UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Setor de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica - DEMEC

TMEC-030 TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA (TransCal), turma BD

Prova-2 (condução 2Dp, 0Dt, 1Dt, 2Dt e S), com consulta, 12 Abr 2019, 13:30 às 16:00 h

DIRETRIZES OBRIGATÓRIAS:

a) A prova é individual com consulta livre ao seu material impresso, incluindo livros e anotações.
b) Durante a prova, não será permitido usar qualquer aparelho eletrônico com acesso à internet: celular, tablet, notebook etc.
c) Cada aluno poderá usar a sua calculadora e fazer a prova à lápis ou caneta.
d) A interpretação das questões faz parte da prova. Portanto, não pergunte nada ao professor.
e) Coloque em sua prova as equações, deduções, cálculos e explicações ou hipóteses assumidas para resolver cada questão.
f) Erros de cálculo e de unidades dos parâmetros serão descontados. Portanto, revise sua prova.
g) Essa folha da prova pode ser utilizada como rascunho e levada com você ao concluir a prova.

1) [15 pontos] Uma moeda circular com 10 mm de raio e 2 mm de altura, de níquel, está à temperatura de 50 °C. Ela é colocada sobre uma mesa espessa que se encontra à temperatura de 20 °C e cuja condutividade térmica é de 0,17 W/m.K. Considerar o processo em regime permanente. Calcular a taxa de transferência de calor e o fluxo de calor entre a moeda e a mesa.

2) [15 pontos] O campo de temperaturas de uma placa plana é dado por T(x,y) = 20 + 10xy (°C). Esta solução refere-se a um problema de condução de calor bidimensional em regime permanente, sem geração de calor. A placa tem 2 metros de comprimento na direção x e 1 metro na direção y. Sabendo-se que condutividade térmica do material da placa é de 50 W/m.K, calcular no centro da placa a sua temperatura, e as componentes, a magnitude e a inclinação do vetor fluxo de calor.

3) [15 pontos] Uma esfera de titânio (k = 21,9 W/m.K, c = 522 J/kg.K e ρ = 4500 kg/m^3) com 5 centímetros de raio e temperatura inicial de 500 °C é colocada em contato com um fluido que se encontra à temperatura de 20 °C. O coeficiente de convecção de calor é estimado em 438,0 W/m^2.K. Considerar que a temperatura da esfera seja função apenas do tempo. Calcular os seguintes parâmetros após 4 minutos e 28 segundos de resfriamento da esfera: a sua temperatura; o fluxo de calor em sua superfície; e a taxa de transferência de calor em sua superfície.

4) [20 pontos] Considerar que a temperatura da esfera no problema anterior também seja função do raio. Calcular: a sua temperatura no centro; a sua temperatura na superfície em contato com o fluido; o fluxo de calor em sua superfície; e a taxa de transferência de calor em sua superfície.

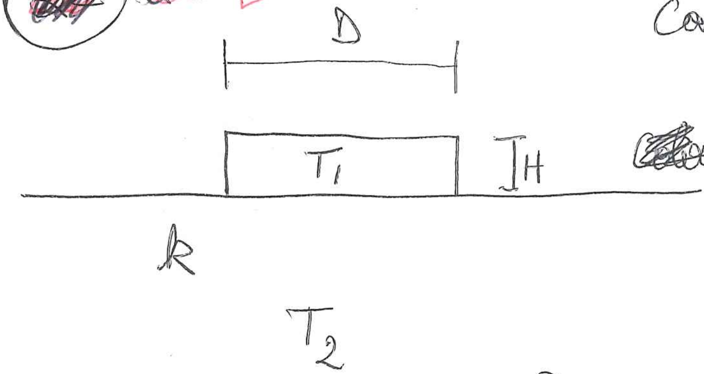
5) [15 pontos] Um cilindro maciço circular de aço inoxidável (k = 15 W/m.K, c = 480 J/kg.K e ρ = 8000 kg/m^3), com altura e diâmetro de 10 centímetros, está imerso em um fluido com temperatura de 20 °C. A temperatura inicial do cilindro é de 500 °C e o coeficiente de convecção de calor entre ele e o fluido é de 600 W/m^2.K. Considerar que a transferência de calor por condução dentro do cilindro seja zero-dimensional transiente (0Dt). Calcular: a taxa de transferência de calor do cilindro para o fluido no instante inicial; a temperatura no centro do cilindro após 5 minutos de resfriamento; e o fluxo de calor na superfície do cilindro após 5 minutos de resfriamento.

