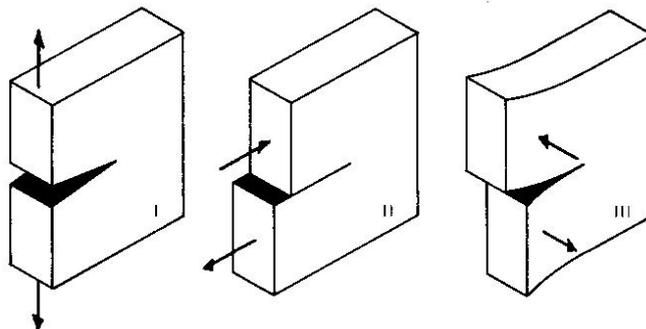


3. Modos de propagação de trincas; Campo elástico em torno da ponta de uma trinca; Fator de intensidade de tensão

3.1 Modos de propagação de trincas

Há três modos básicos de propagação de trincas (Fig. 14): Modo I - Abrir, Modo II - Deslizar (ou Cisalhar em plano) e Modo III - Rasgar (ou Cisalhar fora do plano). Um modo real pode ser composto dos três modos geralmente.



(a) Modo I (Abrir); (b) Modo II (Deslizar); (c) Modo III (Rasgar)

Fig. 14 Modos de propagação de trincas.

3.2 O campo elástico em torno da ponta de uma trinca e fator de intensidade de tensões

Pela teoria de elasticidade, Westergaard (1938) e Muskhelishvili obtêm os campo de tensões em torno da ponta de uma trinca no sistema polar e o retangular respectivamente (Fig. 15).

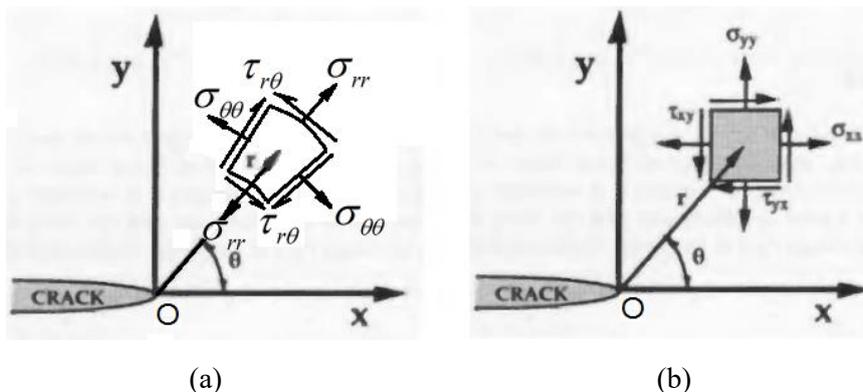


Fig. 15 Estado de tensões no sistema polar (a) e no retangular (b). O eixo x é definido ao longo da trinca e a origem está na ponta da trinca.

Para modo I, as tensões são:

$$\begin{cases} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{r\theta} \end{cases} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} \cos \frac{\theta}{2} (1 + \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2}) \\ \cos \frac{3\theta}{2} \\ \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{cases} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2}) \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2}) \\ \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (3.1)$$

e os deslocamento:

$$\begin{cases} u_r \\ u_\theta \end{cases} = \frac{k_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{cases} (1+\nu) \left[(2\kappa-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ (1+\nu) \left[-2(\kappa+1) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} + \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \end{cases} \quad (3.2)$$

ou

$$\begin{cases} u_x \\ u_y \end{cases} = \frac{k_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{cases} (1+\nu) \left[(2\kappa-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ (1+\nu) \left[2(\kappa+1) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} - \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \end{cases} \quad (3.2')$$

Para modo II, as tensões são:

$$\begin{cases} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{r\theta} \end{cases} = \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} (1 - 3 \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2}) \\ -3 \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 - 3 \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2}) \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{cases} = \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} -\operatorname{sen} \frac{\theta}{2} (2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}) \\ \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2}) \end{cases}$$

(3.3)

e os deslocamentos:

$$\begin{cases} u_r \\ u_\theta \end{cases} = \frac{k_{II}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{cases} (1+\nu) \left[-(2\kappa-1) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} + 3 \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \\ (1+\nu) \left[-2(\kappa+1) \cos \frac{\theta}{2} + 3 \cos \frac{3\theta}{2} \right] \end{cases} \quad (3.4)$$

ou

$$\begin{cases} u_x \\ u_y \end{cases} = \frac{k_{II}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{cases} (1+\nu) \left[(2\kappa+3) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} + \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \\ -(1+\nu) \left[(2\kappa-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] \end{cases} \quad (3.4')$$

Para modo III, as tensões são:

$$\begin{cases} \sigma_{rz} \\ \tau_{\theta z} \end{cases} = \frac{k_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} \text{sen} \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \sigma_{xz} \\ \tau_{yz} \end{cases} = \frac{k_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} -\text{sen} \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (3.5)$$

e os deslocamentos:

$$\begin{aligned} u_r = u_\theta = u_x = u_y = 0 \\ u_z = \frac{k_{III}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} [2(1+\nu) \text{sen} \frac{\theta}{2}] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Nas formulas acima E é modulo de elasticidade, ν é a razão de Poisson e

$$\kappa = \begin{cases} (3-\nu)/(1+\nu) & \text{para o estado de tensão em plano (ETP)} \\ 3-4\nu & \text{para o estado de deformação em plano (EDP)} \end{cases} \quad (3.7)$$

Para caso geral, os componentes de tensor de tensões e de deslocamento são:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(r, \theta) = \sigma_{ij}^I + \sigma_{ij}^II + \sigma_{ij}^III = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} [k_I f_{ij}^I(\theta) + k_{II} f_{ij}^II(\theta) + k_{III} f_{ij}^III(\theta)] \\ u_i(r, \theta) = \sigma_{ij}^I + \sigma_{ij}^II + \sigma_{ij}^III = \frac{1}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} [k_I g_{ij}^I(\theta) + k_{II} g_{ij}^II(\theta) + k_{III} g_{ij}^III(\theta)] \end{aligned} \quad (3.8)$$

k_I , k_{II} e k_{III} são chamados os **fatores de intensidade de tensões** (FIT, ou SIF, *Stress Intensity Factors na ingles*) correspondendo os modos I, II e III respectivamente, cujos valores são dependentes das geometrias de trinca e componente mecânico e da configuração de carregamento, mas independente do material. A unidade dos fatores de intensidade de tensões é $\text{MPa} \sqrt{m}$ ou $\text{psi} \sqrt{\text{in}}$ (é estranho! Essa unidade é devido que a sua obtenção é de pura aplicação matemática).

