

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão



**Elementos de Máquinas**  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca

UFPR 100  
ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Introdução

Um eixo de transmissão, ou simplesmente eixo, corresponde a um componente mecânico, normalmente de secção transversal circular maciça, utilizado na transmissão de movimento e de torque.



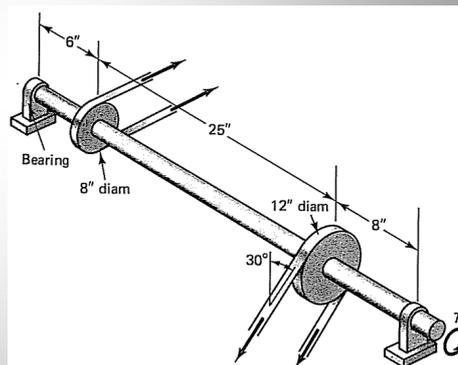
**Elementos de Máquinas**  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca

UFPR 100  
ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Introdução

O mesmo, normalmente, contempla polias, engrenagens, cames e outros componentes mecânicos, responsáveis pela efetiva transmissão de torque no sistema.



Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca

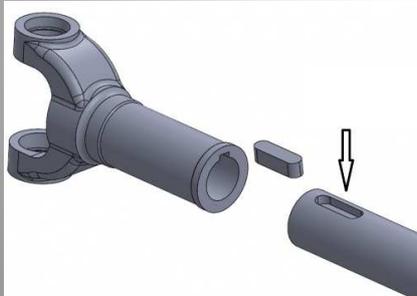


ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Introdução

Tais componentes são ainda usualmente fixados sobre o eixo através de chavetas, pinos ou ajustes com interferência, além da presença dos costumeiros e necessários mancais de rolamentos ou de deslizamento, sempre presentes no caso dos eixos rotativos.



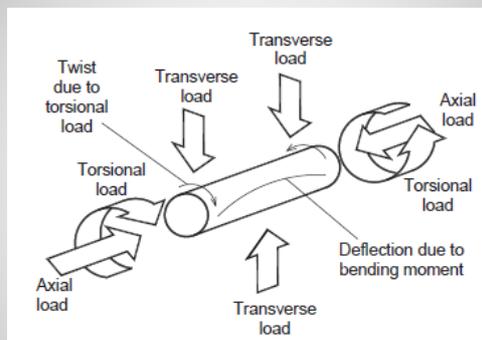
Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Cargas atuantes em eixos



## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Cargas atuantes em eixos

São predominantemente de dois tipos: torção devido ao torque transmitido ou flexão devido às cargas transversais em engrenagens, polias ou rodas dentadas.

O caráter de ambas as cargas – torção e flexão – pode ser tanto fixo (constante) quanto variável com o tempo.

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Análise de tensões sobre os eixos

A tensão equivalente de *Von Mises* média pode ser calculada empregando a seguinte equação:

$$\sigma'_m = \sqrt{\left(K_{fa} \frac{\sigma_{Nm}}{K_{ca}} + K_{ff} \sigma_{fm}\right)^2 + 3(K_{fs} \tau_m)^2}$$

“ $K_{fa}$ ” = fator de concentração de tensão em fadiga para cargas axiais;

“ $K_{ca}$ ” = fator de correção de fadiga para carga axial (= 0,85 para aços);

“ $K_{ff}$ ” = fator de concentração de tensão em fadiga para flexão;

“ $K_{fs}$ ” = fator de concentração de tensão em fadiga para torção.

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Análise de tensões sobre os eixos

A tensão equivalente de *Von Mises* alternada pode ser calculada empregando a seguinte equação:

$$\sigma'_a = \sqrt{\left(K_{fa} \frac{\sigma_{Na}}{K_{ca}} + K_{ff} \sigma_{fa}\right)^2 + 3(K_{fs} \tau_a)^2}$$

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Análise de tensões sobre os eixos

sendo, para um eixo de secção circular maciça e diâmetro (d):

$$\sigma_{Nm} = \frac{4N_m}{\pi d^2} \quad \sigma_{fm} = \frac{32M_m}{\pi d^3} \quad \tau_m = \frac{16T_m}{\pi d^3}$$

$$\sigma_{Na} = \frac{4N_a}{\pi d^2} \quad \sigma_{fa} = \frac{32M_a}{\pi d^3} \quad \tau_a = \frac{16T_a}{\pi d^3}$$

“ $N_m, N_a$ ” = esforço normal médio e alternado;

“ $M_m, M_a$ ” = momento fletor médio e alternado;

“ $T_m, T_a$ ” = momento de torção (torque) médio e alternado.