6) [20 pontos] Considerar o mesmo problema da questão anterior. Mas, agora, para o caso em que a condução de calor dentro do cilindro seja multidimensional transiente. Calcular: a temperatura no centro do cilindro após 5 minutos de resfriamento; e a temperatura e o fluxo de calor na superfície do cilindro, à meia altura, após 5 minutos de resfriamento.

2ª PROVA / TRANSCAL / 2002/1 1ª 6 Jul 02

15

Caso 10 da Tabela 4.1



Moeda sobre uma mesa espessa.

$T_1 = 50°C$ $D = 20\ mm$

$T_2 = 20°C$ $H = 2\ mm$

$k = 0,17\ W/m.K$

$q'' = ?$ entre a moeda e a mesa?

(2) $q = S k (T_1 - T_2)$ $S = 2D$

(5) $q = 2D k (T_1 - T_2) \longrightarrow q \simeq 0,204\ W$ (5)

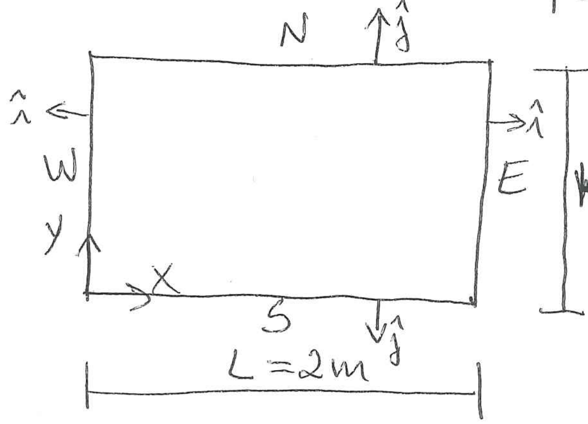
$$q'' = \frac{q}{A_{moeda}} = \frac{q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4q}{\pi D^2} \longrightarrow q'' \simeq 649\ W/m^2$$

(3) (5)

2ª (A) 6 Dez 02

CONDUÇÃO DE CALOR 2D — placa plana

$k = 50\ W/m.K$



$\to T(x,y) = 20 + xy\,10$

$Z = 1m$

$\dot{q} = 0$

40 a) q_W, q_E, q_S, q_N e seus sentidos (entrando ou saindo da placa)

10 b) prove que a energia térmica é conservada

20 c) magnitude e gráfico com a orientação no espaço x-y da inclinação do vetor fluxo de calor → no centro da placa

$$q = \int_A \vec{q}'' \cdot d\vec{A} \qquad \vec{q}'' = \hat{\imath}\, q''_x + \hat{\jmath}\, q''_y$$

$$\boxed{q = \int_A (\hat{\imath}\, q''_x + \hat{\jmath}\, q''_y) \cdot d\vec{A}}$$

$$q_{EW} = \int_A \vec{q}''_{x=0} \cdot d\vec{A} \qquad A_x = yZ \qquad d\vec{A}_{x=0} = -dy\,Z\,\hat{\imath} \qquad d\vec{A}_{x=L} = dy\,Z\,\hat{\imath}$$