Podemos perceber que os campo de tensões possui singularidade de meia ordem (dividindo uma raiz que aproxima a zero), pois se $r \rightarrow 0$, então, $\sigma_{ij} \rightarrow \infty$. Essa singularidade é causada por a ponta de trinca é fiada, ou seja, o raio de curvatura da trinca é nulo. Como as tensões são infinitas para todas as pontas de trincas, a comparação de tensões em duas pontas diferentes é inútil. Os campo de

tensões são determinados pelos FITs, por isso, é imprescindível na Mecânica da Fratura a determinar os valores dos FITs. Há manuais de FITs para algumas trincas e carregamentos não complicados.

De (3.1) à (3.5), podemos obter:

$$k = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \left[\frac{\sigma_{ij}(r, \theta)}{f_{ij}(\theta)} \right]_{\theta=0} \text{ se } f_{ij}(\theta)|_{\theta=0} \neq 0 \quad (3.9)$$

Essa formula é muito utilizada para obter FITs através de métodos numéricos.

Fig. 16 mostra FITs para alguns casos simples de uma trinca reta *passante* da espessura de uma placa infinita.

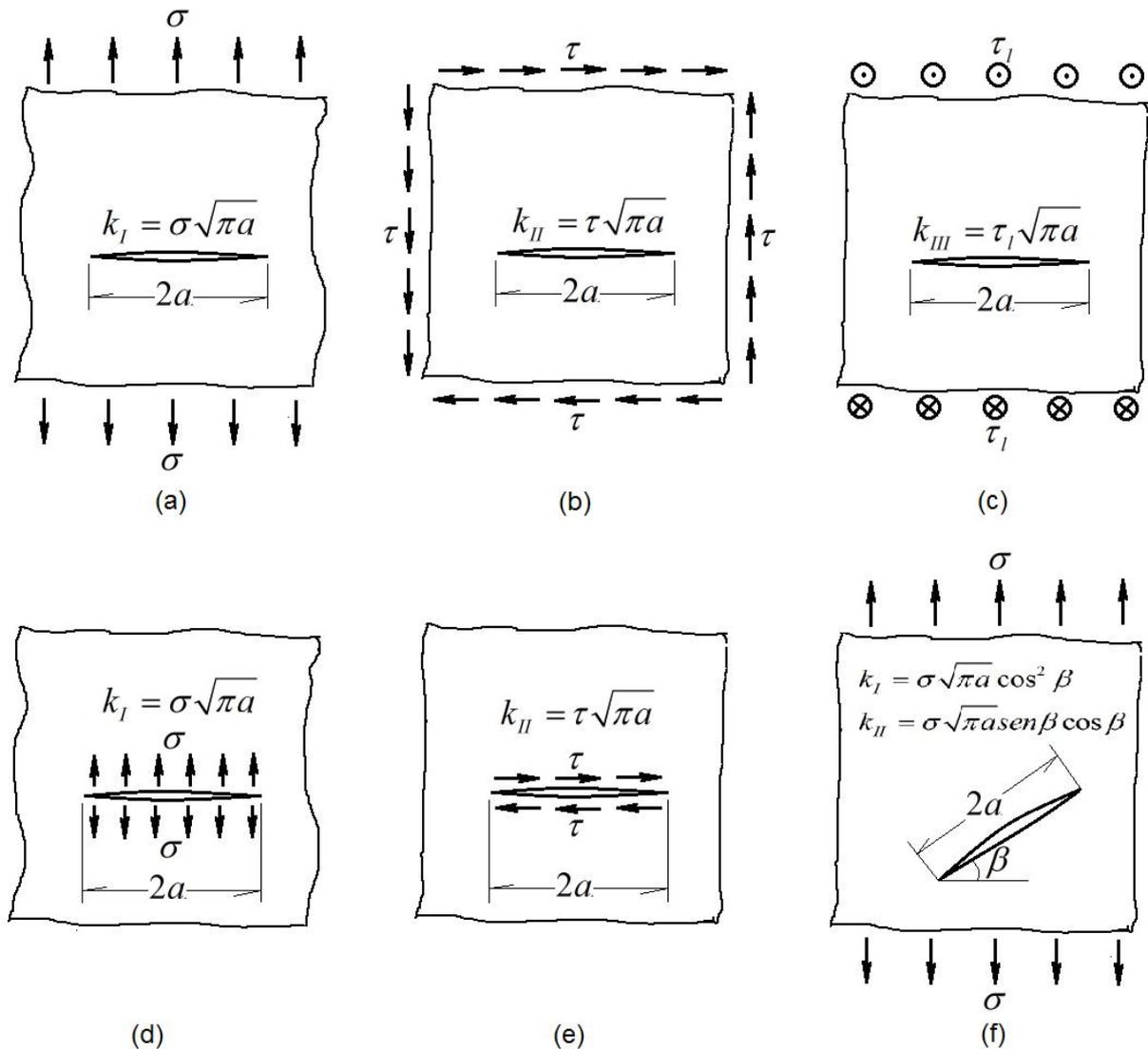


Fig. 16 FITs para alguns casos simples de uma trinca reta *passante* da espessura de uma placa infinita.

Caso a placa finita, geralmente podemos expressar

$$k = Y\sigma_0\sqrt{\pi a} \quad (3.10)$$

onde Y é um fator de correção adimensional dependendo as geometrias de trinca e componente mecânico e da configuração de carregamento; a é o total ou meio comprimento da trinca depende a trinca está no interior ou de porta como mostrada na Fig. 17. Há manuais para encontrar os valores do Y para trincas simples (Tabela 1-9). Casos complicados, deve usar métodos numéricos para a obtenção do valor Y .

