cdot \eta_t, \quad \lambda = \frac{Q \cdot \rho \cdot Y \cdot \eta_t}{\frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{u^3}{2}}$$

ou

$$\lambda = \psi \cdot \varphi \cdot \eta_t. \quad (8.31)$$

Para geradores teremos:

$$\lambda = \frac{\psi \cdot \varphi}{\eta_t}. \quad (8.32)$$

Denominam-se respectivamente *coeficiente de velocidade* e de *diâmetro* os coeficientes definidos pelas relações:

$$\sigma = \frac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}}, \text{ coeficiente de velocidade;} \quad (8.33)$$

$$\delta = \frac{\psi^{1/4}}{\varphi^{1/2}}, \text{ coeficiente de diâmetro.} \quad (8.34)$$

Estes novos coeficientes foram introduzidos tendo por base o que segue:

$$\psi = \frac{2 \cdot Y}{\pi^2 \cdot D^2 \cdot n^2} \quad \text{e} \quad \varphi = \frac{4 \cdot Q}{\pi^2 \cdot D^3 \cdot n}.$$

Destas duas equações resulta pela eliminação de  $D$ :

$$\sigma = 2,11 \cdot n_q. \quad (8.35)$$

Dêste modo, vemos que o coeficiente de velocidade nada mais é do que a rotação específica multiplicada por uma constante. Podemos nas equações de  $\psi$  e  $\varphi$  eliminar a rotação  $n$ , resultando:

$$\delta = 1,055 \cdot \frac{Y^{1/4}}{Q^{1/2}} \cdot D. \quad (8.36)$$

Esta expressão mostra que o coeficiente de diâmetro, é uma grandeza adimensional proporcional ao diâmetro, ou melhor a uma dimensão construtiva da máquina. A relação entre  $\delta$  e  $n_q$  é a seguinte:

$$\delta = (2,11 \cdot n_q \cdot \psi^{1/2})^{-1}. \quad (8.37)$$

No final desta publicação reunimos em forma de gráficos as características aqui definidas, as quais podem ser utilizadas em pre-dimensionamento das máquinas de fluxo.

**Exemplo 1.** Uma turbina tipo Francis, eixo vertical deverá apresentar as seguintes condições:

$$Y = 1.090 \text{ j/kg}; \quad P_{ef.} = 37.500 \text{ kW}; \quad n = 4,17 \text{ r.p.s.}; \quad \eta_t = 0,90;$$

$$D_e = 2.350 \text{ mm.}$$

Para os ensaios foi construído um modelo desta turbina de  $D_m = 320 \text{ mm}$  que quando ensaiado com  $Y_m = 147 \text{ j/kg}$  apresentou  $\eta_{tm} = 0,80$ .

Determinar:

- Grandezas unitárias.
- A vazão e a potência eficaz do modelo.
- Exprimir os quocientes  $Q/Q_m$  e  $P_{ef.}/P_{ef.m}$  em funções exponenciais do produto  $n \cdot D_e$ .

a) *Cálculo das grandezas unitárias*

$$n_1' = \frac{n \cdot D}{Y^{1/2}} = \frac{4,17 \cdot 2,35}{1.090^{1/2}} = 0,297.$$

Como

$$P_{ef.} = Q \cdot \rho \cdot Y \cdot \eta_t, \text{ temos } Q = \frac{37.500 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 1.090 \cdot 0,9} = 38,2 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Assim:

$$Q_1' = \frac{Q}{Y^{1/2} \cdot D^2} = \frac{38,2}{1.090^{1/2} \cdot 2,35^2} = 0,209 \text{ 5.}$$

$$P_1' = \frac{P_{ef.}}{Y^{3/2} \cdot D^2 \cdot \rho} = \frac{37.500 \cdot 10^3}{1.090^{1,5} \cdot 2,35^2 \cdot 10^3} = 0,188 \text{ 5.}$$

Para calcularmos a rotação do modelo, podemos utilizar a fórmula

$$n_1' = \frac{D_m \cdot n_m}{Y_m^{1/2}}, \text{ logo } n_m = \frac{0,297 \cdot 147^{1/2}}{0,32} = 11,25.$$

b) *Cálculo da vazão e da potência do modelo*

Como conhecemos as características unitárias, temos

$$Q_m = Q_1' \cdot Y_m^{1/2} \cdot D_m^2 = 0,209 \text{ 5} \cdot 147^{1/2} \cdot 0,32^2 = 0,238 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$P_{ef.m} = Q_m \cdot \rho \cdot Y_m \cdot \eta_{tm} = 0,238 \cdot 10^3 \cdot 147 \cdot 0,8 =$$

$$= 28.000 \text{ W} = 28 \text{ kW.}$$

c) *Determinação dos quocientes*

A equação de proporcionalidade (8.27), permite escrever:

$$\frac{Q}{Q_m} = K \cdot \frac{n \cdot D^3}{n_m \cdot D_m^3}$$

fazendo as substituições temos:

$$\frac{Q}{Q_m} = \frac{38,2}{0,238} = 160,5, \quad \frac{n \cdot D^3}{n_m \cdot D_m^3} = \frac{4,17 \cdot 13,0}{11,27 \cdot 0,0327} = 147.$$

Dêste modo temos  $K = 1,09$ . A Eq. (8.28) de proporcionalidade, nos permite escrever:

$$\frac{P}{P_m} = K_1 \cdot \frac{n^3 \cdot D^5}{n_m^3 \cdot D_m^5},$$

vamos tomar para as potências hidráulicas:

$$\begin{aligned} \frac{P_h}{P_{h_m}} &= \frac{0,8 \cdot 37.500}{0,9 \cdot 28,0} = 1.190 \quad \text{e} \quad \frac{n^3 \cdot D^5}{n_m^3 \cdot D_m^5} = \\ &= \frac{4,17^3 \cdot 2,35^5}{11,27^3 \cdot 0,32^5} = 1.080. \end{aligned}$$

Neste caso o fator de proporcionalidade será:  $K_1 = 1,10$ .

**Exemplo 2.** Tomando-se como modelo para uma turbina 5 vezes maior de  $Y' = 980$  j/kg, a turbina tipo Francis com espiral que possui as seguintes características:

$$\begin{aligned} Q &= 0,160 \text{ m}^3/\text{s}; & Y &= 93 \text{ j/kg}; & D &= 250 \text{ m}; & b_0 &= 0,60 \text{ m}; \\ n &= 12,5 \text{ r.p.s.}; & \eta_t &= 0,8. \end{aligned}$$

Determinar tôdas as características da turbina 5 vezes maior.

O problema pode ser considerado como o inverso do anterior. Calcularemos inicialmente as características relativas para a turbina que servirá de modelo

$$n_1 = \frac{n}{Y^{1/2}} = \frac{12,5}{93^{1/2}} = 1,295;$$

$$Q_1 = \frac{Q}{Y^{1/2}} = \frac{0,160}{9,65} = 0,0166;$$

$$P_1 = \frac{P_{ef.}}{Y^{3/2}} = \frac{Q \cdot \rho \cdot Y \cdot \eta_t}{Y^{3/2}} = \frac{11.920}{93^{3/2}} = 13,2.$$

A rotação específica desta mesma turbina será:

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} = 12,5 \cdot \frac{0,160^{1/2}}{93^{3/4}} = 0,166;$$

$$n_{qA} = 10^3 \cdot n_q = 166.$$

As características unitárias serão:

$$n_1' = \frac{n \cdot D}{Y^{1/2}} = \frac{12,5 \cdot 0,250}{93^{1/2}} = 0,325;$$

$$Q_1' = \frac{Q}{Y^{1/2} \cdot D^2} = \frac{0,160}{93^{1/2} \cdot 0,25^2} = 0,265;$$

$$P_1' = \frac{P}{Y^{3/2} \cdot D^2 \cdot \rho} = \frac{11.920}{93^{3/2} \cdot 0,25^2 \cdot 10^3} = 2,130 \text{ W}.$$

Como conhecemos o  $Y_a$  da máquina, no caso  $Y' = 980 \text{ j/kg}$  vamos calcular a vazão tendo em vista que  $D' = 5 \cdot D = 5 \cdot 0,25 = 1,25 \text{ m}$ .

$$Q' = Q_1' = Y'^{1/2} \cdot D'^2 = 0,265 \cdot 980^{1/2} \cdot 1,25^2 = 12,9 \text{ m}^3/\text{s}.$$

A potência hidráulica será:

$$P_k' = Q' \cdot \rho \cdot Y' = 12,9 \cdot 10^3 \cdot 980 \cdot 10^{-3} = 12.650 \text{ kW}.$$

Se calculássemos pela equação:

$$P_{ef}' = P_1' \cdot Y'^{3/2} \cdot D^2 \cdot \rho = 2.135 \cdot 10^{-3} \cdot 980^{1,5} \cdot 1,25^2 \cdot 10^3 = 9.960 \text{ kW}.$$

O quociente destas duas potências deve ser igual ao rendimento total do modelo, que nas deduções foi suposto igual ao da máquina.

$$\text{De fato } \frac{9.960}{12.650} = 0,80.$$

Como podemos esperar um rendimento da máquina maior, talvez 0,90, a potência eficaz deverá estar em torno de  $P_{ef}' = 11.050 \text{ kW}$ .

**Exemplo 3.** Calcular um ventilador sabendo-se que  $\frac{D_i}{D_e} = 0,25$ ,  $D_e = 0,400 \text{ m}$ ,  $n = 58,25 \text{ r.p.s.}$ ,  $\sigma = 2,9$ ,  $\delta = 1,2$ .

Iniciamos calculando a rotação específica.

$$n_q = \frac{\sigma}{2,11} = \frac{2,9}{2,1} = 1,375, \quad n_{qA} = 1.375, \text{ ventilador axial.}$$

Tab. 8.1 Elementos para o Projeto do Ventilador Axial

Est.	D	u	$\Delta c_u$	$\beta_\infty$	$w_\infty$	$C_s \cdot L$	t	L/t	L	$C_s$	$y_{m\acute{a}x.}$	$y_{m\acute{a}x.}/L$
—	m	m/s	m/s	graus	m/s	m	mm	—	m	—	mm	—
i	,100	18,3	15,75	59,0	20,3	0,121 5	78,5	1,685	,132	0,972	10,0	,075 8
a	,200	36,6	7,87	28,0	37,0	0,066 8	157,0	0,668	,105	0,789	9,0	,085 7
b	,300	54,9	5,25	18,3	55,2	0,044 7	235,0	0,405	,095	0,471	8,0	,084 2
e	,400	73,2	3,94	13,5	74,5	0,033 1	314,0	0,286	,090	0,368	7,0	,077 6

e	$4,8 \cdot \frac{y_{m\acute{a}x.}}{L}$	$0,092 \cdot \vartheta$	$\vartheta$	$\beta$	NRe.
—	—	—	graus	graus	—
0,886	,364	,886	9,5	68,50	$1,76 \cdot 10^5$
1,000	,411	,436	4,75	32,75	$2,59 \cdot 10^5$
0,985	,404	,126	1,37	19,67	$3,48 \cdot 10^5$
0,910	,373	,124	1,35	14,85	$4,41 \cdot 10^5$

Com auxílio das Eqs. (8.37) e (8.34), temos:

$$\psi = \frac{1}{(2,9 \cdot 1,2)^2} = 0,0826;$$

$$\varphi = \frac{\psi^{1/2}}{\delta^2} = \frac{0,0826^{1/2}}{1,2^2} = 0,199.$$

Podemos agora, calcular  $Q$ ,  $Y$  e  $c_m$ , uma vez que  $u_e = 73,2$  m/s

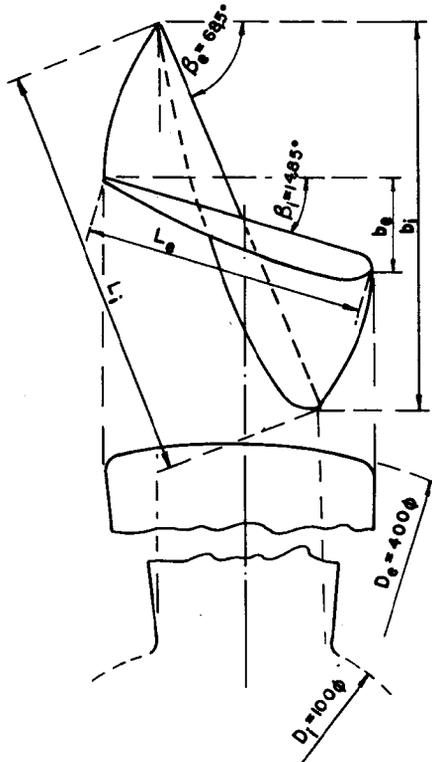
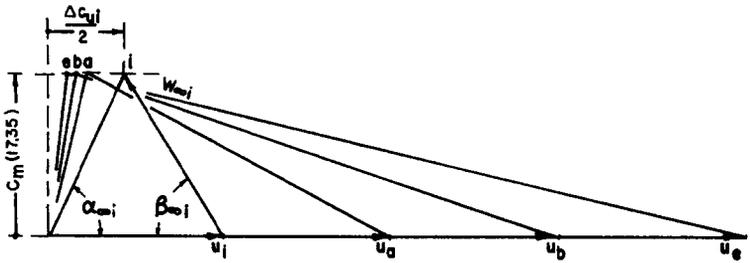


Fig. 8.7 Triângulos de velocidade e traçado do rotor para o ventilador calculado.

$$Y = \frac{\psi \cdot u_e^2}{2} = \frac{0,0826 \cdot (73,2)^2}{2} = 222 \text{ j/kg};$$

$$Q = \varphi \cdot \frac{\pi \cdot D_e^2 \cdot u_e}{4} = 0,199 \cdot 0,126 \cdot 73,2 = 1,84 \text{ m}^3/\text{s}.$$

A velocidade meridional será:

$$c_m = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \cdot (D_e^2 - D_i^2) \cdot 0,9} = \frac{1,84}{\frac{\pi}{4} \cdot 0,15 \cdot 0,9} = 17,35 \text{ m/s}.$$

Com estes elementos preenchamos a Tab. 8.1, do mesmo modo como fizemos para a Tab. 7.1.

Tomamos:

$$Y_{pd} = \frac{Y}{0,77} = 288 \text{ j/kg}.$$

O perfil escolhido foi o GÖ 428, onde  $y_{m\acute{a}x}/L = 0,0855$ ;  $a = 4,8$ ;  $b = 0,092$ . Nosso ventilador terá 4 pás no rotor.

Os triângulos de velocidade, bem como o desenho de ventilador estão representados na Fig. 8.7.

### PROBLEMAS

1. Um modelo de turbina possui as seguintes características:  $P_{ef.} = 13,6 \text{ kW}$ ,  $D = 0,38 \text{ m}$ ,  $Q = 0,34 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Y = 26,5 \text{ j/kg}$ ,  $n = 3 \text{ r.p.s.}$  Deseja-se construir uma turbina geomêtricamente semelhante de diâmetro 1,20 m que forneça uma potência no eixo de 653 kW, pede-se:

- a) A rotação específica, as características unitárias e relativas do modelo.
- b) O trabalho específico, a vazão e a rotação da máquina.

2. U'a máquina de fluxo apresenta as seguintes características:  $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $P_h = 1.360 \text{ kW}$ ,  $n = 10 \text{ r.p.s.}$  Deseja-se construir um modelo semelhante de 6,8 kW de potência com seção de escoamento na entrada de  $1,6 \text{ dm}^2$ , cuja velocidade tangencial seja a metade da velocidade tangencial da máquina. Determinar:

- a) A seção de escoamento da máquina na entrada e o trabalho específico do modelo.
- b) A vazão do modelo.

3. Uma turbina tipo Francis apresenta as seguintes características  $D_e = 2.350 \text{ mm}$ ,  $Y = 1.087 \text{ j/kg}$ ,  $Q = 39,0 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $n = 4,16 \text{ r.p.s.}$  O rendimento desta turbina foi determinado através do ensaio de um modelo semelhante com  $D_m = 320 \text{ mm}$ ,  $Y_m = 147 \text{ j/kg}$ , resultando  $\eta_{tm} = 0,825$ . Determinar:

a) O rendimento total provável da máquina utilizando a forma de transposição de Moody tomando  $\eta_{m \cdot m} = 0,95$  e  $\eta_m = 0,97$ .

b) A potência no eixo e as características unitárias e específicas da máquina.

c) A rotação, vazão e potência do modelo, bem como as relações máquina-modelo, destas características.

4. Um modelo para turbina possui as seguintes características:  $Q_m = 0,160 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Y_m = 93,1 \text{ j/kg}$ ,  $D_m = 0,250 \text{ m}$ ,  $b_{0m} = 0,060 \text{ m}$ ,  $n_m = 12,5 \text{ r.p.s.}$ ,  $\eta_{tm} = 0,80$ ,  $\eta_{m \cdot m} = 0,95$ . Possuindo a máquina  $Y = 980 \text{ j/kg}$ ,  $D = 5 \cdot D_m$ ,  $\eta_m = 0,97$ . Determinar:

a) As características unitárias e velocidade específica do modelo.

b) Todas as características da máquina.

5. Um ventilador axial para ar seco deve apresentar as seguintes características:  $D_e = 2,0 \text{ m}$ ,  $\frac{D_i}{D_e} = 0,5$ ,  $n = 60 \text{ r.p.s.}$ ,  $n_{qA} = 650$ ,  $Y = 800 \text{ j/kg}$ ,  $\eta_A = 0,80$ ,  $\eta_m = 0,95$ . Para ensaios foi construído um modelo geométrica, cinemática e dinamicamente semelhante que quando ensaiado com água apresentou  $\eta_{hm} = 0,7$ ,  $\eta_{m \cdot m} = 0,95$ , tendo consumido uma potência no eixo de  $1,0 \text{ kW}$ . Determinar as demais características do modelo e a potência do ventilador tomando:  $\rho_{ar} = 1,2 \text{ kg/m}^3$ .

## RESPOSTAS

$$1. a) n_{qA} = 10^3 \cdot n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} = 150;$$

$$n_{1m} = \frac{n}{Y^{1/2}} = 0,583; \quad Q_{1m} = \frac{Q}{Y^{1/2}} = 0,066;$$

$$P_{1m} = \frac{P}{Y^{3/2}} = 0,10;$$

$$n'_{1m} = \frac{D \cdot n}{Y^{1/2}} = 0,222; \quad Q'_{1m} = \frac{Q}{Y^{1/2} \cdot D^2} = 0,457;$$

$$P'_{1m} = \frac{P}{Y^{3/2} \cdot D^2 \cdot \rho} = 0,690.$$

$$b) Y_T = \left( \frac{P_T}{\rho \cdot P'_{1m} \cdot D_T^2} \right)^{2/3} = 75,5 \text{ m};$$

$$Q_T = Q'_{1m} \cdot Y_T^{1/2} \cdot D_T^2 = 5,72 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$n_T = n'_{1m} \cdot Y_T^{1/2} \cdot D_T^{-1} = 1,59 \text{ r.p.s.}$$

$$2. a) u_T = \pi \cdot D_T \cdot n_T, \quad u_m = \pi \cdot D_m \cdot n_m, \quad \frac{u_T}{u_m} = 2;$$

$$\frac{Q_T}{Q_m} = 2 \cdot \frac{S_T}{S_m}, \quad \frac{Y_T}{Y_m} = 4, \quad Y_m = 34 \text{ j/kg};$$

$$\frac{P_T}{P_m} = 8 \cdot \frac{S_T}{S_m}, \quad S_T = 40 \text{ dm}^2.$$

$$b) Q_m = \frac{QT}{2} \cdot \frac{S_m}{S_T} = 0,2 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$3. a) \eta_{hm} = 0,868, \quad \frac{1 - \eta_h}{1 - \eta_{hm}} = \left( \frac{D_m}{D} \right)^{0,2};$$

$$\eta_h = 0,9114, \quad \eta_t = 0,885.$$

$$b) P_{ef.} = \rho \cdot Q \cdot Y \cdot \eta_t = 37.600 \text{ kW};$$

$$n_{QA} = 10^3 \cdot n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} = 138,9;$$

$$n_1' = \frac{n \cdot D}{Y^{1/2}} = 0,2965, \quad Q_1' = \frac{Q}{Y^{1/2} \cdot D^2} = 0,2145;$$

$$P_1' = \frac{P_h}{Y^{3/2} \cdot D^2 \cdot \rho} = 0,2195.$$

$$c) n_m = \frac{n_1' \cdot Y_m^{1/2}}{D_m} = 11,23 \text{ r.p.s.};$$

$$Q_m = Q_1' \cdot Y_m^{1/2} \cdot D_m^2 = 0,276 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$P_{ef.m} = \rho \cdot Q_m \cdot Y_m \cdot \eta_{tm} = 32,4 \text{ kW};$$

$$\frac{Q}{Q_m} = K \cdot \frac{n \cdot D^3}{n_m \cdot D_m^3} \quad \text{logo: } K \cong 1,0;$$

$$\frac{P_h}{P_{hm}} = K_1 \cdot \frac{n^3 \cdot D^6}{n_m^3 \cdot D_m^6} \quad \text{logo: } K_1 \cong 1,0.$$

$$4. a) \eta_h = 1 - (1 - \eta_{hm}) \cdot \left( \frac{D_m}{D} \right)^{0,2} = 0,8855;$$

$$\eta_t = 0,86;$$

$$n_{QA} = 10^3 \cdot n_m \cdot \frac{Q_m^{1/2}}{Y_m^{3/4}} = 166,5;$$

$$n_1' = \frac{n_m \cdot D_m}{Y_m^{1/2}} = 0,323;$$

$$Q_1' = \frac{Q_m}{Y_m^{1/2} \cdot D_m^2} = 0,2645;$$

$$P_1' = \frac{P_{hm}}{Y_m^{3/2} \cdot D_m^2 \cdot \rho} = 0,2645.$$

$$b) Q = Q_1' \cdot Y^{1/2} \cdot D^2 = 13,1 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$P_h = \rho \cdot Q \cdot Y = 12.800 \text{ kW};$$

$$P_{ef.} = 11.000 \text{ kW}.$$

$$5. \quad D_e = 2,0 \text{ m}, \quad D_i = 1,0 \text{ m}, \quad D = 1,50 \text{ m}.$$

$$\frac{1 - \eta_{hm}}{1 - \eta_h} = \left( \frac{D_m}{D} \right)^{0,2}, \quad D_m = 0,264 \text{ m}.$$

$$\text{Tomando } \frac{\nu_{\text{ar}}}{\nu_{\text{água}}} = 15, \text{ como } \frac{u \cdot D}{\nu} = \frac{u_m \cdot D_m}{\nu_m};$$

$$\frac{u_m}{n} = 0,379, \quad n_m = 0,379 \cdot \frac{D}{D_m} = 2,15 \text{ r.p.s.}$$

$$P_{hm} = \eta_{hm} \cdot \eta_{m \cdot m} \cdot P_{ef \cdot m} = 0,665 \text{ kW};$$

$$n_{qA} = 10^3 \cdot n_m \cdot \frac{Q_m^{1/2}}{Y_m^{3/4}}, \quad P_{hm} = \rho \cdot Q_m \cdot Y_m;$$

$$Y_m = 2,22 \text{ j/kg}, \quad Q_m = 0,299 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$n_{qA} = 10^3 \cdot n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}}, \quad Q = 2,69 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$P_h = \rho_{\text{ar}} \cdot Q \cdot Y = 2,58 \text{ kW};$$

$$P_{ef} = \frac{P_h}{\eta_h \cdot \eta_m} = 3,4 \text{ kW.}$$

# Labirintos – Empuxo Axial

## Capítulo 9

### 9.1 Labirintos

Labirintos são locais previamente escolhidos em que as partes móveis das máquinas de fluxo mais se aproximam das fixas. Entre as várias funções dos labirintos, destaca-se a de evitar o mais possível a fuga de fluido, conseqüentemente, maior aproveitamento da energia disponível. Já analisamos superficialmente as perdas por fugas,  $m_f = \rho \cdot Q_f$ , vamos agora entrar em maiores detalhes. Para tanto seja o rotor de um gerador radial, Fig. 9.1. A pressão na saída  $s$  é maior que na entrada  $e$ . Pelos labirintos  $L_1$  e  $L_2$  há um retôrno de fluido  $Q_f'$ . Por  $L_3$  também retorna ou se perde  $Q_f''$ . A vazão de fuga ou a perda de labirinto será:

$$Q = Q_f' + Q_f''.$$

A vazão que passa pelo labirinto  $L_3$  será perdida para geradores de 1 estágio. No caso de haver mais de um estágio, a diferença de pressão é pequena, podendo estabelecer-se uma das direções da corrente mostrada na Fig. 9.1. Na maioria das vezes ela é desprezível em presença de  $Q_f'$ . Dêste modo consideraremos sômente

$$Q_f = Q_f' = \frac{m_f}{\rho}.$$

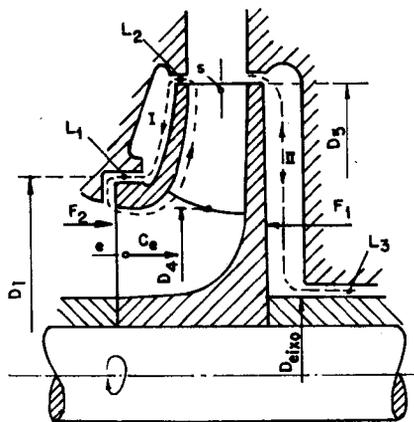
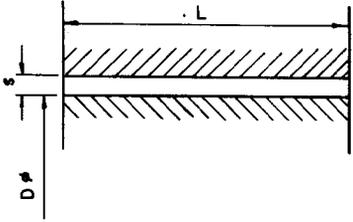


Fig. 9.1 Detalhe do rotor de um gerador radial.

Se chamarmos  $\Delta p$  a diferença de pressão entre as extremidades de um labirinto e,  $s$  o vão, podemos escrever para a vazão de fuga:

$$Q_f = \zeta \cdot \pi \cdot D \cdot s \cdot \left( 2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho} \right)^{1/2}. \quad (9.1)$$

Nesta equação  $\zeta$  é um coeficiente que depende das características do labirinto. Para labirintos lisos, Fig. 9.2, que ocorrem normalmente em turbinas e bombas hidráulicas, podemos com as devidas reservas aplicar a fórmula:



$$\zeta = \frac{1}{(0,02 \cdot L/s + 1,5)^{1/2}}. \quad (9.2)$$

Evidentemente, o vão do labirinto deve ser maior que as flechas e os deslocamentos do eixo. Segundo dados experimentais podemos escolher:

$$5 \cdot 10^{-4} \cdot D < s_2 < 15 \cdot 10^{-4} \cdot D. \quad (9.3)$$

Tomando:

$$Y_{\text{est.}} = \frac{u_5^2 - u_4^2 + w_3^2 - w_2^2}{2}.$$

Sobre os labirintos atua uma diferença de pressão menor, uma vez que a pressão nos recintos I e II, cresce de dentro para fora, devido a rotação do fluido. Experiências demonstram que o fluido, em contato com o rotor, gira com a velocidade tangencial do mesmo, e em contato com a parede do estator está parado. Este fato já abordamos anteriormente, quando tomamos como velocidade a metade da velocidade tangencial, que novamente voltamos a considerar, nos permitindo escrever, por exemplo, para o recinto I, o seguinte aumento de pressão:

$$\frac{p_5 - p_4}{\rho} = \frac{u_5^2 - u_4^2}{8} = E_5 - E_4. \quad (9.4)$$

Assim, pelo atrito do fluido é originada, nos recintos laterais do rotor, uma determinada energia de elevação que reduz a perda do labirinto. A perda de pressão remanescente será:

$$Y_{\text{rem.}} = Y_{\text{est.}} - \frac{u_5^2 - u_4^2}{8}. \quad (9.5)$$

Teòricamente, ela distribui-se sòbre os labirintos I e II. Pràticamente, ela atua sòmente sòbre o labirinto I. Tendo em vista a Eq. (9.2), e sendo  $Q_1 = Q_2$ , podemos escrever:

$$\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{(\zeta \cdot D \cdot s)_1^2}{(\zeta \cdot D \cdot s)_2^2} \tag{9.6}$$

Esta equação mostra que quando  $D_2$  é muito maior que  $D_1$  o labirinto exterior pode ser desprezado, resultando neste caso:

$$m_f = \rho \cdot Q_f = \rho \cdot \zeta_1 \cdot D_1 \cdot s_1 \cdot \pi \cdot \left[ 2 \cdot \left( Y_{est.} - \frac{u_5^2 - u_4^2}{2} \right) \right]^{1/2} \tag{9.7}$$

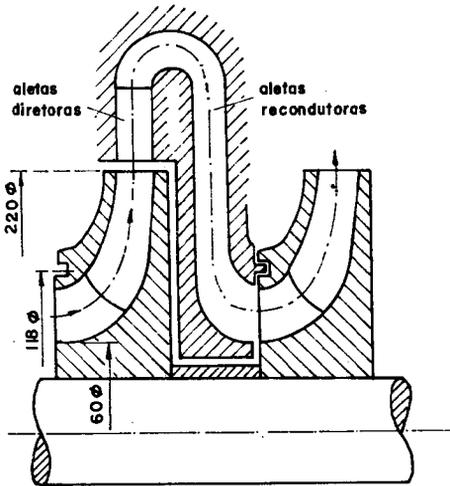


Fig. 9.3 Bomba centrífuga de 4 estágios.

**Exemplo.** Do cálculo da bomba da Fig. 9.3 foram retirados os seguintes dados:

- |                                   |                            |
|-----------------------------------|----------------------------|
| $Q = 0,025 \text{ m}^3/\text{s};$ | $Y = 2.160 \text{ j/kg};$  |
| $\eta_h = 0,8;$                   | $n = 48,3;$                |
| $D_5/D_4 = 2;$                    | $u_5 = 33,4 \text{ m/s};$  |
| $u_4 = 16,7 \text{ m/s};$         | $w_6 = 13,55 \text{ m/s};$ |
| $w_3 = 17,2 \text{ m/s}.$         |                            |

Determinar a perda e a vazão nos labirintos inferiores, tomando um diâmetro de 118 mm para os dois.