$A_y = XZ$

$d\vec{A}_{y=0} = -dx\,Z\,\hat{\jmath}$

$d\vec{A}_{y=H} = dx\,Z\,\hat{\jmath}$

$$q''_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} \qquad \frac{\partial T}{\partial x} = 10y \qquad q''_x = -10ky$$

$$q''_y = -k\frac{\partial T}{\partial y} \qquad \frac{\partial T}{\partial y} = 10x \qquad q''_y = -10kx$$

$$-\int_0^H (-10ky)\,dy = 10k\int_0^H y\,dy$$

$$q_W = \int_0^H (\hat{\imath}\, q''_x + \hat{\jmath}\, q''_y)\Big|_{x=0} \cdot -dy\,Z\,\hat{\imath} = -\int_0^H q''_x\Big|_{x=0} dy$$

$$q_W = 10k\frac{y^2}{2}\Big|_0^H = \frac{10}{2}kH^2 = 5kH^2 = 5 \times 50 \times 1^2 = 250\,W \text{ (saindo)} \qquad 5 \quad 5$$

$$q_E = \int_0^H (\hat{\imath}\, q''_x + \hat{\jmath}\, q''_y)\Big|_{x=L} \cdot +dy\,Z\,\hat{\imath} = +\int_0^H q''_x\Big|_{x=L} dy = +\int_0^H (-10ky)\,dy = -10k\int_0^H y\,dy$$

$$q_E = -10k\frac{y^2}{2}\Big|_0^H = -5kH^2 = -5 \times 50 \times 1^2 = -250\,W \text{ (entrando)} \qquad 5 \quad 5$$

$$\cancel{q_E = -20kL\int_0^H y^3\,dy = -20kL\frac{y^4}{4}\Big|_0^H = -20kL\frac{H^4}{4} = 5kLH^4}$$

$$\cancel{q_E = 5 \times 50 \times 2 \times 1^4 \Rightarrow q_E = 500\,W}$$

2a (B) 5 7Dg02

$$q_S = 10k\int_0^L x\,dx = 10k\frac{x^2}{2}\Big|_0^L = 5kL^2 = 5.50.2^2 = 1000\,W \text{ (saindo)}$$ 5

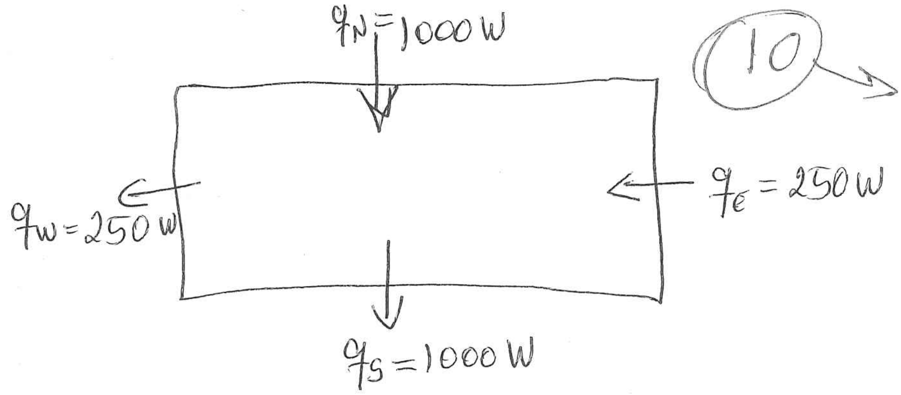
$$q_S = \int_0^L (\hat{i}q''_x + \hat{j}q''_y)\Big|_{y=0} \cdot -dx\,Z\,\hat{j} = -\int_0^L q''_y\Big|_{y=0} dx = -\int_0^L (-10kx)\,dx$$

$$q_N = \int_0^L (\hat{i}q''_x + \hat{j}q''_y)_{y=H} \cdot dx\,Z\,\hat{j} = \int_0^L q''_y\Big|_{y=H} dx = \cancel{\int_0^L (-30kx^2H^2)\,dx}$$