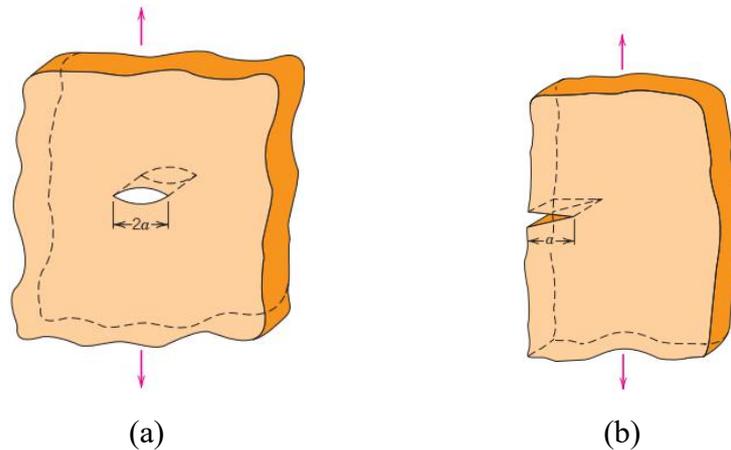


Fig. 17 Esquema de representações de (a) uma trinca numa placa interior e (b) uma trinca na porta de uma placa.

TABELA 1

Fator geométrico para placa de largura finita, com trinca central.

a/w	Y
0,1	1,01
0,2	1,03
0,3	1,06
0,4	1,11
0,5	1,19
0,6	1,30

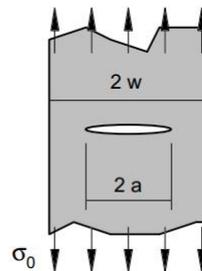


TABELA 2

Fator geométrico para placa de largura finita, com trinca na borda.

a / w	Y
0,0	1,12
0,1	1,19
0,2	1,37
0,3	1,67
0,4	2,11
0,5	2,83

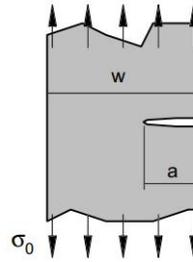


TABELA 3

Fator geométrico para placa com trinca na borda, sob flexão.

a / w	Y
0,1	1,02
0,2	1,06
0,3	1,16
0,4	1,32
0,5	1,62
0,6	2,10

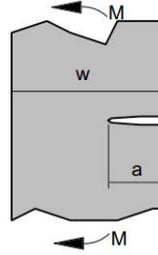


TABELA 4

Fator geométrico para placa com trinca nas duas bordas, sob tração.

a / w	Y
0,0	1,12
0,2	1,12
0,3	1,13
0,4	1,14
0,5	1,15
0,6	1,22

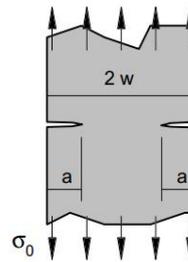
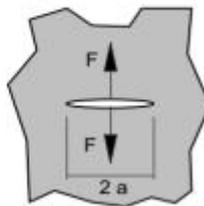


TABELA 5

Fator geométrico para placa com força concentrada na trinca.

$$K_I = \frac{F}{\sqrt{\pi a}}$$



onde F é a força distribuída na espessura, que tem unidade [F]=N/m

TABELA 6

Fator geométrico para placa com força concentrada, equilibrada pela tensão nominal no outro extremo.

$$K_I = 0,5 \sqrt{\pi a} \left(\sigma_0 + \frac{F}{\pi a} \right)$$

onde F é a força distribuída na espessura, que tem unidade [F]=N/m

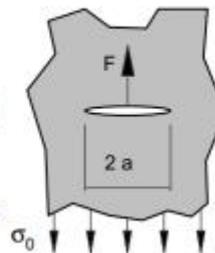
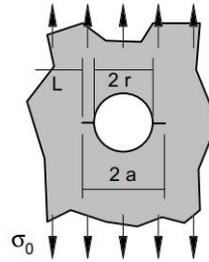


TABELA 7

Fator geométrico para placa com duas trincas. a partir de um furo.

L / r	Y
0,1	0,82
0,2	0,98
0,4	1,05
0,6	1,05
1,0	1,02
2,0	1,00

**TABELA 8**

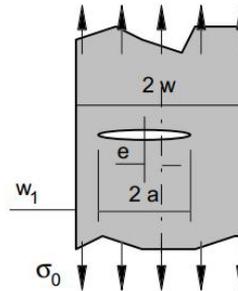
Fator geométrico para placa com trinca excêntrica.

$$Y^2 = \sec \frac{\pi \lambda}{2} \frac{\sin x}{x}$$

$$\lambda = a / w_1$$

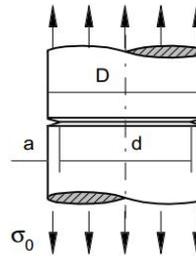
$$\varepsilon = e / w$$

$$x = 2 \lambda \varepsilon$$

**TABELA 9**

Fator geométrico para barra circular com trinca concêntrica.

a / D	Y
0,0	1,12
0,1	1,15
0,2	1,48
0,3	2,38
0,4	6,13
0,45	16,55



4. Curva R; Relação entre G e FITs; Critérios de propagação de trincas e a tenacidade da fratura

4.1 Curva R

Sobre a propagação de trincas, três perguntas devem ser respondidas:

- (i) Quando uma trinca começa propagar -> a condição para o início de propagação?
- (ii) Aonde propagar?
- (iii) A quantidade da propagação?

Segundo da velocidade de propagação de trinca, a propagação de trinca se classifica em duas categorias:

- (i) Propagação estável: isto é que após de início da propagação, a propagação desenvolve somente quando o aumento de carga, aumento pouco

carga, desenvolve pouco a trinca; não aumenta mais a carga, a trinca para a propagação.

(ii) Propagação instável: Quando o comprimento de uma trinca atinge certo valor, a trinca se propaga até quebra da estrutura sem necessidade de aumento da carga.