Do desenho fixamos  $L = L_1 + L_2 = 5 + 10 = 15$  mm.

O vão deverá ser tomado entre 0,059 e 0,177, tomaremos  $s = 0,12$  mm. Com auxílio da Eq. (9.2) temos:

$$\zeta = \frac{1}{\left(0,02 \cdot \frac{15}{0,12} + 1,5\right)^{1/2}} = 0,5.$$

Com a 9.4 calculamos o aumento de pressão:

$$E_3 - E_4 = \frac{33,4^2 - 16,7^2}{8} = 100 \text{ j/kg.}$$

$$\text{O } Y_{\text{est.}}, \text{ resulta: } Y_{\text{est.}} = \frac{33,4^2 - 16,7^2 + 17,2^2 - 13,55^2}{2} = 476 \text{ j/kg.}$$

A perda de energia de pressão remanescente será:

$$Y_{\text{rem.}} = 476 - 100 = 376 \text{ j/kg.}$$

Finalmente, podemos calcular a vazão de fuga:

$$Q_f = 0,5 \cdot \pi \cdot 0,118 \cdot 0,12 \cdot 10^{-3} \cdot (2 \cdot 376)^{1/2} = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s.}$$

Esta vazão representa 2,4% da vazão total. Observamos que esta é a perda total de fuga da bomba, não importando o número de estágios. Por quê?

## 9.2 Empuxo Axial

Na maioria das máquinas de fluxo, podem aparecer componentes da força resultante na direção axial, as quais reunidas, ocasionam o chamado empuxo axial. O empuxo axial normalmente aparece nas máquinas de fluxo de reação, uma vez que nas de ação êle pode ser naturalmente neutralizado, conforme ocorre nas turbinas tipo Pelton em que, o jato após o injetor é bipartido na aresta central da concha.

Para o estudo do empuxo axial, tomaremos ainda a Fig. 9.1. Notamos que nos recintos I e II para os mesmos diâmetros, temos as mesmas pressões. Acontece que o recinto II possui uma superfície

de ataque maior que a do recinto I. Isto dá origem a um empuxo, força, axial  $F_1$ , dirigido contra a entrada. Oposto, a este empuxo está  $F_2$ , provocado pelo desvio da corrente de entrada da direção axial para a radial, aparecendo a diferença de forças,  $F = F_1 - F_2$ . Das considerações feitas nos labirintos, resultou a energia de sobrepressão, para o raio  $r_z$ , relativamente à entrada:

$$Y_z = Y_{est.} - \frac{u_5^2 - u_z^2}{8} = Y_{est.} - \omega^2 \cdot \left( \frac{r_5^2 - r_z^2}{8} \right).$$

Sobre um elemento anular,  $r_z$  e  $(r_z + dr)$  atua a força:

$$dF_z = 2 \cdot \pi \cdot r_z \cdot dr \cdot Y_z \cdot \rho.$$

A superfície excedente, do recinto II relativamente ao I, é a coroa circular entre  $D_i$ , respectivamente,  $D_1$ ,  $D_4$  e  $D_{eixo}$ , de modo que força  $F_1$  será calculada através da equação:

$$F_1 = \int_{r_{eixo}}^{r_i} 2 \cdot \pi \cdot r_z \cdot \rho \cdot \left[ Y_{est.} - \frac{\omega^2 \cdot (r_5^2 - r_z^2)}{8} \right] \cdot dr$$

ou

$$F_1 = \pi \cdot \rho \cdot (r_1^2 - r_{eixo}^2) \cdot \left[ Y_{est.} - \frac{u_5^2}{8} + \frac{\omega^2}{16} \cdot (r_1^2 + r_{eixo}^2) \right]. \quad (9.8)$$

A força de desvio é calculada pela lei da impulsão:

$$F_2 = c_e \cdot \rho \cdot Q. \quad (9.9)$$

Com um número  $i$  de estágios, percorridos pela corrente no mesmo sentido, o empuxo axial total será:

$$F_t = \Sigma (F_1 - F_2) = i \cdot (F_1 - F_2). \quad (9.10)$$

**Exemplo.** Para a bomba do exemplo anterior, Fig. 9.3 calcular o empuxo axial total.

Inicialmente, calcularemos a força  $F_1$ , através da Eq. (9.8) tomando  $r_i = 118/2 = 59$  mm;  $r_{eixo} = 60/2 = 30$  mm,  $\omega = 304$  s<sup>-1</sup>.

$$F_1 = 10^3 (0,059^2 - 0,03^2) \cdot \left[ 476 - \frac{33,4^2}{8} + \frac{304^2}{16} \cdot (0,059^2 + 0,03^2) \right]$$

$$F_1 = 3.730 \text{ N.}$$

Podemos calcular também, a força de desvio

$$F_2 = c_e \cdot \rho \cdot Q = 4,25 \cdot 10^3 \cdot 0,023 = 106 \text{ N.}$$

Como temos 4 estágios, resulta:

$$F_i = 4 \cdot (3.730 - 106) = 14.496 \text{ N.}$$

Esta força deverá ser eliminada por dispositivos de compensação, ou pelos mancais.

### 9.3 Compensação do Empuxo Axial

Para máquinas de vários estágios, podemos pensar em colocar cada vez dois rotores, de modo a anular os empuxos axiais. Porém uma tal distribuição de rotores, complica bastante a parte construtiva dos canais e da carcaça, o que torna o processo não muito usado. Outra possibilidade de reduzir, ou mesmo eliminar o empuxo axial, consiste em aplicar labirintos equivalentes nos dois lados do rotor. Na Fig. 9.4, mostramos este recurso, associado a um furo  $f$  que permite eliminar a energia sobreprensão no dorso do rotor. Este furo  $f$  evidentemente aumenta a vazão de fuga  $Q_f$ . Na Fig. 9.5, mostramos um dispositivo bastante simples para compensar, o empuxo axial em bombas centrífugas. Da saída  $s$  do último estágio, a água pode passar através de um labirinto de estrangulamento  $s_e$ , para o recinto  $y$ , situado antes do

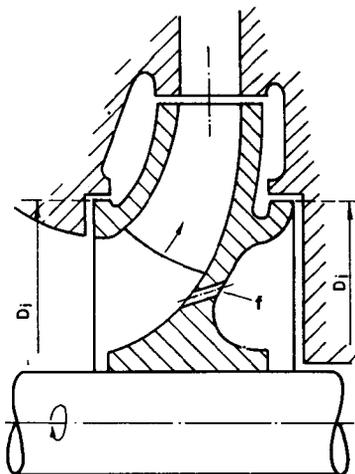


Fig. 9.4 Uma solução para compensar o empuxo axial.

disco de compensação  $d_c$ . O rotor deve ficar livre no sentido axial, de modo a poder assumir uma posição tal, na Fig. 9.5 indicada pelas setas, que compense perfeitamente o empuxo axial. Se por

acaso prevalece o empuxo exercido pelos rotores, direção esquerda da Fig. 9.5, o labirinto variável  $s_y$  diminui, aumentando a pressão em  $y$  o que restabelecerá o equilíbrio.

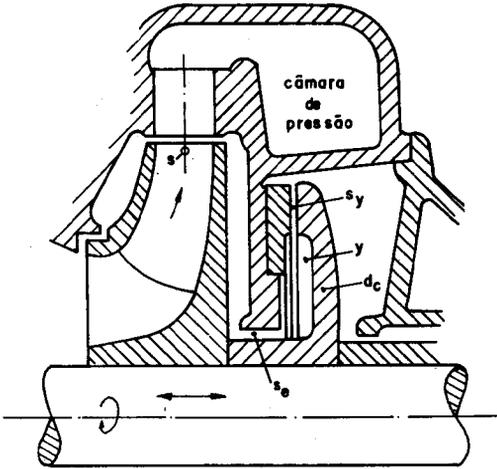


Fig. 9.5 Dispositivo para compensar empuxo axial.

De um modo geral, podemos dizer que o empuxo axial, total ou parcialmente pode ser absorvido por rolamentos de escora ou mancais de escorregamento tipo Michell.

### PROBLEMAS

1. Para a bomba esquematizada na Fig. 9.3 além das características fornecidas no exemplo, conhecemos  $a = 1,40$  m,  $f_{e_4} = f_{e_5} = 0,9$ ,  $b_4 = 0,018$ ,  $b_5 = 0,012$  m,  $\beta_5 = 35^\circ$ . Determinar os elementos dos triângulos de velocidade para o rotor, bem como os trabalhos específicos por estágio e as potências.

2. Projetar a bomba de 4 estágios esquematizada na Fig. 9.3 usando os vários elementos dados e obtidos por cálculo. O projeto deve no mínimo conter cortes longitudinais e transversais onde entre outros dispositivos apareçam as aletas diretoras, as reconductoras e as compensadoras do empuxo axial.

### RESPOSTAS

$$1. \quad c_{m_4} = \frac{Q + Q_f}{\pi \cdot D_4 \cdot b_4 \cdot f_{e_4}} = 4,75 \text{ m/s};$$

$$c_{m_3} = f_{e_4} \cdot c_{m_4} = 4,11 \text{ m/s};$$

$$c_{m_5} = \frac{Q + Q_f}{\pi \cdot D_5 \cdot b_5 \cdot f_{e_5}} = 3,42 \text{ m/s};$$

$$c_{m6} = f_{c5} \cdot c_{m5} = 3,01 \text{ m/s};$$

$$c_{u6} = \frac{Y'}{\eta_h \cdot u_5} \cong 20,2 \text{ m/s}.$$

Do desenho dos triângulos temos:

$$c_3 = 17,2 \text{ m/s}, \quad \beta_3 = 13,8^\circ, \quad c_4 = 17,7 \text{ m/s}, \quad \beta_4 = 15,3^\circ;$$

$$\beta_6 = 12,9^\circ, \quad c_{u6} = 20,2 \text{ m/s}, \quad \alpha_6 = 8,5^\circ, \quad c_6 = 20,5 \text{ m/s};$$

$$c_{u5} = 28,5 \text{ m/s}, \quad w_5 = 5,97 \text{ m/s}, \quad \alpha_5 = 6,84^\circ, \quad c_5 = 30,3 \text{ m/s};$$

$$Y'_{pd\omega} = u_5 \cdot c_{u5} = 954 \text{ j/kg};$$

$$Y'_{pd} = u_5 \cdot c_{u6} = 676 \text{ j/kg};$$

$$Y' = Y'_{pd} \cdot \eta_h = \frac{Y}{4} = 540 \text{ j/kg};$$

$$P_h = \rho \cdot Q' \cdot Y = 55.300 \text{ W} = 55,300 \text{ kW};$$

$$\eta_t = 0,75, \quad P_{ef} = \frac{P_h}{\eta_t} \cong 74 \text{ kW}.$$

# Cavitação

---

## Capítulo 10

### 10.1 Introdução

Reunimos sob o nome de cavitação, um grupo tecnicamente importante de fenômenos que podem ocorrer no interior de sistemas hidráulicos, pelo aparecimento de recintos cheios de vapor. Estes fenômenos ocorrem sempre em locais no interior dos sistemas onde é alcançada a pressão de saturação do líquido  $p_s$ .

Quando esta pressão é alcançada, começam a ser produzidas bôlhas de vapor. Estas, são arrastadas pelo líquido até os lugares de maior pressão, onde se condensam violentamente. O desaparecimento das bôlhas, abre espaço para que o líquido nêles seja impellido. Esta troca é feita em fôrça oscilatória de freqüência próxima de  $10^4 \text{ s}^{-1}$ .

Os choques contra as paredes, causam a desagregação do material, provocando a denominada *erosão cavital*. Este material arrastado bem como gases livres, podem produzir reações químicas, aumentando o efeito destrutivo. Além disso a cavitação é acompanhada de vibrações e rufdos, sendo violenta a queda das características da máquina. Assim, por exemplo, na presença de cavitação, uma bomba hidráulica tem sua altura de elevação e vazão, simultâneamente diminuídas, não sendo possível aumentar a vazão, mesmo que seja dada maior abertura no registro de saída da bomba. Esta queda das características, é devido ao grande aumento das perdas uma vez que a corrente já não se comporta da maneira prevista para funcionamento isento de cavitação.

A visualização do fenômeno da cavitação pode ser feita de maneira bastante simples com auxílio de um venturi, sistema injetor difusor. Sabemos que para têmos perdas pequenas devemos no difusor não ter ângulos maiores de valores em tórno de  $10^\circ$ . Se aumentarmos o ângulo do difusor, há descolamento da camada limite,

passando a parte injetora a lançar o fluido no difusor em jato livre, que apresenta fortes oscilações transversais. Lateralmente, no difusor aparece uma mistura de bôlhas de vapor e água. Na Fig. 10.1,

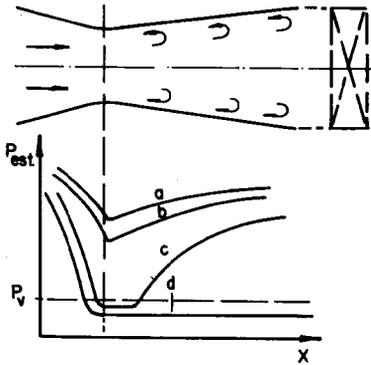


Fig. 10.1 Visualização da cavitação.

parecendo a cavitação. Para a curva *d*, tal não se verifica nos limites do aparelho.

Na técnica, reveste-se de maior importância o fenômeno nas máquinas hidráulicas de  $n_q$  elevado e nas hélices dos navios.

Sabemos que sob o ponto de vista econômico é interessante têmos nas máquinas as maiores velocidades possíveis, para que as mesmas tenham menores dimensões. Acontece que elevadas velocidades aumentam a possibilidade de fenômenos de cavitação, conseqüentemente aumento de perdas, corrosão e destruição.

Vemos assim, que as duas condições são antagônicas, sendo sua análise de importância capital nos projetos, para evitar futuros problemas, cujas soluções normalmente implicam em grandes prejuízos para a instalação.

Como regra, devemos sempre que possível evitar baixas pressões, usar perfis de pequenas espessuras e com pequenos ângulos de ataque.

## 10.2 Parâmetro Geral para a Cavitação

Uma análise dos fenômenos de cavitação, levou os pesquisadores a introduzir um parâmetro básico dado pela equação:

$$\sigma = \frac{p_0 - p_v}{\frac{\rho \cdot w^2}{2}} \quad (10.1)$$

Nesta fórmula temos, Fig. 10.2:

$\sigma$  = parâmetro de cavitação ou coeficiente de cavitação;

$p_0$  = pressão no fluido em região não perturbada pelo obstáculo;

$p_v$  = pressão de saturação ou de vaporização na temperatura do meio líquido;

$w$  = velocidade relativa entre fluido e obstáculo.

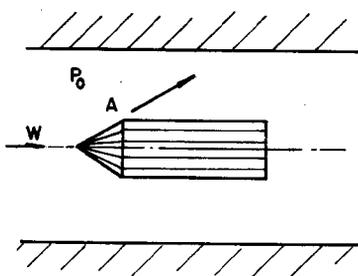


Fig. 10.2 Elementos do parâmetro geral para a cavitação.

Na Fig. 10.2 tomamos um corpo cilíndrico, possuindo uma ponta cônica, no interior de um tubo cilíndrico, percorrido por uma corrente de líquido cuja pressão não perturbada seja  $p_0$ . O líquido encontrando a ponta cônica, desloca-se paralelamente às geratrizes do cone até a circunferência da base  $A$ . Nos pontos desta circunferência as partículas de líquido terão uma tendência de continuar na direção das geratrizes, devido a inércia  $\frac{\rho \cdot w^2}{2}$ . A única força disponível para obrigar as partículas a percorrerem trajetórias paralelas às arestas do cilindro é aquela originada pela pressão  $p_0$  do líquido.

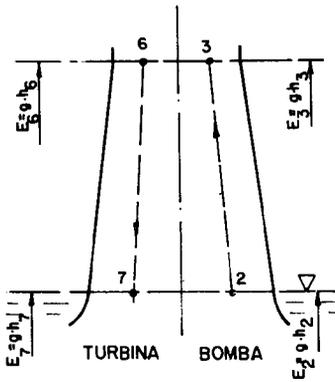
Não sendo a força originada por  $p_0$  suficiente para vencer a força de inércia por unidade de área, a fim de que o contato com o cilindro seja realizado, aparecerá um vácuo relativo após a base do cone  $A$ . Se a pressão neste vácuo relativo alcançar a pressão de saturação  $p_v$  na temperatura existente, começará a cavitação. Vemos assim que o parâmetro ou coeficiente de cavitação é simplesmente a diferença de pressão,  $(p_0 - p_v)$ , disponível para forçar o contato entre a corrente e o obstáculo, e, a força de inércia por unidade de área,  $\frac{\rho \cdot w^2}{2}$ , que procura separar a corrente do corpo.

### 10.3 Vácuo Relativo nos Tubos de Sucção de Máquinas Hidráulicas

Na Fig. 10.3, representamos tubos verticais de sucção para turbinas e bombas. Através do balanço de energia temos:

— Turbinas

$E_6 - E_7 = Y_p$ , onde  $Y_p$  é a energia específica perdida. Aplicando Bernoulli e fazendo  $p_7 = 0$ , resulta:



$$\frac{p_6}{\rho} = - (E_6 - E_7) - \frac{c_6^2}{2} - \frac{c_7^2}{2} + Y_p. \quad (10.2)$$

— Bombas

$E_3 - E_2 = Y_{p'}$ , aplicando Bernoulli, e fazendo que  $p_2 = 0$  vem:

$$\frac{p_3}{\rho} = - (E_3 - E_2) - \left( \frac{c_3^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right) - Y_{p'}. \quad (10.3)$$

Fig. 10.3 Tubos de sucção para turbinas e bombas hidráulicas.

Estabelecendo a convenção de que a parte do tubo de sucção junto ao rotor da máquina, possui as mesmas características geométricas, cinemáticas e dinâmicas que o rotor no citado local, podemos introduzir a energia específica  $Y_s$ , escrevendo:  $E_6 - E_7 = Y_s$  para turbinas e  $E_3 - E_2 = Y_s$  para bombas.

Por outro lado, fazendo:

$$\left( \frac{c_6^2}{2} - \frac{c_7^2}{2} \right) - Y_p - \eta_{ts} \cdot \frac{c_6^2}{2}, \text{ para turbinas, tendo sido desprezado } \frac{c_7^2}{2} \text{ e, } \left( \frac{c_3^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right) + Y_p = \frac{c_3^2}{\eta_{ts} \cdot 2}, \text{ para bombas, onde foi despreza-$$

do  $\frac{c_2^2}{2}$ , e  $\eta_{ts}$  é o rendimento da transformação de energia do tubo de sucção, teremos para as Eqs. (10.2) e (10.3) as seguintes expressões:

Para turbinas:

$$\frac{p_6}{\rho} = - \left( Y_s + \eta_{ts} \cdot \frac{c_6^2}{2} \right). \quad (10.4)$$

Para bombas:

$$\frac{p_3}{\rho} = - \left( Y_s + \frac{c_3^2}{2} \cdot \frac{1}{\eta_{ts}} \right). \quad (10.5)$$

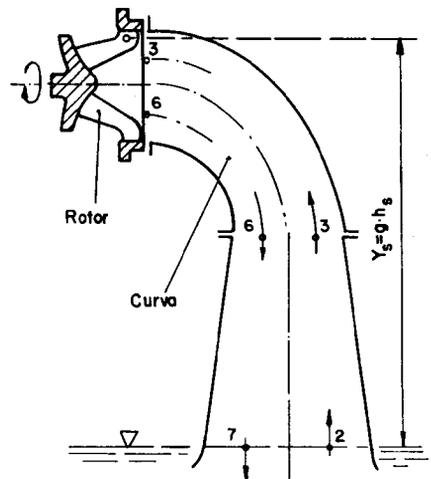


Fig. 10.4 Local para cálculo do  $Y_s$ .

Na Fig. 10.4, mostramos a partir de que local é tomado o  $Y$ , respectivamente para turbinas e bombas hidráulicas.

### 10.4 Fórmula de Thoma

Conforme vimos, o número finito de pás no rotor, origina, entre outras conseqüências, desigualdade da pressão entre dorso e frente da pá.

Na Fig. 10.5, esta distribuição está simbolizada pelos símbolos, (-) e (+).

Concluimos assim, que existem locais, sinal (-), em que a pressão é mais baixa que  $p_a$ , respectivamente  $p_s$ , determinadas pelas Eqs. (10.4) e (10.5). A diferença entre as pressões dadas pelas citadas equações e a mínima existente no interior do rotor denomina-se *diferença local de pressão*,  $\Delta p_{local}$ , a qual corresponde a *perda específica local*  $\Delta Y_{local}$ .

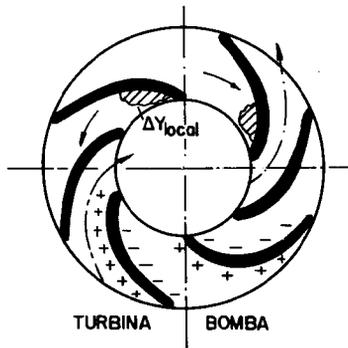


Fig. 10.5 Desigualdade da pressão entre dorso e frente da pá.

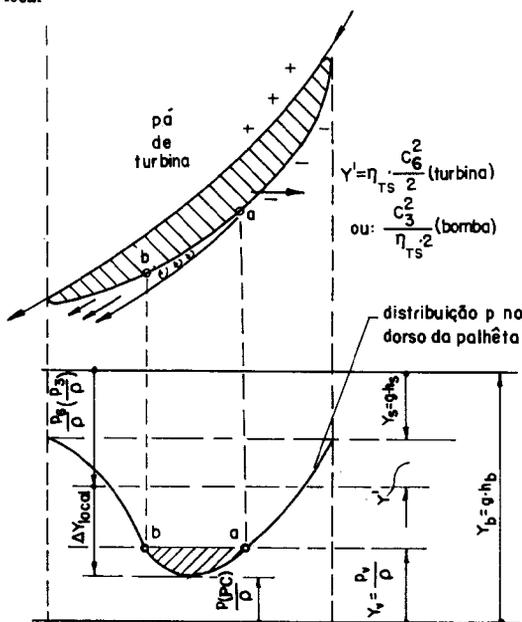


Fig. 10.6 Distribuição de energia na pá.

Subtraindo da energia específica,  $Y_B = \frac{p_B}{\rho}$ , correspondente a pressão barométrica  $p_B$ , a soma de  $\frac{p_s}{\rho}$  ou  $\frac{p_3}{\rho}$  e de  $\Delta Y_{\text{local}}$ , chegamos a energia específica mínima de pressão existente na máquina.

Esta energia simbolizada na Fig. 10.6, pode ser tão baixa, de modo a provocar a cavitação, motivo pelo qual é denominada *energia de pressão correspondente ao perigo de cavitação*, logo:

$$\text{Turbinas: } \left( \frac{p}{\rho} \right)_{PC} = Y_B - \frac{p_s}{\rho} \Delta Y_{\text{local}} = Y_B - Y_s - \eta_{ts} \cdot \frac{c_s^2}{2} - \Delta Y_{\text{local}}$$

$$\text{Bombas: } \left( \frac{p}{\rho} \right)_{PC} = Y_B - \frac{p_3}{\rho} - \Delta Y_{\text{local}} = Y_B - Y_s - \frac{c_3^2}{2} \cdot \frac{1}{\eta_{ts}} - \Delta Y_{\text{local}}$$

A condição para que não haja cavitação é que  $\left( \frac{p}{\rho} \right)_{PC}$  seja maior do que a energia específica correspondente à pressão de condensação ou vaporização  $\frac{p_v}{\rho} = Y_v$ , para a temperatura existente na máquina. Dêste modo podemos introduzir a *energia específica de sucção máxima*, resultando para turbinas:

$$Y_v = Y_B - Y_{s,\text{máx.}} - \eta_{ts} \cdot \frac{c_s^2}{2} - \Delta Y_{\text{local}}$$

ou

$$\Delta Y_{\text{local}} = Y_B - Y_v - Y_{s,\text{máx.}} - \eta_{ts} \cdot \frac{c_s^2}{2}$$

Podíamos proceder de modo semelhante obtendo uma equação para bombas.

Pela teoria da semelhança, ainda tomando uma turbina como exemplo, devemos ter em duas máquinas semelhantes a relação entre as energias específicas de pressão constante, logo:

$$\left( \frac{\Delta Y_{\text{local}}}{Y} \right)_m = \frac{\Delta Y_{\text{local}}}{Y} = \sigma'$$

onde  $m$  indica modelo. Substituindo  $\Delta Y_{\text{local}}$ , resulta:

$$\sigma' = \frac{Y_B - Y_v - Y_{s,\text{máx.}} - \eta_{ts} \cdot \frac{c_s^2}{2}}{Y} = \text{const.}, \text{ sendo: } \frac{\eta_{ts} \cdot \frac{c_s^2}{2}}{Y} = \sigma'',$$

temos:

$$\sigma' + \sigma'' = \frac{Y_B - Y_v - Y_{s.máx.}}{Y} = \text{const.}$$

Como o termo  $Y_v$  é geralmente pequeno, podendo ser desprezado resultando assim a fórmula de Thoma:

$$\sigma = \sigma_{mín.} \frac{Y_B - Y_{s.máx.}}{Y} \quad \text{ou} \quad Y_{s.máx.} = Y_B - \sigma_{mín.} \cdot Y. \quad (10.6)$$

A Eq. (10.6) pode ser aplicada para turbinas e bombas hidráulicas. A altura máxima livre do perigo de cavitação será:

$$h_{s.máx.} = \frac{1}{g} (Y_B - \sigma_{mín.} \cdot Y). \quad (10.7)$$

## 10.5 Valores do Coeficiente de Cavitação

Conforme veremos, os valores do coeficiente de cavitação são determinados em ensaios de modelos, normalmente adotando-se como  $\sigma_{mín.}$  um valor 1,15 a 1,3 maior do que o encontrado pelo ensaio, para o ponto onde ocorre a variação brusca das características da máquina. Para turbinas encontramos tabelas no fim desta publicação. Para bombas vamos citar algumas fórmulas:

Fórmula de Stepanoff para bombas radiais e axiais:

$$\sigma_{mín.} = 2,87 \cdot 10^{-4} \cdot n_{qA}^{4/3}. \quad (10.8)$$

Fórmula de Escher-Wyss, para bombas radiais e axiais:

$$\sigma_{mín.} = 2,82 \cdot 10^{-4} n_{qA}^{4/3}. \quad (10.9)$$

Fórmula do Standards of Hydraulic Institute, somente para o campo das bombas axiais:

$$\sigma_{mín.} = 2,68 \cdot 10^{-4} \cdot n_{qA}^{4/3}. \quad (10.10)$$

Na Fig. 10.7 representamos curvas médias para bombas. A curva 1 refere-se a bombas em que foram adotadas medidas especiais, para se evitar a cavitação, tais como:

— Prolongamento da pá do rotor para dentro da sucção, acabamento cuidadoso, isto para bombas radiais.

— Valores  $C_s \cdot L$  baixo no perfil externo onde é maior o perigo de cavitação nas bombas axiais.

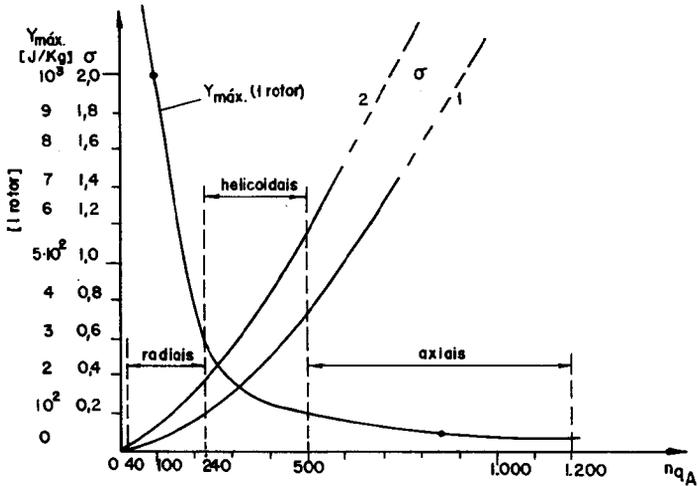


Fig. 10.7 Curvas médias para coeficiente de cavitação em bombas.

**Exemplo 1.** Determinar a energia específica e a altura máxima de sucção em função da velocidade para uma turbina de  $Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Y = 588 \text{ j/kg}$ ;  $\eta_i = 0,82$ , 60 ciclos, altitude do local de instalação 600 m.

Inicialmente calculamos a rotação específica:

$$n_{qA} = 10^3 \cdot n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} = \frac{5^{1/2} \cdot 10^3}{588^{3/4}} \cdot n = 18,65 \cdot n.$$

Para altitude de 500 m, temos uma pressão barométrica:

$$p_B = 0,907 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Substituindo nas Eqs. (10.6) e (10.7), resulta:

$$Y_{s,máx.} = 90,7 - 588 \cdot \sigma_{min.} \quad \text{e} \quad h_{s,máx.} = \frac{Y_{s,máx.}}{9,81}.$$

Como a instalação é para 60 ciclos, podemos organizar a Tab. 10.1. Por esta tabela vemos que as rotações acima de 15 r.p.s. para esta

Tab. 10.1 Energia Específica e Altura Máxima de Sucção em Função da Notação Específica

$n'$	$n$	$n_{qA}$	$\sigma_{mfn.}$	$60\sigma_{mfn.}$	$\bar{n}_s \text{ máx.}$	$Y_s \text{ máx.}$
r.p.m.	r.p.s.	—	—	m	m	j/kg
3.600	60	1.120	—	—	—	—
1.800	30	560	0,70	42	— 32,75	— 321
900	15	280	0,21	12,6	— 3,35	— 32,9
600	10	186,5	0,100	6,0	3,25	31,9
450	7,5	140,0	0,075	4,5	4,75	46,5
400	6,68	124,7	0,060	3,6	5,65	55,5
360	5,83	108,5	0,050	3,0	6,25	61,3
300	5,0	93,3	0,040	2,4	6,85	67,2

turbina não são possíveis, uma vez que deveríamos colocar a turbina muito abaixo do nível de jusante, normalmente é empregada a expressão *turbina afogada*. O afogamento sempre implica em grandes volumes de escavação, conseqüentemente problemas econômicos. Se escolhêssemos  $n = 15$  r.p.s., teríamos um afogamento razoável, porém uma turbina Francis rápida, que quase sempre possui rendimento menor que uma normal.