$$\cancel{q_N = -30kH^2\int_0^L x^2dx = -30kH^2\frac{x^3}{3}\Big|_0^L = -30k}$$

$$q_N = \int_0^L (-10kx)\,dx = -10k\int_0^L x\,dx = -10k\frac{x^2}{2}\Big|_0^L = -5kL^2$$

$$q_N = -5.50.2^2 = -1000\,W \text{ (entrando)}$$
5 5



10 → CONSERVA A ENERGIA

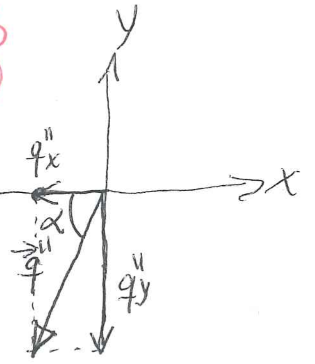
(C) $x = 1$ e $y = \frac{1}{2}$; (centro da placa) $T = 20 + 1.\frac{1}{2}.10 = 20 + 5 = 25\,°C$ 3

$q''_x = -10ky = -10.50.\frac{1}{2} = -250\,\frac{W}{m^2}$ 2 3

$q''_y = -10kx = -10.50.1 = -500\,W/m^2$ 2 3

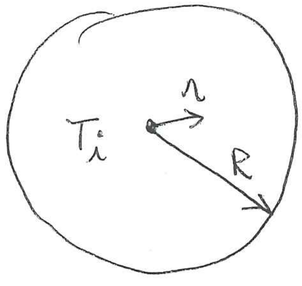
$|\vec{q}''| = \sqrt{(q''_x)^2 + (q''_y)^2} = \sqrt{(-250)^2 + (-500)^2} \simeq 559\,W/m^2$ 2 2 3 ~~(10)~~

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{q''_y}{q''_x}\right) = \text{arctg}\left(\frac{-500}{-250}\right) \simeq 63°$ 2 3 ~~(10)~~ →



ODt (39) 15 — 4 Mar 02

esfera



h
T_∞

$r^* = \frac{r}{R}$

$t = 4'28''$
$= 268\,s$

Material: titânio

$T = 300\,K$

$c_p = 522\ J/kg.K$
$\rho = 4500\ kg/m^3$
$k = 21,9\ W/m.K$
$\} \ \alpha = 9,32\times 10^{-6}\ m^2/s$

$h = 438,0\ W/m^2.K$ e $Bi = 1$

$R = 0.05\ m$

$T_i = 500\ °C$ $\quad T_\infty = 20\ °C$

~~t~~ $Fo = 1$

$$T = T_\infty + (T_i - T_\infty)\, e^{-t/\tau}$$

$$\tau = \frac{\rho V c}{A_s h}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \qquad A_s = 4\pi R^2 \qquad \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2} = \frac{R}{3}$$

$$\tau = \frac{\rho c R}{3h} \simeq \cancel{8,938\ 356\ s}\ 89,38\ s$$

$$T = 20 + (500-20)\, e^{\cancel{-29,98}\ -2,998} = 20 + 23,9 \simeq 43,9\,°C$$ (5) (a)

centro ou ∀ ponto da esfera

$$q''_s = \overset{438}{h}\,(\overset{43,9-20}{T - T_\infty}) \simeq 10,5\ kW/m^2$$ (5) (b) $10,468\ kW/m^2$

$$q_s = A_s \overset{438}{h}\,(\underset{43,9-20}{T - T_\infty}) = \underbrace{4\pi R^2}\, h\,(T - T_\infty) \simeq 329\ W$$ $328,9$ (5) (c)

para $c_p \simeq 630\ J/kg.K \Rightarrow \tau \simeq 107,9\,s \to T \simeq 60,0\,°C$