Sabe-se que quando $G = 2w_f = 2(\gamma_s + \gamma_p)$ (2.11), a trinca começa propagar. Para melhor entendimento os dois tipos de propagação, anotamos $R = 2w_f$ como a **resistência à fratura**. O diagrama R vs extensão de trinca se chama a curva de resistência ou R curva e o diagrama correspondente G vs extensão de trinca se chama curva de força motriz. Considera agora uma placa larga com uma trinca passante de comprimento inicial a_0 . Sob uma tensão remoto σ fixada (Fig. 13), a taxa de alívio de energia G varia linearmente com o tamanho de trinca:

$$G = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (4.1)$$

Fig. 18 ilustra as curvas de R e força motriz para dois tipos de comportamento de materiais.

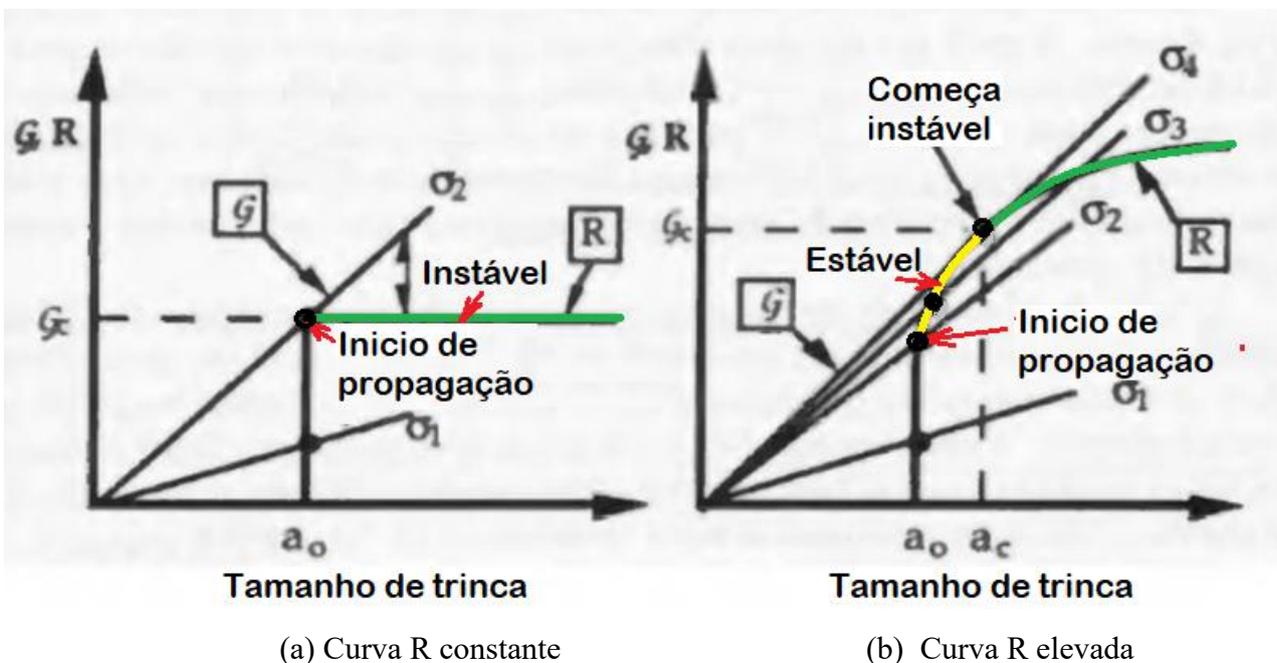


Fig. 18 Diagramas de R e força motriz

Pela Fig. 18, podemos concluir que as condições para a propagação estável:

$$G = R \quad \text{e} \quad \frac{dG}{da} \leq \frac{dR}{da} \quad (4.2)$$

Para a propagação instável, deve ter:

$$G = R \quad \text{e} \quad \frac{dG}{da} \geq \frac{dR}{da} \quad (4.3)$$

4.2 Relação entre G e FITs

Os dois parâmetros, G e FITs, ambos podem descrever o comportamento de trincas. A taxa de alívio de energia G quantifica a pura variação na energia potencial quando uma trinca obtém um incremento, então, ela descreve comportamento global. Os FITs caracterizam as tensões, deformações e deslocamentos em torno da ponta de trinca, por isso, eles são parâmetros locais. Para materiais elásticos lineares, G e FITs são unicamente relacionados como

$$G = \frac{k_I^2}{E'} + \frac{k_{II}^2}{E'} + \frac{k_{III}^2}{2\mu} \quad (4.4)$$

onde μ é o módulo de elasticidade transversal ou cisalhante e

$$E' = \begin{cases} E & \text{para o estado de tensão em plano (ETP)} \\ E / (1 - \nu^2) & \text{para o estado de deforma\~{c}o em plano (EDP)} \end{cases} \quad (4.5)$$

4.2 Critérios usuais de propagação de trincas

(i) O critério de FITs

O critério de FITs pode ser expressado como:

$$k(k_I, k_{II}, k_{III}) \geq k_C \quad (\text{o valor crítico}) \quad (4.6)$$

Este critério é usado geralmente para único modo de propagação. Para o modo I apenas, o critério para o início de propagação estável é dado por:

$$k_I \geq k_{IC} \quad (4.7)$$

onde k_{IC} se chama a tenacidade da fratura de deformação plana, ou simples **a tenacidade da fratura**. Ela é um parâmetro do material, que representa a capacidade de resistir à fratura do material. O valor dela é somente depende o material e temperatura e determinado por ensaio segundo das normas internacionais como E1820-08 (ASTM). Fig.19 ilustra dois corpos de prova típicos para a medição a tenacidade da fratura de deformação plana.

