

6-14 Dano acumulado e tensões flutuantes variáveis

Na maioria das vezes, o componente mecânico sofre cargas variáveis, de amplitudes e de valores medianos não necessariamente constantes ao longo da vida de fadiga. Assim, os danos por fadiga serão acumulados no componente.

Em vez de um único histórico de tensão completamente reversa composta de n ciclos, suponha que uma peça de máquina, em um ponto crítico, está sujeita a

- Uma tensão completamente reversa σ_1 , por n_1 ciclos, σ_2 por n_2 ciclos, ..., ou
- Uma linha “sinuosa” de tensões que, com o tempo, exhibe muitos e diferentes picos e vales.

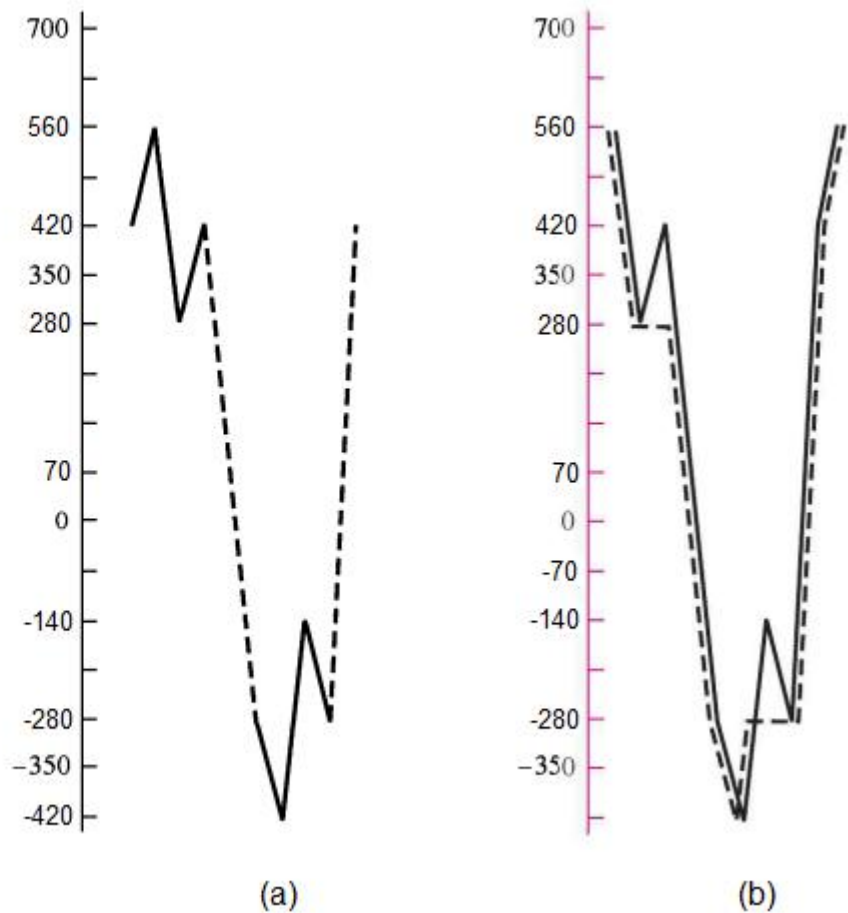
Que tensões são significativas, o que conta como um ciclo e qual é a medida do dano verificado? Considere um ciclo completamente reverso como está representado na Figura 6-33a. Primeiro, está claro que, para impor o padrão de

Figura 6-33

Diagrama de tensão variável preparado para avaliação de dano cumulativo.

(a) Bloco de carga repetido;

(b) Técnica para contagem de fluxo de chuva



tensão da Figura 6-33a a uma peça, é necessário que a linha do tempo seja como a linha sólida mais a linha tracejada na Figura 6-33a. A Figura 6-33b começa com 560 MPa e termina com 560 MPa. Reconhecer a existência de um único traço

temporal de tensão, é descobrir um ciclo “escondido”, representado como a linha tracejada na Figura 6-33b. Se houver 100 aplicações do ciclo da tensão totalmente positiva, e 100 aplicações do ciclo da tensão totalmente negativa, o ciclo escondido é aplicado somente uma vez. Se o ciclo da tensão totalmente positiva é aplicado alternadamente com o ciclo da tensão totalmente negativa, o ciclo escondido é aplicado 100 vezes. Por isso como contar o número de ciclos fica importante.