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Análise de tensões sobre os eixos

O limite de fadiga ( $S_e$ ):

$$S_e \cong S_e' \underbrace{k_a k_b k_c k_d k_e}_{\text{fatores de correção}}$$

“ $S_e'$ ” = limite de fadiga do corpo de prova;

“ $k_a$ ” = fator de correção de acabamento superficial (ver capítulo 2);

“ $k_b$ ” = fator de correção de tamanho (ver capítulo 2);

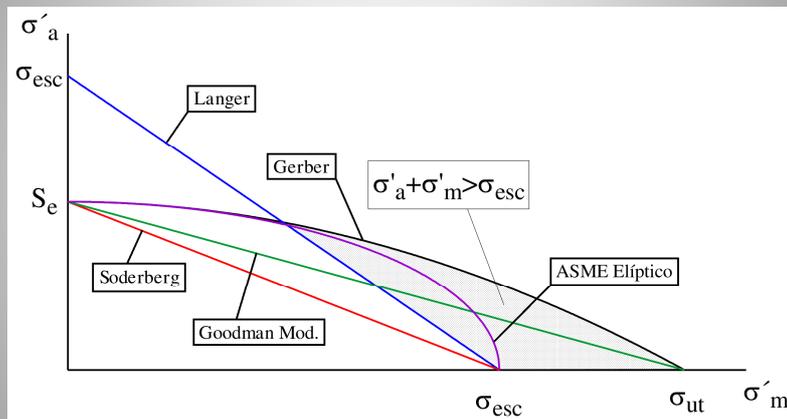
“ $k_c$ ” = fator de correção de carga (ver capítulo 2);

“ $k_d$ ” = fator de correção de temperatura (ver capítulo 2);

“ $k_e$ ” = fator de correção de confiabilidade (ver capítulo 2).

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### A região de projeto



Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### A região de projeto

Tabela 15.1 Curva de falha e regiões de projeto

Critério	Curva de falha	Região de projeto
Soderberg	$\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{\sigma_{esc}} = 1$	$\frac{\sigma'_a}{S_e/n} + \frac{\sigma'_m}{\sigma_{esc}/n} \leq 1$
Goodman Modificado	$\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{\sigma_{ut}} = 1$	$\frac{\sigma'_a}{S_e/n} + \frac{\sigma'_m}{\sigma_{ut}/n} \leq 1$
Gerber	$\frac{\sigma'_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma_{ut}}\right)^2 = 1$	$\frac{\sigma'_a}{S_e/n} + \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma_{ut}/n}\right)^2 \leq 1$
Elíptico	$\left(\frac{\sigma'_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma_{ut}}\right)^2 = 1$	$\left(\frac{\sigma'_a}{S_e/n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma_{ut}/n}\right)^2 \leq 1$

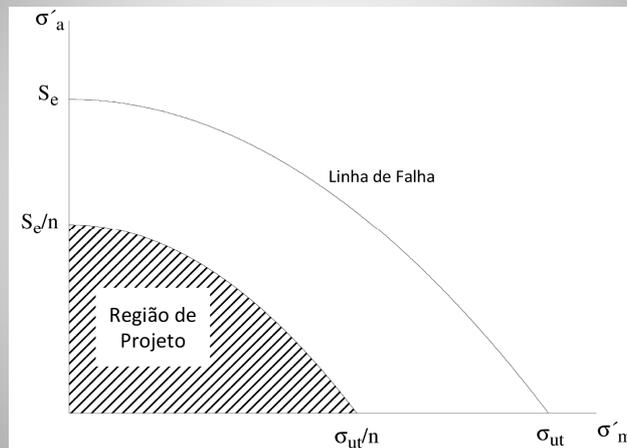
Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### A região de projeto – exemplo de Gerber



Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Cálculo do diâmetro – quando $N = 0$

**Critério de Goodman:**

$$d = \left( \frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(K_{ff}M_a)^2 + 3(K_{fs}T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sigma_{ut}} \left[ 4(K_{ff}M_m)^2 + 3(K_{fs}T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