Sem levar em conta outros fatores,  $n = 10$  r.p.s. é a escolha mais favorável.

**Exemplo 2.** Escolher um motor acionador para uma bomba centrífuga com as seguintes características:  $Q = 0,25$  m<sup>3</sup>/s;  $Y = 98$  j/kg;  $\eta_t = 0,75$ ; altura de sucção 5m; altitude do local da instalação 150 m; 60 ciclos.

A potência eficaz da bomba será:

$$P_{ef.} = \frac{Q \cdot \rho \cdot Y}{\eta_t} = \frac{0,25 \cdot 98}{0,75} = 32,7 \text{ kW.}$$

A rotação específica será:

$$n_{qA} = \frac{25^{1/2} \cdot 10^3}{98^{3/4}} \cdot n = 16,0 \cdot n.$$

tomando  $n_{\text{ass.}} \cong 0,96 \cdot n_{\text{sin.}}$  e tendo em vista que  $p_B = 0,97 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

$$h_{s_{\text{máx.}}} = 9,9 - 9,99 \cdot \sigma_{\text{mfn.}} = \frac{Y_{s_{\text{máx.}}}}{9,81}$$

Podemos organizar a Tab. 10.2, tendo sido calculado os  $\sigma_{\text{mfn.}}$  com auxílio da fórmula da Escher-Wiss. A análise desta tabela permite

Tab. 10.2 Escolha da Rotação para a Bomba

$n_{\text{sin.}}$	$n_{\text{ass.}}$	$n_{q_A}$	$\sigma_{\text{mfn.}}$	$9,99 \cdot \sigma_{\text{mfn.}}$	$h_{s_{\text{máx.}}}$	$Y_{s_{\text{máx.}}}$
r.p.s.	r.p.s.	—	—	m	m	J/kg
7,5	7,18	115	0,155	1,55	8,35	82,0
10	9,6	152	0,226	2,25	7,65	75,2
15	14,4	230	0,396	3,95	5,95	58,4
30	28,8	460	0,988	9,87	0,03	0,296

escolher a rotação  $n = 9,6$  r.p.s. para o motor, cuja potência deverá ser de 33 kW.

### PROBLEMAS

1. Uma bomba centrífuga foi projetada para as seguintes condições:  $Q = 0,050 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Y = 100 \text{ j/kg}$ ,  $n = 28 \text{ r.p.s.}$ ,  $p_B = 9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Estudar seu comportamento relativamente à cavitação para os seguintes casos:

- A água encontra-se na temperatura do ambiente que é de  $20^\circ\text{C}$ .
- A água encontra-se a uma temperatura extrema onde  $p_s = p_B$ .

2. Verificar qual a menor altura de sucção entre uma turbina e uma bomba de mesmas características,  $p_B = 95.000 \text{ N/m}^2$ ,  $Q = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Y = 500 \text{ j/kg}$ ,  $n = 40 \text{ r.p.s.}$

3. Qual a diferença mínima de pressão existente no interior do rotor de uma bomba que trabalha com  $Y = 147 \text{ j/kg}$ ,  $Q = 0,200 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $n = 19,15 \text{ r.p.s.}$

### RESPOSTAS

$$1. a) n_{q_A} = 10^2 \cdot n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} = 198;$$

$$\sigma_{\text{mfn.}} = 2,87 \cdot 10^{-4} \cdot n_{q_A}^{4/3} = 0,33;$$

$$h_{s_{\text{máx.}}} = \frac{1}{g} \cdot \left( \frac{p_B}{\rho} - \sigma_{\text{mfn.}} \cdot Y \right) = 5,8 \text{ m.}$$

b) Neste caso temos:

$$h'_{s_{\text{máx.}}} = \frac{\sigma_{\text{mfn.}} \cdot Y}{g} = -3,36 \text{ m.}$$

A bomba deve funcionar afogada.

$$2. \quad n_{qA} = 10^3 \cdot n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} = 254$$

Para turbina  $\sigma_{\text{mfn.}} = 0,175$ ;

$$h_{s_{\text{máx.}}} = \frac{1}{g} \cdot \left( \frac{p_B}{\rho} - \sigma_{\text{mfn.}} \cdot Y \right) = 0,89 \text{ m.}$$

Para bomba  $\sigma'_{\text{máx.}} = 0,46$ ;

$$h'_{s_{\text{máx.}}} = \frac{1}{g} \cdot \left( \frac{p_B}{\rho} - \sigma'_{\text{mfn.}} \cdot Y \right) = -19,6 \text{ m.}$$

Vemos que a altura para turbina é maior do que a permitida para bomba, conforme permite concluir da análise teórica.

$$3. \quad \text{Tomando } \sigma_{\text{mfn.}} = \sigma' = \frac{\Delta Y_{\text{local}}}{Y};$$

$$\text{temos } n_{qA} = 10^3 \cdot n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} \cong 203;$$

$$\sigma_{\text{mfn.}} = 0,347, \text{ assim}$$

$$\Delta Y_{\text{local}} = 0,347 \cdot 147 = 51 \text{ j/kg};$$

$$\Delta p_{\text{local}} = \rho \omega \cdot Y_{\text{local}} = 0,51 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Em coluna de H<sub>2</sub>O temos

$$\Delta p_{\text{local}} = \frac{Y_{\text{local}}}{g} = 5,18 \text{ m de H}_2\text{O.}$$

# Cálculo de uma Turbina Tipo Francis

Capítulo 11

## 11.1 Dados

Calcular uma turbina para uma vazão,  $Q = 24 \text{ m}^3/\text{s}$ , um trabalho específico  $Y = 490 \text{ j/kg}$ , para ser instalada em um local cuja altitude é de 580 m.

## 11.2 Potências

Com os dados podemos calcular a potência hidráulica  $P_1$ :

$$P_1 = Q \cdot \rho \cdot Y = 24 \cdot 1.000 \cdot 490 = 11,75 \cdot 10^3 \text{ kW.}$$

Por prática ou catálogos de orientação adotamos um rendimento total,  $\eta_t = 0,8$ , com um rendimento mecânico,  $\eta_m = 0,95$  teremos um rendimento hidráulico

$$\eta_h = \frac{\eta_t}{\eta_m} = \frac{0,8}{0,95} = 0,84.$$

Podemos, agora, calcular a potência no eixo ou eficaz:

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_t = 11,75 \cdot 10^3 \cdot 0,8 = 9,4 \cdot 10^3 \text{ kW.}$$

## 11.3 Escolha do Tipo de Turbina

Baseamos nossa escolha na velocidade específica,  $n_{qA} = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} 10^3$ , e também, na altura máxima que poderá ser ins-

talada a turbina livre do perigo de cavitação dada pela Eq. (10.7),

$$h_{s\text{máx.}} = \frac{1}{g} \cdot \left( \frac{p_H}{\rho} - \sigma_{\text{mfn.}} \cdot Y \right). \text{ No caso temos:}$$

$$h_{s\text{máx.}} = \frac{1}{9,81} \cdot \left( \frac{0,922 \cdot 10^5}{10^3} - 490 \cdot \sigma_{\text{mfn.}} \right) = 9,41 - 50 \cdot \sigma_{\text{mfn.}}$$

Organizamos a Tab. 11.1, para 60 ciclos.

Tab. 11.1 Elementos para Escolha da Turbina

$n'$	$n$	$n_{qA}$	$\sigma_{\text{mfn.}}$	$50 \cdot \sigma_{\text{mfn.}}$	$h_{s\text{máx.}}$
r.p.m.	r.p.s.	—	m	m	m
400	6,66	311	0,26	13,0	- 3,59
360	6,00	280	0,23	11,0	- 1,59
300	5,00	233	0,16	8,0	1,41
200	3,30	155	0,08	4,0	5,41

Os valores de  $\sigma_{\text{mfn.}}$  foram obtidos através do Gráfico 18.2. Como vemos, para não se colocar a turbina afogada, o que aumentaria o custo da obra e termos ainda uma rotação razoável, ficamos com  $n = 5,0$  r.p.s. o que corresponde um alternador com 12 pares de pólos. Como  $n_{qA} = 233$  teremos uma turbina tipo Francis com tendência a rápida.

### 11.4 Elementos de Orientação para o Rotor

Retiramos do Gráfico 18.2 alguns elementos que servirão para uma primeira orientação

$$\frac{c_{\delta\text{máx.}}^2}{2 \cdot Y} = 0,6; \quad \frac{D_{4m}}{D_{5e}} = 0,78; \quad \frac{b_0}{D_{5e}} = 0,31.$$

Para maior clareza na Fig. 11.1 representamos as convenções para o rotor.

Iniciamos os cálculos:

$$c_{\delta\text{máx.}} = \sqrt{0,16 \cdot 2 \cdot Y};$$

$$c_{\delta\text{máx.}} = \sqrt{0,16 \cdot 2 \cdot 490} = 12,5 \text{ m/s.}$$

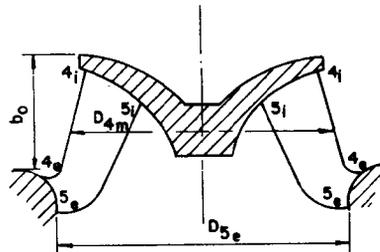


Fig. 11.1 Convenções para o rotor Francis.

Como dispomos da velocidade máxima na entrada do tubo de sucção, podemos calcular o diâmetro mínimo deste tubo, através da equação de continuidade;

$$D_{s_0, \text{min.}} = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot c_{s_0, \text{máx.}}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 24}{\pi \cdot 12,5}} = 1,56 \text{ m.}$$

Como:  $D_{4_m} = 0,78 \cdot D_{s_0}$ , temos,  $D_{4_m} = 0,78 \cdot 1,56 = 1,217 \text{ m}$ , e  $b_0 = 0,31 \cdot D_{s_0} = 0,31 \cdot 1,56 = 0,484 \text{ m}$ .

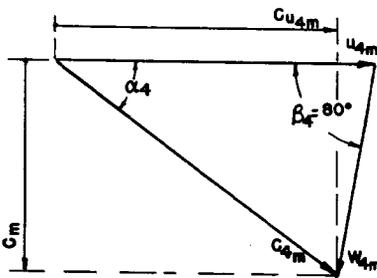
### 11.5 Verificação dos Elementos de Orientação Tomados para o Rotor

Vejamos se a equação fundamental das turbinas é verificada. Para tanto calculamos:

$$u_{4_m} = \pi \cdot D_{4_m} \cdot n = \pi \cdot 1,217 \cdot 300 = 19,12 \text{ m/s.}$$

O trabalho específico da pá será:

$$Y_{pd} = \eta_h \cdot Y = 0,84 \cdot 490 = 412 \text{ j/kg.}$$



Arbitramos um triângulo para turbinas Francis normal com tendência a rápida, Fig. 11.2 e tomando  $c_m = c_{s_0} = 12,5 \text{ m/s}$ , retiramos da figura  $\beta_4 = 80^\circ$  e  $c_{u_{4_m}} = 16,7 \text{ m/s}$ .

Se tal triângulo fôsse o real obteríamos:

$$\text{Fig. 11.2 Triângulo arbitrado. } Y_{pd} = 19,12 \cdot 16,7 = 318 \text{ j/kg.}$$

Ora, como necessitamos de  $Y_{pd} = 412 \text{ j/kg}$ , é evidente que as dimensões tomadas estão muito acanhadas, necessitamos portanto aumentar  $u_{4_m}$ . Podíamos escrever a equação fundamental da seguinte maneira:

$$Y_{pd} = u_{4_m}^2 \cdot \frac{c_{u_{4_m}}}{u_{4_m}} = u_{4_m}^2 \cdot n_1$$

logo,

$$u_{4_m} = \frac{Y_{pd}}{n_1}$$

Tomando agora,  $n_1 = 0,92$  teremos  $u_{4_m} = \frac{42,1 \cdot 9,81}{0,92}$

$$u_{4_m} = 21,2 \text{ m/s} \quad \text{e} \quad c_{u_{4_m}} = 19,5 \text{ m/s.}$$

Fazemos agora, o recálculo:

$$D_{t_m} = \frac{u_{t_m}}{\pi \cdot n} = \frac{21,2}{\pi \cdot 5} = 1,348 \text{ m, e } D_{t_m} = 0,78 \cdot D_{s_e}$$

$$D_{s_e} = \frac{1,348}{0,78} = 1,750 \text{ m.}$$

Pela equação de continuidade calculamos:

$$c_s = \frac{Q}{\pi \cdot D_s^2} = \frac{4,24}{\pi \cdot 3,06} = 10,0 \text{ m/s}$$

e

$$b_0 = 0,31 \cdot 1,75 = 0,542 \text{ m.}$$

Com estes elementos e tomando por base um perfil conhecido, desenhamos a Fig. 11.3 bem como os triângulos de velocidade, Fig. 11.4.

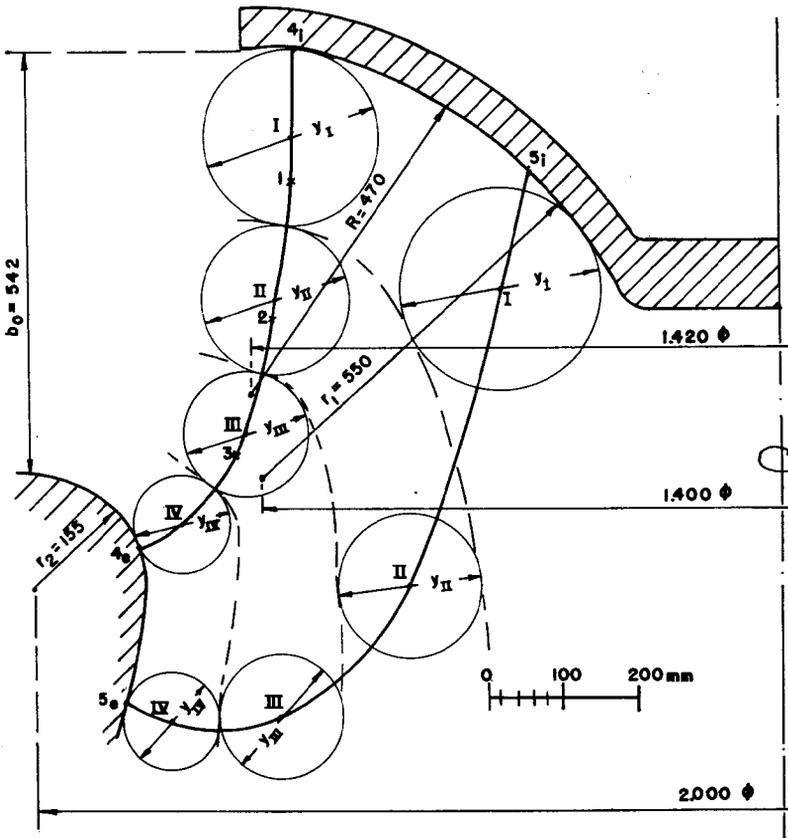


Fig. 11.3 Traçado da pá.

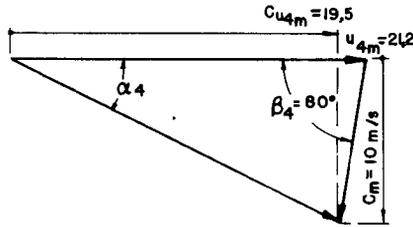


Fig. 11.4 Triângulo de velocidade para o filé médio na entrada.

Faremos em seguida uma rápida verificação para o ponto 4. Da Fig. 11.3, retiramos  $D_{4i} = 1,30$  m, logo,

$$u_{4i} = \pi \cdot D_{4i} \cdot n = \pi \cdot 1,3 \cdot 300 = 20,4 \text{ m/s,}$$

$$c_{u_{4i}} = \frac{Y_{pd}}{u_{4i}} = \frac{412}{20,4} = 20,2 \text{ m/s.}$$

Como  $c_{u_{4i}} < u_{4i}$ , concluímos que o ângulo neste ponto é menor que  $90^\circ$ , não havendo dupla curvatura na aresta de entrada, o que nos leva a crer que o resultado é satisfatório.

## 11.6 Triângulos de Velocidade para a Aresta de Entrada

Com os elementos calculados e os retirados da Fig. 11.3 reunidos na Tab. 11.2 podemos aplicar a Eq. (2.23), onde  $\mu$  é um fator de correção da passagem do escoamento ideal para o real, estando compreendido entre 3 e 6, tomaremos 5

$$\lg n = \frac{c_{m_y}}{c_{m_{4i}}} = \frac{y}{\mu \cdot r_1} \cdot \left[ 1 + \frac{y}{2 \cdot L} \left( \frac{r_1}{r_2} - 1 \right) \right].$$

Tab. 11.2 Valores Retirados da Fig. 11.3

Aresta	Diâmetro $D$ das pás em mm									Diâmetro $y$ dos círculos em mm			
	$i$	I	II	III	IV	$e$	1	2	3	I	II	III	IV
4	1.300	1.320	1.358	1.410	1.570	1.690	1.330	1.360	1.420	225	193	150	125
5	650	720	1.035	1.350	1.622	1.750	—	—	—	245	180	135	115

Dividimos a aresta de entrada em quatro partes, tendo portanto cada uma  $\frac{697}{4} = 174$  mm, logo,

$$y_1 = 174 \text{ mm}; \quad y_2 = 348 \text{ mm};$$

$$y_3 = 522 \text{ mm}; \quad y_{4e} = 697 \text{ mm};$$

$$lg_n = \frac{c_{m_y}}{c_{m_{4i}}} = \frac{y}{5 \cdot 550} \cdot \left[ 1 + \frac{y}{2 \cdot 697} \cdot \left( \frac{550}{155} - 1 \right) \right] \text{ ou}$$

$$lg_n = \frac{c_{m_y}}{c_{m_{4i}}} = \frac{y}{2.750} \cdot (1 + 0,00183 \cdot y), \text{ resultando para:}$$

$$y_1 = 174, \quad \frac{c_{m_1}}{c_{m_{4i}}} = 1,0875;$$

$$y_2 = 348; \quad \frac{c_{m_2}}{c_{m_{4i}}} = 1,2300;$$

$$y_3 = 522; \quad \frac{c_{m_3}}{c_{m_{4i}}} = 1,4510;$$

$$y_{4e} = 697; \quad \frac{c_{m_{4e}}}{c_{m_{4i}}} = 1,7820.$$

Ainda com auxílio da Fig. 11.3 calculamos os produtos:

$$\frac{c_{m_y}}{c_{m_{4i}}} \cdot D_y, \text{ resultando para:}$$

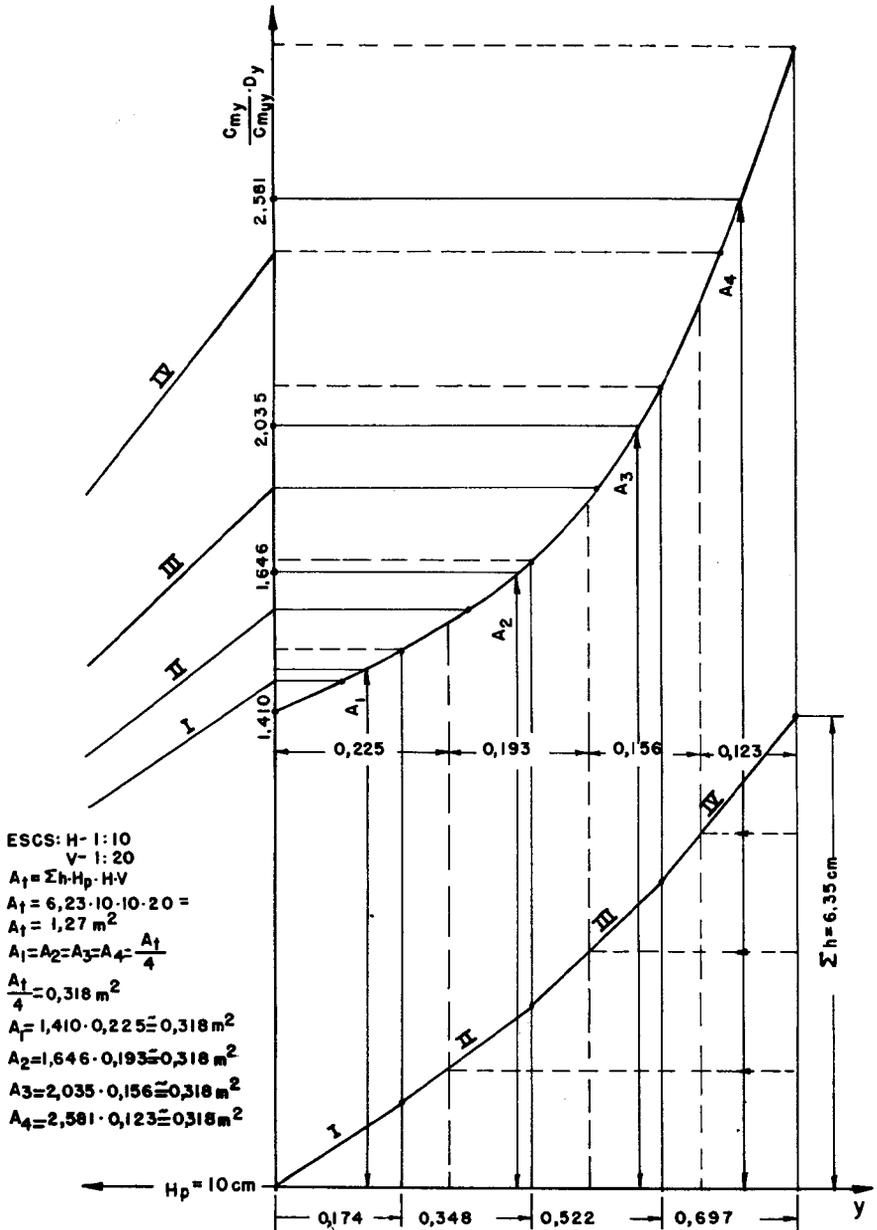
$$y_1 = 0,174 \text{ m}, \quad \frac{c_{m_1}}{c_{m_{4i}}} \cdot D_1 = 1,0875 \cdot 1,33 = 1,445 \text{ m};$$

$$y_2 = 0,348 \text{ m}, \quad \frac{c_{m_2}}{c_{m_{4i}}} \cdot D_2 = 1,2300 \cdot 1,36 = 1,675 \text{ m};$$

$$y_3 = 0,522 \text{ m}, \quad \frac{c_{m_3}}{c_{m_{4i}}} \cdot D_3 = 1,4510 \cdot 1,43 = 2,080 \text{ m};$$

$$y_{4e} = 0,696 \text{ m}, \quad \frac{c_{m_{4e}}}{c_{m_{4i}}} \cdot D_{4e} = 1,7820 \cdot 1,69 = 3,010 \text{ m}.$$

Em função de  $y$  e  $\frac{c_{m_y}}{c_{m_{4i}}} \cdot D_y$  traçamos o gráfico da Fig. 11.5 fazendo uma integração gráfica, a qual resultou uma área de  $1,27 \text{ m}^2$ , que deverá ser dividida pelo número de turbinas parciais. Em função desta área retiramos as ordenadas,  $\frac{c_{m_y}}{c_{m_{4i}}} \cdot D_y$ .

Fig. 11.5 Gráfico para cálculo da distribuição de  $c_m$  na entrada.

Introduzindo a vazão nominal, segundo o Gráfico 18.2, temos:

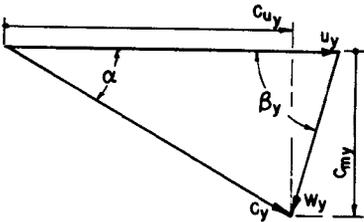
$$Q_n = 0,86 \cdot Q = 0,86 \cdot 24 = 20,6 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Tab. 11.3 Elementos para o Traçado dos Triângulos de Velocidade para a Aresta de Entrada

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<i>PTS</i>	<i>y</i>	<i>D<sub>y</sub></i>	$D_y \cdot \frac{C_{m_y}}{C_{m_{4i}}}$	$y \cdot D_y \cdot \frac{C_{m_y}}{C_{m_{4i}}}$	<i>C<sub>m<sub>y</sub></sub></i>	<i>u<sub>y</sub></i>	<i>c<sub>u<sub>y</sub></sub></i>	<i>u<sub>y</sub> - c<sub>u<sub>y</sub></sub></i>	<i>tg β<sub>y</sub></i>	<i>β<sub>y</sub></i>
—	m	m	m	m <sup>2</sup>	m/s	m/s	m/s	m/s	—	graus
4 <sub>i</sub>	—	1,3	1,3	—	5,74	20,4	20,2	0,2	28,7	88°
I	0,225	1,32	1,41	0,317 5	6,13	20,7	20,0	0,7	8,76	83° 30'
II	0,193	1,358	1,646	0,317 5	6,96	21,3	10,4	0,9	3,67	74° 46'
III	0,156	1,41	2,035	0,317 5	8,28	22,1	18,7	3,4	2,44	67° 43'
IV	0,123	1,570	2,581	0,317 5	9,44	24,6	16,8	7,8	1,21	50° 26'
4 <sub>e</sub>	—	1,690	3,01	—	10,40	26,5	15,6	10,9	0,956	43° 41'

Calculamos a velocidade

$$c_{m_{4i}} = \frac{Q_n}{\pi \cdot \sum y \cdot D_y \cdot \frac{c_{m_y}}{c_{m_{4i}}}} = \frac{20,6}{\pi \cdot 1,27} = 5,17 \text{ m/s.}$$



Considerando um fator estrangulamento pela espessura finita, das pás de 0,9, teremos:

$$c_{m_{4i}} = \frac{5,17}{0,9} = 5,74 \text{ m/s.}$$

Fig. 11.6 Triângulo genérico de velocidade para a aresta de entrada.

Com auxílio das fórmulas obtidas da Fig. 11.6, organizamos a Tab. 11.3 que permitirá o traçado dos triângulos de velocidade, Fig. 11.7.

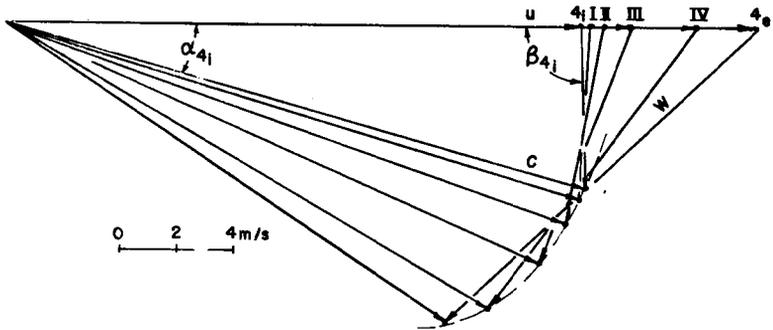


Fig. 11.7 Triângulos de velocidade para a aresta de entrada.

A coluna 6 da Tab. 11.3 foi calculada do seguinte modo:

$$D_I \cdot \frac{c_{m_I}}{c_{m_{4i}}} = 1,41; \quad c_{m_I} = \frac{1,41 \cdot 5,74}{1,32} = 6,13 \text{ m/s,}$$

generalizando vem:

$$c_{m_y} = \frac{4 \cdot c_{m_{4i}}}{D_y}.$$

## 11.7 Triângulos de Velocidade para a Aresta de Saída

Para a saída supomos que  $c_{m_5} = c_5 = \text{const.}$  e  $c_{u_5} = 0$ . Suposição que pode ser encarada como uma lei na construção de turbinas. Na Fig. 11.3, traçamos por comparação com uma turbina de mesmo

$n_{qA}$  a linha 5<sub>i</sub> - 5<sub>e</sub>. Ela será testada pelo processo das turbinas parciais. Para tanto devemos ter  $D_x \cdot y_x = \text{const.}$ , a fim de que passe por cada turbina a mesma vazão.

Vejam os valor de  $c_{m5}$  para a vazão nominal:

$$c_{m5} = \frac{4 \cdot Q_n}{\pi \cdot D_{5e}^2} = \frac{4 \cdot 20,6}{\pi \cdot 3,06} = 8,57 \text{ m/s.}$$

Considerando um fator de estrangulamento pela espessura finita das pás de 0,95 teremos:

$$c_{m5} = \frac{8,57}{0,95} = 9,025 \text{ m/s.}$$

Calculamos o produto:

$$D_x \cdot y_x = \frac{Q_n}{4 \cdot \pi \cdot c_{m5}} = \frac{20,6}{4 \cdot \pi \cdot 9,025} = 0,1817.$$

Por tentativas no esboço, Fig. 11.3, procuramos obter este valor

$$D_{IV} \cdot y_{IV} = 1,622 \cdot 0,113 = 0,183;$$

$$D_{III} \cdot y_{III} = 1,35 \cdot 0,135 = 0,182;$$

$$D_{II} \cdot y_{II} = 1,035 \cdot 0,180 = 0,184;$$

$$D_I \cdot y_I = 0,75 \cdot 0,243 = 0,182.$$

Deste modo corrigimos a linha, 5<sub>e</sub> - 5<sub>i</sub>, determinando em seguida os triângulos de velocidade de saída com auxílio das fórmulas da Fig. 11.8, os quais foram colocados na Tab. 11.4.

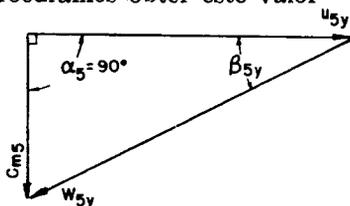


Fig. 11.8 Triângulo genérico para a aresta de saída.