$q''_s \simeq 17,5\ kW/m^2$

$q_s \simeq 550\ W$

$$Bi = \frac{hR}{k} = 1$$

$$\cancel{Bi = \frac{hR}{k} = 10}$$

$$h = \frac{10k}{R} = 4\cancel{380}\ W/m^2.K$$

$Bi = 1 \to h = \frac{k}{R} \simeq \cancel{2190}\ 438$

$$Fo = \frac{\alpha t}{R^2} = 1$$

$$t = \frac{R^2}{\alpha} \simeq \cancel{268\,s} \simeq 268\,s = 4'28''$$

1D t (4ª) $\boxed{20}$ 4 Mai 02

Problema da <u>esfera</u> p/ $F_0 > 0,2$, solução aproximada

$$\theta_0^* = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = C_1 e^{-\zeta_1^2 F_0} \qquad F_0 = \frac{\alpha t}{R^2} \simeq 0,999$$

Tab. 5.1 p/ esfera e $Bi = 1 \Rightarrow C_1 = 1,2732$ e $\zeta_1 = 1,5708$ rad.

$$T_0 = T_\infty + (T_i - T_\infty) C_1 e^{-\zeta_1^2 F_0} = 20 + (500-20) \times 1,2732\, e^{-(1,5708)^2 \times 0,999}$$

$$T_0 = 20 + 52,0 = 72,0\ °C \ // \quad 5 \quad 345\ K$$

$$\theta_0^* = \frac{72,0 - 20}{500 - 20} \simeq 0,108$$

$$\theta^* = \frac{\theta_0^*}{\zeta_1 r^*} \operatorname{sen}(\zeta_1 r^*) = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$

Para $r^* = 1 \rightarrow T_{sup}$

$$T_s = T_\infty + (T_i - T_\infty) \frac{\theta_0^*}{\zeta_1} \operatorname{sen}(\zeta_1) = 20 + (500-20) \times \frac{0,108}{1,5708} \overbrace{\operatorname{sen}(1,5708)}^{1}$$

$$T_s = 20 + 33,0 = 53,0\ °C \ // \quad 5 \quad 326\ K$$

$$q_s'' = h (T_s - T_\infty) \simeq 14,5\ kW/m^2 \ // \quad 5$$

$$q_s = A_s h (T_s - T_\infty) = 4\pi R^2 h (T_s - T_\infty) = 454\ W \ // \quad 5$$

• ~~expressão correta inicial = 8%~~

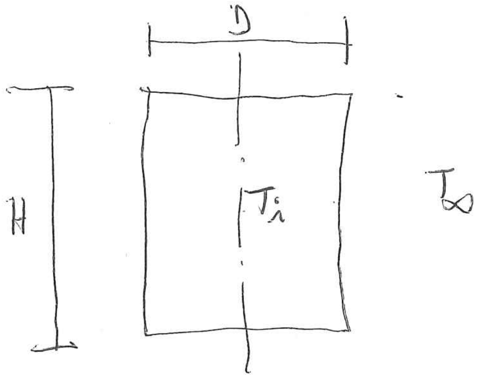
• ~~" " substituída = 92%~~

3ª PROVA / 2002-1 5ª 15 15 Jul 02

Cilindro de aço inoxidável ($k = 15\ W/m \cdot K$; $c_p = 480\ J/kg \cdot K$; $\rho = 8000\ kg/m^3$)

$H = 10\ cm$ (altura) $D = 10\ cm$ diâmetro $T_i = 500°C$ $T_\infty = 20°C$

$h = 600\ W/m^2 \cdot K$



Simplificação: { só convecção do calor; condução 0D t = cap. global }

Perguntas:

a) $q_i(t=0) = ?$

b) T centro em $t = 5\ min = 300\ s$

c) q''_{sup} em $t = 5\ min$

$$Bi = \frac{hD}{2k} \simeq 2$$

$$q_i = h A_s (T_i - T_\infty)$$

$$A_s = \pi D H + 2\frac{\pi D^2}{4} = \pi D H + \frac{\pi D^2}{2} = \pi D \left(H + \frac{D}{2}\right) \simeq 0{,}04712\ m^2$$