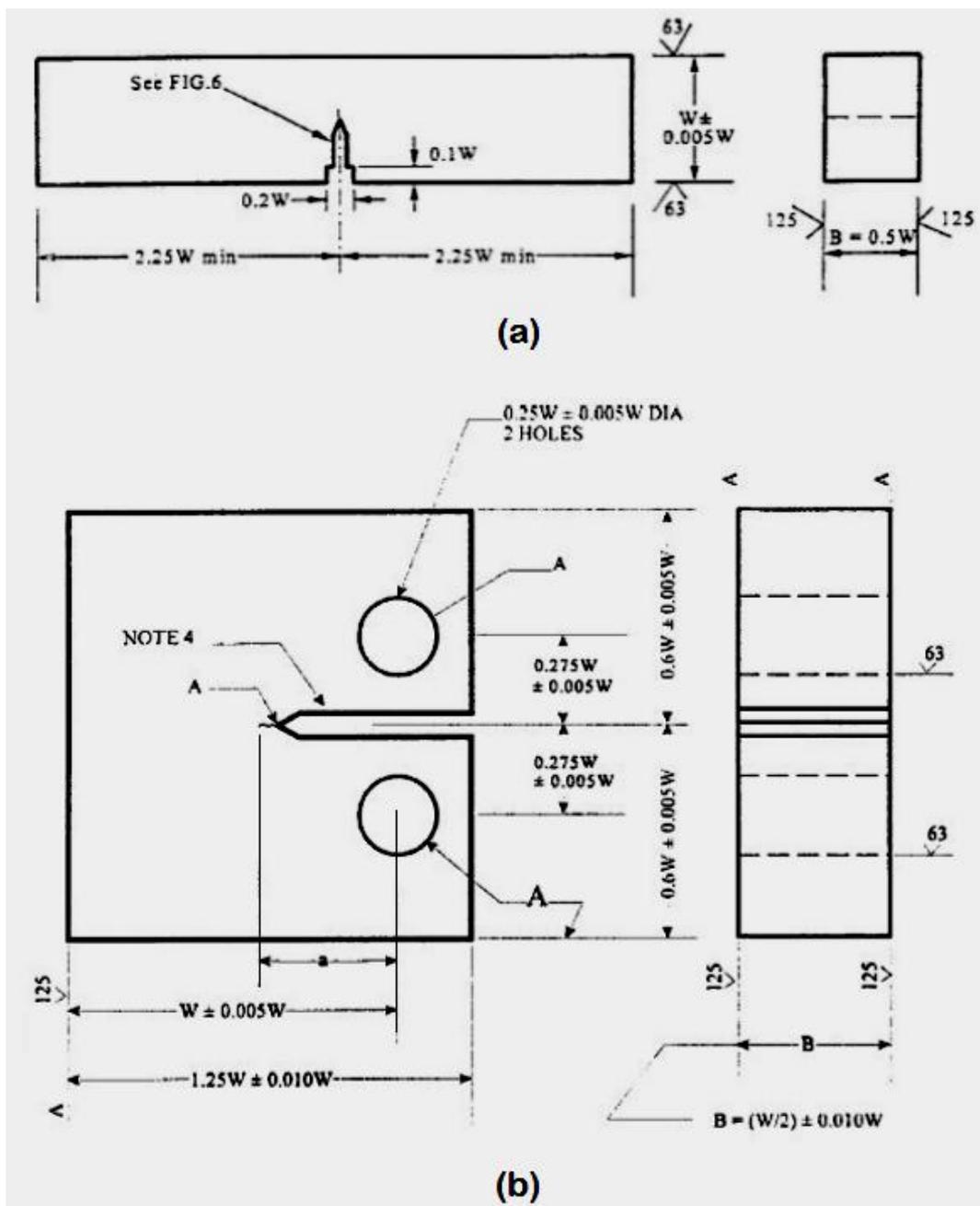


Fig. 19 Corpos de prova típicos para a medição a tenacidade da fratura de deformação plana. (a) Corpo de prova de dobramento em três apoios (SEB, Single edge-cracked bend specimen); (b) Corpo de prova compacto (Compact tension specimen)

(ii) O critério da taxa de alívio de energia

Este critério é uma condição para o início de propagação:

$$G \geq G_C = 2(\gamma_s + \gamma_p) \quad (4.8)$$

ou

$$G \geq G_{IC} = \frac{k_{IC}^2}{E'} \quad (4.9)$$

(iii) O critério da máxima tensão circunferencial $(\sigma_{\theta\theta})_{\max}$

Para uma trinca passante numa placa, pelo critério, a trinca começa propagarse se

$$(\sigma_{\theta\theta})_{\max} \geq \sigma_{\theta C} \quad (4.10)$$

ou seja, a condição para o início de propagação é:

$$\cos \frac{\theta_0}{2} \left(k_I \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) \geq k_{IC} \quad (4.11)$$

A direção da propagação θ_0 satisfaz

$$\left(\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} \right) \Big|_{\theta=\theta_0} = 0 \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} \right) \Big|_{\theta=\theta_0} < 0 \quad (4.12)$$

A primeira igualdade da (4.12) identifica:

$$k_I \sin \theta_0 + k_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) = 0 \quad (4.13)$$

O procedimento é seguinte: (1) obter k_I e k_{II} respectivamente; (2) pela (4.13) resolver θ_0 (que geralmente deve estar entre -90° e $+90^\circ$) através de método numérico ou pela seguinte formula:

$$\text{sen}\theta_0 = \frac{(k_I \pm 3\sqrt{k_I^2 + 8k_{II}^2})k_{II}}{k_I^2 + 9k_{II}^2} \quad (4.14)$$

Como θ_0 pode ter multi-valores, deve-se levar os diferentes valores do θ_0 à (3.8) junto com (3.1) e (3.3) e calcular os valores $\sigma_{\theta\theta}$ correspondentes, descalculando $\sqrt{2\pi r}$. O correto θ_0 resulta o maior valor da $\sigma_{\theta\theta}$; (3) levando θ_0 , k_I e k_{II} à (4.11), verificando se o lado esquerdo da (4.11) é maior ou igual a k_{IC} . Caso sim, a trinca propagar na direção definida pelo θ_0 . Caso não, a trinca não se propaga.

5. Trincas de elipse

Uma geometria de defeito que se apresenta com bastante frequência em problemas práticos tridimensionais é o de uma trinca com projeção elíptica, ou semi elíptica (Fig. 20). Neste caso o fator de intensidade de tensão varia ao longo da frente da trinca, como este exemplo mostra.