Tab. 11.4 Elementos para o Traçado dos Triângulos de Velocidade para a Aresta de Saída

PTS	$D_y$	$u_{5y}$	$\text{tg } \beta_{5y}$	$\beta_{5y}$
—	m	m/s	—	graus
5 <sub>i</sub>	0,65	10,2	0,885	41° 30'
I	0,75	11,78	0,765	37° 25'
II	1,035	16,23	0,555	29° 02'
III	1,35	21,20	0,425	23° 02'
IV	1,622	25,45	0,364	19° 30'
5 <sub>e</sub>	1,75	27,50	0,328	18° 08'

Em seguida desenhemos os mesmos na Fig. 11.9.

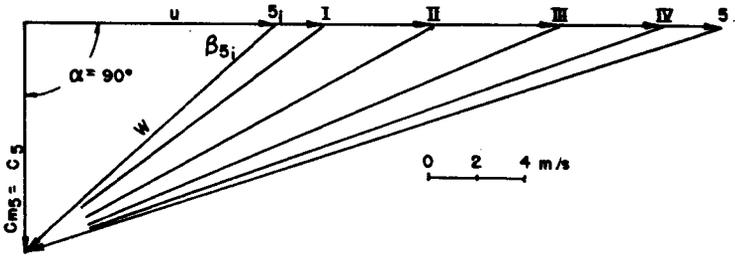


Fig. 11.9 Triângulos de velocidade para a aresta de saída.

### 11.8 Sistema Diretor

Para aumentar a energia de velocidade da água antes de atingir o rotor, usa-se um sistema diretor, às vezes composto de uma espiral e de um sistema de pás diretrizes, outras, somente desta última, sendo então a turbina em caixa aberta.

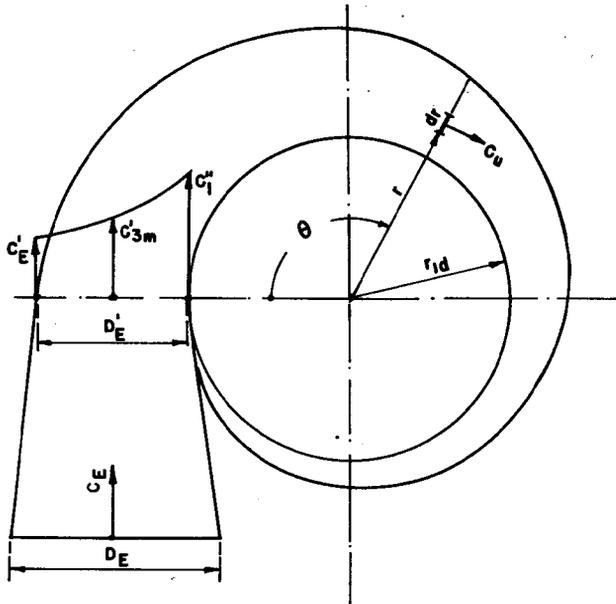


Fig. 11.10 Esquema do injetor e da espiral.

Sabemos que na entrada da turbina haverá um injetor. A velocidade na entrada do injetor segundo ensaios está compreendida entre  $c_E = (0,15 \text{ a } 0,25) \cdot \sqrt{2 \cdot Y}$ .

Tomaremos:  $c_E = 0,20 \cdot \sqrt{2 \cdot 490} = 6,26 \text{ m/s}$ .

Na Fig. 11.10 desenhamos um esquema do injetor e espiral, calculando em seguida:

$$D_E = \sqrt{\frac{4 \cdot Q_n}{\pi \cdot c_E}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 20,6}{\pi \cdot 6,26}} = 2,045 \text{ m.}$$

Impondo a condição de ser  $c_{E'} = c_E$  teremos:

$$c_{E'm} = \frac{4 \cdot Q_n}{\pi \cdot D_E^2}$$

Adotando em primeira tentativa,  $D_E' = 1,70$  m, no esbôço da Fig. 11.11 teremos:

$$c_{E'm} = \frac{4 \cdot 20,6}{\pi \cdot 2,89} = 9,07 \text{ m/s.}$$

Valor razoável em vista da distribuição hiperbólica. Podemos, agora, calcular o momento de velocidade ainda com auxílio do esbôço da Fig. 11.11,  $r_{1d} = 1.285$  mm.

$$K_{1d} = (r_{1d} + D_E') \cdot c_{E'} = (1,285 + 1,70) \cdot 6,26 = 18,685 \text{ m}^2/\text{s.}$$

Para o rotor teremos:

$$K_r = c_{u4m} \cdot r_{4m} = \frac{\eta_h \cdot Y}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{0,84 \cdot 490}{2 \cdot \pi \cdot 5} = 13,1 \text{ m}^2/\text{s.}$$

Valor que indica que devemos curvar as pás. Para têmos os vários raios da espiral, aplicaremos a Eq. (2.21)

$$R = \frac{\theta}{A} + \sqrt{\frac{2 \cdot r_{1d} \cdot \theta}{A}}$$

Para nosso exemplo tomando:

$$Q = Q_n, \text{ temos: } A = \frac{720 \cdot 18,685}{20,6} = 2.050.$$

Verificando para  $360^\circ$ , vem:

$$R_{360} = \frac{360}{2.050} + \sqrt{2 \cdot 1,285 \cdot \frac{360}{2.050}} = 0,8475 \text{ m.}$$

Como  $2 \cdot R = D_E'$  vem  $2 \cdot R = 2 \cdot 0,8475 = 1,695$  m e  $D_E' = 1,70$  m, resultado plenamente satisfatório, autorizando a organização da Tab. 11.5.

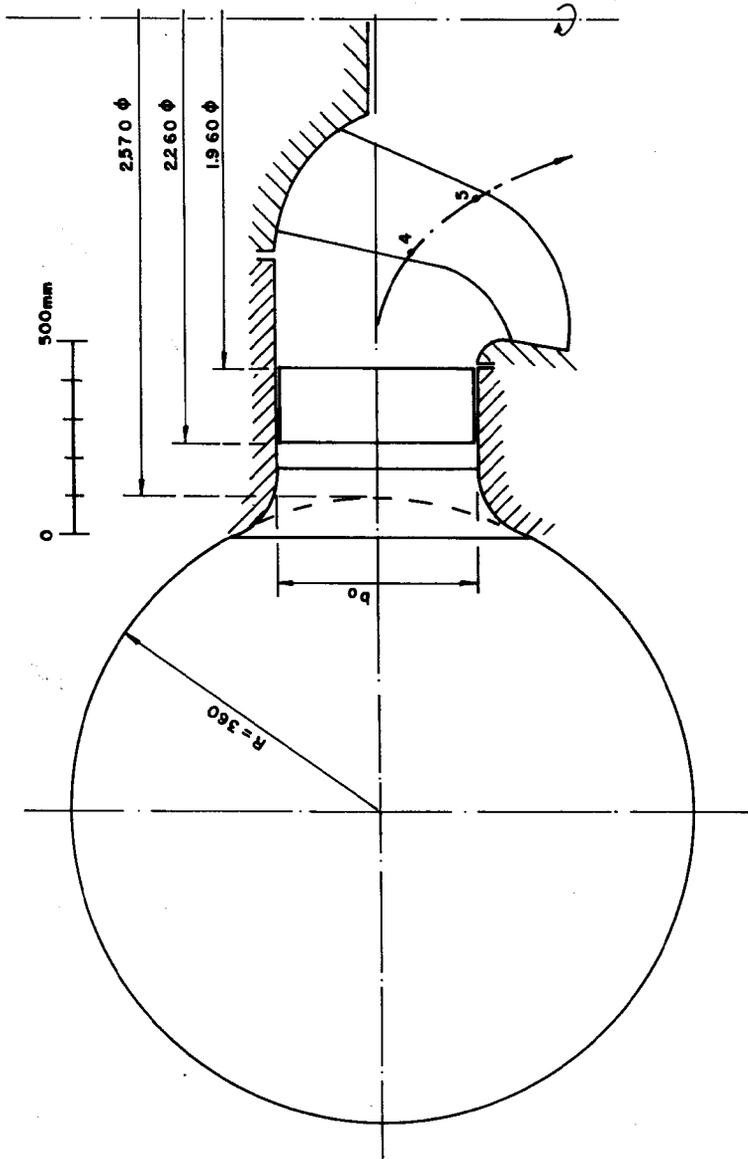


Fig. 11.11 Esboço preliminar de um corte longitudinal.

Podemos agora calcular os ângulos de entrada e saída do sistema de pás diretrizes

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{c_m}{c_{u1}} \quad \text{como} \quad c_{u1} = \frac{K_{esp.}}{r_1} \quad \text{e} \quad c_m = \frac{Q_n}{\pi \cdot D_1 \cdot b_0 \cdot 0,9}$$

Tab. 11.5 Elementos da Espiral

$\theta$	$\frac{\theta}{2.050}$	$\frac{2,57 \cdot \theta}{2.050}$	$\frac{2,57 \cdot \theta}{2.050}$	$R_{\text{metros}}$
45	0,021 9	0,056 3	0,237	0,259
90	0,043 8	0,112 7	0,346	0,390
135	0,065 8	0,169 1	0,437	0,503
180	0,087 8	0,225 5	0,474	0,562
225	0,109 8	0,282	0,531	0,641
270	0,131 7	0,338 1	0,581 5	0,713
315	0,153 6	0,394 5	0,628	0,782
360	0,175 5	0,452	0,672	0,847 5

onde 0,9 é devido à espessura finita das pás, logo,

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{Q_n}{2 \cdot \pi \cdot b_0 \cdot 0,9 \cdot K_{esp.}} = \frac{20,6}{2 \cdot \pi \cdot 0,542 \cdot 0,9 \cdot 18,685} = 0,358$$

$$\alpha_1 = 19,7^\circ.$$

Para saída teremos:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{Q_n}{2 \cdot \pi \cdot b_0 \cdot 0,9 \cdot K_{rot.}} = \frac{20,6}{6,28 \cdot 0,542 \cdot 0,9 \cdot 18,685} = 0,512$$

logo,

$$\alpha_2 = 27,1^\circ.$$

Conforme a Fig. 11.12 temos:

$$\theta = \frac{dr}{r \cdot d\theta}, \quad \text{logo,} \quad \theta = \frac{180}{\pi} \cdot \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r \cdot \operatorname{tg} \alpha}.$$

Adotando uma variação linear para  $\alpha$ , e substituindo por um somatório, temos:

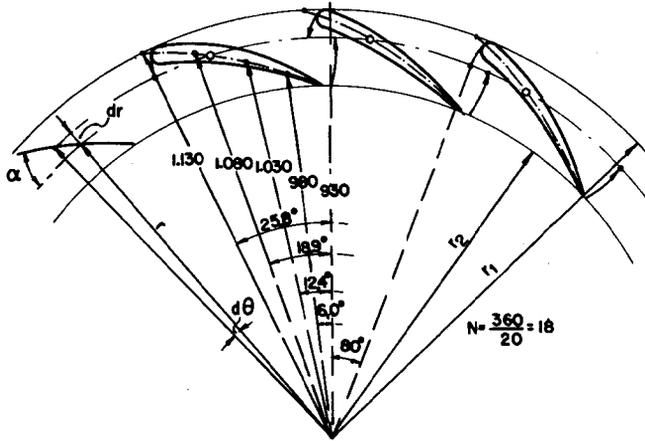


Fig. 11.12 Traçado do eixo das pás diretrizes por pontos admitindo variação linear de  $\alpha$ .

$$\theta = \frac{180}{\pi} \cdot \Sigma \frac{\Delta r}{2} \cdot (B_n + B_{n+1}), \text{ sendo } B = \frac{1}{r \cdot \text{tg } \alpha}.$$

Fixando:  $\frac{\Delta r}{2} = \frac{0,05}{2} = 0,023$ , podemos organizar a Tab. 11.6.

Tab. 11.6 Elementos para o Traçado do Eixo das Pás Diretrizes por Pontos

$r$	$\alpha$	$\text{tg } \alpha$	$B = \frac{1}{r \cdot \text{tg } \alpha}$	$\frac{\Delta r}{2}$	$\Sigma \frac{\Delta r}{2} (B_n + B_{n+1})$	$\theta$
m	graus	—				graus
0,93	27,1	0,512	2,100	0,00	0,00	0,00
0,98	25,25	0,472	2,160	0,106 3	0,106 3	6,08
1,03	23,40	0,432	2,245	0,110 0	0,216 3	12,40
1,08	21,55	0,395	2,340	0,114 5	0,330 8	18,90
1,13	19,70	0,358	2,470	0,120 0	0,450 8	25,80

# Cálculo de uma Turbina Tipo Pelton

## Capítulo 12

### 12.1 Dados

Calcular uma turbina tipo Pelton para uma vazão de  $Q = 1,5 \text{ m}^3/\text{s}$  e um trabalho específico  $Y = 2.580 \text{ j/kg}$ .

### 12.2 Potências

Com os elementos dados podemos calcular a potência hidráulica

$$P_1 = Q \cdot \rho \cdot Y = 10^3 \cdot 1,5 \cdot 2.580 = 3,87 \cdot 10^6 = 3,87 \cdot 10^3 \text{ kW.}$$

Adotando um rendimento total para a máquina de 0,85, sendo o mecânico da ordem de 0,95, podemos calcular o rendimento hidráulico da turbina

$$\eta_h = \frac{\eta_t}{\eta_m} = \frac{0,85}{0,95} = 0,895.$$

Estamos aptos a calcular a potência eficaz ou no eixo da máquina

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_t = 3,87 \cdot 10^3 \cdot 0,85 = 3,29 \cdot 10^3 \text{ kW.}$$

### 12.3 Escolha do Tipo de Turbina

Como sabemos, a turbina deverá ser escolhida em função da rotação específica e da cavitação. Entretanto em turbinas tipo Pelton não existe tubo de sucção, motivo pelo qual nos limitaremos a rotação específica.

$$n_{qA} = n_q \cdot 10^3 = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} \cdot 10^3.$$

Tab. 12.1 Escolha da Turbina

$n'$	$n$	$n_{qA}$
r.p.m.	r.p.s.	—
300	5	16,8
360	6	20,2
450	7,5	25,2
600	10	33,6
720	12	40,4
900	15	50,5
1.200	20	67,2

Para 60 ciclos podemos organizar a Tab. 12.1, que como podemos observar, fica somente no campo das turbinas Pelton; salvo o valor 67,2 que corresponde a uma Francis lenta. Se insistíssemos neste valor, retirando do Gráfico 18.2 o coeficiente  $\psi$ , temos:

$$\frac{c_s^2}{2 \cdot Y} = 0,048 \quad \text{logo,} \quad c_{s_{\text{máx.}}} = 15,75 \text{ m/s.}$$

$$D_s = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot c_s}} \quad \text{logo,} \quad D_s = 0,308 \text{ m.}$$

Como  $\frac{b_0}{D_s} = 0,1$ , teríamos  $b_0 = 31 \text{ mm}$ , valor impraticável. Dêste modo optamos por uma turbina Pelton com um injetor,  $n = 7,5 \text{ r.p.s.}$  e  $n_{qA} = 25,2$ .

## 12.4 Cálculo do Diâmetro do Jato

Para a seção mínima do jato podemos aplicar  $c_1 = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot Y}$  onde  $\varphi$  é um coeficiente relacionado com as perdas no injetor conforme vimos, estando compreendido entre 0,96 a 0,99. Adotaremos para êste predimensionamento 0,97 resultando:

$$c_1 = 0,97 \cdot \sqrt{2 \cdot 2.580} = 69,6 \text{ m/s.}$$

Pela equação de continuidade podemos calcular qual o diâmetro do jato ou o diâmetro de sua seção mínima

$$D_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot c_1}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,5}{\pi \cdot 69,6}} \quad \text{logo,} \quad D_0 = 166 \text{ mm, valor aceitável.}$$

## 12.5 Cálculo das Dimensões Principais das Conchas

As dimensões principais das conchas dependem de vários fatores como: ponto onde pretendemos que ocorra o máximo rendimento, e outros. Pela tabela que se encontra no fim desta publicação podemos constatar a variabilidade de suas dimensões relativamente aos pesquisadores e firmas especializadas. No nosso caso adotaremos somente as principais dimensões  $L$ ,  $B$ ,  $T$ ,  $E$  e  $n$ . Devido ao elevado  $n_{qA}$  escolhemos os valores das constantes, próximos ao limite superior

$$L = 2,6 \cdot D_0 = 2,6 \cdot 166 \cong 420 \text{ mm};$$

$$B = 3,0 \cdot D_0 = 3,0 \cdot 166 \cong 500 \text{ mm};$$

$$T = 0,95 \cdot D_0 = 0,95 \cdot 166 \cong 160 \text{ mm};$$

$$E = 1,20 \cdot D_0 \cong 200 \text{ mm};$$

$$e = 1,10 \cdot D_0 \cong 180 \text{ mm};$$

$$m = 0,13 \cdot B = 65 \text{ mm}.$$

## 12.6 Cálculo das Dimensões Principais do Rotor

Partimos do cálculo do diâmetro do círculo tangente ao eixo do jato, onde teoricamente  $u_4 = 0,5 \cdot c_1$ . Isto porém não acontece porque existem perdas de entrada, por atrito na concha e, por ser impossível evitar totalmente a perda de saída, uma vez que praticamente o ângulo de saída não pode ser  $180^\circ$ . Assim sendo  $u_4 = (0,42 \text{ à } 0,485) \cdot c_1$ . Adotaremos um valor próximo ao limite inferior tendo em vista  $n_{qA}$  ser elevado

$$u_4 = 0,43 \cdot 69,6 = 30 \text{ m/s}.$$

Assim o diâmetro procurado será:

$$D_m = \frac{u_4}{\pi \cdot n} = \frac{30}{\pi \cdot 7,5} = 1,27 \text{ m}.$$

Para o diâmetro exterior do divisor temos:

$$D_r = D_m + 2 \cdot E = 1,24 + 2 \cdot 200 = 1.670 \text{ mm}.$$

$$\text{Diâmetro externo: } D_{\text{ex.}} = D_r + 2 \cdot m = 1.680 + 2 \cdot 65 = 1.800 \text{ mm}.$$

$$\text{Diâmetro interno: } D_i = D_{\text{ex.}} - 2 \cdot L = 1.800 - 2 \cdot 420 = 960 \text{ mm}.$$

## 12.7 Cálculo do Passo e do Número de Conchas

Traçamos segundo a Fig. 12.1 a trajetória relativa do jato, tendo em vista que:

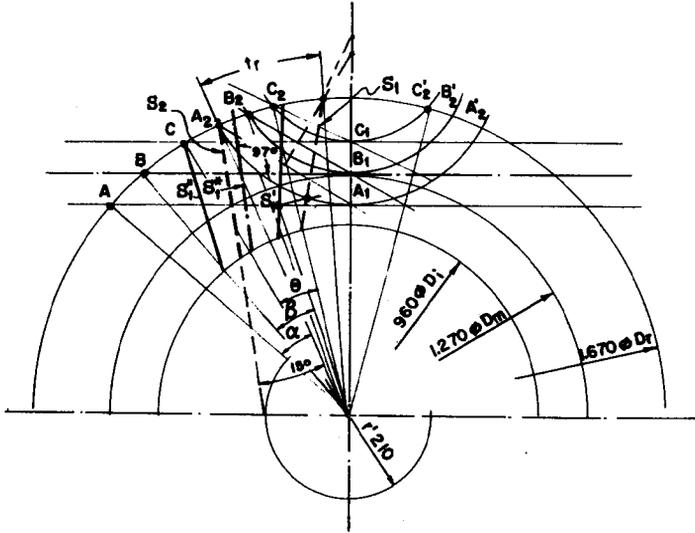


Fig. 12.1 Trajetória relativa do jato e inclinação da aresta da concha.

No mesmo tempo em que uma partícula de fluido passa de  $B$  a  $B_1$  com a velocidade  $c_4$ , um ponto da circunferência desloca-se de  $B$  para  $B_2$ , logo,

$$\widehat{BB_2} = \overline{BB_1} \cdot \frac{u_r}{c_4}; \quad u_r = \pi \cdot D_r \cdot n = \pi \cdot 1,67 \cdot 7,5 = 39,4 \text{ m/s.}$$

$$\text{Assim, } \widehat{BB_2} = 0,555 \cdot \frac{39,4}{69,6} = 0,314 \text{ m.}$$

O ângulo que  $\widehat{BB_2}$  cobre será:

$$\beta = \frac{\widehat{BB_2}}{\pi \cdot D_r} \cdot 360 = \frac{0,314}{\pi \cdot 1,670} \cdot 360 = 21,6^\circ,$$

$$\widehat{AA_2} = 0,640 \cdot \frac{39,4}{69,6} = 0,362$$

logo,

$$\alpha = \frac{\widehat{AA_2}}{\pi \cdot D_r} \cdot 360 = \frac{0,362}{\pi \cdot 1,670} \cdot 360 = 24,5^\circ,$$

$$\widehat{CC}_2 = 0,440 \cdot \frac{39,4}{69,6} = 0,249$$

logo,

$$\theta = \frac{CC_2}{\pi \cdot D_r} \cdot 360 = \frac{0,249}{\pi \cdot 1,670} \cdot 360 = 17,1^\circ.$$

Evidentemente o passo teórico será:

$$\overline{C_2C_2'} = 0,498 \text{ m, ou em graus: } t_t = 29^\circ.$$

Para passo real teremos um valor entre  $(0,66 \text{ à } 0,75) \cdot t_t$ . No caso vamos tomar:

$$t_r = 0,70 \cdot t_t = 0,70 \cdot 29 \cong 20^\circ.$$

Assim o número de conchas será:

$$z = \frac{360}{20} = 18 \text{ conchas.}$$

## 12.8 Determinação da Inclinação da Aresta da Concha

A inclinação da aresta da concha deverá ser tal, que na posição média entre o primeiro e o último contato do jato completo, êle lhe seja perpendicular. Para descobrir esta posição desenhamos duas conchas  $S_1$  e  $S_2$ , separadas pelo passo  $t_r$ , em uma posição tal em relação ao jato que,  $S_2$  com seu ponto extremo ainda entra em contato com a trajetória interna. A inclinação da aresta foi escolhida, arbitrariamente com  $15^\circ$ . A trajetória relativa  $A_2, A, A_2'$  corta  $S_1$  no ponto  $X$ . Neste ponto o filête interno entra pela última vez em contato com  $S_1$ . Girando-se o rotor para traz de modo que o ponto  $X$  se encontre no filête interno, absoluto (posição  $X', S_1'$ ), teremos aquela posição absoluta da concha  $S_1''$  na qual ela é encontrada pela última vez pelo jato completo. A primeira incidência do jato completo é dada pela posição  $S_1''$ . Na posição  $S$ , média resultante das posições  $S_1'$  e  $S_1''$ , o jato absoluto deveria estar perpendicular.

Em nossa Fig. 12.1 medimos  $97^\circ$ . A posição não é correta e devíamos mudar o ângulo de inclinação para  $15^\circ + 7^\circ = 22^\circ$ . Neste sentido a construção deve ser repetida. Assim, o círculo tangente na Fig. 12.1 com o raio  $r' = 210$ , aumentará.

## 12.9 Cálculo da Agulha e do Injetor

Na Fig. 12.2, representamos um esquema do injetor com a agulha.

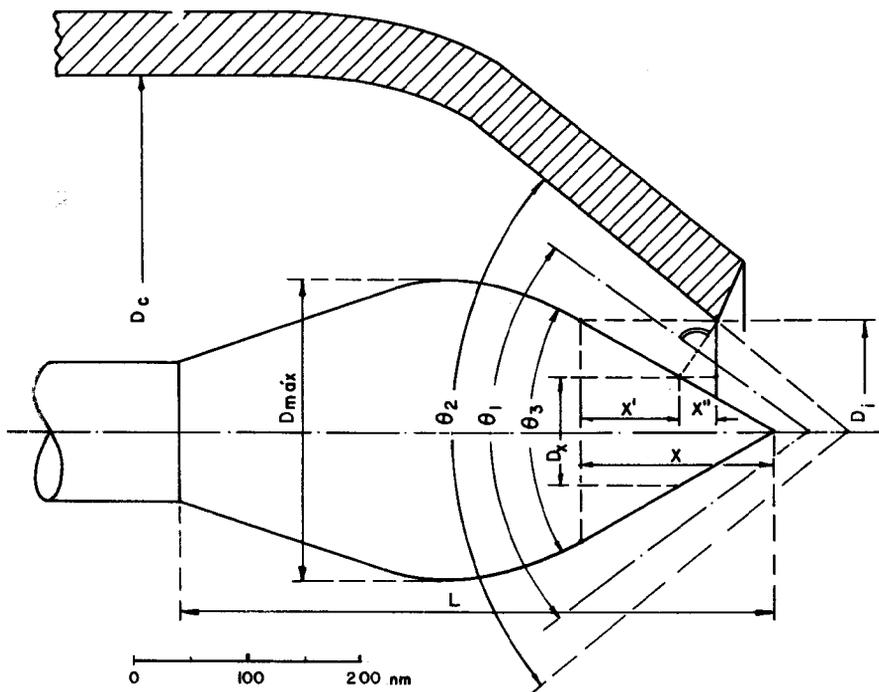


Fig. 12.2 Esquema do injetor com a agulha.

Adotaremos:  $\theta_2 = 80^\circ$ ;  $\theta_3 = 60^\circ$  logo,

$$\frac{\theta_1}{2} = \frac{\theta_2 + \theta_3}{4} = 35^\circ; \quad \varphi' = 0,82.$$

Assim, o diâmetro do injetor será:

$$D_i = \sqrt{\frac{4 \cdot Q \cdot \cos \frac{\theta_1}{2}}{\varphi' \cdot \pi \cdot 0,75 \cdot c_2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot Q \cdot 0,82}{0,82 \cdot \pi \cdot 0,75 \cdot 69,6}} = 0,1915 \text{ m.}$$

Para o diâmetro máximo da agulha teremos:

$$D_{\text{máx.}} = 1,35 \cdot D_i = 1,35 \cdot 191,5 \cong 0,260 \text{ m.}$$

Diâmetro do cano:

$$D_c = 3,75 \cdot D_i = 3,75 \cdot 0,166 = 0,623 \text{ m.}$$

Gràficamente obtemos:

$$x' = 0,084 \text{ m}; \quad x'' = 0,034 \text{ m}; \quad x = 0,168 \text{ m};$$

$$L = 0,524 \text{ m}.$$

Com êstes dados o injetor pode ser projetado e construído.

### 12.10 Anteprojetado

Com êste primeiro cálculo estamos aptos a fazer um esbôço, conforme Fig. 12.3 do conjunto que nos auxiliará nos cálculos de resistência, bem como no sistema de comando para a agulha etc.

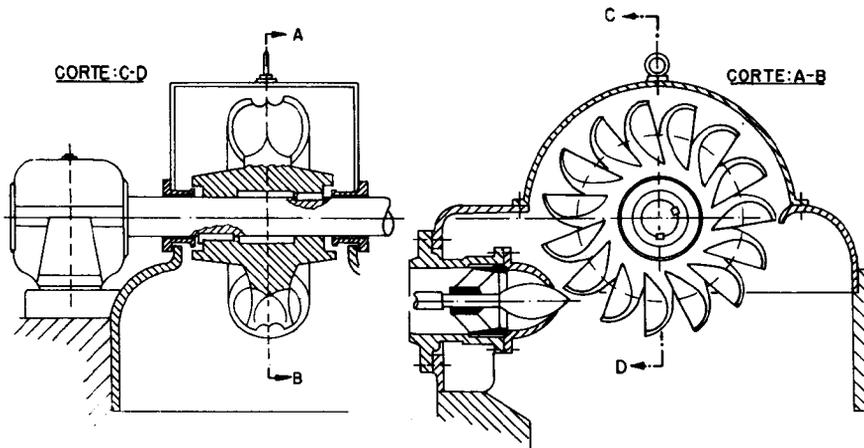


Fig. 12.3 Esbôço do conjunto.

# Cálculo de uma Turbina Tipo Kaplan

## 13.1 Dados

Calcular uma turbina para uma vazão de  $80 \text{ m}^3/\text{s}$ , trabalho específico de  $98 \text{ j/kg}$  para ser instalada em uma localidade cuja altitude é de  $630 \text{ metros}$ .

## 13.2 Potências

Com os dados podemos calcular a potência hidráulica:

$$P_1 = \rho \cdot Q \cdot Y = 10^3 \cdot 80 \cdot 98 = 7.840 \cdot 10^3 \text{ W} = 7.840 \text{ kW.}$$

Adotando:  $\eta_t = 0,85$ ,  $\eta_m = 0,945$ , logo,  $\eta_h = 0,90$  temos

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_t = 7.840 \cdot 0,85 = 6.660 \text{ kW.}$$

## 13.3 Escolha do Tipo de Turbina

Do mesmo modo como foi feito em 11.3 basearemos esta escolha nas equações

$$n_{q_A} = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} \cdot 10^3, \quad h_{s_{m\acute{a}x.}} = \frac{1}{g} \cdot \left( \frac{p_B}{\rho} - \sigma_{m\acute{f}n.} \cdot Y \right).$$

Com os dados teremos:

$$n_{q_A} = 287 \cdot n, \quad h_{s_{m\acute{a}x.}} = \frac{1}{9,81} \cdot (92,8 - 98 \cdot \sigma_{m\acute{f}n.}).$$

Podemos assim organizar a Tab. 13.1.

Tab. 13.1 Elementos para Escolha da Turbina

$n$	$n_{qA}$	$\sigma_{mfn.}$	$9,99 \cdot \sigma_{mfn.}$	$h_{s_{máx.}}$
r.p.s.	—	—	m	m
1,875	538	0,65	6,5	2,95
2,000	574	0,73	7,3	2,15
2,140	614	0,80	8,0	1,45
2,310	674	0,96	9,6	- 0,15
2,400	699	1,10	11,0	- 2,45
2,500	718	1,40	14,0	- 5,45
2,610	750	1,80	18,0	- 9,45

Os valores de  $\sigma_{mfn.}$  foram obtidos com auxílio do Gráfico 18.4. Por êste quadro escolhemos  $n_{qA} = 614$ ,  $n = 2,14$  r.p.s. Alternado com 28 pares de pólos e  $h_{s_{máx.}} = 1,45$  m.