Há vários métodos de contagem de ciclos. O método mais popular e provavelmente o melhor de contagem de ciclos é o **Método de contagem do fluxo de chuva**.

6-14-1 Método de contagem do fluxo de chuva

O método foi proposto pela primeira vez por Matsuishi e Endo (1968). Com o histórico de tempo-carregamento, tempo-tensão ou tempo-deformação plotado de modo que o eixo do tempo seja verticalmente para baixo. Esses autores pensaram as linhas indo horizontalmente de uma reversão para uma faixa seguinte como a chuva que flui por um telhado representado pela história de picos e vales. Portanto, o método foi chamado de "contagem de fluxo de chuva".

A operação do método do fluxo de chuva é mostrada na Fig. 9.9 para uma história consistindo em quatro picos e quatro vales (Fig. 9.9a). As regras são:

1. Reorganize o histórico para **começar com o pico mais alto ou o vale mais baixo**.

2. Começando **no pico mais alto (ou no vale mais baixo)**, desça até o próxima reversão. O fluxo de chuva diminui e continua, a menos que o magnitude do pico seguinte (ou do vale a seguir, se começássemos do vale mais baixo) é **igual ou maior que o pico (ou vale)** a partir do qual foi iniciado, ou um fluxo de chuva anterior é encontrado.

3. Repita o mesmo procedimento para a próxima reversão e continue com estes passos para o fim.

4. Repita o procedimento para todos os intervalos e partes de um intervalo que foram não usado nas etapas anteriores.

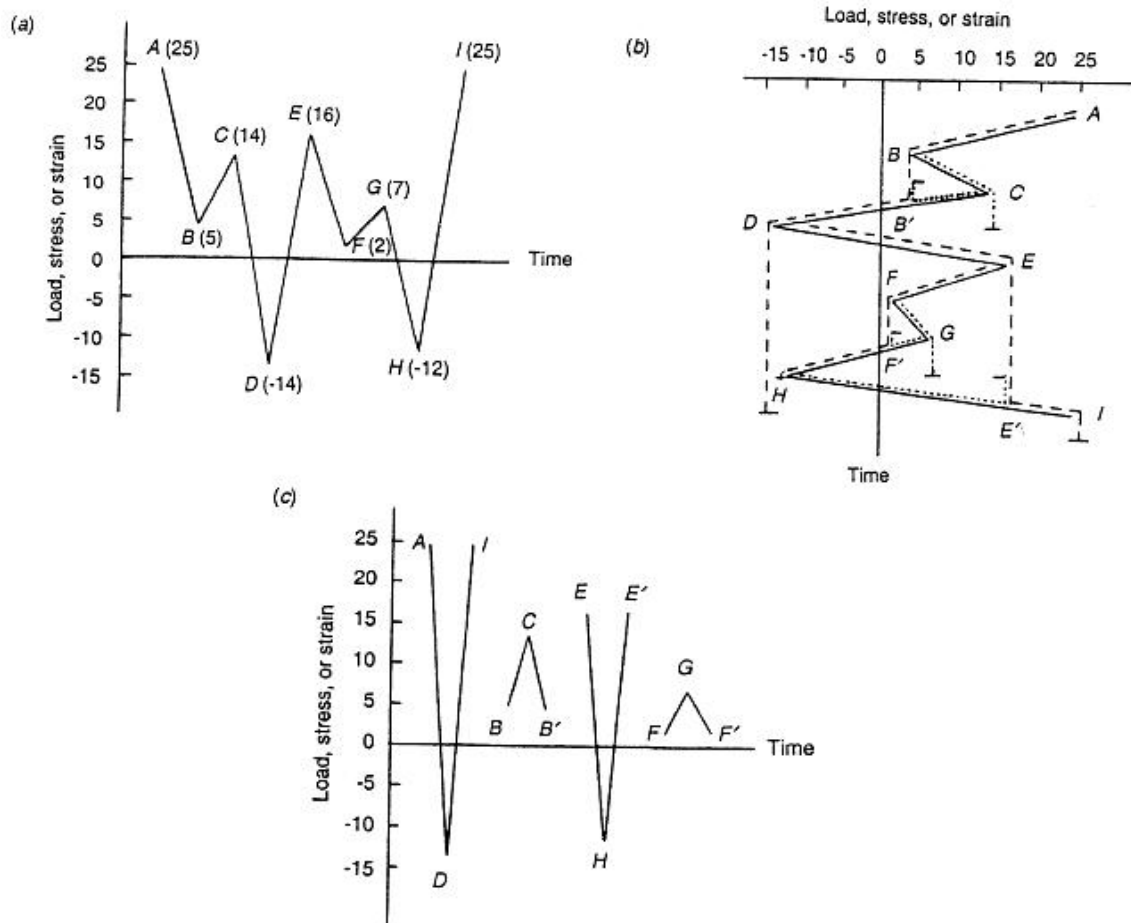


Figura 9.9 Exemplo de contagem de fluxo de chuva. (a) Carga, tensão ou histórico de tensão; (b) Ilustração da contagem do fluxo de chuva. (c) resultado de contagem de ciclos.

Este procedimento é ilustrado na Fig. 9.9b. Para esta história, o maior pico está no ponto A e a história começa com esse pico. Portanto, começamos no pico A e desça para a próxima reversão no ponto B. Desde o próximo pico no ponto C não é maior que o pico inicial no ponto A, descemos para o ponto B' e prossiga para a próxima reversão no ponto D. Os dois picos a seguir nos pontos E e G também não são maiores que o pico inicial no ponto A. Portanto, nós continue apontando H no final da história. Isso resulta em contar **meia ciclo com a faixa A-D** do ponto A ao ponto D. Agora vamos para a próxima reversão, que é **o vale no ponto B**, e desça para a próxima reversão no ponto D. Como o vale a seguir no ponto D é maior que o que começamos a partir, paramos no ponto C e contamos **um meio ciclo com o intervalo B-C**. Nas próximas reversão é o pico no ponto C. A partir deste ponto, devemos parar no ponto B' desde que um fluxo de chuva anterior do ponto A seja encontrado, **resultando em metade ciclo com faixa C-B'**. Na próxima reversão, que é o vale no ponto D, descemos para a próxima reversão no ponto E. Dado que os

seguintes vales em pontos F e H são menores que o vale inicial no ponto D, passamos a ponto E' e pare no ponto I no final da história. **O meio ciclo deste contagem, portanto, tem o intervalo D-A (ou D-I).** Este procedimento é repetido até o histórico de carregamento se esgotar.

Note-se que cada parte do histórico de carga é contada apenas uma vez. Além disso, **os semi-ciclos contados sempre ocorrem em pares de igual magnitude, resultando em ciclos completos.** Esta é a razão para reorganizar a história para começar com um pico ou vale com a maior magnitude. No histórico de exemplo, pares de semi-ciclos A-D e D-I, B-C e C-B', E-H e H-E' e F-G e G-F' formam os ciclos completos A-D-I, B-C-B', E-H-E' e F-G-F', mostrados na Fig. 9.9c. O intervalo resultante e os valores médios são os seguintes:

Ciclo	Máxima	Mínimo	máximo do	Média
A-D-I	25	-14	39	5.5
B-C-B'	14	5	9	9.5
E-H-E'	16	-12	28	2
F-G-F'	7	2	5	4.5

Segundo contagem de fluxo de chuva, a história de carga da Figura 6-33a conta três ciclos:

Números de ciclos	σ_{max}	σ_{min}	σ_a	σ_m
1	560	-420	490	70
2	420	280	70	350
3	-140	-280	70	-210

* Os três carregamentos ocorrem simultaneamente.

