

## Slides das Aulas

### Capítulo 13

## Fundamentos de Engrenagens

Prof. Jorge Luiz Erthal  
jorgeerthal@gmail.com

Atualizado em 27/09/2018

• RICHARD G. BUDYNAS • J. KEITH NISBETT

# ELEMENTOS DE MÁQUINAS DE SHIGLEY

10ª EDIÇÃO



# Fundamentos de Engrenagens

- 13-1** Tipos de engrenagens **656**
- 13-2** Nomenclatura **658**
- 13-3** Ação conjugada **659**
- 13-4** Propriedades da involuta **660**
- 13-5** Fundamentos **661**
- 13-6** Razão de contato **666**
- 13-7** Interferência **667**
- 13-8** Conformação de dentes de engrenagens **670**
- 13-9** Engrenagens cônicas de dentes retos **673**
- 13-10** Engrenagens helicoidais de eixos paralelos **674**
- 13-11** Engrenagens sem-fim **677**
- 13-12** Sistemas de dentes **679**
- 13-13** Trens de engrenagens **681**
- 13-14** Análise de força – Engrenamento cilíndrico de dentes retos **689**
- 13-15** Análise de força – Engrenamento cônico **692**
- 13-16** Análise de força – Engrenamento helicoidal **695**
- 13-17** Análise de força – Engrenamento sem-fim **698**

# Símbolos (1)

Símbolo*	Nome	Encontrado em
$C_e$	Fator de correção do alinhamento de engrenamento	Equação (14–35)
$C_f(Z_R)$	Fator de condição da superfície	Equação (14–16)
$C_H(Z_W)$	Fator de razão de dureza	Equação (14–18)
$C_{ma}$	Fator de alinhamento de engrenamento	Equação (14–34)
$C_{mc}$	Fator de correção de carga	Equação (14–31)
$C_{mf}$	Fator de distribuição de carga de face	Equação (14–30)
$C_p(Z_E)$	Coefficiente elástico	Equação (14–13)
$C_{pf}$	Fator de proporção do pinhão	Equação (14–32)
$C_{pm}$	Modificador da proporção do pinhão	Equação (14–33)
$d$	Diâmetro primitivo	Exemplo 14–1
$d_p$	Diâmetro primitivo, pinhão	Equação (14–22)
$d_G$	Diâmetro primitivo, engrenagem (coroa)	Equação (14–22)
$F(b)$	Largura de face líquida do membro mais estreito	Equação (14–15)
$f_p$	Acabamento superficial do pinhão	Figura 14–13
$H$	Potência	Figura 14–17

## Símbolos (2)

Símbolo*	Nome	Encontrado em
$H_B$	Dureza Brinell	Exemplo 14-3
$H_{BG}$	Dureza Brinell da engrenagem (coroa)	Seção 14-12
$H_{BP}$	Dureza Brinell do pinhão	Seção 14-12
$hp$	Potência em hp	Exemplo 14-1
$h_t$	Profundidade completa do dente da coroa	Seção 14-16
$I(Z_I)$	Fator geométrico da resistência de crateramento	Equação (14-16)
$J(Y_J)$	Fator geométrico da resistência à flexão	Equação (14-15)
$K_B$	Fator de espessura de aro (borda)	Equação (14-40)
$K_f$	Fator de concentração de tensão para fadiga	Equação (14-9)
$K_m (K_H)$	Fator de distribuição de carga	Equação (14-30)
$K_o$	Fator de sobrecarga	Equação (14-15)
$K_R (Y_Z)$	Fator de confiabilidade	Equação (14-17)
$K_s$	Fator de tamanho	Seção 14-10
$K_T (Y_\theta)$	Fator de temperatura	Equação (14-17)
$K_v$	Fator dinâmico	Equação (14-27)

## Símbolos (3)

Símbolo*	Nome	Encontrado em
$m$	Módulo	Equação (14–15)
$m_B$	Razão de reforço	Equação (14–39)
$m_F$	Razão de contato da face	Equação (14–19)
$m_G$	Razão de engrenamento (nunca menor que 1)	Equação (14–22)
$m_N$	Razão de compartilhamento de carga	Equação (14–21)
$m_t$	Módulo transversal	Equação (14–15)
$N$	Número de ciclos de tensão	Figura 14–14
$N_G$	Número de dentes na coroa	Equação (14–22)
$N_P$	Número de dentes do pinhão	Equação (14–22)
$n$	Velocidade em rev/min	Equação (13–34)
$n_p$	Velocidade do pinhão em rev/min	Exemplo 14–4
$P$	Passo diametral	Equação (14–2)
$P_d$	Passo diametral transversal	Equação (14–15)
$p_N$	Passo normal de base	Equação (14–24)
$p_n$	Passo circular normal	Equação (14–24)