### 13.4 Elementos de Orientação para Cálculo do Rotor

Do Gráfico 18.4, retiramos:

$$\frac{c_s^2}{2Y} \cong 0,28, \quad \frac{D_i}{D_e} = 0,5, \quad \frac{b_0}{D_e} \cong 0,37.$$

Podemos calcular:

$$c_s = \sqrt{0,28 \cdot 2 \cdot Y} = \sqrt{0,28 \cdot 2 \cdot 98} = 7,4 \text{ m/s.}$$

Tomando:  $f_e = 0,9$ ,  $c_m \cong c_s = 7,4$  m/s, temos:

$$Q = \frac{\pi}{4} \cdot (D_e^2 - D_i^2) \cdot c_m \cdot f_e,$$

logo,

$$D_e = 4,50 \text{ m,} \quad D_i = 2,25 \text{ m,} \quad b_0 = 1,7 \text{ m.}$$

### 13.5 Cálculo do Rotor

Aplicamos a teoria da asa de sustentação, desenvolvemos a Tab. 13.2, cujas colunas foram assim preenchidas:

Tab. 13.2 O Projeto do Rotor

I	II	III	IV	V	VI	VII
Est.	$D$	$u$	$\Delta c_u$	$\frac{\Delta c_u}{2}$	$c_m$	$\beta_\infty$
—	m	m/s	m/s	m/s	m/s	graus
$i$	2,25	15,15	5,82	2,91	7,40	31
$a$	2,70	18,15	4,85	2,43	7,40	25,5
$b$	3,15	21,15	4,16	2,08	7,40	21,5
$c$	3,60	24,20	3,64	1,82	7,40	18,5
$d$	4,05	27,20	3,24	1,62	7,40	16,5
$e$	4,50	30,20	2,92	1,46	7,40	14,5
VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
$w_\infty$	$C_s \cdot L$	$t$	$L/t$	$L$	$C_s$	$y_{m\acute{a}x.}$
m/s	m	m	—	m	—	m
14,3	1,15	1,41	1,065	1,50	0,765	0,15
17,4	0,946	1,70	0,94	0,94	0,592	0,135
20,5	0,804	1,98	0,857	0,857	0,473	0,12
23,6	0,700	2,26	0,796	0,796	0,389	0,105
26,6	0,620	2,54	0,748	0,748	0,326	0,09
29,6	0,557	2,83	0,706	0,706	0,279	0,075
XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI
$y_{m\acute{a}x.}/L$	$4,8 \cdot \frac{y_{m\acute{a}x.}}{L}$	$0,092 \cdot \vartheta$	$\vartheta$	$\beta$	$L'$	$\theta$
—	—	—	graus	graus	m	graus
0,100	0,480	0,285	~ 3	28	1,32	67,3
0,084 4	0,405	0,187	~ 2	23,5	1,56	66,2
0,070 5	0,338	0,135	~ 1,5	20,0	1,74	63,2
0,058 3	0,280	0,109	~ 1,1	17,4	1,84	58,3
0,047 4	0,227	0,099	~ 1,0	15,5	1,88	53,0
0,037 5	0,180	0,099	~ 1,0	13,5	1,91	48,5

I — Colocamos as denominações das estações.

II — Determinamos os diâmetros.

III — Calculamos as velocidades tangenciais:

$$u = \pi \cdot D \cdot n = 6,72 \cdot D.$$

IV — Calculamos,  $Y_{pd} = \eta_i \cdot Y \cong \eta_i \cdot Y = 0,90 \cdot 98 = 81,1$  j/kg,

$$\Delta c_u = \frac{Y_{pd}}{u} = \frac{81,1}{u}.$$

V — Calculamos  $\frac{\Delta c_u}{2}$ .

VI — Fixamos  $c_m = 7,4$  m/s para tôdas as estações.

VII — Desenhamos os triângulos de velocidade, Fig. 13.1, dos quais retiramos os  $\beta_\infty$ .

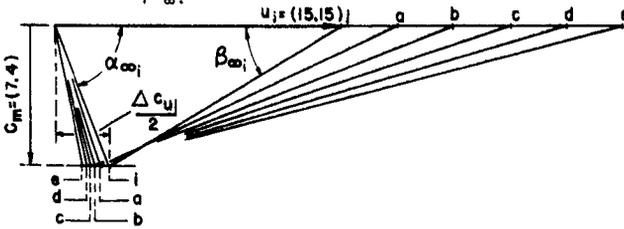


Fig. 13.1 Triângulos de velocidade.

VIII — Dos triângulos retiramos os  $w_\infty$ .

IX — Calculamos

$$C_s \cdot L = \frac{4 \cdot \pi \cdot Y_{pd}}{z \cdot \omega \cdot w_\infty},$$

fazendo:

$$z = 5 \text{ pás,}$$

logo,

$$C_s \cdot L = \frac{16,5}{w_\infty}.$$

X — Calculamos os passos,  $t = \frac{\pi \cdot D}{z} = \frac{\pi \cdot D}{5}$ .

XI — Fixamos a relação  $L/t$ , decrescente do cubo para o diâmetro externo.

XII — Calculamos os  $L$ .

XIII — Calculamos os coeficientes de sustentação  $C_s$ .

XIV — Fixamos por resistência dos materiais os  $y_{m\acute{a}x.}$ .

XV — Calculamos os  $y_{m\acute{a}x.}/L$ .

XVI — Escolhemos o perfil GÖ — 428 que possui  $y_{m\acute{a}x.}/L = 0,0855$  e  $C_s = 4,8 \cdot y_{m\acute{a}x.}/L + 0,092 \cdot \partial$ , calculando:  $4,8 \cdot y_{m\acute{a}x.}/L$ .

XVII — Calculamos  $0,092 \cdot \partial = C_s - 4,8 \cdot y_{m\acute{a}x.}/L$ .

XVIII — Calculamos os vários ângulos de ataque  $\partial$ .

XIX — Com os ângulos retirados dos triângulos de velocidade Fig. 13.1 calculamos:  $\beta = \beta_\infty - \partial$ .

XX — Calculamos as projeções de  $L$ , pela equação:  $L' = L \cdot \cos \beta$ .

XXI — Calculamos os ângulos centrais

$$\theta = \frac{360 \cdot L'}{\pi \cdot D}.$$

### 13.6 Projeto Preliminar de Turbina

Com os elementos da Tab. 13.1 e um projeto de turbina semelhante, estamos aptos a fazer o desenho dos cortes longitudinal e transversal da turbina em pauta, Fig. 13.2.

### 13.7 Espiral — Tubo de Sucção

As turbinas Kaplan de usinas fluviais em represamentos sucessivos possuem normalmente espirais e tubos de sucção em concreto, com formas geométricas estandarizadas.

Na Fig. 13.3, representamos uma das formas mais comuns e seus respectivos elementos e relações.

Assim, na entrada da espiral a velocidade média será:

$$c_E = \frac{Q}{a \cdot i} = \frac{80}{8,10 \cdot 13,5} = 0,732 \text{ m/s.}$$

Na saída do tubo de sucção teremos:

$$c_s = \frac{Q}{h \cdot K} = \frac{80}{5,2 \cdot 13,5} = 1,14 \text{ m/s.}$$

A intensidade do vórtice entre aletas diretores e rotor é:

$$K = \Delta c_{u_i} \cdot r_i = 5,82 \cdot 1,125 = 6,55 \text{ m}^2/\text{s.}$$

GOTA	RELAÇÃO	VALOR
—	—	m
d	$1,8 \cdot D_e$	8,10
b	$2,4 \cdot D_e$	10,80
c	$0,24 \cdot D_e$	1,10
d	$0,37 \cdot D_e$	1,70
e	$0,2 \cdot D_e$	0,90
f	$3,0 \cdot D_e$	13,50
g	$4,8 \cdot D_e$	21,60
h	$1,15 \cdot D_e$	5,20
i	$3,0 \cdot D_e$	13,50
j	$0,2 \cdot D_e$	0,90
k	$3,0 \cdot D_e$	13,50
VALORES DA FÁBRICA		VOITH

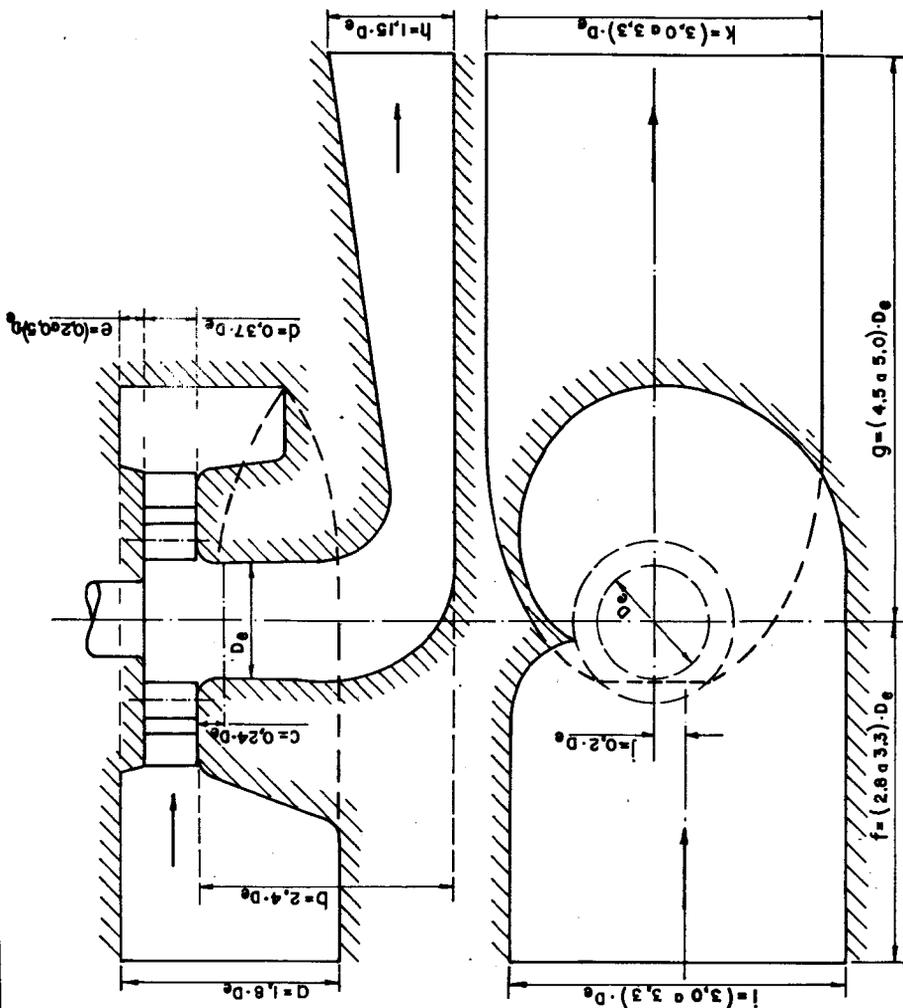


Fig. 13.3 Espiral e tubo de sucção para turbinas Kaplan.

O vórtice da espiral deverá ter um valor semelhante.

A perda de energia no tubo de sucção calculamos adotando um rendimento para a transformação de energia.

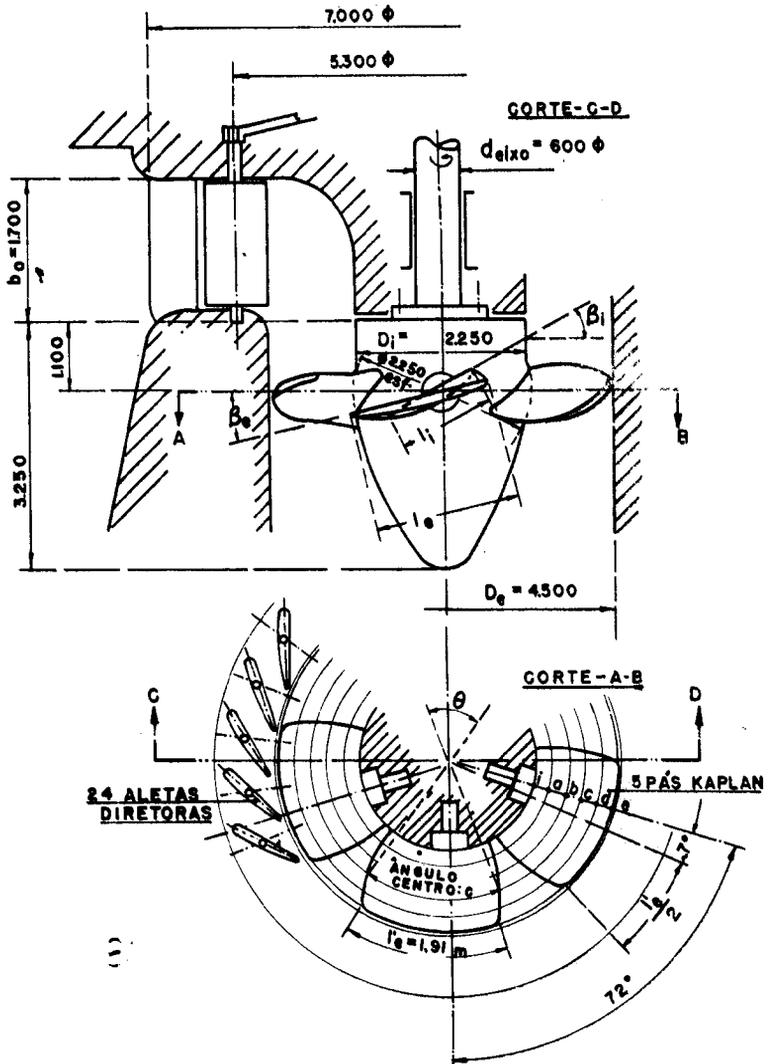


Fig. 13.2 Cortes longitudinal e transversal da turbina Kaplan.

Com a hipótese de  $c_3 \cong c_6 = c_{7a} = 7,4$  m/s,

$$c_7 = c_8 = 1,14 \text{ m/s, vem}$$

$$E_p = (1 - \eta_{ts}) \cdot \frac{c_6^2 - c_7^2}{2} = (1 - 0,88) \cdot \frac{7,4^2 - 1,14^2}{2} = 3,22 \text{ j/kg.}$$

A energia perdida na saída do tubo de sucção será:

$$E_{p_s} = \frac{1,14^2}{2} = 0,65 \text{ j/kg; } E_p + E_{p_s} = 3,87 \text{ j/kg.}$$

Se não existisse o tubo de sucção teríamos uma velocidade na saída de

$c_s' = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_e^2} = \frac{4 \cdot 80}{\pi \cdot 4,5^2} = 5,03 \text{ m/s}$ , a qual corresponderia uma perda:

$$E_{p'} = \frac{c_s'^2}{2} = \frac{5,03^2}{2} = 12,65 \text{ j/kg.}$$

# Cálculo de uma Bomba Centrífuga

Capítulo 14

## 14.1 Dados

Calcular uma bomba para uma vazão  $Q = 0,20 \text{ m}^3/\text{s}$  e um trabalho específico  $Y = 147 \text{ j/kg}$ .

## 14.2 Potências

Com os dados podemos calcular a potência hidráulica

$$P_2 = Q \cdot \rho \cdot Y = 0,20 \cdot 147 = 29,4 \text{ kW}.$$

Adotando um rendimento total de 0,8, e um rendimento mecânico 0,94 teremos um rendimento hidráulico de 0,85. Podemos, agora calcular a potência acionadora ou no eixo

$$P_1 = P_2/\eta_t = \frac{29,4}{0,8} = 36,7 \text{ kW}.$$

## 14.3 Escolha do Tipo de Bomba

Escolhemos o tipo da bomba baseando na velocidade específica  $n_{qA}$  e na altura máxima de sucção

$$n_{qA} = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} \cdot 10^3 = \frac{0,2}{147^{3/4}} \cdot 10^3 \cdot n = 106 \cdot n.$$

As bombas são geralmente acionadas por motores elétricos assíncronos trifásicos. No caso necessitamos de um com potência no eixo de 36,7 kW. Como sabemos  $n_{\text{máx.}} \cong 0,96 \cdot n_{\text{mín.}}$ .

Pela Eq. (10.7) temos:

$$h_{s\text{máx.}} = \frac{1}{g} \cdot (Y_B - \sigma_{\text{mín.}} \cdot Y)$$

Tomando  $Y_B = 933$  j/kg e utilizando a fórmula da Escher-Wyss:  
 $\sigma_{\text{mín.}} = 2,82 \cdot 10^{-4} \cdot n_{qA}^{4/3}$ .

Podemos organizar a Tab. 14.1 a qual nos permite escolher  $n = 19,2$  r.p.s. tendo em vista que ainda temos uma altura de sucção razoável para a montagem da máquina. Assim teremos uma bomba centrífuga lenta.

Tab. 14.1 Escolha do Tipo de Bomba

$n_{\text{mín.}}$	$n_{\text{ass.}}$	$n_{qA}$	$\sigma_{\text{mín.}}$	$15 \cdot \sigma_{\text{mín.}}$	$h_{s\text{máx.}}$
r.p.s.	r.p.s.	—	—	m	m
10	9,6	101,5	0,132	1,98	7,52
15	14,4	152,5	0,223	3,34	6,16
20	19,2	202,1	0,335	5,02	4,48
30	28,8	318,0	0,595	8,94	- 0,56
40	38,4	424,0	0,890	13,5	- 4,00

#### 14.4 Elementos de Orientação para o Rotor

Do Gráfico 18.5 retiramos para  $n_{qA} = 202,1$ ,  $\psi = 0,755$ ,  $\frac{D_4}{D_5} = 0,67$ .

Com êstes dados e a Fig. 14.1, podemos iniciar o cálculo:

$$u_5 = \sqrt{\frac{2 \cdot Y}{\psi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 147}{0,755}} = 19,8 \text{ m/s};$$

$$D_5 = \frac{u_5}{\pi \cdot n} = \frac{19,8}{\pi \cdot 19,2} = 0,330 \text{ m};$$

$$D_4 = 0,670 \cdot 0,330 = 220 \text{ mm};$$

$$u_4 = 0,67 \cdot 19,8 = 13,3 \text{ m/s}.$$

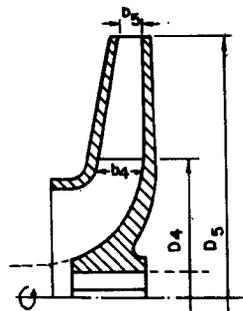


Fig. 14.1 Elementos do rotor.

Sabemos que:

$$Y_{pd} = \frac{Y}{\eta_h} = \frac{147}{0,85} = 173 \text{ j/kg.}$$

$Y_{pd}$  é a energia específica teórica para número finito de pás, espessura finita, porém fluido ideal. A energia específica teórica para fluido ideal, número infinito de pás, de espessura infinitesimal é

$$Y_{pd_\infty} = a \cdot Y_{pd},$$

sendo  $a$  um fator de correção. Segundo Pfeleiderer

$$a = 1 + \frac{\psi' (D_5/2)^2}{a \cdot S'} \quad \text{onde:}$$

$\psi'$  — fator empírico;

$S'$  — momento estático para o filête médio da pá na seção longitudinal, relativamente ao eixo de rotação;

$z$  — número de pás do rotor.

Para a pá radial vale:

$$\begin{aligned} S' &= \int_{r_4}^{r_5} r \cdot dr = \frac{1}{2} \cdot (r_5^2 - r_4^2) = \frac{1}{8} \cdot (D_5^2 - D_4^2) = \\ &= \frac{1}{8} \cdot (0,109 - 0,048) = 0,0076. \end{aligned}$$

Supondo  $\beta_5 = 30^\circ$ , como  $\psi' = \left(0,6 + \frac{\beta_5}{125}\right)$  até  $\left(0,7 + \frac{\beta_5}{100}\right)$  teremos:  $\psi' = 0,84$  até  $1,0$ .

Tomaremos  $\psi' = 0,90$ .

Segundo pesquisas de Pfeleiderer nos casos da inexistência de pás diretrizes, devemos aumentar este valor de 10 a 30%, isto nos leva a tomar  $\psi' = 1,10$ . Vamos adotar 8 pás, podendo assim, calcular  $a$ :

$$a = 1 + \frac{1,1 \cdot (0,165)^2}{8 \cdot 0,0076} = 1,50.$$

Teremos:

$$Y_{pd\infty} = 1,50 \cdot 173 = 260 \text{ j/kg. Como } Y_{pd\infty} = \frac{u_5 \cdot c_{u5}}{g},$$

$$c_{u5} = \frac{260}{19,8} = 13,1 \text{ m/s.}$$

Tomando:

$$D_0 \cong D_4 \text{ temos; } c_0 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_0^2} = \frac{4 \cdot 0,2}{\pi \cdot 0,22^2} = 5,25 \text{ m/s.}$$

Podemos fixar:

$$c_4 = c_{m4} = c_{m5} = \frac{5,25}{0,90} = 5,85 \text{ m/s.}$$

Foi assim adotado um fator de estrangulamento pela espessura finita das pás de 0,90 para a entrada e saída.

Pela continuidade podemos calcular a largura para entrada e saída do rotor

$$Q = \pi \cdot D_4 \cdot b_4 \cdot c_{m4} = \pi \cdot D_5 \cdot b_5 \cdot c_{m5}$$

logo,

$$b_4 = \frac{0,2}{\pi \cdot 0,22 \cdot 5,85} = 0,0505 \text{ m } b_5 = \frac{0,20}{\pi \cdot 0,33 \cdot 5,85} = 0,0330 \text{ m.}$$

Para primeira aproximação tomaremos:  $b_4 = 0,051 \text{ m}$  e  $b_5 = 0,033 \text{ m}$ . Na Fig. 14.2 desenhamos os triângulos de velocidade.

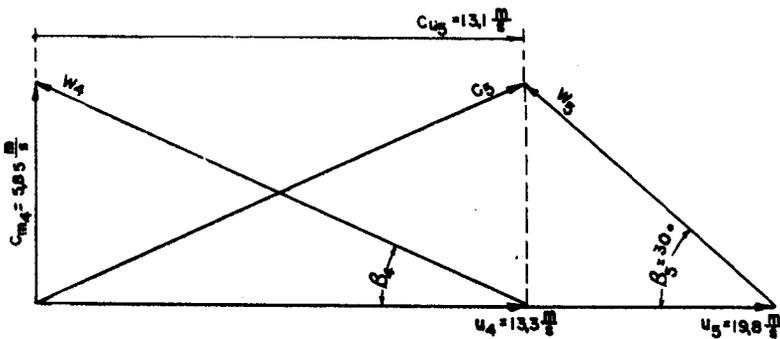


Fig. 14.2 Triângulos de velocidade básicos.

### 14.5 Verificação dos Elementos de Orientação

Como  $\beta_5 = 40^\circ$  e havíamos adotado  $\beta_5 = 30^\circ$  devemos fazer algumas alterações.

Iniciaremos baixando o valor de  $c_0$  para  $c_0 = 4$  m/s. Assim,

$$D_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot c_0}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,2}{\pi \cdot 4}} = 0,252 \text{ m.}$$

Admitindo  $f_s = 0,92$  temos  $c_{m4} = c_{m5} = 4,35$  m/s. As novas larguras podem ser calculadas desde que façamos  $D_{4m} = 0,220$  m

$$b_4 = \frac{Q}{\pi \cdot D_4 \cdot c_{m4} \cdot f_s} = \frac{0,2}{\pi \cdot 0,220 \cdot 4,35 \cdot 0,92} = 0,0724;$$

$$b_5 = \frac{Q}{\pi \cdot D_5 \cdot c_{m5} \cdot f_s} = \frac{0,2}{\pi \cdot 0,33 \cdot 4,35 \cdot 0,92} = 0,0473 \text{ m.}$$

Tomaremos

$$b_4 = 73 \text{ mm} \quad \text{e} \quad b_5 = 48 \text{ mm.}$$

Como

$$Y_{pd} = u_6 \cdot c_{u6} \quad \text{temos} \quad c_{u6} = \frac{Y_{pd}}{u_6} = \frac{173}{19,8} = 8,74 \text{ m/s.}$$

Podemos traçar os triângulos de velocidade para o filête médio Fig. 14.3, dos quais retiramos

$$\beta_5 = 32^\circ; \quad \beta_{4m} = 18^\circ; \quad \beta_6 = 21,4^\circ.$$

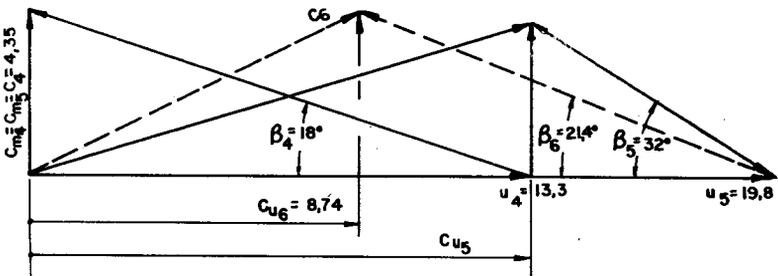


Fig. 14.3 Triângulos de velocidade para o filête médio.

### 14.6 Traçado do Rotor

Iniciamos fazendo um esbôço, Fig. 14.4. Fixamos provisoriamente a aresta de entrada através da linha tracejada. Como aqui

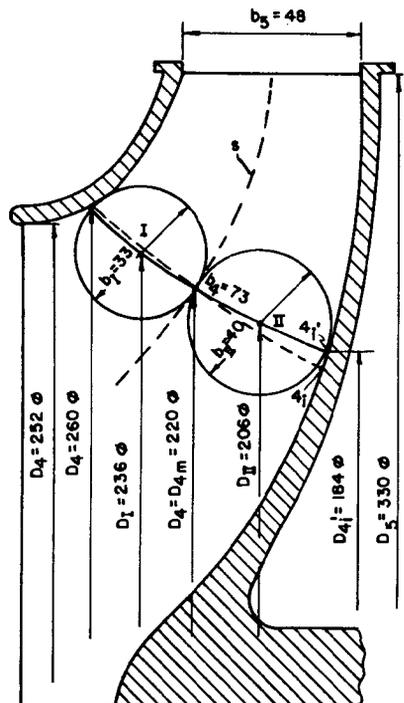


Fig. 14.4 Esbôço de um corte longitudinal do rotor.

a variação de  $c_m$  é pequena, podemos corrigir esta linha procurando fixar dois pontos I e II onde  $c_{m_i} > c_{m_{ii}}$ , com a condição de em cada turbina parcial passar  $Q/2$ . Depois da tentativa fixamos a aresta de entrada  $4_i, 4_e$  a qual verifica as condições impostas

$$c_{m_i} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot D_I \cdot b_I \cdot 0,92} = \frac{0,2}{2 \cdot \pi \cdot 0,236 \cdot 0,033 \cdot 0,92} = 4,45 \text{ m/s};$$

$$c_{m_{ii}} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot D_{II} \cdot b_{II} \cdot 0,92} = \frac{0,2}{2 \cdot \pi \cdot 0,206 \cdot 0,04 \cdot 0,92} = 4,18 \text{ m/s}.$$

Podemos agora calcular:

$$u_{4e} = \pi \cdot D_{4e} \cdot n = \pi \cdot 0,26 \cdot 19,2 = 15,7 \text{ m/s};$$

$$u_{4i} = \pi \cdot D_{4i} \cdot n = \pi \cdot 0,184 \cdot 19,2 = 11,0 \text{ m/s}.$$

Tab. 14.2 Elementos para o Traçado das Pás do Rotor por Pontos

CURVA EXTERNA						
I	II	III	IV	V	VI	VII
0,130	74	15	28,7	0,0	0,0	0,0
0,140	66	19	20,7	0,246 0	0,246 0	14,1
0,150	52	24	14,9	0,178 5	0,424 5	24,3
0,160	50	29	11,3	0,131 0	0,555 5	31,8
0,165	48	32	9,7	0,052 5	0,608 0	34,9
CURVA MÉDIA						
0,110	74	18	28,0	0,0	0,0	0,0
0,120	68	20	23,0	0,255	0,255	14,6
0,130	59	22	19,1	0,210	0,465	26,6
0,140	53	25	15,4	0,172	0,637	36,5
0,150	50	28	12,5	0,140	0,777	44,5
0,160	49	31	10,4	0,115	0,893	51,2
0,165	48	32	9,7	0,050	0,943	53,8
CURVA INTERNA						
0,092	74	22	26,9	0,0	0,0	0,0
0,102	69	23	25,3	0,261	0,261	14,4
0,112	65	24	20,1	0,228	0,489	28,0
0,122	61	25	17,6	0,139	0,628	36,0
0,132	58	26	15,2	0,164	0,792	45,4
0,142	55	27,5	13,5	0,144	0,936	53,6
0,152	52	29	11,9	0,127	1,063	61,0
0,162	49	31,5	10,1	0,110	1,173	67,2
0,165	48	32	9,7	0,030	1,203	69,0

Poderíamos, como fizemos para a turbina Francis determinar a lei de distribuição de  $c_m$ . Porém, como neste caso a variação é muito pequena e tendo em vista os efeitos do atrito e outros, consideraremos  $c_m$  constante em toda a aresta de entrada, logo teremos:

$$\operatorname{tg} \beta_{4e} = \frac{c_m}{u_{4e}} = \frac{4,35}{15,7} \quad \text{ou} \quad \beta_{4e} = 15,5^\circ.$$

Tomaremos  $\beta_{4e} = 15^\circ$

$$\operatorname{tg} \beta_{4i} = \frac{c_m}{u_{4i}} = \frac{4,35}{11,0} \quad \text{ou} \quad \beta_{4i} = 21,6^\circ.$$

Tomaremos

$$\beta_{4i} = 22^\circ.$$

Em seguida, aplicamos o traçado analítico para três linhas, uma externa, uma média e outra interna. A teoria deste foi mostrada no cálculo das pás diretrizes da turbina Francis, sendo a seqüência para o preenchimento da Tab. 14.2

- I — Divisão dos raios em certo número,  $r$  (m).
- II — Larguras correspondentes aos raios,  $b$  (m).
- III — Divisão dos ângulos de entrada e saída segundo uma reta.
- IV — Para integração, tabular valores de  $B = \frac{1}{r \cdot \operatorname{tg} \beta}$  ( $m^{-1}$ ).
- V — Valores de  $\frac{\Delta r}{2} \cdot (B_n + B_{n+1}) = \Delta f$ .