$$\pi 2R(2R + R) = 6\pi R^2$$

$$q_i \simeq 13{,}6\ kW$$

5

$$T = T_\infty + (T_i - T_\infty) e^{-\frac{A_s h t}{\rho V c_p}} = -t/\tau$$

$$V = \frac{\pi D^2}{4} H \simeq 7{,}854 \times 10^{-4}\ m^3$$

$$\tau = \frac{\rho V c_p}{A_s h} = 106{,}7\ s$$

$$T = 20 + (500 - 20) e^{-2{,}812} = 20 + 28{,}85$$

5

$T_{centro\ ou\ \forall\ ponto} \simeq 48{,}9°C \simeq 322\ K$

5

$$q''_{sup} = h(T - T_\infty) \longrightarrow q''_{sup} \simeq 17{,}3\ kW/m^2$$

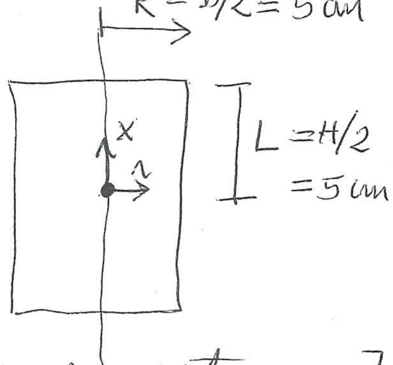
3ª PROVA/2002-1 6ª $\boxed{20}$ 27 Jul 02

(2ª) idem à 1ª questão mas considerando que a condução do calor dentro do sólido seja multidimensional.

a) T_{centro} em $t = 5\,min = 300\,s$

b) $q''(\overset{x}{0}, \overset{r}{R}, t = 5\,min)$

$T(x, r, t)$



$$\frac{T(x,r,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = P(x,t) \cdot C(r,t)$$ (10) [Soluções aproximadas c/ 1 termo na série]

PLACA

$$P(0,t) = C_1 e^{-\zeta_1^2 F_o}$$

$k = 15\ W/m.K$ $\quad \alpha = \frac{k}{\rho c_p} \simeq 3,906 \times 10^{-6}\ m^2/s$

$c_p = 480\ J/kg.K$

$\rho = 8000\ kg/m^3$ $\quad h = 600\ W/m^2.K$

$T_i = 500°C$ $\quad T_\infty = 20°C$

$F_o = \frac{\alpha t}{L^2} = 0,46875 > 0,2$ (OK)

$Bi = \frac{hL}{k} = 2$

Tab. 5.1: $C_1 = 1,1795$

$\zeta_1 = 1,0769$ rad

$P(0,t) \simeq 0,68487$

CILINDRO

$$C(0,t) = C_1 e^{-\zeta_1^2 F_o}$$

Tab. 5.1: $C_1 = 1,3384$

$\zeta_1 = 1,5995$

$C(0,t) \simeq 0,40342$

$C(R,t) = C(0,t) J_0(\zeta_1)$

Tab. B.4: $J_0 \simeq 0,4557$

$C(R,t) \simeq 0,1838$

4 $T(0,0,t) = T_\infty + (T_i - T_\infty) P(0,t) C(0,t)$

$= 20 + (500 - 20) \times 0,68487 \times 0,40342$

$= 20 + 480 \times 0,2763 = 20 + 132,6$

(7) $T(centro, t = 5\,min) \simeq 153°C$

$\simeq 426\,K$

4 $T(0,R,t) = T_\infty + (T_i - T_\infty) P(0,t) C(R,t)$

$= 20 + (500 - 20) \times 0,68487 \times 0,1838$

$= 20 + 480 \times 0,1259 = 20 + 60,4$

(7) $T(0,R,t) \simeq 80,4°C$ //

$\simeq 354\,K$

3 $q''(0,R,t) = h\,[T(0,R,t) - T_\infty]$

(6) $q''(0,R,t) \simeq 36,24\ kW/m^2$