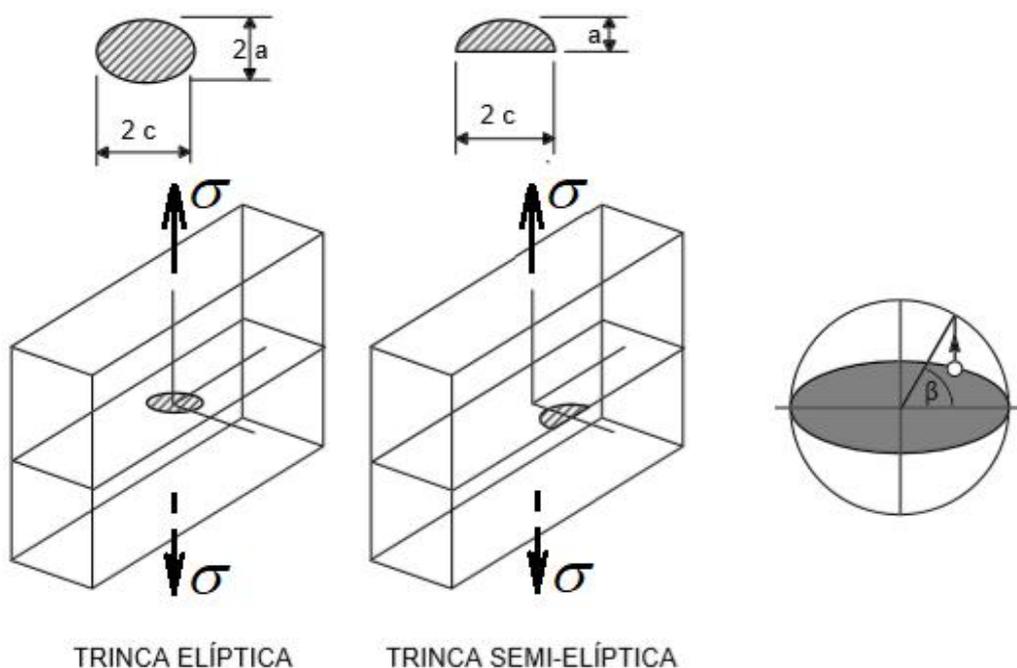


Fig. 20 Situações de geometria para uma trinca elíptica. Modo I e $a < c$.

O fator de intensidade de tensão de uma trinca elipse no interior (Fig. 20 (a)) de um corpo é dado por

$$k_I = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\varphi} \left(\text{sen}^2 \beta + \frac{a^2}{c^2} \text{cos}^2 \beta \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5.1)$$

$$k_{II} = k_{III} = 0$$

onde φ se chama a integral de elipse de segundo tipo dada por

$$\varphi = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{c^2 - a^2}{c^2} \text{sen}^2 \theta} d\theta \approx \sqrt{1 + 1,464(a/c)^{1,65}} \quad (5.2)$$

ou pela Tabela 10.

Tabela 10

a / c	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
φ	1,00	1,02	1,05	1,10	1,15	1,21	1,28	1,35	1,42	1,49	1,57

Na direção do eixo menor a , $\beta = 90^\circ$, então

$$k_I = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\varphi} \quad (5.3)$$

Para uma trinca circular, $a=c$, então, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ e tem-se

$$k_I = 2\sigma\sqrt{\frac{a}{\pi}} \quad (5.4)$$

Se $c \gg a$, $\varphi = 1$, o caso é igual uma trinca passante:

$$k_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (5.5)$$

Para uma trinca de meia elipse numa superfície de um corpo, o fator de intensidade de tensão no eixo menor $\beta = 90^\circ$ é dado por

$$k_I = 1,12 \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\varphi} \quad (5.6)$$

Exemplo 2.

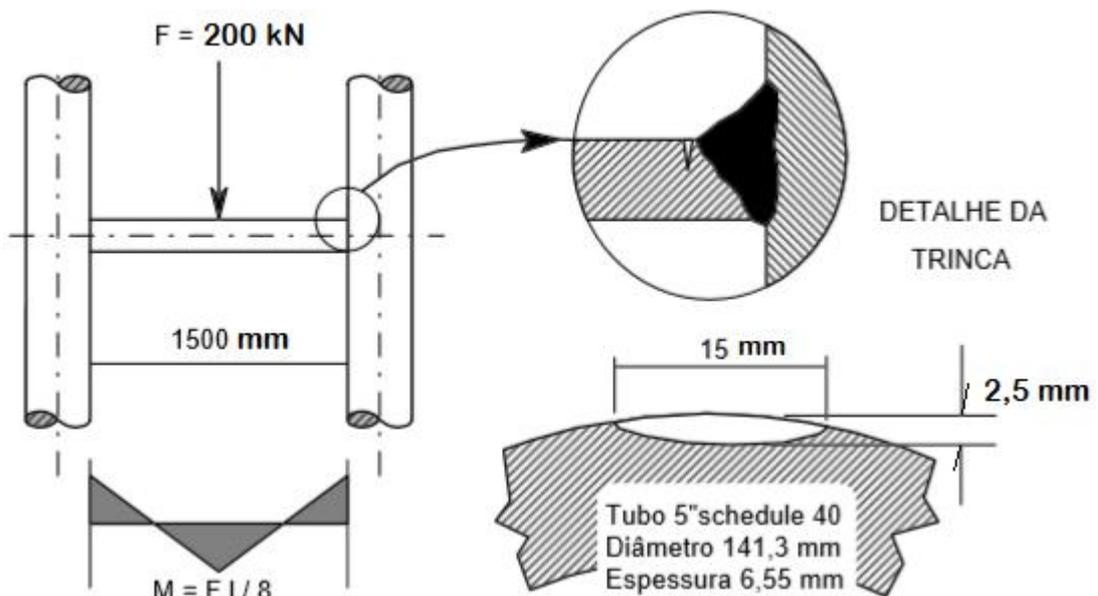
Num ensaio de um corpo de prova , há uma trinca na porta (Tabela 2) de $w=8$ pol, $a=2$ pol e $B=4$ pol (espessura). Pelo ensaio obteve carga $P=120000$ lb enquanto a trinca propaga. Qual é k_I do material.