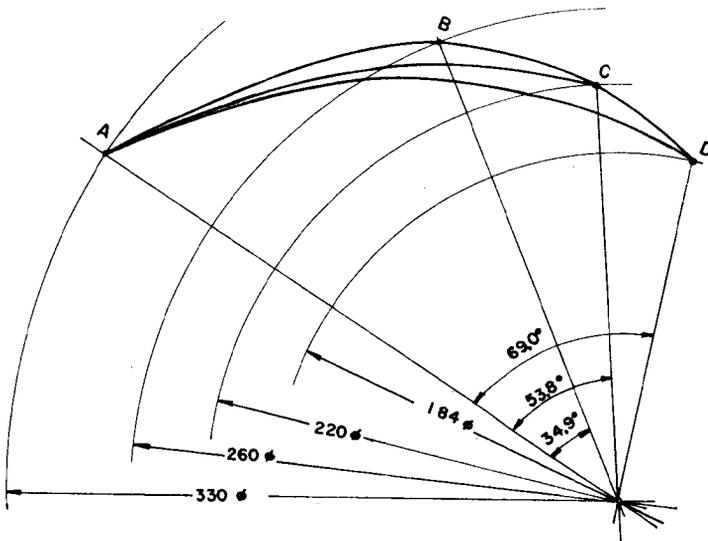


Fig. 14.5 Corte transversal do rotor com traçado das pás.

VI — Valores do somatório de  $\Delta f$ .

VII — Ângulo central abrangido  $\theta = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \Sigma \Delta f$ .

Com estes elementos traçamos a Fig. 14.5, que nos fornece a projeção horizontal do rotor.

### 14.7 Cálculo da Espiral

Sendo  $D_i = 330$  mm, adotaremos para diâmetro interno da espiral  $2 \cdot r_i = 360$  mm. A seção da espiral será circular, obedecendo

Tab. 14.3 Elementos para o Traçado da Espiral

$\theta'$	$R$
graus	mm
45	34,3
90	50,0
135	63,1
180	74,4
225	84,5
270	93,9
315	103,0
360	111,7

a lei dos vórtices potenciais e corrente radial. Logo, poderemos aplicar a Eq. (2.21)

$$R = \frac{\theta'}{A} + \sqrt{2 \cdot r_i \cdot \frac{\theta'}{A}} \quad \text{com} \quad A = \frac{720 \cdot \pi \cdot Y_B}{Q \cdot \omega}$$

Fazendo as substituições, encontraremos:

$$A = \frac{720 \cdot \pi \cdot 173}{0,2 \cdot 19,2 \cdot 2} = 16.210, \text{ o que nos permite organizar a Tab. 14.3.}$$

Na saída da espiral devemos colocar um difusor para tanto supondo uma distribuição uniforme de velocidade no seu final, podendo a velocidade média ali ser calculada pela continuidade e pelo ângulo do difusor.

O comprimento do difusor sendo de 200 mm e o ângulo total de 12°, seu diâmetro na saída será:

$$D_s = 2 \cdot (R_{360} + 200 \cdot \operatorname{tg} 6^\circ) = 265,4 \text{ mm.}$$

## 14.8 Cálculos Suplementares

Podemos calcular o eixo através da equação

$$D_e = 120 \cdot \sqrt{\frac{P}{n}} = 120 \cdot \sqrt{\frac{36,7 \cdot 1,36}{19,2 \cdot 60}} = 55 \text{ mm.}$$

Tomando para sistema equivalente o da Fig. 14.6, podemos verificar a velocidade crítica

$$\begin{aligned} \omega_{\text{crft.}} &= \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \text{com } c = \\ &= \frac{3 \cdot E \cdot I}{L^3} = \\ &= \frac{3 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 45 \cdot 981}{35^3} = \\ &= 6,43 \cdot 10^6 \text{ kg/s}^2. \end{aligned}$$

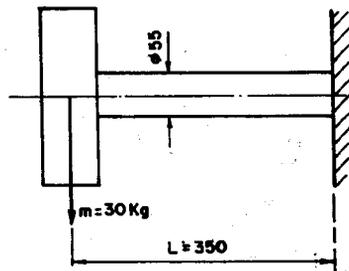


Fig. 14.6 Sistema equivalente.

$$\omega_{\text{crft.}} = \sqrt{\frac{6,43 \cdot 10^6}{30}} = 463 \text{ s}^{-1};$$

$$n_{\text{crft.}} = 73,5 \text{ r.p.s.}$$

Concluimos que o eixo da bomba é subcrítico.

Com os elementos calculados podemos fazer primeiro um estudo do projeto da bomba, Fig. 14.7.

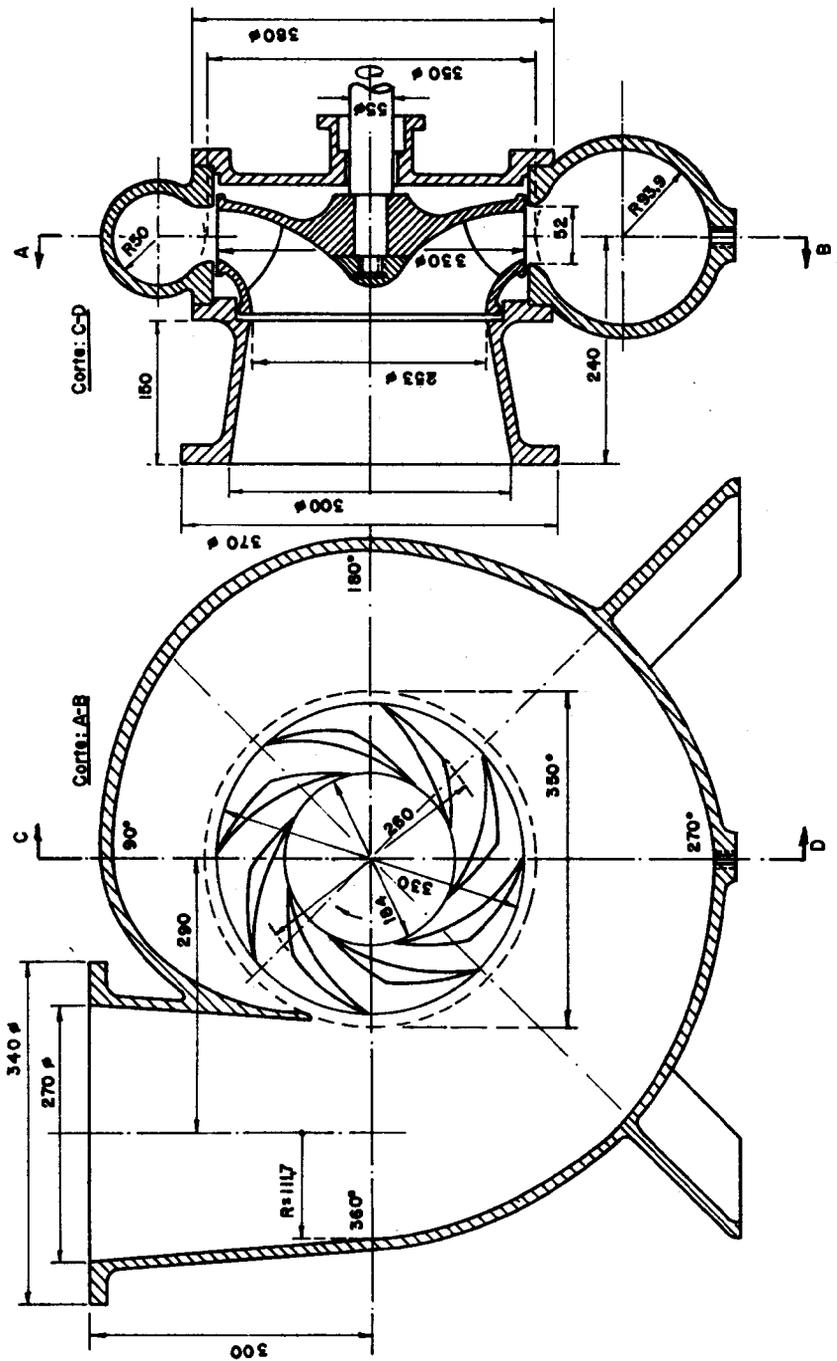


Fig. 14.7 Cortes longitudinal e transversal na bomba calculada.

# Cálculo de uma Bomba Axial

## Capítulo 15

### 15.1 Dados

Calcular uma bomba axial para forçar a água através dos tubos do refrigerador do mancal de uma turbina para instalação de potência. A bomba deve trabalhar com as seguintes características:

$$Q = 4,0 \text{ m}^3/\text{s}, \quad Y = 85 \text{ j/kg}, \quad n = 9,82 \text{ r.p.s.}, \quad p_B = 95.000 \text{ N/m}^2$$

### 15.2 Potências

Adotando  $\eta_h = 0,85$ ,  $\eta_t = 0,80$ , temos:

$$P_h = \rho \cdot Q \cdot Y = 10^3 \cdot 4,0 \cdot 8,5 = 340 \cdot 10^3 \text{ W} = 340 \text{ kW};$$

$$P_{\text{ef.}} = \frac{P_h}{\eta_t} = \frac{340}{0,80} = 425 \text{ kW}.$$

Como foi fixada a rotação já possuímos as características da máquina acionadora, motor elétrico de corrente alternada.

### 15.3 Elementos de Orientação

$$n_{2A} = 10^3 \cdot n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{1/4}} = \frac{10^3 \cdot 9,82 \cdot 2}{28} = 700.$$

Adotando medidas especiais para evitar a cavitação vamos tomar da

Fig. 19.7,  $\sigma_{mfn.} = 1,3$ . Com isto teremos:

$$h_{s_{máx.}} = \frac{1}{g} \cdot \left( \frac{p_B}{\rho} - \sigma_{mfn.} \cdot Y \right) = \frac{1}{9,81} \cdot (95 - 1,3 \cdot 85),$$

$$h_{s_{máx.}} = - 1,40 \text{ m.}$$

A bomba deverá trabalhar afogada.

Do Gráfico 18.6 retiramos:

$$\psi^{1/2} \cong 0,425, \quad \frac{D_i}{D_e} = 0,48; \quad u_e = \frac{\sqrt{2 \cdot Y}}{\psi^{1/2}} = 30,65 \text{ m/s};$$

$$D_e = \frac{u_e}{\pi \cdot n} = \frac{30,65}{\pi \cdot 9,82} = 0,99 \text{ m}; \quad D_i = 0,475 \text{ m.}$$

#### 15.4 Verificação dos Elementos de Orientação

Para têmos dimensões menores vamos tomar:

$$D_e = 950 \text{ mm}, \quad D_i = 450 \text{ mm.}$$

Logo temos  $\frac{D_i}{D_e} = 0,474,$

$$u_e = \pi \cdot D_e \cdot n = \pi \cdot 0,95 \cdot 9,82 = 29,3 \text{ m/s.}$$

Adotando  $f_c = 0,9$  e  $Q_f = 0,05 \cdot Q$

$$c_m = \frac{4 \cdot Q'}{f_c \cdot \pi \cdot (D_e^2 - D_i^2)} = \frac{4 \cdot 4,2}{0,9 \cdot \pi \cdot (0,9025 - 0,2025)} = 8,5 \text{ m/s.}$$

Tanto para turbinas como para bombas axiais existe uma relação  $\left( \frac{D_i}{D_e} \right)_{mfn.}$ , correspondente a um  $\beta_{i_{máx.}} = 50^\circ$ . Esta relação praticamente está compreendida entre 0,4 e 0,6. Vamos determinar qual a função que liga  $\left( \frac{D_i}{D_e} \right)_{mfn.}$  com  $n_{q_A}$ .

Sabemos que:  $Q' = Q + Q_f$  e

$$Q' = \frac{\pi}{4} \cdot D_i^2 \left( \frac{D_e^2}{D_i^2} - 1 \right) \cdot c_m. \quad (15.1)$$

Como:  $Y_{pd} = \frac{Y}{\eta_h} = u_i \cdot c_{u_i}$  temos para  $\beta_{i_{máx.}} = 50^\circ$  e  $\frac{c_m}{u_i} \cong 0,5$ .

$$D_i^2 = \frac{Y}{0,58 \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot \eta_h} \quad (15.2)$$

Reunindo as Eqs. (15.1) e (15.2) teremos:

$$\left(\frac{D_i}{D_e}\right)_{mín.} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{7,3 \cdot Q' \cdot n^2 \cdot \eta_h}{Y \cdot c_m}}} \quad (15.3)$$

Com os elementos fixados teremos:

$$\left(\frac{D_i}{D_e}\right)_{mín.} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{7,3 \cdot 4,2 \cdot 9,82^2 \cdot 0,85}{85 \cdot 8,5}}} = \frac{1}{2,12} = 0,472.$$

Como havíamos fixado:

$\left(\frac{D_i}{D_e}\right) = 0,474$ , consideramos os elementos de orientação satisfatórios.

## 15.5 Cálculo do Rotor

Vamos aplicar a teoria da asa de sustentação para o preenchimento da Tab. 15.1.

- I — Faremos o cálculo para 5 estações.
- II — Diâmetros correspondentes as estações.
- III — Velocidades tangenciais.

$$u = \pi \cdot D \cdot n = \pi \cdot 9,82 \cdot D = 30,85 \cdot D.$$

$$\text{IV — Calculamos } \Delta c_u = \frac{Y}{\eta_h \cdot u} = \frac{85}{0,85 \cdot u} = \frac{100}{u}.$$

V — Desenhemos os triângulos de velocidade, Fig. 15.1, retirando  $\beta_\infty$ .

VI — Da Fig. 15.1 retiramos  $w_\infty$ .

Tab. 15.1 Cálculo do Rotor da Bomba Axial

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Est.	$D$	$u$	$\Delta c_x$	$\beta_\infty$	$w_\infty$	$C_s \cdot L$	$t$
—	m	m/s	m/s	graus	m/s	m	m
$i$	0,450	13,90	7,20	39,6	13,3	0,383	0,354
$a$	0,575	17,75	5,63	29,7	17,2	0,296	0,452
$b$	0,700	21,60	4,62	23,8	21,1	0,241	0,550
$c$	0,825	25,45	3,93	19,9	25,0	0,204	0,648
$e$	0,950	29,30	3,41	17,2	28,7	0,177	0,746
IX	X	XI	XII	XIII	XIV		
$L/t$	$L$	$C_s$	$y_{máx.}$	$\frac{y_{máx.}}{L}$	Perfil		
—	m	—	m	—	GÖ		
0,99	0,350	1,095	0,060	0,171 5	624		
0,93	0,420	0,705	0,055	0,131	623		
0,89	0,490	0,493	0,050	0,102	623		
0,865	0,560	0,364	0,045	0,080 5	622		
0,845	0,630	0,281	0,040	0,063 5	622		
XV	XVI	XVII	XVIII	XIX			
$4,0 \cdot \frac{y_{máx.}}{L}$	$0,092 \cdot \vartheta$	$\vartheta$	$\beta$	$\alpha_\infty$			
—	—	graus	graus	graus			
0,686	0,409	4,45	44,1	67,0			
0,524	0,181	1,97	31,7	71,6			
0,409	0,084	0,92	24,7	74,8			
0,329	0,035	0,38	20,3	76,9			
0,259	0,022	0,24	17,5	78,6			

$$\text{VII} - \text{Calculamos } C_s \cdot L = \frac{2 \cdot Y_{pd}}{z \cdot n \cdot w_\infty}$$

Adotando  $z = 4$  pás temos:

$$C_s \cdot L = \frac{2 \cdot 100}{4 \cdot 9,82 \cdot w_\infty} = \frac{5,09}{w_\infty}$$

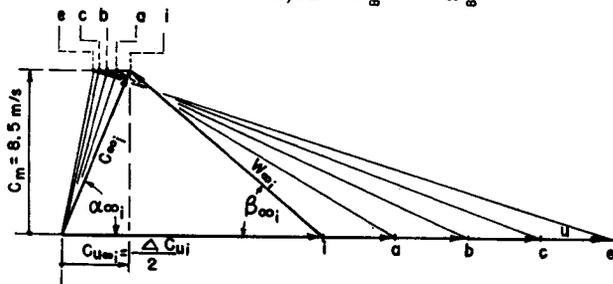


Fig. 15.1 Triângulos de velocidade.

$$\text{VIII} - \text{Calculamos } t = \frac{\pi D}{z} = \frac{\pi \cdot D}{4} = 0,785 \cdot D.$$

IX — Adotamos  $L/t$ .

X — Calculamos  $L$ .

XI — Calculamos  $C_s$ .

XII — Fixamos  $y_{m\acute{a}x}$  por resist\^encia dos materiais.

$$\text{XIII} - \text{Calculamos } \frac{y_{m\acute{a}x}}{L}.$$

XIV — Como j\^a mencionamos devemos escolher um perfil delgado na esta\^cao externa para que seja evitado a cavita\^cao. Por \^este motivo optamos pelo G\^O-622. Junto ao cubo aplicamos um perfil mais grosso o G\^O-624. Nas demais esta\^coes aplicamos perfis intermedi\^arios.

$$\text{XV} - \text{Calculamos: } 4,0 \cdot \frac{y_{m\acute{a}x}}{L}.$$

$$\text{XVI} - \text{Calculamos: } 0,092 \cdot \partial.$$

XVII — Calculamos pela rela\^cao,  $C_s = 4,0 \cdot \frac{y_{m\acute{a}x}}{L} + 0,092 \cdot \partial$ , os \^angulos de ataque.

$$\text{XVIII} - \text{Calculamos } \beta = \beta_\infty + \partial.$$

XIX — Retiramos dos tri\^angulos de velocidade  $\alpha_\infty$ .

## 15.6 Projeto do Rotor

Com os elementos da Tab. 15.1 podemos traçar a Fig. 15.2.

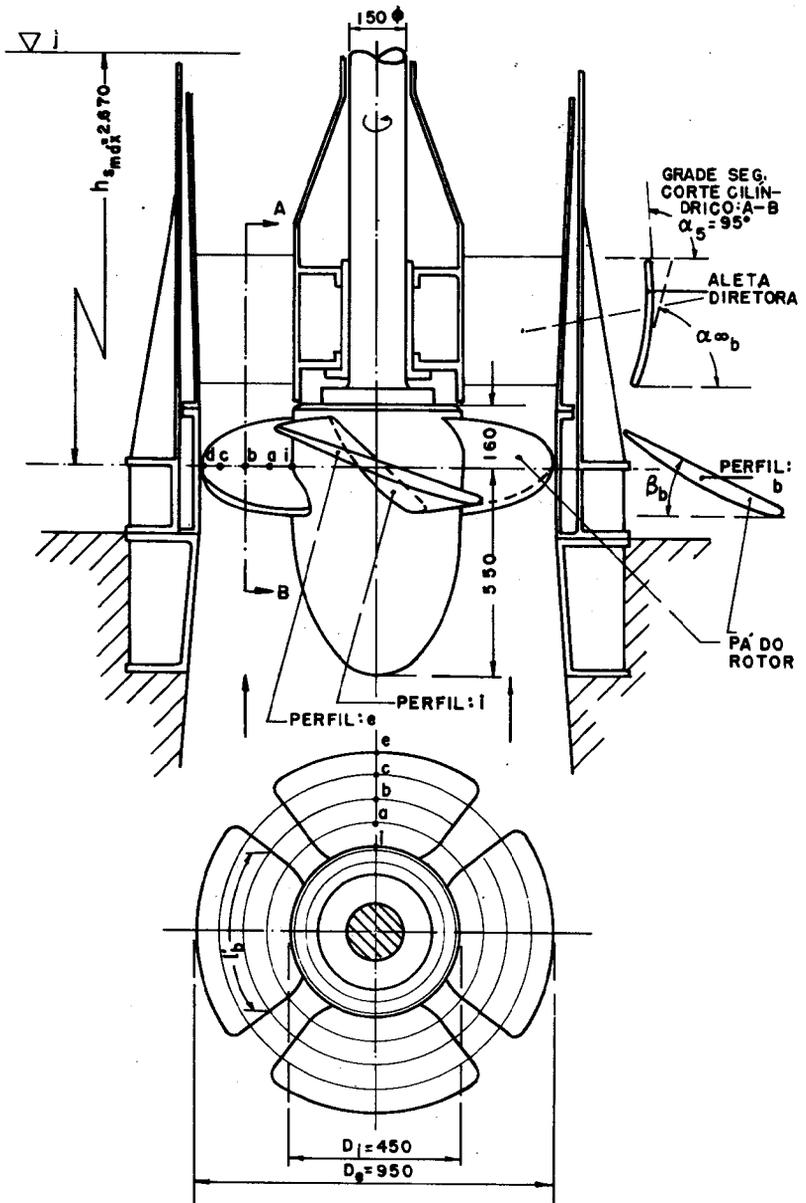


Fig. 15.2 Projeto da bomba axial.

# Cálculo de um Ventilador Centrífugo

## Capítulo 16

### 16.1 Dados

Calcular um ventilador para fornecer a 20°C e 1,0 bar uma vazão de 1,21 m<sup>3</sup>/s consumindo um trabalho específico de 8.800 j/kg.

### 16.2 Potências

Com os dados podemos calcular a potência hidráulica

$$P_h = Q \cdot \rho \cdot Y \cdot 10^{-3} = 1,21 \cdot 1,18 \cdot 8,800 = 12,55 \text{ kW.}$$

Adotando:  $\eta_t = 0,78$  e  $\eta_m = 0,92$  logo  $\eta_h = 0,85$ , temos:

$$P_1 = \frac{P_h}{\eta_t} = \frac{12,55}{0,78} = 16,1 \text{ kW.}$$

### 16.3 Escolha do Tipo de Ventilador

Escolhemos o tipo de ventilador através da rotação específica

$$n_{q,A} = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} \cdot 10^3 = n \cdot \frac{1,21^{1/2} \cdot 10^3}{8.000^{3/4}} = 1,2 \cdot n \quad \text{esse valor é para } 8800$$

Tomando  $n_{ass.} = 0,96 n_{sin.}$  podemos organizar a Tab. 16.1. Vamos tentar inicialmente com a rotação máxima  $n_{ass.} = 57,6$  r.p.s., logo,  $n_{q,A} = 69,1$ , ventilador centrífugo, com motor acionador de 17 kW, acoplamento direto.

Tab. 16.1 Escolha do Tipo de Ventilador

$n$	$n_{\text{aes.}}$	$n_{qA}$
r.p.s.	r.p.s.	—
60	57,6	69,1
30	28,8	34,6
20	19,2	23,1

#### 16.4 Elementos de Orientação para o Rotor

Do Gráfico 18.5 retiramos para  $n_{qA} = 69,1$ :

$$\psi = 1,09; \quad \frac{D_4}{D_5} = 0,31.$$

Podemos calcular:

$$u_5 = \sqrt{\frac{2 \cdot Y}{\psi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8.800}{1,09}} = 127 \text{ m/s};$$

$$D_5 = \frac{u_5}{\pi \cdot n} = \frac{127}{\pi \cdot 57,6} = 0,700 \text{ m};$$

$$D_4 = 0,31 \cdot 0,7 = 0,217 \text{ m};$$

$$u_4 = 0,31 \cdot 127 = 39,4 \text{ m/s}.$$

Como:

$$Y_{pd} = \frac{Y}{\eta_h} = \frac{8.800}{0,85} = 10.350 \text{ j/kg}.$$

Tendo em vista que

$$a = 1 + \frac{\psi' \cdot (D_5/2)^2}{z \cdot S'} \quad \text{e} \quad Y_{pd_{\infty}} = a \cdot Y_{pd}.$$

Arbitrando  $\beta_5 = 50^\circ$ , e seguindo a mesma orientação do cálculo da bomba centrífuga temos

$$\psi' = (1,0 \text{ a } 1,2) \cdot 1,1, \text{ tomaremos: } \psi' = 1,21,$$

$$S' = \frac{1}{8} \cdot (D_5^2 - D_4^2) = \frac{1}{8} \cdot (0,490 - 0,047) = 0,055 \text{ 3}.$$

Adotando:  $z = 10$  pás temos:

$$a = 1 + \frac{1,21 \cdot 0,35^2}{10 \cdot 0,055^3} = 1,268;$$

$$Y_{pd\infty} = 1,268 \cdot 10.350 = 13.100 \text{ j/kg.}$$

Podemos calcular  $c_{u_5}$ :

$$c_{u_5} = \frac{Y_{pd\infty}}{u_5} = \frac{13.100}{127} = 103,0 \text{ m/s.}$$

Fazendo  $D_0 \cong D_{4m}$  temos

$$c_0 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_0^2} = \frac{4 \cdot 1,21}{\pi \cdot 0,217^2} = 32,7 \text{ m/s.}$$

Com um estrangulamento de 0,95

$$c_{m_4} = \frac{32,7}{0,95} = 34,4 \text{ m/s.}$$

Com estes elementos desenhamos os triângulos de velocidade básicos, Fig. 16.1.

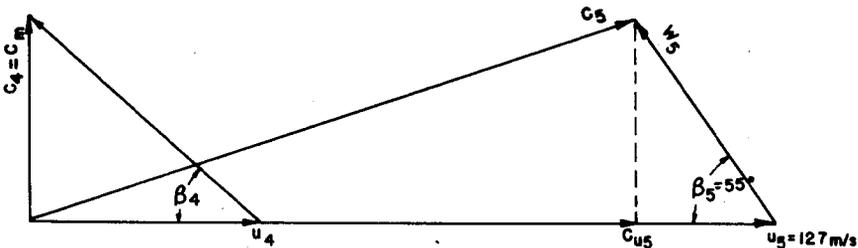


Fig. 16.1 Triângulos de velocidade básicos.

### 16.5 Verificação dos Elementos de Orientação

Pelos triângulos temos  $\beta_5 = 55$ , como havíamos adotado  $\beta_5 = 50^\circ$  vamos fazer algumas correções. Tomaremos  $c_{m_4} = 28,7 \text{ m/s}$ , logo,

$$c_0 = 27,2 \text{ m/s e } D_0 = D_{4m} = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot c_0}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,21}{\pi \cdot 27,2}} = 0,238 \text{ m}$$

$$u_{4m} = \pi \cdot D_{4m} \cdot n = \pi \cdot 0,238 \cdot 57,6 = 42,3 \text{ m/s.}$$

As larguras para a entrada e saída serão:

$$b_4 = \frac{Q}{\pi \cdot D_4 \cdot c_{m4} \cdot f_e} = \frac{1,21}{\pi \cdot 0,238 \cdot 28,7 \cdot 0,95} = 0,0593 \text{ m};$$

$$b_5 = \frac{Q}{\pi \cdot D_5 \cdot c_{m5} \cdot f_e} = \frac{1,21}{\pi \cdot 0,7 \cdot 28,7 \cdot 0,95} = 0,0202 \text{ m}.$$

Tomaremos respectivamente

$$b_4 = 60 \text{ mm}, \quad b_5 = 21 \text{ mm}, \quad \text{como } c_{u6} = \frac{Y_{pi}}{u_5} = \frac{10.350}{127} = 81,5 \text{ m/s}$$

podemos traçar os triângulos de velocidade Fig. 16.2, do qual retiramos

$$\beta_5 = 50^\circ; \quad \beta_4 = 34,1^\circ; \quad \beta_6 = 32,3^\circ.$$

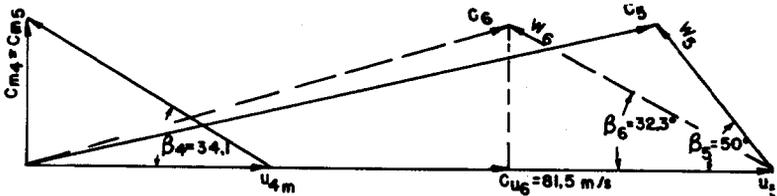


Fig. 16.2 Triângulos de velocidade.

## 16.6 Traçado do Rotor

Devido ao ventilador ser centrífugo de alta pressão, considera-

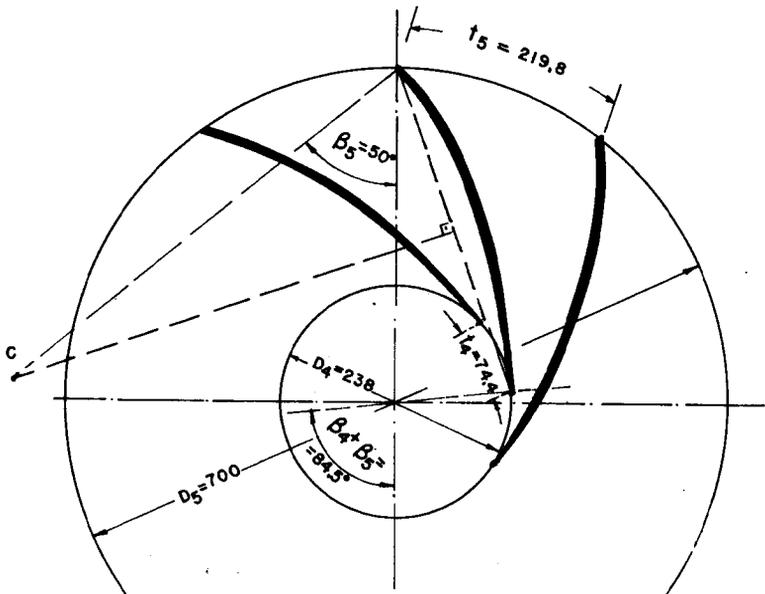


Fig. 16.3 Traçado do rotor.

remos  $c_m$  constante em toda a aresta de entrada, projetando as pas com curvatura simples em arco de círculo, Fig. 16.3

$$R = R_6 \cdot e^{\frac{c_m}{c_{u6}} \cdot \frac{b_5}{b_6} \cdot \theta}$$

Na Fig. 16.4 mostramos esquematicamente os elementos da equação.