**Critério de Gerber:**

$$d = \left( \frac{8nA}{\pi S_e} \left\{ 1 + \left[ 1 + \left( \frac{2BS_e}{A\sigma_{ut}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} A &= \sqrt{4(K_{ff}M_a)^2 + 3(K_{fs}T_a)^2} \\ B &= \sqrt{4(K_{ff}M_m)^2 + 3(K_{fs}T_m)^2} \end{aligned}$$

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Cálculo do diâmetro – quando $N = 0$

**Critério ASME Elíptico:**

$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi} \left[ 4 \left( \frac{K_{ff} M_a}{S_e} \right)^2 + 3 \left( \frac{K_{fs} T_a}{S_e} \right)^2 + 4 \left( \frac{K_{ff} M_m}{\sigma_{esc}} \right)^2 + 3 \left( \frac{K_{fs} T_m}{\sigma_{esc}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

**Critério de Soderberg:**

$$d = \left( \frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(K_{ff} M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sigma_{esc}} \left[ 4(K_{ff} M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Cálculo baseado na falha no primeiro ciclo de carga

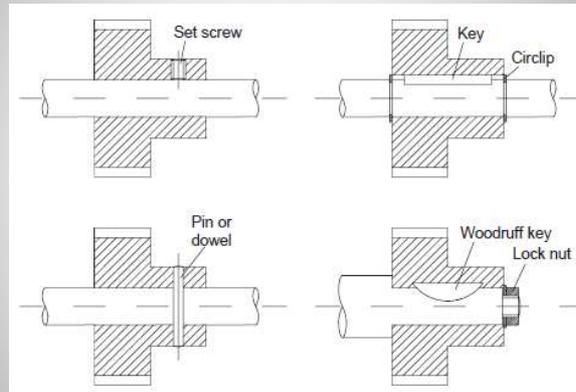
A falha por escoamento no primeiro ciclo de carga é avaliada com o valor da tensão equivalente de *Von Mises* máxima. Esta tensão é calculada empregando os esforços do estado médio e do estado alternado de tensões e sua expressão corresponde a:

$$\sigma'_{\max} = \sqrt{\left[ \frac{4N_{\max} K_{fa}}{\pi d^2 K_{ca}} + \frac{32M_{\max} K_{ff}}{\pi d^3} \right]^2 + 3 \left[ \frac{16T_{\max} K_{fs}}{\pi d^3} \right]^2}$$

$$n = \frac{\sigma_{esc}}{\sigma'_{\max}}$$

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Fatores de concentração de tensões - Exemplos



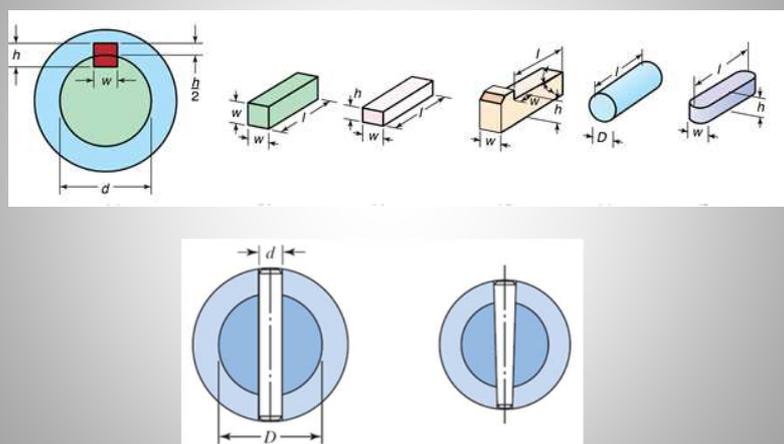
Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Fatores de concentração de tensões - Exemplos



Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Fatores de concentração de tensões

$$K_f = 1 + q(K_t - 1)$$

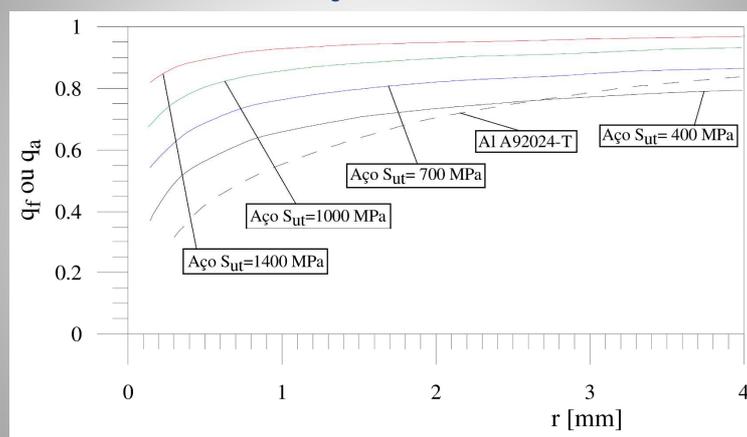
“ $k_f$ ” = fator de concentração de tensão para fadiga;

“ $q$ ” = fator de sensibilidade ao entalhe;

“ $k_t$ ” = fator de concentração de tensões estático (válido para cada tipo de carregamento em separado).

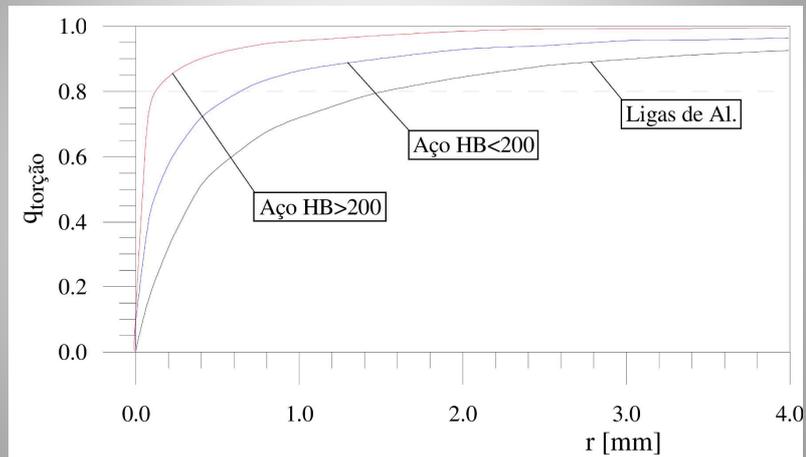
## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Fator de sensibilidade ao entalhe – flexão e tração reversa



## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Fator de sensibilidade ao entalhe – torção



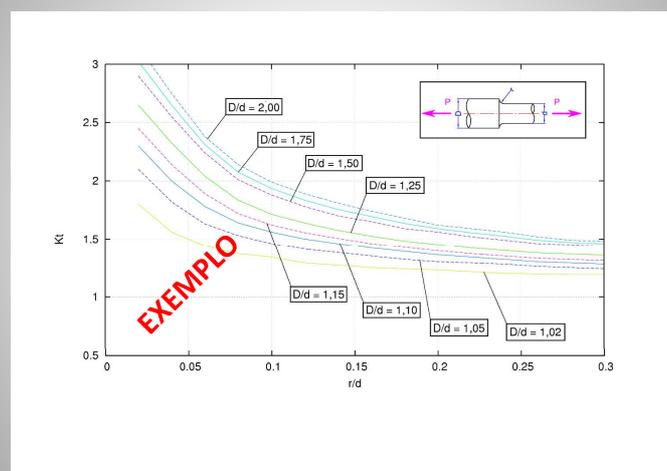
Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Fator de concentração de tensão



Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Fator de concentração de tensão

Tabela 15.2 Estimativa inicial para os fatores de concentração de tensão (Adaptado a partir de Budynas e Nisbett, 2006)

Tipo de geometria	Flexão	Torção	Axial
Raio de adoçamento pequeno, $r/d = 0,02$	2,7	2,2	3,0
Raio de adoçamento grande, $r/d = 0,1$	1,7	1,5	1,9
Rasgo de chaveta (fresa de topo e $r/d = 0,02$ )	2,2	3,0	-
Rasgo de chaveta (fresa disco)	1,7	-	-
Rasgo para anel de retenção	5,0	3,0	5,0

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Fator de concentração de tensão em chavetas

Tabela 15.3 Fatores de concentração de tensões para fadiga de eixos com rasgos de chaveta (Adaptado a partir de Madayag, 1969)

Usinagem	Fresa de disco		Fresa de topo	
	flexão	torção	flexão	torção
aço HB < 200	1,3	1,3	1,6	1,3
aço HB > 200	1,6	1,6	2,0	1,6