6-14-2 Dano acumulado pelo índice de Miner

Palmgren (1924)-Miner (1945) propôs a regra linear de acúmulo de dano: o dano que uma peça sofreu sob a ação de uma dada amplitude da tensão cíclica é diretamente proporcional ao número de ciclos em que atuou aquela amplitude de tensão.

Introduzindo o **índice de dano de Miner:**

$$D_i = n_i / N_i$$

onde Sendo n_i - o número de ciclos foram atuados, para uma amplitude de tensão σ_i e N_i é a vida que o material teria quando submetido ao carregamento de amplitude σ_i , atuando unicamente. Para vários níveis de tensão, o dano total é dado por

$$D = \sum_i D_i = \sum_i (n_i / N_i)$$

O critério de falha por fadiga é que quando o dano acumulado atinge um valor:

$$D=c$$

O parâmetro c foi determinado por experimento e está usualmente no intervalo: $0,7 < c < 2,2$ com um valor médio próxima à unidade.

EXEMPLO: Um espécime de ensaio feito pelo material que possui a sua curva S - N dada por $S_f = 3207N^{-0,201}$. Qual o número de ciclos que o espécime deverá suportar sob um carregamento com 300 MPa de amplitude, se antes foi solicitado por 5000 ciclos de 500 MPa de amplitude.

SOLUÇÃO:

Será adotado que o dano final é $c = 1$, para caracterizar a falha. Se aplicar o nível de tensão 500 MPa unicamente até falha, a vida é

$$N_1 = (3207/500)^{1/0,201} = 10365 \text{ ciclos}$$

Como foram aplicados $n_1 = 5000$ ciclos de nível 500 MPa, então o índice de dano de Miner para este nível é:

$$D_1 = n_1/N_1 = 5000/10365 = 0,482$$

Assim resta $D_2=1-D_1=1-0,482=0,518$, o índice de Miner para o nível de 300 MPa.

Se aplicar o nível de tensão 300 MPa **unicamente** até falha, a vida é

$$N_2 = (3207/300)^{1/0,201} = 131610 \text{ ciclos}$$

Como $D_2= n_2/N_2$, então o número de ciclos permitido até falha de fadiga é dado por

$$n_2=D_2 \times N_2=0,518 \times 131610=68174 \text{ ciclos}$$

EXEMPLO 6-15 Dada uma peça com $S_{ut} = 1057$ MPa e no local crítico da peça, $S_e = 472,5$ MPa. Para o carregamento da Figura 6-33, calcule o número de repetições do bloco tensão-tempo na Figura 6-33 que pode ser feito antes da falha.

Números de ciclos	σ_{\max}	σ_{\min}	σ_a	σ_m
1	560	-420	490	70
2	420	280	70	350
3	-140	-280	70	-210

* Os três carregamentos ocorrem simultaneamente.

Ciclos da Figura 6-33

Solução Da Figura 6-18, para $S_{ut} = 1057$ MPa, $f = 0,795$. Da Equação (6-14),

$$a = \frac{(f S_{ut})^2}{S_e} = \frac{[0,795(1057)]^2}{472,5} = 1494,5 \text{ MPa}$$

Da Equação (6-15),

$$b = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{f S_{ut}}{S_e} \right) = -\frac{1}{3} \log \left[\frac{0,795(1057)}{472,5} \right] = -0,0833$$

Assim,

$$S_f = 1494,5 N^{-0,0833} \quad \text{é} \quad N = \left(\frac{S_f}{1494,5} \right)^{-1/0,0833} \quad (1), (2)$$

Para o ciclo 1, como $\sigma_a = 490 \text{ MPa} > S_e = 472,5 \text{ MPa}$, a vida não atinge infinita, assim, deve-se substituir S_e por S_f , e tomar $n=1$ (a linha de carregamento r cruza com a nova curva $S_f - S_m$) no critério de Gerber, ou seja na Eq. (6-46), obte-se

$$S_f = \frac{\sigma_a}{1 - (\sigma_m / S_{ut})^2} = \frac{490}{1 - (70 / 1057)^2} = 492,1 \text{ MPa}$$