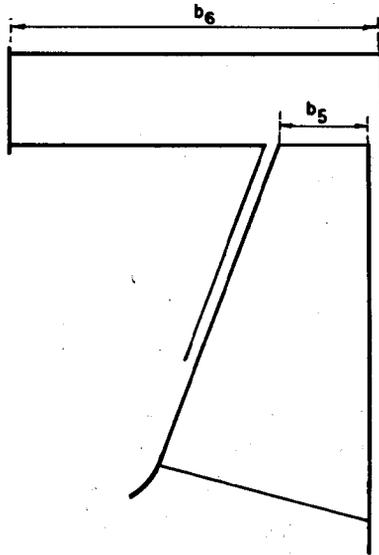


Fig. 16.4 Elementos da espiral.

Fixando  $b_6 = 100$  mm e  $R_6 = 355$  mm;

$$R = 355 \cdot e^{\frac{28,7}{81,5} \cdot \frac{21}{100} \cdot \theta} = 355 \cdot e^{0,074 \cdot \theta}$$

Fazendo  $\theta = \frac{2 \cdot \pi \cdot i}{N}$  com  $N = 8$  pontos vem:

$$R = 355 \cdot e^{0,0581 \cdot i}$$

### 16.7 Projeto do Ventilador

O diâmetro do eixo ao qual vai ser ligado através de acoplamento elástico pode ser calculado pela equação:

$$D_e = 120 \cdot \sqrt[4]{\frac{P}{n}} = 120 \cdot \sqrt[4]{\frac{16,1 \cdot 1,36}{57,6 \cdot 60}} = 35 \text{ mm.}$$

Tab. 16.2 Elementos para o Traçado da Espiral

PTS	$\theta$	$\frac{R}{355}$	$R$
—	graus	—	mm
0	0	1	355
1	45	1,060	376
2	90	1,126	400
3	135	1,190	423
4	180	1,262	448
5	225	1,337	475
6	270	1,416	503
7	315	1,501	534
8	360	1,590	555

De posse destes elementos fazemos primeiro projeto, Fig. 16.5 o qual servirá para base do cálculo de resistência dos materiais.

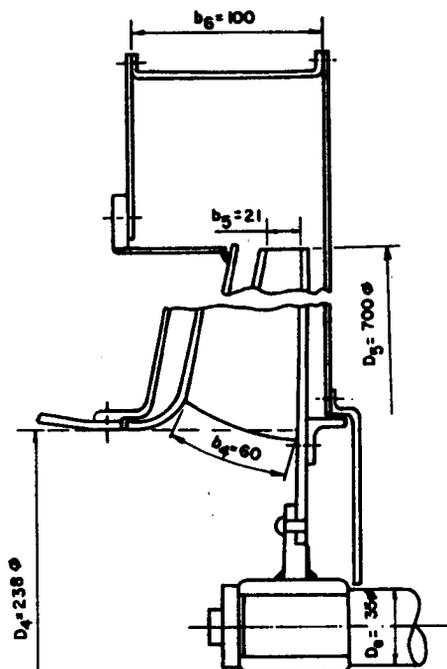


Fig. 16.5 Projeto do ventilador calculado.

# Cálculo de um Ventilador Axial

---

## Capítulo 17

### 17.1 Dados

Calcular um ventilador axial com pás do rotor móvel para vazão em torno de  $1,0 \text{ m}^3/\text{s}$  e trabalho específico entre  $280 \text{ j/kg}$  e  $390 \text{ j/kg}$ .

### 17.2 Potências

Vamos fixar como características nominais:  $Q = 1,1 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $Y = 360 \text{ j/kg}$ ;  $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ ;  $\eta_t = 0,7$ ;  $\eta_m = 0,75$ ;  $\eta_h = 0,93$ . Com estes elementos temos,

$$P_2 = Q \cdot \rho \cdot Y = 1,1 \cdot 1,2 \cdot 360 = 475 \text{ W} = 0,475 \text{ kW};$$

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta_t} = \frac{0,475}{0,7} = 0,68 \text{ kW}.$$

### 17.3 Escolha do Tipo de Ventilador

A rotação específica é dada por:

$$n_{q_A} = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} \cdot 10^3 = n \cdot \frac{1,1^{1/2}}{360^{3/4}} \cdot 10^3 = 12,65 \cdot n.$$

Para o caso de 50 ciclos por catálogo vemos que a máxima rotação dos motores assíncronos é de  $47,7 \text{ r.p.s.}$  Com acoplamento direto teremos:

$$n_{q_A} = 12,65 \cdot 47,7 = 602.$$

### 17.4 Elementos de Orientação para o Rotor

Com auxílio do Gráfico 18.6 e de  $u_{u,1} = 602$  fixamos

$$\psi = 0,25, \quad \frac{D_i}{D_e} = 0,5.$$

Dêste modo temos:

$$u_e = \sqrt{\frac{2 \cdot Y}{\psi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 360}{0,25}} = 53,7 \text{ m/s};$$

$$D_e = \frac{u_e}{\pi \cdot n} = \frac{53,7}{\pi \cdot 47,7} = 0,358 \text{ m}, \quad \text{adotaremos:}$$

$$D_e = 0,36 \text{ m}, \quad D_i = 0,18 \text{ m}.$$

Como  $Q = \frac{\pi}{4} \cdot (D_e^2 - D_i^2) \cdot c_m \cdot f_e$ , arbitrando  $f_e = 0,9$  resulta:

$$c_m = 16,0 \text{ m/s}.$$

### 17.5 Cálculo do Rotor

Utilizando a teoria da asa de sustentação e os elementos de orientação podemos preencher a Tab. 17.1 do seguinte modo:

I — Estabelecemos quatro estações e calculamos os diâmetros.

II — Calculamos:  $u = \pi \cdot D \cdot n = \pi \cdot 47,7 \cdot D = 149 \cdot D$ .

III — Calculamos:  $\Delta c_u = \frac{Y}{\eta_u \cdot u} = \frac{491}{u} \text{ m/s}$ .

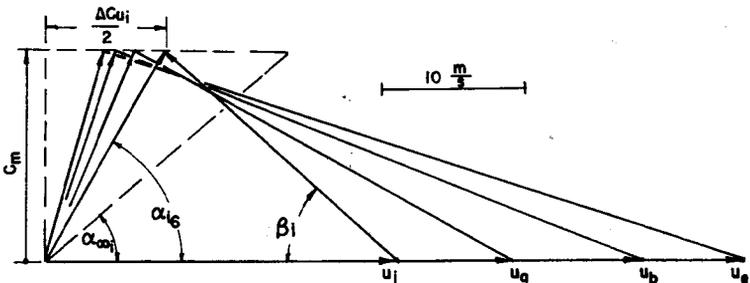


Fig. 17.1 Triângulos de velocidade.

Tab. 17.1 Elementos para o Projeto do Rotor

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
<i>D</i>	<i>u</i>	$\Delta c_u$	$\beta_\infty$	$w_\infty$	$C_s \cdot L$	<i>l</i>	$\frac{L}{l}$	<i>L</i>	<i>C<sub>s</sub></i>	$y_{m\acute{a}x.}$	$\frac{y_{m\acute{a}x.}}{L}$
m	m/s	m/s	graus	m/s	m	m	—	m	—	mm	—
0,18	26,8	18,3	42,3	23,8	0,108·5	0,070·6	1,30	0,092·0	1,18	9,0	0,098·0
0,24	35,8	13,7	29,0	33,1	0,078·0	0,094·4	0,85	0,080·0	0,975	8,0	0,100
0,30	44,6	11,0	22,3	42,2	0,061·2	0,118·0	0,60	0,071·0	0,860	7,0	0,098·5
0,36	53,6	9,15	18,1	51,5	0,050·2	0,141·5	0,43	0,061·4	0,818	6,0	0,097·7

XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV
<i>e</i>	$\frac{4,4 \cdot y_{m\acute{a}x.}}{L}$	$b \cdot \delta$	$\delta$	$\beta$	$\alpha_6''$	$y_{m\acute{a}x.}$	$\frac{y_{m\acute{a}x.}}{L}$	<i>c'</i>	$\frac{4,4 \cdot y_{m\acute{a}x.}}{L}$	$b \cdot \delta'$	$\delta'$	$\beta'$
—	—	—	grau	grau	grau	mm	—	—	—	grau	grau	grau
1,02	0,431	0,749	8,0	50,3	41,0	60	8,0	0,087·0	0,960	0,383	7,97	50,0
1,04	0,440	0,535	6,0	35,0	49,5	67	7,0	0,087·5	0,966	0,385	5,90	34,9
1,025	0,433	0,427	4,5	26,8	55,5	71	6,0	0,084·5	0,934	0,372	4,88	27,2
1,020	0,430	0,388	4,0	22,1	60,3	74	5,0	0,081·5	0,900	0,359	4,59	22,7

IV — Desenhemos os triângulos de velocidade, Fig. 17.1 retirando os valores de  $w_\infty$ .

V — Ainda na Fig. 17.1 retiramos os ângulos  $\beta_\infty$ .

VI — Calculamos:  $C_s \cdot L = \frac{4 \cdot \pi \cdot Y}{z \cdot \eta_h \cdot \omega \cdot w_\infty} =$   
 $= \frac{4 \cdot \pi \cdot 36,7 \cdot 9,81}{8 \cdot 0,75 \cdot 299 \cdot w_\infty} = \frac{2,58}{w_\infty}$ , foi escolhido  $z = 8$  pás para o rotor.

VII — Calculamos os respectivos passos:  $t = \frac{\pi}{8} \cdot D$ .

VIII — Arbitramos a relação,  $\frac{L}{t}$ .

IX — Calculamos  $L$ .

X — Calculamos os coeficientes de sustentação.

XI — Por resistência dos materiais calculamos os  $y_{m\acute{a}x.}$

XII — Calculamos esta relação, uma vez que dispomos dos dois valores;

XIII — Escolhemos inicialmente o perfil GO-490 que possui uma espessura máxima de 0,096 0, logo teremos para coeficiente de engrossamento ou afinamento  $e = \frac{y_{m\acute{a}x.} L}{0,096}$

XIV — Para o perfil GÖ-490 vale  $C_s = \frac{4,4 \cdot y_{m\acute{a}x.}}{L} + 0,092 \cdot \partial$  assim calculamos a primeira parcela.

XV — Calculamos a segunda parcela.

XVI — Calculamos os ângulos de ataque  $\partial$ .

XVII — Calculamos:  $\beta = \beta_\infty + \partial$ .

XVIII — Calculamos os ângulos de entrada das pás diretrizes.

XIX, XX, ..., XXV — Procedimento análogo para o perfil GÖ-408, sòmente tendo sido reduzida a espessura máxima de 1,0 mm. Optamos por êste perfil uma vez que os ângulos foram mais favoráveis. As aletas diretoras terminarão em um ângulo de 90°, tendo uma espessura de 5 mm.

## 17.6 Projeto do Ventilador

Na Fig. 17.2 representamos as seções nas pás do rotor, aletas diretoras e corte longitudinal no ventilador.

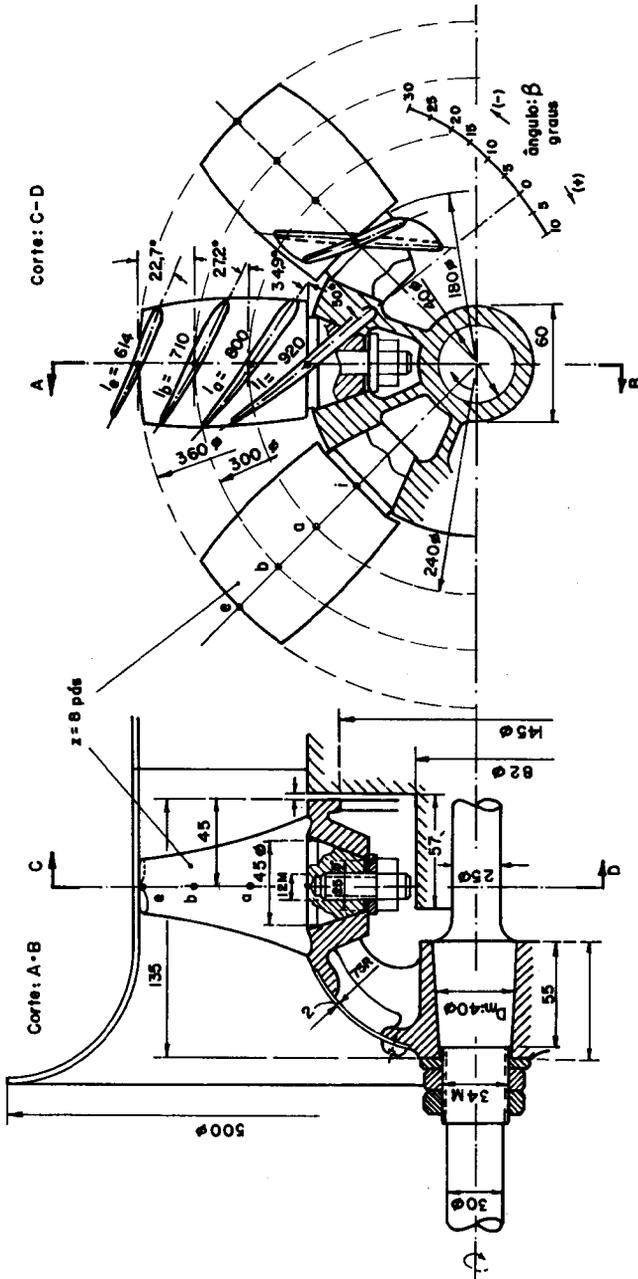


Fig. 17.2 Projeto do ventilador.

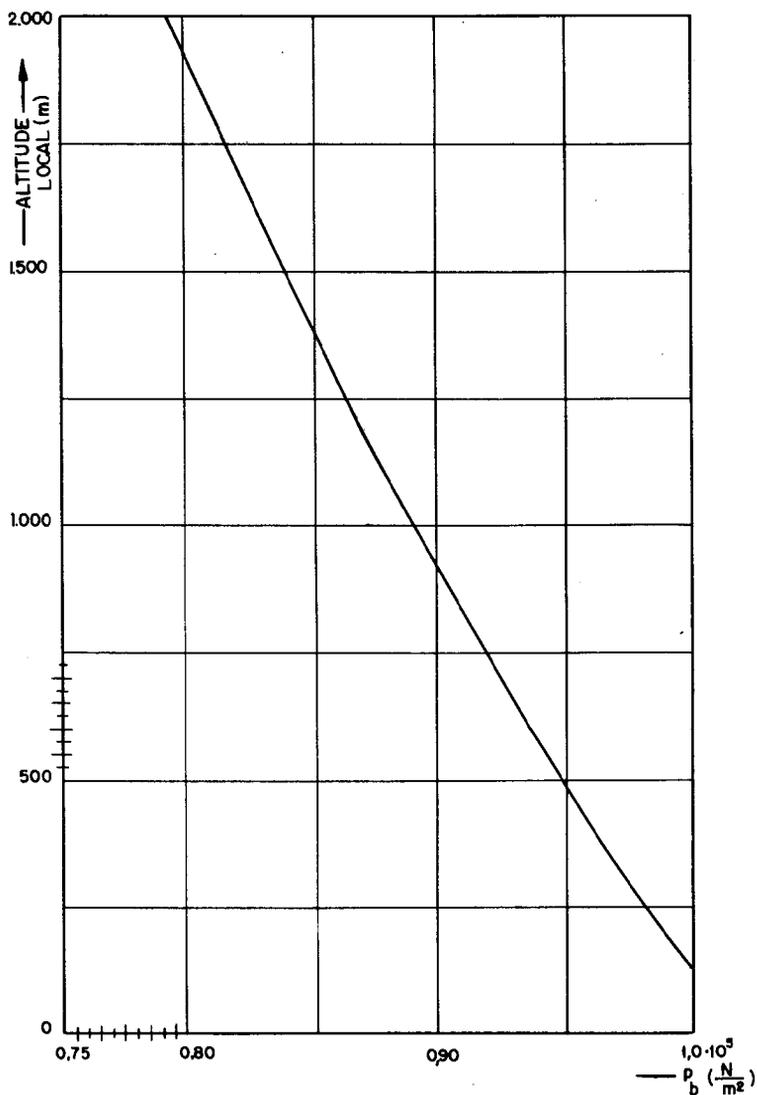
# Tabelas

---

## Capítulo 18

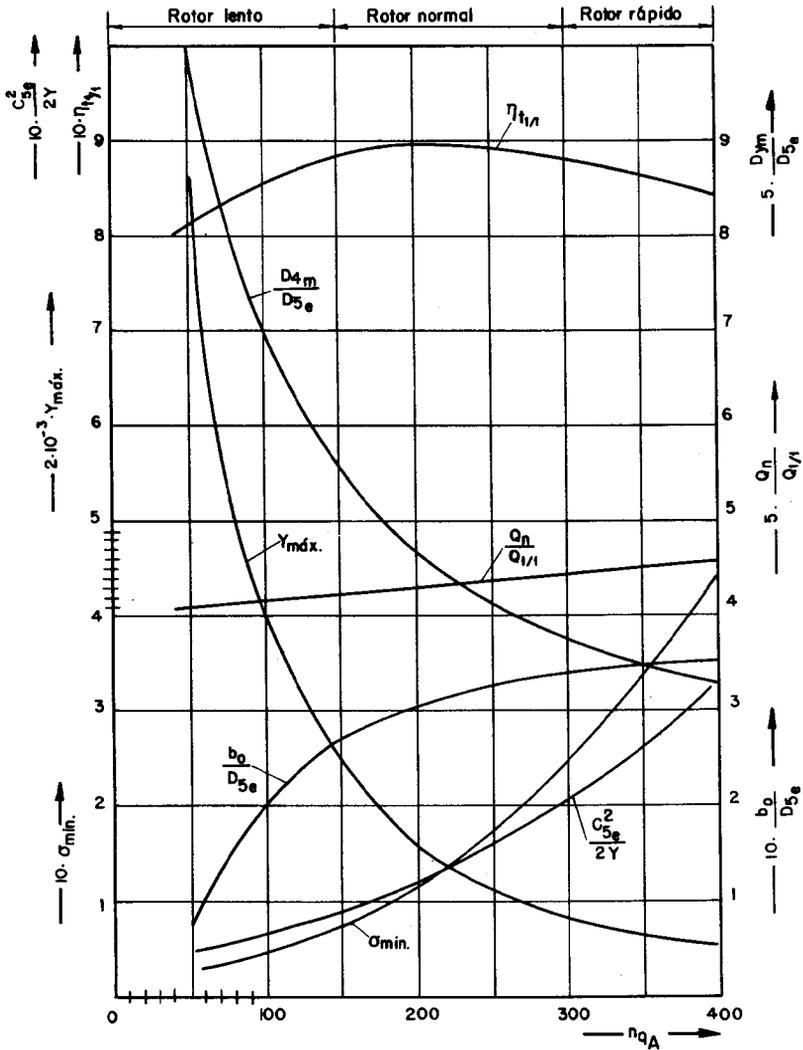
Neste capítulo apresentamos os principais gráficos e tabelas que foram utilizadas no presente livro e que poderão servir em cálculo e projeto de máquinas de fluxo dentro das limitações do texto desenvolvido.

18.1 Altitude Local — Pressão Barométrica



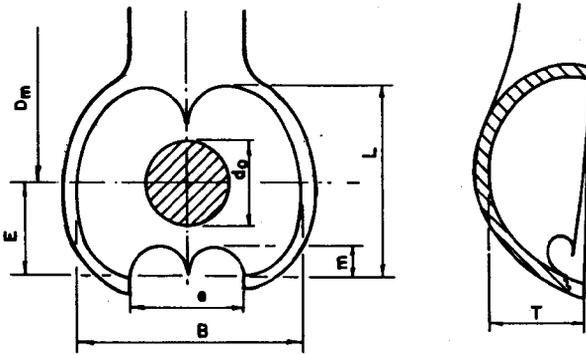
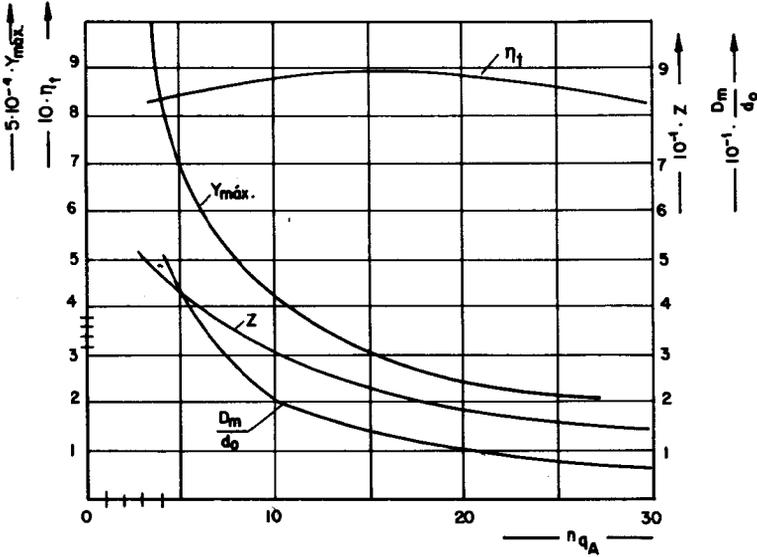
São possíveis desvios de  $\pm 25$  mbar devido à variabilidade da pressão barométrica.

### 18.2 Elementos para Predimensionamento de Rotores Francis



Obs: 1/1 - Relativo à vazão máxima.  
 n - Relativo à vazão nominal.

### 18.3 Elementos para Predimensionamento de Rotores Pelton



$$2,2 \leq \frac{L}{d_0} \leq 2,8$$

$$1,1 \leq \frac{E}{d_0} \leq 1,2$$

$$2,5 \leq \frac{B}{d_0} \leq 3,2$$

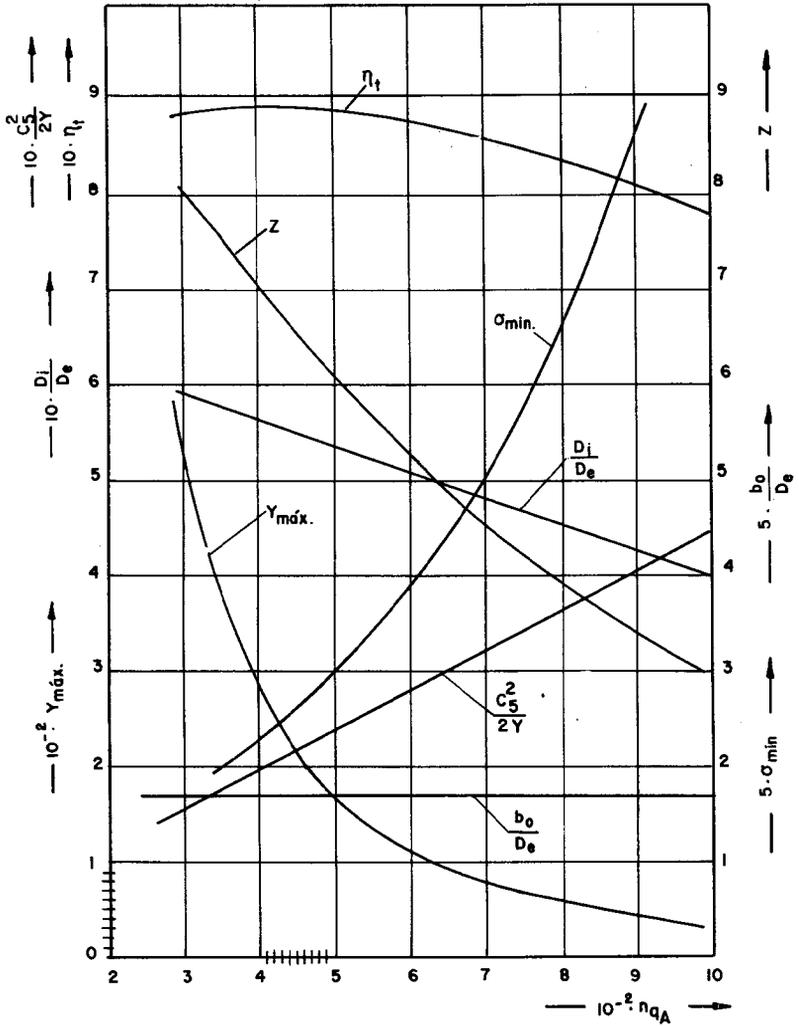
$$m = 0,138$$

$$0,85 \leq \frac{T}{d_0} \leq 1,0$$

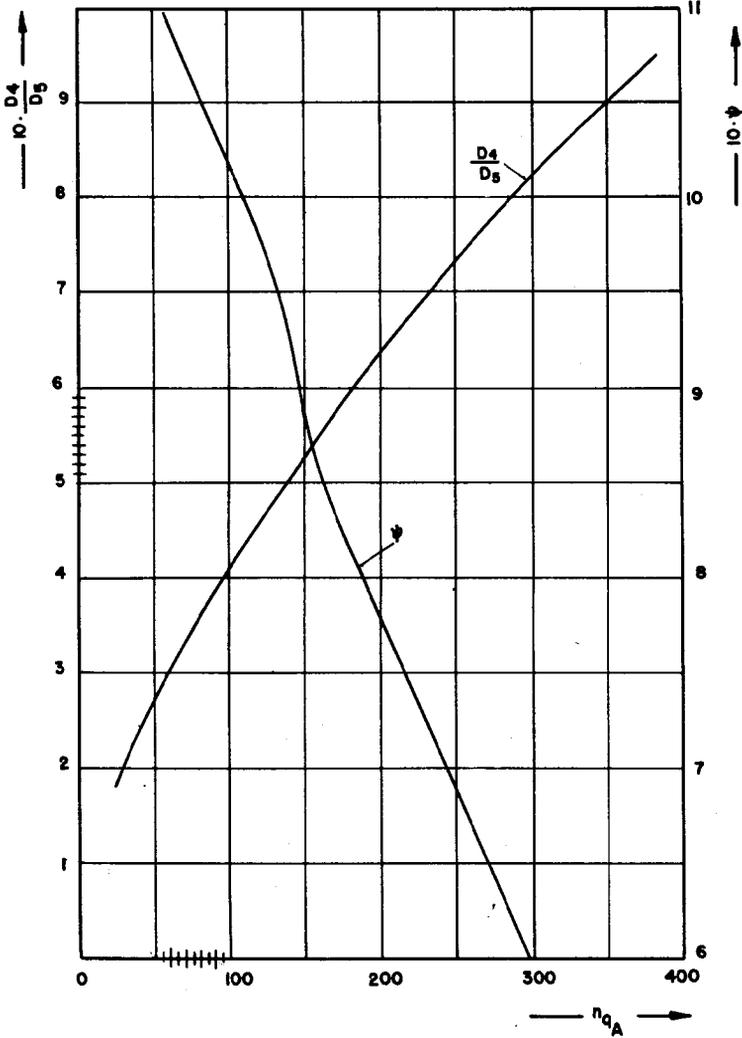
$$e = 1,1 \cdot d_0$$

Menores valores para  $n_{qA}$  baixo.

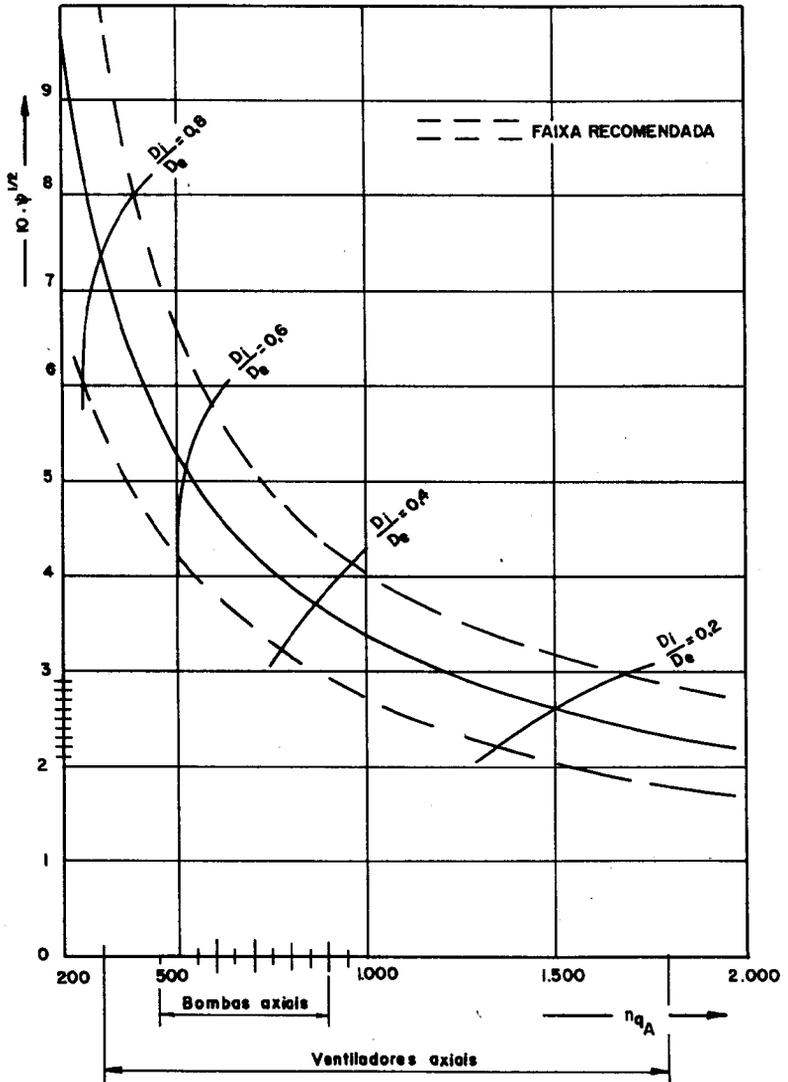
18.4 Elementos para Predimensionamento de Rotores Kaplan e Hélice



### 18.5 Elementos para Predimensionamento de Rotores de Bombas e Ventiladores Centrífugos



### 18.6 Elementos para Predimensionamento de Rotores de Bombas e Ventiladores Axiais



## 18.7 Tabelas e Gráficos de Perfis

PERFIS GÖTTINGEM — Êstes perfis foram ensaiados em Göttingem, na Alemanha, recebendo numeração que tem apenas significado cronológico.