FOTO ILUSTRATIVA



## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Tensões de referência

AÇOS CARBONO	Tensão de ruptura	Tensão de escoamento
	MPa	MPa
SAE 1010 LQ	300	180
SAE 1010 LF	330	300
SAE 1015 LQ	340	190
SAE 1015 LF	390	320
SAE 1020 LQ	380	210
SAE 1020 LF	470	390
SAE 1030 LQ	470	260
SAE 1030 LF	520	440
SAE 1035 LQ	500	270
SAE 1035 LF	550	460
SAE 1040 LQ	520	290
SAE 1040 LF	590	490
SAE 1045 LQ	570	310
SAE 1045 LF	630	530
SAE 1050 LQ	620	340
SAE 1050 LF	690	580
SAE 1060 LQ	680	370
SAE 1080 LQ	770	420
SAE 1095 LQ	830	460

FERROS FUNDIDOS	Tensão de ruptura em tração	Tensão de ruptura em compressão
	MPa	MPa
ASTM 20	152	572
ASTM 25	180	669
ASTM 30	214	752
ASTM 35	252	855
ASTM 40	293	965
ASTM 50	362	1131
ASTM 60	431	1293

LQ = laminado a quente (hot-rolled)  
LF = laminado a frio (cold-drawn)

Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### A frequência crítica para eixos

Eixos com seção transversal constante, simplesmente apoiado nos extremos e sem a presença de outras massas acopladas ao sistema:

$$\omega_1 = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{gEI}{A\gamma}}$$

“I” = momento de inércia;

“γ” = peso específico do material.



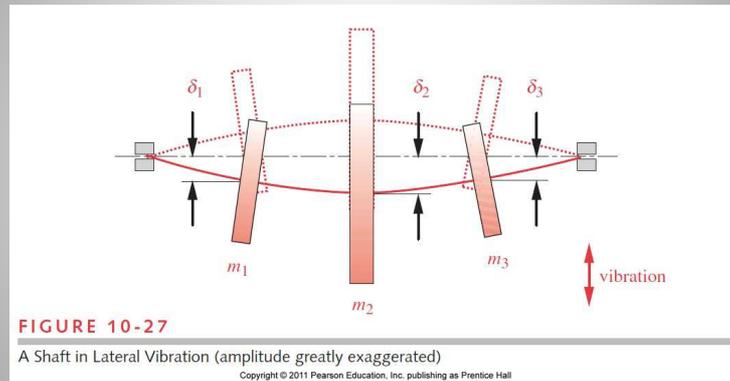
Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### A frequência crítica para eixos



Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

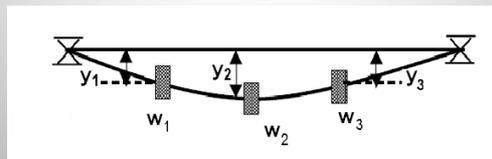
### A frequência crítica para eixos

Eixos com diversas massas acopladas (engrenagens, polias, etc.) -  
método de *Rayleigh* :

$$\omega_1 \cong \sqrt{\frac{g \sum W_i y_i}{\sum W_i y_i^2}}$$

“ $y_i$ ” = deslocamento do ponto “ $i$ ”;

“ $W_i$ ” = massa do componente acoplado no ponto “ $i$ ”.



Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 15 – Eixos de Transmissão

### Referências bibliográficas

**Budynas, R.G., and Nisbett, J. K.**, 2006. *Shigley's Mechanical Engineering Design*. 8ª Ed., McGraw-Hill Companies, Inc.

**Dowling, N. E.**, 2013. *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*. 4ª Ed., Pearson.

**Juinall, R. C., e Marshek, K. M.**, 2008. *Fundamentos do Projeto de Componentes de Máquinas*, 4ª Edição. LTC.

**Madayag, A.F.**, 1969. *Metal Fatigue: Theory and Design*, Wiley, New York.

**Peterson, R.C.**, 1974. *Stress Concentration Factors*, John Wiley & Sons, Inc.

**Pilkey, W.D., and Pilkey, D.F.**, 2008. *Peterson's Stress Concentration Factors*, 3ª Ed., John Wiley e Sons.

**Sines, G., and Waisman, J.L.**, 1969. *Metal Fatigue*, McGraw-Hill, NY.

Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER