

6-14 Combinação de modos de carregamento

Podemos classificar os problemas de fadiga em três categorias:

- (1) Carregamentos simples completamente reversos: somente um tipo de carregamento é permitido e a tensão média deve ser zero como na obtenção de curva $S \sim N$;
- (2) Carregamentos simples flutuantes: somente um tipo de carregamento é permitido em um instante e usando um critério para relacionar as tensões médias e alternantes;
- (3) Combinação de modos de carregamento: existir tensões normais e cisalhantes combinadas, cada uma com valores alternantes e médios e também múltiplos fatores de concentração de tensão, um para cada modo de carregamento.

A teoria de falha de energia de distorção provou ser um método satisfatório de combinar as múltiplas tensões sobre um elemento de tensão em uma tensão simples (singela) equivalente de Von-Mises.

Para um estado de tensões tridimensionais, a tensão de Von-Mises (ou de equivalência) é dada por:

$$\sigma_{eq.} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]}$$

Para um estado de tensões com apenas duas componentes: σ_x e τ_{xy} , a tensão de Von-Mises é expressada como:

$$\sigma_{eq.} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

Para o limite de endurance, S_e , use os modificadores k_a , k_b e k_c , para flexão. O fator torcional $k_c = 0,59$, não deve ser aplicado visto que ele já está considerado no cálculo da tensão de Von-Mises.

As tensões alternantes e médias na forma de Von-Mises podem ser escritas como:

$$\sigma'_a = \sqrt{\left[(K_f)_{flexão} (\sigma_a)_{flexão} + (K_f)_{axial} \frac{(\sigma_a)_{axial}}{0,85} \right]^2 + 3 \left[(K_{fs})_{torção} (\tau_a)_{torção} \right]^2} \quad (6-54)$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\left[(K_f)_{flexão} (\sigma_m)_{flexão} + (K_f)_{axial} (\sigma_m)_{axial} \right]^2 + 3 \left[(K_{fs})_{torção} (\tau_m)_{torção} \right]^2} \quad (6-55)$$

Para o escoamento localizado de primeiro ciclo, a tensão máxima de Von-Mises é calculada por:

$$\sigma'_{eq.máx} = \sqrt{\sigma_{máx}^2 + 3\tau_{máx}^2}$$

onde

$$\sigma_{máx} = (K_f)_{flexão} \left[(\sigma_a)_{flexão} + (\sigma_m)_{flexão} \right] + (K_f)_{axial} \left[\frac{(\sigma_a)_{axial}}{0,85} + (\sigma_m)_{axial} \right]$$

$$\tau_{máx} = (K_{fs})_{torção} \left[(\tau_a)_{torção} + (\tau_m)_{torção} \right]$$

Um método mais simples e mais conservativo é adicionar Eq. (6-64) e a Eq. (6-55), assim:

$$\sigma'_{eq.máx} = \sigma'_a + \sigma'_m$$

Se as componentes de tensão não estão em fase, mas têm a mesma frequência, a componente máxima pode ser encontrada expressando cada componente em termos trigonométricos, utilizando ângulos de fase e depois somando. Se duas ou mais componentes de tensão têm frequência diferentes, o problema fica difícil; uma solução é supor que as componentes normalmente alcançam uma condição em fase, de modo que suas magnitudes possam ser adicionadas.

EXEMPLO 6-14

Um eixo rotativo é feito de tubo de aço AISI 1018 de 42 mm × 4 mm estirado a frio e tem um orifício de 6 mm furado transversalmente em relação a si. Calcule o fator de segurança que resguarde de fadiga e falhas estáticas, usando os critérios de falha de Gerber e Langer para as seguintes condições de carregamento:

- O eixo está sujeito a um torque completamente reverso de 120 N·m em fase com um momento flexor completamente reverso de 150 N·m.
- O eixo está sujeito a um torque pulsante que flutua de 20 N·m a 160 N·m e um momento flexor estável de 150 N·m.

Solução

Aqui seguimos o procedimento de estimar as resistências e as tensões, e a relação entre ambas.

Da Tabela A-18 encontramos as resistências mínimas $S_{ut} = 440\text{MPa}$ e $S_y = 370\text{MPa}$. O limite de endurance do espécime da viga rotativa é $0,5(440) = 220\text{MPa}$. O fator de superfície, obtido da Equação (6-19) e da Tabela 6-2, é

$$k_a = 4,51 S_{ut}^{-0,265} = 4,51(440)^{-0,265} = 0,899$$

Da Equação (6-20) o fator de tamanho é

$$k_b = \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0,107} = \left(\frac{42}{7,62}\right)^{-0,107} = 0,833$$

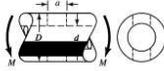
Os demais fatores de Marin são todos unitários, assim a resistência à fadiga modificada S_e é

$$S_e = 0,899(0,833)220 = 165\text{MPa}$$

(a) Fatores de concentração de tensão teóricos são encontrados na Tabela A-14. Usando $a/D = 6/42 = 0,143$ e $d/D = 34/42 = 0,810$, e interpolação linear, obtemos $A = 0,798$ e $K_t = 2,366$ para flexão; e $A = 0,89$ e $K_{ts} = 1,75$ para torção. Assim, para flexão,

Tabela A-14

Fatores aproximados de concentração de tensão K_t para flexão de uma barra redonda ou tubo com um furo transversal redondo.
Fonte: R. E. Peterson, Stress Concentration Factors, Wiley, Nova York, 1974, p. 146, 235.



A tensão nominal de flexão é $\sigma_0 = M/Z_{net}$ em que Z_{net} é um valor reduzido do módulo da seção e é definido por

$$Z_{net} = \frac{\pi A}{32D} (D^4 - d^4)$$

Valores de A estão listados na tabela. Use $d = 0$ para uma barra sólida.

a/D	d/D					
	0,9		0,6		0	
	A	K_t	A	K_t	A	K_t
0,050	0,92	2,63	0,91	2,55	0,88	2,42
0,075	0,89	2,55	0,88	2,43	0,86	2,35
0,10	0,86	2,49	0,85	2,36	0,83	2,27
0,125	0,82	2,41	0,82	2,32	0,80	2,20
0,15	0,79	2,39	0,79	2,29	0,76	2,15
0,175	0,76	2,38	0,75	2,26	0,72	2,10
0,20	0,73	2,39	0,72	2,23	0,68	2,07
0,225	0,69	2,40	0,68	2,21	0,65	2,04
0,25	0,67	2,42	0,64	2,18	0,61	2,00
0,275	0,66	2,48	0,61	2,16	0,58	1,97
0,30	0,64	2,52	0,58	2,14	0,54	1,94

$$Z_{net} = \frac{\pi A}{32D} (D^4 - d^4) = \frac{\pi(0,798)}{32(42)} [(42)^4 - (34)^4] = 3,31 (10^3)\text{mm}^3$$

e para torção

$$J_{net} = \frac{\pi A}{32} (D^4 - d^4) = \frac{\pi(0,89)}{32} [(42)^4 - (34)^4] = 155 (10^3)\text{mm}^4$$

A seguir, usando as Figuras 6-20 e 6-21, com um raio de entalhe de 3 mm, encontramos as sensitividades de entalhe 0,78 para flexão e 0,96 para torção. Os dois fatores de concentração de tensão de fadiga correspondentes são obtidos da Equação (6-32)

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0,78(2,366 - 1) = 2,07$$

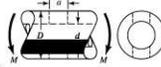
$$K_{fs} = 1 + 0,96(1,75 - 1) = 1,72$$

A tensão de flexão alternante encontrada é

$$\sigma_{xa} = K_f \frac{M}{Z_{net}} = 2,07 \frac{150}{3,31(10^{-6})} = 93,8(10^6)\text{Pa} = 93,8\text{MPa}$$

Tabela A-14

Continuação.