Solução: $\sigma_0 = P / A = P / (w \times B) = 120000 \text{ lb} / (8 \times 4 \text{ pol}^2) = 3750 \text{ psi}$. Como $a/w = 2/8 = 0,25$, então pela Tabela 2: $Y = 1,52$. Então

$$k_I = Y \sigma_0 \sqrt{\pi a} = 1,52 \times 3750 \text{ psi} \sqrt{3,14 \times 2 \text{ pol}} = 14287,8 \text{ psi} \sqrt{\text{pol}}$$

Exemplo 3.

Para a geometria e o carregamento que estão indicado na figura abaixo, calcular o fator de intensidade de tensão k_I .



Solução: Como $a=2,5$ mm e $c=15$ mm/2, então $a/c=0,333$ e $\varphi \approx \sqrt{1+1,464(a/c)^{1,65}} = 1,113$. O momento fletor na seção da trinca é: $M=FL/8=200$ kNx1,5m/8=37,5kNm. O modulo de resistência:

$$W_R = \frac{(R_e^4 - R_e^4)\pi}{4R_e} = 89289mm^3$$

Então $\sigma = \frac{M}{W_R} = \frac{37500Nm}{89289mm^3} \approx 420MPa$. Pela (5.6)

$$k_I = 1,12 \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\varphi} = 1,12 \times \frac{420MPa \sqrt{3,14 \times 0,0025m}}{1,113} \approx 37,4MPa \sqrt{m}$$

Exemplo 4.

Uma placa contem uma trinca passante centralizada com $2a=4$ pol, $w=30$ pol (veja Tabela 1) e o material possui $k_{IC} = 40ksi\sqrt{pol}$. Qual é tensão crítica? Se a tensão de escoamento do material é $\sigma_e = 80ksi$, o material terá grande plasticidade?

Solução: $a/w=2pol/30pol=0,067$. Pela Tabela 1, obtém $Y \approx 1$. Pela formula

$k_I = Y\sigma\sqrt{\pi a}$ e o critério $k_I = k_{IC}$, temos a tensão crítica:

$$\sigma_c = \frac{k_{IC}}{\sqrt{\pi a}} = \frac{40ksi\sqrt{pol}}{\sqrt{3,14 \times 2pol}} = 15,96ksi$$

Como $\sigma_c < \sigma_e$, não terá grande plasticidade pois antes isso acontecer, a placa já falhou por a propagação da trinca.

Exemplo 5.

placa contem uma trinca passante centralizada com $w=20$ pol. O material possui $k_{IC} = 30ksi\sqrt{pol}$ e $\sigma_e = 70ksi$. Deseja C.S(Coeficiente de segurança)=2, qual é o comprimento da trinca permitido?

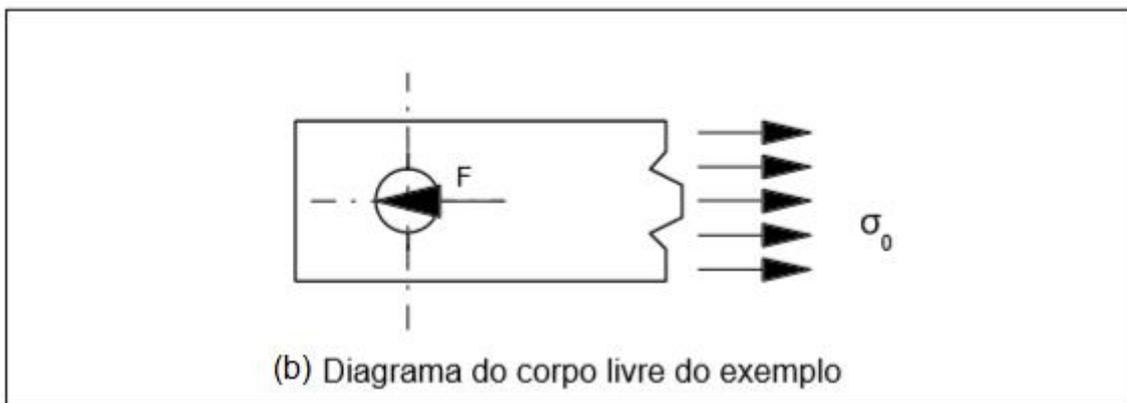
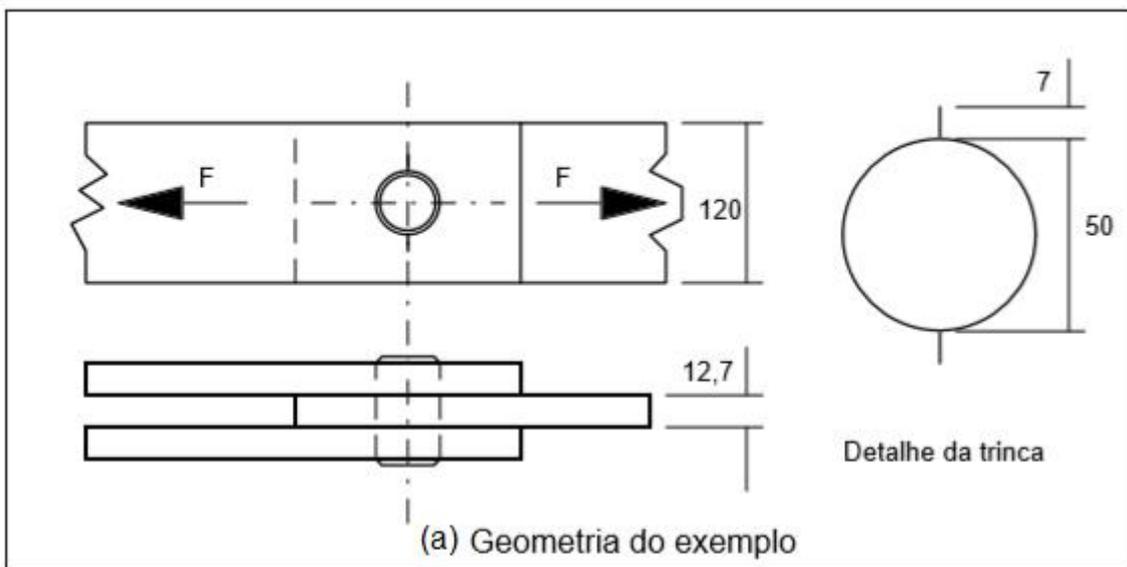
Solução: $\sigma = \sigma_e / 2 = 70ksi / 2 = 35ksi$. Supor que a trinca é bem menor que w , então, $Y \approx 1$. Pela $k_I = Y\sigma\sqrt{\pi a}$ e o critério $k_I = k_{IC}$, então