Suas convenções estão na Fig. 18.1.

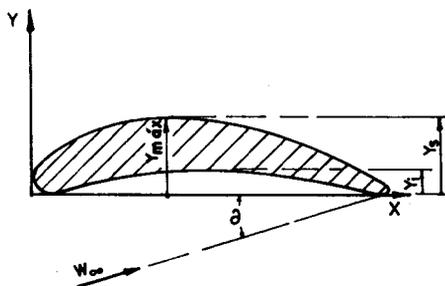


Fig. 18.1 Convenções para os perfis Göttingem.

Dentro do domínio prático valem para os perfis da Fig. 18.2.

— Perfis 428, 682, 364, 480

$$C_s = 4,8 \cdot \frac{y_{máx.}}{L} + 0,092 \cdot \theta.$$

— Perfis 408, 490, 436, 387

$$C_s = 4,4 \cdot \frac{y_{máx.}}{L} + 0,092 \cdot \theta.$$

— Perfis 622, 623, 624, 384

$$C_s = 4,0 \cdot \frac{y_{máx.}}{L} + 0,092 \cdot \theta.$$

Para os três grupos vale com boa aproximação:

$$\theta = 0,012 + 0,06 \cdot \frac{y_{máx.}}{L}.$$

PERFIS DE SEGMENTO CIRCULAR — Êstes perfis também receberam números cronologicamente. Para os da Fig. 18.3 de números 608, 609, 610 vale:

$$C_s = 5,0 \cdot \frac{y_{máx.}}{L} + 0,092 \cdot \theta.$$

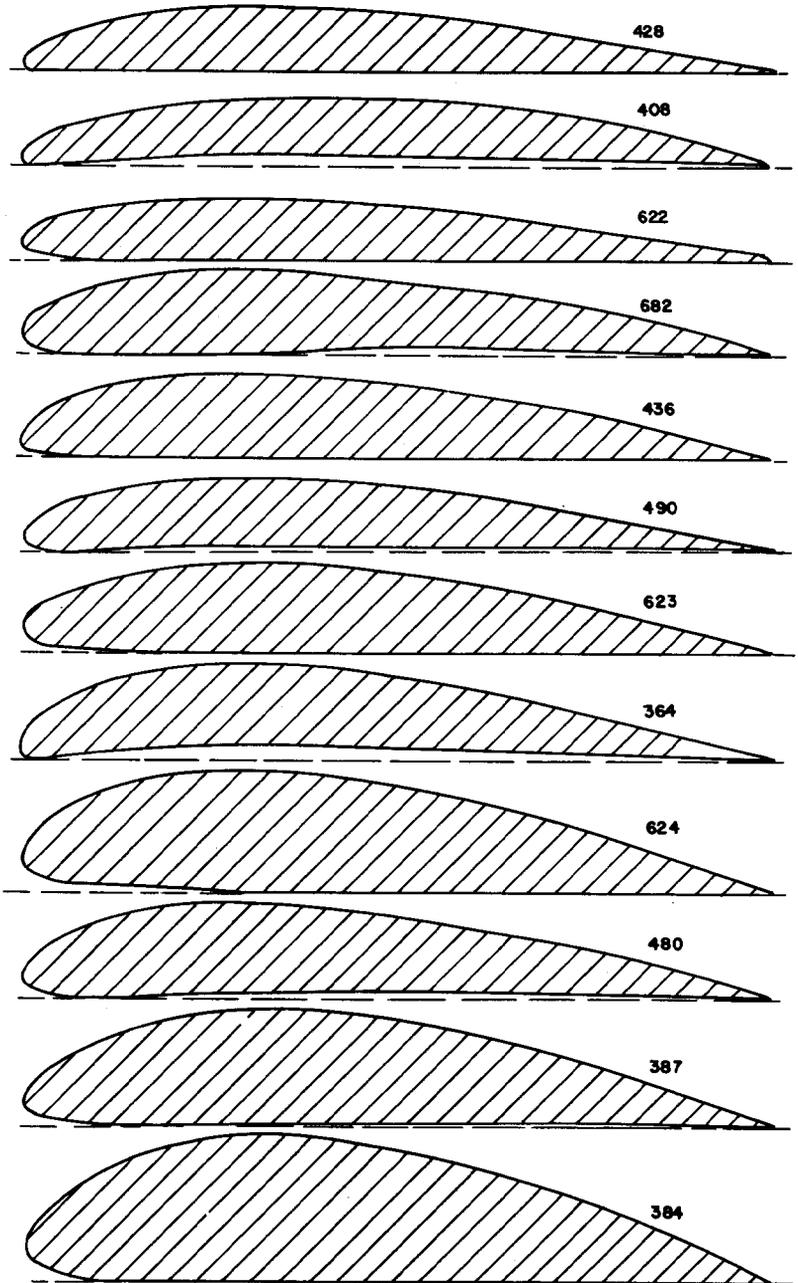


Fig. 18.2 Formas de perfis Göttingem.

PERFIS MUNK — Estes perfis foram ensaiados por F. Numachi valendo para o MUNK 6, Fig. 18.4.

$$C_s = 1,30 \cdot \frac{e_{m\acute{a}x.}}{L} + 0,106 \cdot \partial.$$

Nesta express\~ao  $e_{m\acute{a}x.}$  \~e a espessura m\~axima do perfil.

PERFIS NACA — Ensaiados pela NACA dos Estados Unidos da Am\~erica do Norte, receberam n\~u-

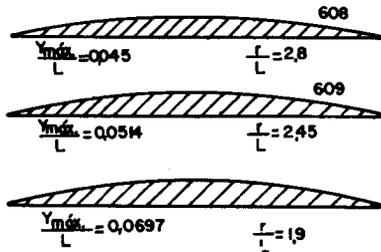


Fig. 18.3 Formas de perfis em segmento circular.

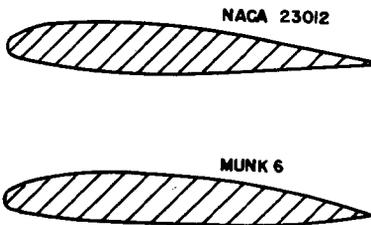


Fig. 18.4 Formas de perfis Naca e Munk.

meros que permitem seu conhecimento e constru\~ao imediata. Os quatro d\~igitos, caracterizam-se por quatro algarismos sendo o primeiro a flecha m\~axima em percentagem da corda, o segundo a abscissa do ponto correspondente \~a flecha m\~axima em d\~ecimos da corda e os dois \~ultimos fornecem a espessura m\~axima do perfil em percentagem da corda, Fig. 18.5.

Todos os perfis NACA de 4

d\~igitos partem da forma b\~asica 0 012, sendo os demais obtidos d\~este, mediante a multiplicação de suas coordenadas pela rela\~ao das espessuras percentuais m\~aximas. Por exemplo as coordenadas do perfil 0 015 ser\~ao dadas pelas do perfil 0 012 multiplicadas pela rela\~ao 15/12. Caso o perfil seja assim\~etrico, Fig. 18.6, sua constru\~ao tamb\~em \~e imediata, considerando ser sua linha m\~edia um arco de par\~abola. Assim, basta construir um arco de par\~abola passando pelos bordos de ataque, de fuga e pelo ponto de flecha m\~axima. A seguir transportamos nas abscissas correspondentes a do perfil sim\~etrico de mesma espessura relativa, circunfer\~encias com os raios d\~este perfil. A envolt\~oria dessa fam\~ilia de circunfer\~encias delimita o perfil procurado. Para o perfil NACA de 5 d\~igitos valem os mesmos princ\~ipios, valendo para o 23012 aproximadamente a f\~ormula:

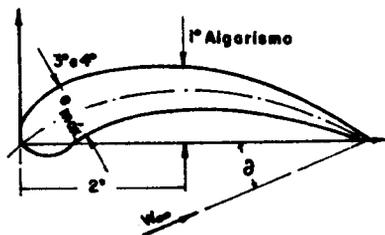


Fig. 18.5 Conven\~oes para os perfis NACA.

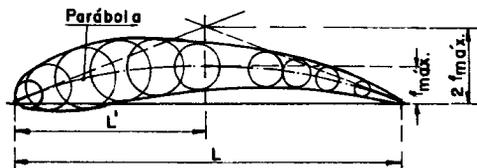


Fig. 18.6 Perfil NACA assimétrico.

$$C_s = 1,08 \cdot \frac{e_{m\acute{a}x.}}{L} + 0,106 \cdot \partial.$$

Na Fig. 18.7 representamos as curvas polares dos perfis mais usadas em máquinas de fluxo.

Na Fig. 18.8 representamos os coeficientes de sustentação em função dos ângulos de ataque para os mesmos perfis, cujas dimensões encontram-se na Tab. 18.1.

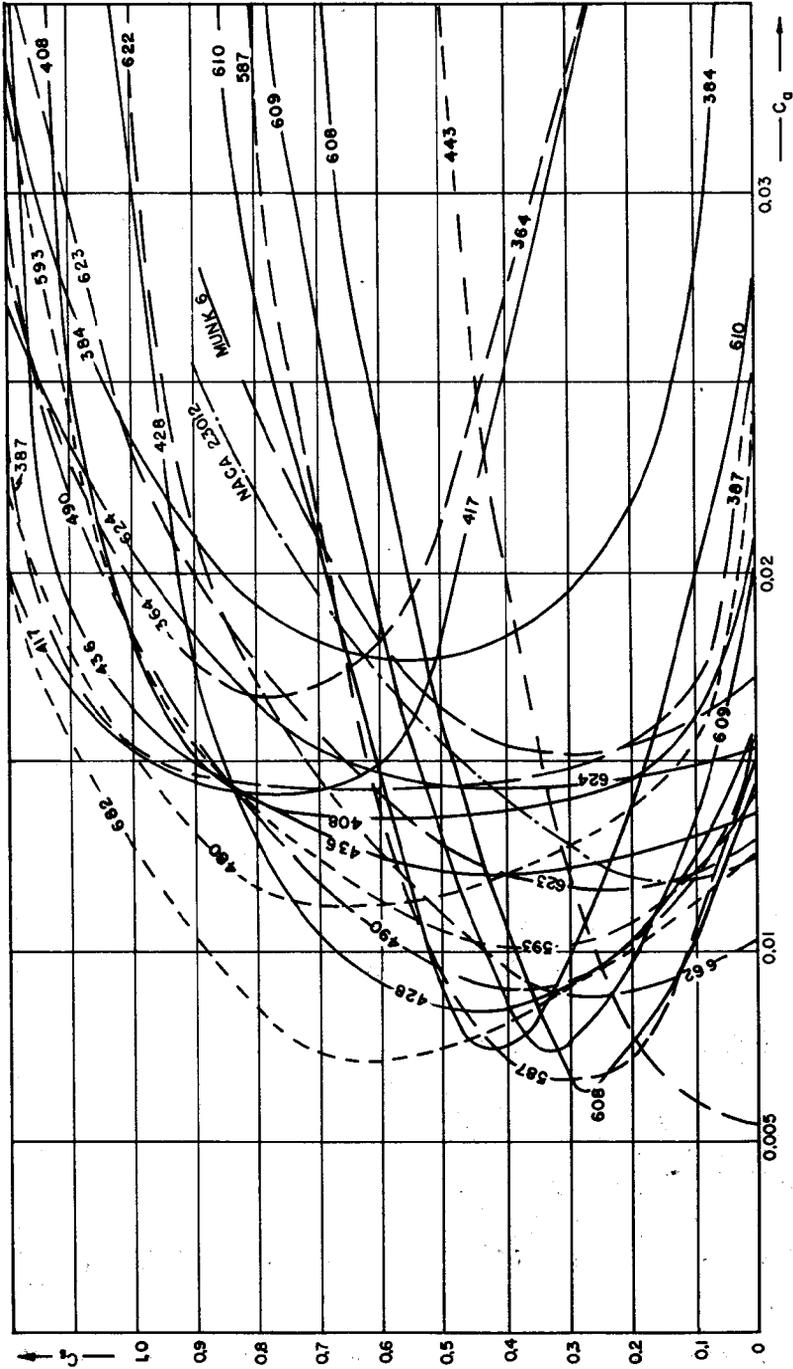


Fig. 18.7 Curvas polares.

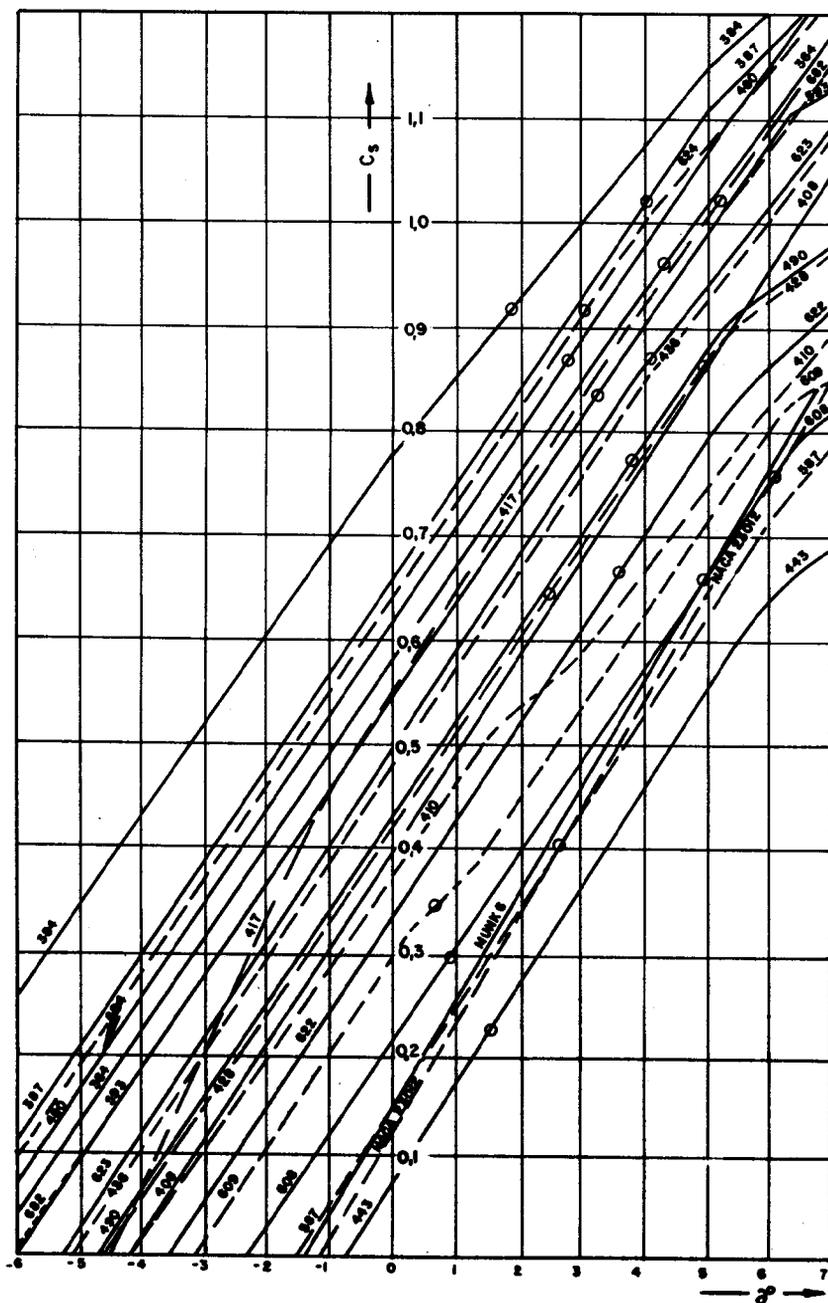


Fig. 18.8 Coeficientes de sustentação. Ângulo de ataque. O círculo corresponde ao ponto ótimo.

Tab. 18.1 Dimensões para Perfis

$z$		0	2,5	5,0	10	20	30	50	70	90	100
364	$y_e'$	0,85	5,45	7,30	9,65	11,85	12,50	11,10	7,55	2,90	0,10
	$y_i'$	0,85	0,05	0,35	0,65	1,30	1,70	1,80	1,25	0,45	0,10
384	$y_e$	4,15	8,95	11,45	14,95	18,55	19,70	17,55	11,80	4,15	0,00
	$y_i$	4,15	1,55	1,10	0,55	0,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
387	$y_e$	3,20	7,65	9,40	11,95	14,40	15,05	13,35	8,90	3,25	0,15
	$y_i$	3,20	1,05	0,55	0,10	0,00	0,20	0,45	0,45	0,15	0,15
408	$y_e$	1,15	3,80	5,00	6,70	8,40	9,05	8,40	6,25	3,45	0,75
	$y_i$	1,15	0,00	0,20	0,65	1,20	1,30	1,20	0,85	0,30	0,75
428	$y_e$	1,25	3,50	4,80	6,50	8,20	8,55	7,80	5,50	2,15	0,00
	$y_i$	1,25	0,20	0,10	0,00	0,15	0,30	0,40	0,25	0,05	0,00
480	$y_e$	2,55	6,15	7,65	9,80	12,10	12,85	11,60	7,85	2,85	0,00
	$y_i$	2,55	0,30	0,05	0,10	0,70	1,10	1,55	1,25	0,40	0,00
490	$y_e$	2,00	4,60	5,95	7,70	9,20	9,60	8,55	6,05	2,50	0,15
	$y_i$	2,00	0,50	0,15	0,00	0,40	0,95	0,80	0,40	0,00	0,15
587	$y_e$	0,60	2,10	2,90	4,15	5,85	6,55	6,10	4,50	2,35	1,05
	$y_i$	0,60	0,00	0,05	0,30	0,70	0,85	0,45	0,00	0,55	1,05
593	$y_e$	3,00	6,50	7,85	9,75	11,50	12,00	10,85	7,65	3,00	0,00
	$y_i$	3,00	1,35	0,85	0,40	0,15	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00
622	$y_e$	2,40	4,50	5,45	6,60	7,70	8,00	7,10	5,00	1,95	0,20
	$y_i$	2,40	1,05	0,60	0,25	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
623	$y_e$	3,25	6,45	7,90	9,90	11,55	12,00	10,65	7,35	2,80	0,30
	$y_i$	3,25	1,50	0,90	0,20	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
634	$y_e$	4,00	8,50	10,40	12,85	15,30	16,00	14,05	9,50	3,55	0,50
	$y_i$	4,00	1,65	0,95	0,40	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
682	$y_e$	2,50	5,55	7,00	8,90	10,65	11,20	10,05	6,90	2,55	0,00
	$y_i$	2,50	0,00	0,25	0,00	0,20	0,55	0,80	0,75	0,35	0,00
NACA	$y_e$	0,00	3,81	4,91	6,43	7,50	7,55	6,41	4,38	1,68	0,00
23.013	$y_i$	0,00	- 1,71	- 2,26	- 2,92	- 3,97	- 4,46	- 4,17	- 3,00	- 1,23	0,00
MUNK	$y_e$	0,00	2,81	4,08	5,71	7,55	8,22	7,26	4,58	1,55	0,00
	$y_i$	0,00	- 2,20	- 2,73	- 3,34	- 3,62	- 3,70	- 3,94	- 3,43	- 1,77	0,00

# Bibliografia

---

1. H. ADDISON, *Centrifugal and other Rotodynamic Pumps*, (London, 1955).
2. M. ADOLPH, *Einführung in die Strömungsmaschinen* (Springer, 1959).
3. O. BACK, *Ventilatoren* (Knapp, 1955).
4. BECERRIL, *Hidromecanica* (Dossat, 1960).
5. A. BETZ, *Einführung in die Theorie der Strömungsmaschinen* (Braun, 1959).
6. G. BÜCHI, *Le Moderne Turbine Idrauliche* (Hoepli, 1957).
7. H. DUBBEL, *Manual del Constructor de Maquinas* (Labor, 1967).
8. B. ECK, *Ventilatoren* (Springer, 1957).
9. J. FOCKE, *Bombas Rotativas*, (Libreria del Colegio, 1952).
10. FCHSLOCHER-SCHULZ, *Die Pumpen*, (Springer, 1955).
11. W. KAUFMANN, *Technische Hydro-und Aeromechanik* (Springer, 1954)
12. N. N. KOVALEV, *Hidroturbines* (Isfael Program, 1965).
13. W. v. d. NUELLE e A. GARVE, *Kreiselpumpen und Verdichter* (Teubner, 1957).
14. C. PFLEIDERER e H. PETERMANN, *Strömungsmaschinen* (Springer, 1964).
15. C. PFLEIDERER, *Bombas Centrifugas y Turbocompresores* (Labor, 1960).
16. L. QUANTZ e K. MEERWARTH, *Wasserkraftmaschinen* (Springer, 1963).
17. Revistas, Sulzer, Escher Wyss, Voith, Charnilles.
18. A. TENOT, *Turbines Hydrauliques* (Dunod).
19. H. VARLET, *Turbines Hydrauliques et Groupes Hydroelectriques* (Eyrolles 1964).

## Índice Alfabético

- Aceleração centrípeta, 16  
Agulha, 83, 84, 204  
Altura local, 17  
    de pressão, 17  
    de velocidade, 17  
    máxima de sucção, 180  
Aresta de entrada, 188  
    de saída, 192  
    de pressão, 8  
Asa de sustentação, 87, 131, 137  
Atrito em labirintos, 107  
    lateral, 107, 109  
Bernoulli, 17, 18, 31  
Blasius, 41, 46  
Bocal ISA, 60, 62  
    Laval, 66  
Bomba axial, 3, 135, 137, 225  
    centrífuga, 5, 9, 49, 126, 181, 182, 214  
    de jato livre, 74  
    diagonal, 3  
    hidráulica, 1, 54  
Cálculo de bomba axial, 225  
    de bomba centrífuga, 214  
    de turbina Francis, 184  
    de turbina Kaplan, 206  
    de turbina Pelton, 199  
    de ventilador axial, 237  
    de ventilador centrífugo, 231  
Calor, 53  
Camada limite, 42, 44  
Campo laminar, 36  
    transitório, 36  
    turbulento, 36  
Canal axial, 70  
    diagonal, 70  
    radial, 70  
Características adimensionais, 154  
Cavitação, 173  
Cavitação, parâmetro geral, 174  
Chistyakov, 150  
Choque, 8, 75  
Circulação, 22, 24, 26, 86, 90, 94  
Coeficiente de arrasto, 132  
    de atrito, 132  
    de atrito laminar, 38  
    de atrito turbulento, 39, 40  
    de cavitação, 179  
    de diâmetro, 155  
    de escorregamento, 133, 134  
    de potência, 155  
    de pressão, 37, 154  
    de resistência, 40, 45  
    de sustentação, 132  
    de volume, 154  
    total, 132  
Componente meridional ou meridiana, 135  
    radial, 135  
    tangencial, 135  
Comprimento característico, 35  
Conservação da energia, 53  
Coordenada natural, 13  
Coriolis, 94  
Corrente circular, 25, 27  
Curva polar, 133  
Defletor, 83, 84  
Diâmetro do eixo, 223  
    do jato, 200  
    externo, 6, 8, 201  
    hidráulico, 35  
    médio, 6  
Difusor 59, 66, 223  
    de superfície rugosa, 50  
    para fluido compressível, 69  
    para fluido incompressível, 68  
Dimensões da concha, 201  
    do rotor Pelton, 201  
Eck, 140

- Empuxo axial, 168  
 compensação, 170
- Encanamento forçado, 32
- Energia bruta, 33, 34  
 cinética, 52, 97  
 de nível, 33, 52  
 de pressão, 33, 52, 97  
 específica de sucção máxima, 178  
 interna, 52  
 perdida, 32, 33, 34, 37
- Equação da energia, 52  
 de continuidade, 13  
 fundamental, 94, 96, 97  
 para sistema radial, 93  
 resultante, 139
- Escoamento em curvas, 81  
 em injetores e difusores, 48  
 em torno de obstáculos, 48  
 em tubos lisos, 45  
 em tubos rugosos, 45  
 estacionário, 12, 32  
 laminar, 35, 36, 41  
 paralelo, 24  
 potencial, 22, 29  
 turbulento, 35, 38
- Escher-Wyss, 179
- Espessura da pá, 8  
 máxima do perfil, 134
- Euler, 14, 99, 100
- Fator "a", 112  
 de estrangulamento, 8
- Filête de corrente, 13  
 médio, 125
- Fonte, 25, 27
- Fôrça de arraste, 132  
 de atrito, 148, 149  
 de gravidade, 81  
 de inércia, 148, 149  
 de massa, 81  
 de pressão, 81  
 de sustentação, 87, 132  
 de propulsora, 139
- Fórmula de Canaan, 150  
 de Moody, 151  
 de Thoma, 177
- Gases, 65
- Geradores, 1, 7, 99, 100
- Göttingen, 249
- Grade, 8, 137  
 em movimento, 88, 119  
 em repouso, 84
- Grandezas relativas, 151  
 unitárias, 153
- Grau de reação, 99
- Grupo de máquinas, 1
- Hagen-Poiseuille, 37
- Impulsão, 79, 81, 86, 90, 93
- Inclinação da aresta da concha, 203
- Injetor, 59, 194  
 crítico, 65  
 Laval, 65  
 para fluidos compressíveis, 64  
 para fluidos incompressíveis, 61  
 Pelton, 60, 61, 62, 204  
 Subcrítico, 65
- Jato, 82
- Kuta-Joukowski, 86, 138
- Labirinto, 165  
 lisos, 166
- Lagrange, 14
- Lei da impulsão, 79  
 das áreas, 80  
 de conservação da massa, 14
- Linha de corrente, 12  
 equipotencial, 29
- Máquina a pistão, 1  
 de fluido, 1  
 de fluxo, 1  
 de fluxo axial, 139  
 de fluxo de ação, 97  
 de fluxo de reação, 97
- Massa em escoamento, 79  
 específica, 37
- Método de Euler, 14
- Método de Lagrange, 14  
 de Pfleiderer, 122
- Mollier, 66
- Momento estático, 125
- Motor Diesel e Otto, 2
- Munk, perfis, 251
- NACA, perfis, 251
- Newton, 15
- Nikuradse, 41
- Número de conchas, 202  
 de Mach, 70  
 de pás, 8  
 de Reynolds, 35, 69, 140, 149

- Oleoduto, 38
- Pá de ação e de reação, 70
- Pás em chapa, 140
  - em perfil, 140
  - em número finito, 8
  - em número infinito, 97, 117, 118
- Passo, 202
- Perda, 31
  - de superfície, 107
  - de pressão remanescente, 166
  - específica loval, 177
  - externa, 110
  - interna, 107
  - por atrito lateral, 107
  - por atrito mecânico, 107
  - por choque, 8, 107
  - por fuga, 165
- Perímetro molhado, 35
- Pfleiderer, 135
- Ponto de estagnação, 19
- Potência, 106
  - hidráulica, 113
  - interna, 109
  - no eixo, 110
  - relativa, 151
  - unitária, 154
- Pressão de estagnação, 19, 132
  - de saturação, 175
  - dinâmica, 20
  - estática, 20
- Quantidade de movimento, 80
- Rendimento de fuga, 111
  - do rotor, 110, 111
  - do tubo de sucção, 176
  - hidráulico, 111
  - interno, 110, 111
  - mecânico, 112
  - total, 112
- Rotação da turbina, 150
  - das partículas, 22
  - específica, 152
- Rotor de bomba axial, 227, 230
  - de bomba centrífuga, 215
  - de ventilador axial, 238
  - de ventilador centrífugo, 232, 234
  - Francis, 29, 95, 102, 185
  - Kaplan, 207
  - Pelton, 201
  - Radial, 72
- Semelhança cinemática, 148
  - dinâmica, 149
  - geométrica, 147
- Sistema de unidades MKS, 152
  - de unidades técnico, 152
  - diretor, 5, 194, 196
- Sorvedouro, 25
- Stepanoff, 179
- Standards of Hydraulic Institute, 179
- Strscheletzki, 135
- Tabelas, 242
- Temperatura, 54
- Teoria monodimensional, 13
- Termodinâmica, 53
- Trabalho em motores, 33
  - em geradores, 34
  - específico, 33, 53, 109
- Transformação adiabática, 53
- Triângulos de velocidade, 77, 91, 95, 98, 100, 120, 121, 136, 188, 192
- Tubo de corrente, 13
  - de Pitot, 20, 43
  - de sucção, 67, 175
- Turbina afogada, 181
  - a gás, 74
  - a vapor, 67, 71, 74, 75
  - diagonal, 6
  - Francis, 5, 52, 75, 94, 156, 157, 184
  - hidráulica, 1, 54
  - hélice, 10,
  - Kaplan, 112, 206
  - Michell, 74
  - Pelton, 18, 51, 74, 82, 83, 168, 199
- Turbocompressor, 6, 76
- Usina hidráulica, 33, 46, 51
- Vácuo, relativo, 175
- Vapores, 65
- Vazão, 7
  - relativa, 151
  - unitária, 153
- Velocidade absoluta, 135
  - angular, 23
  - distribuição da, 41
  - do jato, 51
  - específica, 151
  - máxima, 41
  - média, 37
  - meridiana, 7

- relativa, 73, 151
- unitária, 153
- Ventilador, 43, 54
  - axial, 76, 91, 140, 158
  - centrífugo, 54
  - radial, 72
- siroco, 74
- Viscosidade cinemática, 35
  - dinâmica, 36
- Volume de contróle, 79, 80
- Vórtice geral, 136
  - potencial, 22, 26, 135