A tensão máxima ocorre na parte interna do orifício, ligeiramente abaixo da superfície do eixo. A tensão nominal de cisalhamento é $\tau_0 = T D/2J_{net}$ em que J_{net} é um valor reduzido do segundo momento polar de área e é definido por

$$J_{net} = \frac{\pi A (D^4 - d^4)}{32}$$

Valores de A estão listados na tabela. Use $d = 0$ para uma barra sólida.

a/D	d/D									
	0,9		0,8		0,6		0,4		0	
	A	K_{ts}	A	K_{ts}	A	K_{ts}	A	K_{ts}	K_{ts}	
0,05	0,96	1,78							0,95	1,77
0,075	0,95	1,82							0,93	1,71
0,10	0,94	1,76	0,93	1,74	0,92	1,72	0,92	1,70	0,92	1,68
0,125	0,91	1,76	0,91	1,74	0,90	1,70	0,90	1,67	0,89	1,64
0,15	0,90	1,77	0,89	1,75	0,87	1,69	0,87	1,65	0,87	1,62
0,175	0,89	1,81	0,88	1,76	0,87	1,69	0,86	1,64	0,85	1,60
0,20	0,88	1,96	0,86	1,79	0,85	1,70	0,84	1,63	0,83	1,58
0,25	0,87	2,00	0,82	1,86	0,81	1,72	0,80	1,63	0,79	1,54
0,30	0,80	2,18	0,78	1,97	0,77	1,76	0,75	1,63	0,74	1,51
0,35	0,77	2,41	0,75	2,09	0,72	1,81	0,69	1,63	0,68	1,47
0,40	0,72	2,67	0,71	2,25	0,68	1,89	0,64	1,63	0,63	1,44

e a tensão torcional alternante é

$$\tau_{xya} = K_{fs} \frac{TD}{2J_{net}} = 1,72 \frac{120(42)(10^{-3})}{2(155)(10^{-9})} = 28,0(10^6)\text{Pa} = 28,0 \text{ MPa}$$

Para o caso (a), a componente média de von Mises σ'_m é zero. A componente alternante σ'_a é

$$\sigma'_a = (\sigma_{xa}^2 + 3\tau_{xya}^2)^{1/2} = [93,8^2 + 3(28^2)]^{1/2} = 105,6 \text{ MPa}$$

Visto que σ'_m é zero, então, $S_a = S_e$, o fator de segurança de fadiga n_f é

Resposta (a), pelo critério de Gerber:
$$n_f = \frac{S_a}{\sigma'_a} = \frac{165}{105,6} = 1,56$$

O fator de segurança de escoamento de primeiro ciclo é

Resposta (a), pelo critério de Langer:
$$n_y = \frac{S_y}{\sigma'_a} = \frac{370}{105,6} = 3,50$$

Não existe escoamento localizado; a ameaça é de fadiga.

(b) Nesta parte esperamos encontrar os fatores de segurança quando a componente alternante é devida à torção pulsante, e uma componente estável é devida à torção e à flexão. Temos $T_a = (160 - 20)/2 = 70 \text{ N} \cdot \text{m}$ e $T_m = (160 + 20)/2 = 90 \text{ N} \cdot \text{m}$. As correspondentes componentes, estável e de amplitude da tensão, são

$$\tau_{xya} = K_{fs} \frac{T_a D}{2J_{net}} = 1,72 \frac{70(42)(10^{-3})}{2(155)(10^{-9})} = 16,3(10^6)\text{Pa} = 16,3 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xym} = K_{fs} \frac{T_m D}{2J_{net}} = 1,72 \frac{90(42)(10^{-3})}{2(155)(10^{-9})} = 21,0(10^6)\text{Pa} = 21,0 \text{ MPa}$$

Para carga de flexão estável: $(\sigma_{xa})_{flexão} = 0$

A componente estável da tensão de flexão σ_m é

$$\sigma_{xm} = K_f \frac{M_m}{Z_{net}} = 2,07 \frac{150}{3,31(10^{-6})} = 93,8(10^6)\text{Pa} = 93,8 \text{ MPa}$$

As componentes de von Mises σ'_a e σ'_m são

$$\sigma'_a = [3(16,3)^2]^{1/2} = 28,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_m = [93,8^2 + 3(21)^2]^{1/2} = 100,6 \text{ MPa}$$

Com base na Tabela 6-7, o fator de segurança de fadiga é

Resposta
$$n_f = \frac{1}{2} \left(\frac{440}{100,6} \right)^2 \frac{28,2}{165} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \left[\frac{2(100,6)165}{440(28,2)} \right]^2} \right\} = 3,03$$