$$a_c = \left(\frac{k_{IC}}{\sigma} \right)^2 \frac{1}{\pi} = \left(\frac{30 \text{ksi} \sqrt{\text{pol}}}{35 \text{ksi}} \right)^2 \frac{1}{3,14} = 0,234 \text{pol}$$

O comprimento da trinca permitida é $2a_c = 0,468 \text{pol}$. Verificando $a_c / w = 0,234 \text{pol} / 20 \text{pol} = 0,011 \ll 1$, a suposta valida, então, o resultado é valido também.

Exemplo 6.

Determinar k_I para a geometria e carregamento ilustrados na figura abaixo. Adotar um valor $\sigma_e = 560 \text{ MPa}$. Considerar, para a força F^* que está atuando, o valor da força de plastificação da seção, reduzida por um coeficiente de segurança $C.S = 2,5$.



Solução: O comprimento da trinca pode ser considerado: $2a = 50 \text{mm} + 2 \times 7 \text{mm} = 64 \text{mm}$.
A força de plastificação na seção líquida onde trinca fica é:

$$F_p = \sigma_e A_{Liq} = 560 \text{ N/mm}^2 \times (120 \text{ mm} - 50 \text{ mm}) \times 12,7 \text{ mm} = 498 \text{ kN} .$$

Então, a força de trabalho: $F^* = F_p / C.S. = 498 \text{ kN} / 2,5 = 199 \text{ kN} .$

A tensão nominal vale: $\sigma_0 = F^* / A = 199 \text{ kN} / (120 \text{ mm} \times 12,7 \text{ mm}) = 131 \text{ MPa}$

A força distribuída na espessura: $F = F^* / 12,7 \text{ mm} = 199 \text{ kN} / 12,7 \text{ mm} = 155700 / \text{mm} .$

Pela Tabela 6, tem-se:

$$k_{IC} = 0,5\sqrt{\pi a} \left(\sigma_0 + \frac{F}{\pi a} \right) = 0,5\sqrt{3,14 \times 0,032 \text{ m}} \left(131 \text{ MPa} + \frac{155700 \text{ N/mm}}{3,14 \times 32 \text{ mm}} \right) = 45,3 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

Exemplo 6.

Geralmente a tenacidade de material k_{IC} se diminui com o aumento da tensão escoamento σ_e , por exemplo de cordão de solda: quando $\sigma_e = 1648 \text{ MPa}$, $k_{IC} = 78 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$; quando $\sigma_e = 2059 \text{ MPa}$, $k_{IC} = 47 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$; Supor uma trinca superficial tem $a=1 \text{ mm}$ e a razão $a/2c=0,3$ submetida a uma tensão de trabalho $\sigma = 1373 \text{ MPa}$. Compare as seguranças reais dos casos de C.S= 2059/1373=1,5 e C.S=1648/1373=1,2 se usando as duas cordões de solda.

Solução: $a/c=0,3 \times 2=0,6$, então, $\varphi \approx 1,28$.

(i) Para C.S.=1,5 optar-se a cordão de $k_{IC} = 47 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ devido tendo alta tensão de escoamento, pela formula, temos a tensão crítica:

$$\sigma_c = \frac{\varphi k_{IC}}{1,12\sqrt{\pi a}} = \frac{1,28 \times 47 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{1,12\sqrt{3,14 \times 0,001 \text{ m}}} = 958 \text{ MPa}$$

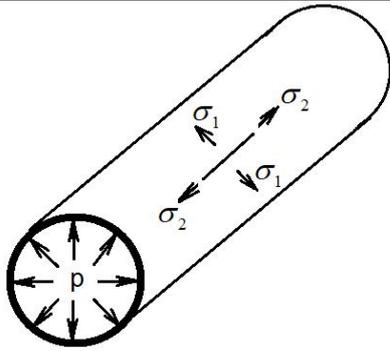
Como $\sigma_c < \sigma = 1373 \text{ MPa}$ (tensão do trabalho), então, a estrutura não está em segurança e será quebrada.

(ii) Para C.S.=1,2 optar-se a cordão de $k_{IC} = 78 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, pela formula, temos a tensão crítica:

$$\sigma_c = \frac{\varphi k_{IC}}{1,12\sqrt{\pi a}} = \frac{1,28 \times 78 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{1,12\sqrt{3,14 \times 0,001 \text{ m}}} = 1590 \text{ MPa}$$

Como $\sigma_c > \sigma = 1373 \text{ MPa}$ (tensão do trabalho), então, a estrutura está em segurança. A real C.S.=1590/1373=1,16 < 1,2.

Exemplo 6.



Um vaso de pressão tem o diâmetro $D=2r$ e a espessura t , $\sigma_U = 2050\text{MPa}$, $k_{IC} = 37\text{MPa}\sqrt{m}$ e uma trinca passante (suposto) de comprimento $2a=3,8\text{ mm}$. Determina a pressão crítica.

Solução: Pela resistência dos materiais, a tensão circunferencial e axial são respectivamente:

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} \quad \text{e} \quad \sigma_2 = \frac{pr}{2t}$$

Podemos considerar o caso como uma placa infinita, então temos

$$k_I = \sigma\sqrt{\pi a}$$

(i) Se a trinca é axial (longitudinal), $k_I = k_{IC}$ e $\sigma = \sigma_1$.