Então,

$$N_1 = \left(\frac{492,1}{1495,5} \right)^{-1/0,0833} = 619 \times 10^3 \text{ ciclos}$$

Para o ciclo 2, a inclinação de carregamento $r = \sigma_a / \sigma_m = 70 / 350 = 0,2$, e a amplitude da resistência na falha é determinada pela 1ª linha e a 2ª coluna da Tabela 6-7:

$$S_a = \frac{0,2^2 \times 1057^2}{2 \times 472,5} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \left[\frac{2 \times 472,5}{0,2 \times 1057} \right]^2} \right\} = 169,4 \text{ MPa}$$

Como $\sigma_a = 70 \text{ MPa} < S_a = 169,4 \text{ MPa}$, não falhou, então, a vida $N_2 = \infty$

Para o carregamento 3, como $\sigma_m < 0$, $S_f = S_e$, então, a vida $N_3 = \infty$.

Com a base das análises acima, o dano do bloco é:

$$D = \sum_{i=1}^3 \frac{n_i}{N_i} = n \left(\frac{1}{619 \times 10^3} + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{n}{619 \times 10^3}$$

Tomando $D=1$, então, o número de repetições do bloco: $n = 619 \times 10^3$ ciclos.

~~~~~

Para melhor ilustrarmos o uso da regra de Miner, vamos escolher um aço com as propriedades  $S_{ut} = 560 \text{ MPa}$ ,  $S'_{e,0} = 280 \text{ MPa}$  e  $f = 0,9$ ; usamos a designação  $S'_{e,0}$  em lugar da mais usual  $S'_e$  para indicar o limite de endurance do *material virgem, ou não danificado*. O diagrama log  $S$ -log  $N$  para esse material é mostrado na Figura 6-34 pela linha sólida grossa.

Calculamos os parâmetros  $a$  e  $b$  da formula logaritmo:

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S'_{e,0}} = \frac{(0,9 \times 560)^2}{280} = 907,2 \quad b = -\frac{1}{3} \log \left( \frac{fS_{ut}}{S'_{e,0}} \right) = -\frac{1}{3} \log \left( \frac{0,9 \times 560}{280} \right) = 0,085091$$

Agora aplique uma tensão revertida  $\sigma_1 = 420 \text{ MPa}$  por  $n_1 = 3000$  ciclos. Visto que  $\sigma_1 > S'_{e,0}$ , o limite de endurance será prejudicado, e desejamos encontrar o novo limite de endurance  $S'_{e,1}$  do material danificado usando a regra de Miner. A equação da linha de falha do material virgem na Figura 6-34 no intervalo de  $10^3$  a  $10^6$  ciclos é

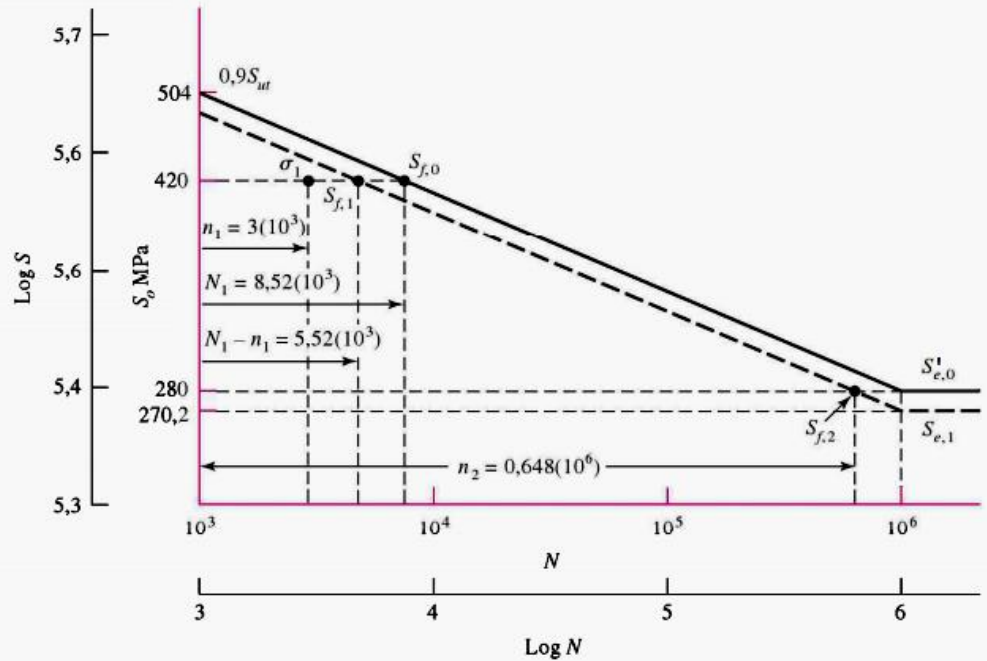
$$S_f = a N^b = 907,2 N^{-0,085\ 091}$$

Os ciclos até a falha no nível de tensão  $\sigma_1 = 420$  MPa são

$$N_1 = \left( \frac{\sigma_1}{907,2} \right)^{-1/0,085\ 091} = \left( \frac{420}{907,2} \right)^{-1/0,085\ 091} = 8520 \text{ ciclos}$$

**Figura 6-34**

Uso da regra de Miner para prever o limite de endurance de um material que foi sobretensionado para um número finito de ciclos.



A Figura 6-34 mostra que o material tem uma vida  $N_1 = 8520$  ciclos a 420 MPa, e conseqüentemente, depois da aplicação de  $\sigma_1$  por 3000 ciclos, existem  $N_1 - n_1 = 5520$  ciclos de vida remanescentes a  $\sigma_1$ . Isso localiza a resistência de vida finita  $S_{f,1}$  do material danificado, como mostra a Figura 6-34. Para obtermos um segundo ponto, formulamos a questão: dados  $n_1$  e  $N_1$ , quantos ciclos de tensão  $\sigma_2 = S'_{e,0}$  podem ser aplicados antes que o material danificado falhe?

Isso corresponde a  $n_2$  ciclos de reversões de tensão, assim, da Equação (6-57), temos

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} = 1 \quad (a)$$

ou

$$n_2 = \left( 1 - \frac{n_1}{N_1} \right) N_2 \quad (b)$$

Então

$$n_2 = \left[ 1 - \frac{3(10)^3}{8,52(10)^3} \right] (10^6) = 0,648(10^6) \text{ ciclos}$$



o diagrama de log  $S$ -log do material danificado de acordo com a regra de Miner. O novo limite de endurance é  $S_{e,1} = 270,2$  MPa.

Poderíamos parar aqui, mas um pouco mais de investigação pode ser útil. Temos dois pontos no novo lugar geométrico de fadiga,  $N_1 - n_1, \sigma_1$  e  $n_2, \sigma_2$ . É útil provar que a inclinação da nova linha é ainda  $b$ . Pela equação  $S_f = a'N^{b'}$ , em que os valores de  $a'$  e  $b'$  são estabelecidos por dois pontos  $\alpha$  e  $\beta$ . A equação para  $b'$  é

$$b' = \frac{\log \sigma_\alpha / \sigma_\beta}{\log N_\alpha / N_\beta} \quad (c)$$

Examine o denominador da Equação (c):

$$\begin{aligned} \log \frac{N_\alpha}{N_\beta} &= \log \frac{N_1 - n_1}{n_2} = \log \frac{N_1 - n_1}{(1 - n_1/N_1)N_2} = \log \frac{N_1}{N_2} \\ &= \log \frac{(\sigma_1/a)^{1/b}}{(\sigma_2/a)^{1/b}} = \log \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^{1/b} = \frac{1}{b} \log \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) \end{aligned}$$

Substituindo isso na Equação (c) com  $\sigma_\alpha/\sigma_\beta = \sigma_1/\sigma_2$  dá

$$b' = \frac{\log(\sigma_1/\sigma_2)}{(1/b) \log(\sigma_1/\sigma_2)} = b$$

o qual significa que a linha do material danificado tem a mesma inclinação que a linha do material virgem; por isso, as linhas são paralelas. Essa informação pode ser útil ao escrevermos um programa de computador para a hipótese de Palmgren-Miner.

Embora a regra de Miner geralmente seja bem usada, ela falha em duas maneiras para concordar com os experimentos. Primeiro, note que essa teoria afirma que a resistência estática  $S_{ut}$  é danificada, isto é, diminuída, por causa da aplicação de  $\sigma_1$ ; ver Figura 6-34 em  $N = 10^3$  ciclos. Experimentos falham em verificar essa previsão.

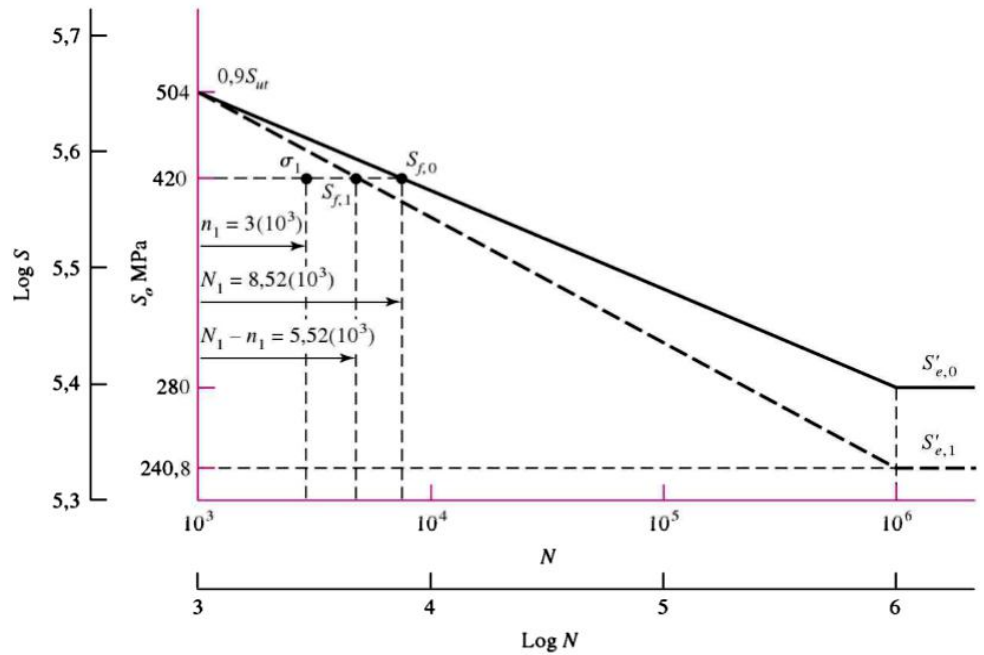
A regra de Miner, como dada pela Equação (6-57), não leva em conta a ordem segundo a qual as tensões são aplicadas, e daí ignora quaisquer tensões menores que  $S'_{e,0}$ . Mas pode ser visto na Figura 6-34 que uma tensão  $\sigma_3$  no intervalo  $S'_{e,1} < \sigma_3 < S'_{e,0}$  causaria dano se aplicada depois de o limite de endurance ter sido danificado pela aplicação de  $\sigma_1$ .

### 6-14-3 Dano acumulado pelo método de Manson

O método de Manson, como apresentado aqui, consiste em fazer todas as linhas de log  $S$ -log  $N$ , isto é, as linhas para os materiais danificado e virgem, convergirem ao mesmo ponto,  $0,9S_{ut}$  em  $10^3$  ciclos. Ademais, as linhas de log  $S$ -log  $N$  devem ser construídas na mesma ordem histórica segundo a qual as tensões ocorrem.

**Figura 6-35**

Uso do método de Manson para prever o limite de endurance de um material que tenha sido sobretensionado por um número finito de ciclos.



(em1965)

A abordagem de Manson supera ambas as deficiências observadas no método de Palmgren-Miner; historicamente é uma abordagem muito mais recente e é igualmente fácil de usar. Exceto por uma pequena mudança, usaremos e recomendamos o método de Manson neste livro. Manson traçou o diagrama  $S$ - $\log N$  em vez de um gráfico  $\log S$ - $\log N$  como é recomendado aqui. Ele também valeu-se do experimento para encontrar o ponto de convergência da intersecção de  $N = 10^3$  ciclos com  $S = 0,9S_{ut}$  como é feito aqui. Claro, é sempre melhor usar o experimento, mas nosso propósito neste livro foi usar dados de ensaios simples para aprender o máximo possível acerca da falha por fadiga.

Os dados do exemplo precedente são usados para fins ilustrativos. Os resultados são mostrados na Figura 6-35. Note que a resistência  $S_{f,1}$  correspondendo a  $N_1 - n_1 = 5,52(10^3)$  ciclos é encontrada da mesma maneira que antes. Por esse ponto e por  $0,9S_{ut}$  em  $10^3$  ciclos, desenhe a linha tracejada grossa para encontrar  $N = 10^6$  ciclos e defina o limite de endurance do material danificado. Nesse caso, o novo limite de endurance é 241 MPa, algo menor que o encontrado pelo método de Miner. **O cálculo é seguinte:**