O fator de segurança de escoamento de primeiro ciclo n_y é

Resposta (b) pela Eq. (6-48) de Langer:
$$n_y = \frac{S_y}{\sigma'_a + \sigma'_m} = \frac{370}{28,2 + 100,6} = 2,87$$

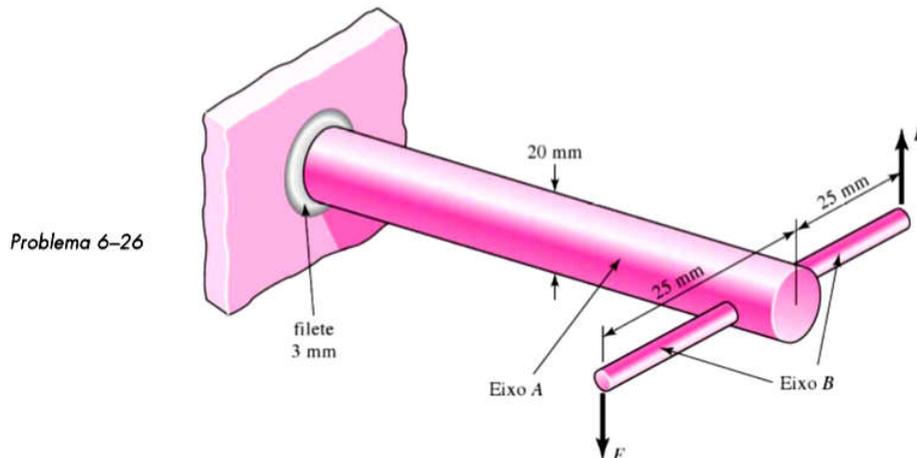
Não há escoamento de entalhe. A probabilidade de falha pode inicialmente vir de escoamento de primeiro ciclo no entalhe, uma vez que $n_y < n_f$.

Exercícios

6-26

Na figura mostrada, o eixo *A*, feito de aço AISI 1010 laminado a quente, é soldado a um suporte fixo e está sujeito a um carregamento de forças iguais e opostas *F* via eixo *B*. Uma concentração teórica de tensão K_{ts} de 1,6 é induzida pelo filete de 3 mm. O comprimento do eixo *A* desde o apoio fixo até a conexão ao eixo *B* é 1 m. A carga varia ciclicamente de 0,5 kN a 2 kN.

- (a) Para o eixo *A*, encontre o fator de segurança para vida infinita usando o critério de falha por fadiga de Goodman modificado.
 (b) Repita a parte (a) usando o critério de falha de fadiga por Gerber.



6-27

Um esquema de uma máquina de ensaio de embreagem é mostrado. O eixo de aço roda a uma velocidade constante de zero a ω . Uma carga axial é aplicada ao eixo e é variada ciclicamente de zero a *P*. O torque *T* induzido pela face da embreagem no eixo é dado por

$$T = \frac{fP(D+d)}{4}$$

em que *D* e *d* estão definidos na figura e *f* é o coeficiente de fricção da face da embreagem. O eixo é usinado com $S_y = 800$ MPa e $S_{ut} = 1000$ MPa. Os fatores teóricos de concentração de tensão para o filete são 3,0 e 1,8 para o carregamento axial e torcional, respectivamente.

- (a) Considere que a variação *P* da carga seja sincronizada com a rotação do eixo. Com $f = 0,3$, encontre a carga máxima permitível de modo que o eixo sobreviverá a um mínimo de 10^6 ciclos com um fator de segurança de 3. Use o critério de Goodman modificado. Determine o correspondente fator de segurança resguardando-se de escoamento.
 (b) Suponha que o eixo não esteja rodando, mas a carga *P* seja variada ciclicamente como está mostrado. Com $f = 0,3$, encontre a carga máxima permitível de modo que o eixo sobreviva a um mínimo de 10^6 ciclos com um fator de segurança de 3. Use o critério de Goodman modificado. Determine o correspondente fator de segurança resguardando-se de escoamento.