Supor a nova linha de fadiga com dano provocado pela aplicação a tensão  $\sigma_1$  é dada por:

$$S = a'N^{b'} \quad (1)$$

Usando dois pontos:  $S_{f,1} = \sigma_1 = 420 \text{ MPa}$  para  $N = N_1 - n_1 = 5520 \text{ ciclos}$  e

$S = 0,9S_{ut} = 0,9 \times 560 \text{ MPa} = 504 \text{ MPa}$  para  $N = 1000 \text{ ciclos}$ , temos

$$420 = a'(5520)^{b'} \quad (2)$$

e

$$504 = a'(1000)^{b'} \quad (3)$$

Dividindo (2) por (3), obte-se:

$$\frac{420}{504} = \left(\frac{5520}{1000}\right)^{b'} \Rightarrow b' = \frac{\log(420/504)}{\log(5520/1000)} = -0,1067722032$$

Para o novo limite de endurance  $S'_{e,1}$  com  $N=10^6$ , então

$$S'_{e,1} = 504 \left(\frac{10^6}{10^3}\right)^{b'} = 504 \times 10^{3b'} = 504 \times 10^{3(-0,1067722032)} \approx 241 \text{MPa}$$

Agora é fácil ver na Figura 6–35 que uma tensão reversa  $\sigma = 252$  MPa, digamos, não prejudicaria o limite de endurance do material virgem, sem importar quantos ciclos ela pudesse ser aplicada. Contudo, se  $\sigma = 252$  MPa fosse aplicada *após* o material ser danificado por  $\sigma_1 = 420$  MPa, então seria feito dano adicional.

Ambas as regras envolvem um número de cálculos, que são repetidos cada vez que o dano é estimado. Para traços complicados de tensão-tempo, isso pode ser para cada ciclo. Claramente um programa de computador é útil para realizar essas tarefas, incluindo escrutinar o traço e identificar os ciclos.

Collins disse bem: “A despeito de todos os problemas citados, a regra de dano linear de Palmgren é frequentemente usada por causa de sua simplicidade e pelo fato de que outras teorias sobre dano mais complexas nem sempre mostram uma melhoria significativa na confiabilidade de previsão de falha”.

## Exercícios

- 6-29** Uma mola plana de suspensão tem tensão flutuante de  $\sigma_{\max} = 420$  MPa e  $\sigma_{\min} = 140$  MPa aplicada por  $5(10^4)$  ciclos. Se a carga mudar a  $\sigma_{\max} = 350$  MPa e  $\sigma_{\min} = -200$  MPa, quantos ciclos a mola sobreviverá? O material é aço AISI 1040 CD (estirado a frio) e tem uma resistência à fadiga completamente corrigida de  $S_e = 200$  MPa. Suponha que  $f = 0,9$ .
- (a) Use o método de Miner.
- (b) Use o método de Manson.