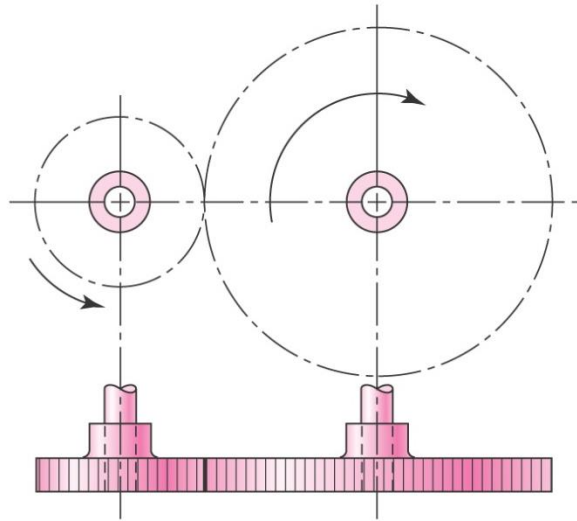
## Símbolos (4)

Símbolo*	Nome	Encontrado em
$p_x$	Passo axial	Equação (14–19)
$Q_v$	Número de qualidade	Equação (14–29)
$R$	Confiabilidade	Equação (14–38)
$R_a$	Raiz da média dos quadrados da rugosidade	Figura 14–13
$r_f$	Raio do adoçamento de dente	Figura 14–1
$r_G$	Raio do círculo primitivo, coroa	no padrão
$r_P$	Raio do círculo primitivo, pinhão	no padrão
$r_{bp}$	Raio do círculo de base do pinhão	Equação (14–25)
$r_{bG}$	Raio do círculo de base da coroa	Equação (14–25)
$S_C$	Resistência de endurance superficial de Buckingham	Exemplo 14–3
$S_c$	Resistência de endurance superficial AGMA	Equação (14–18)
$S_t$	Resistência à flexão da AGMA	Equação (14–17)
$S$	Vão entre mancais	Figura 14–10
$S_l$	Distância do pinhão ao centro do vão	Figura 14–10
$S_F$	Fator de segurança – flexão	Equação (14–41)

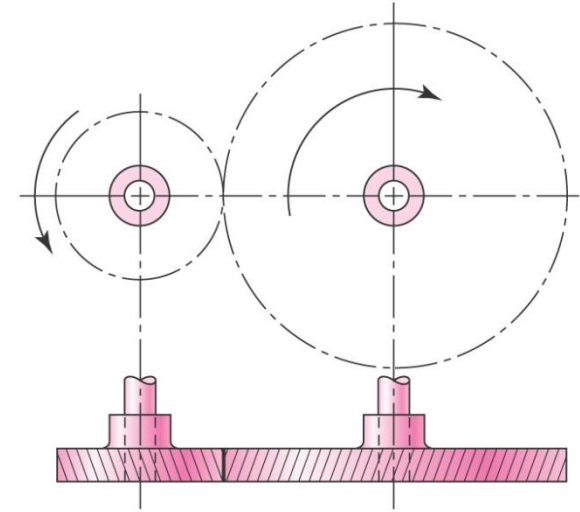
## Símbolos (5)

Símbolo*	Nome	Encontrado em
$S_H$	Fator de segurança – crateramento	Equação (14-42)
$W^t$ ou $W_t$	Carga transmitida	Figura 14-1
$Y_N$	Fator de ciclagem de tensão para a resistência à flexão	Figura 14-14
$Z_N$	Fator de ciclagem de tensão para a resistência de crateramento	Figura 14-15
$\beta$	Expoente	Equação (14-44)
$\sigma$	Tensão de flexão, AGMA	Equação (14-15)
$\sigma_C$	Tensão de contato das relações de Hertz	Equação (14-14)
$\sigma_c$	Tensão de contato das relações da AGMA	Equação (14-16)
$\sigma_{adm}$	Tensão de flexão admissível, AGMA	Equação (14-17)
$\sigma_{c,adm}$	Tensão de contato admissível, AGMA	Equação (14-18)
$\phi$	Ângulo de pressão	Equação (14-12)
$\phi_n$	Ângulo de pressão normal	Equação (14-24)
$\phi_t$	Ângulo de pressão transversal	Equação (14-23)
$\psi$	Ângulo de hélice	Exemplo 14-5

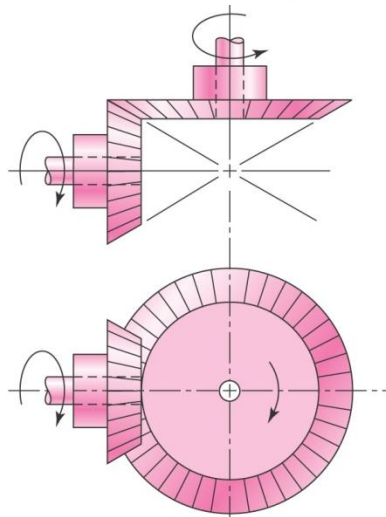
# Tipos de Engrenagens



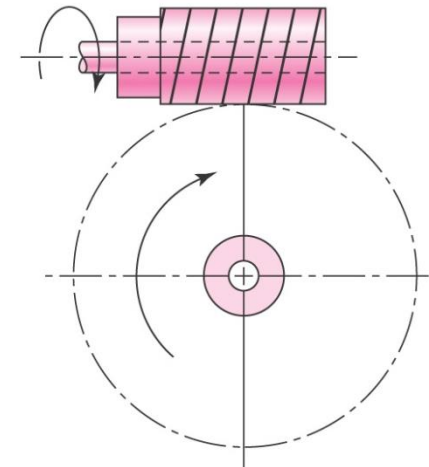
Dentes Retos



Dentes Inclínados



Cônicas

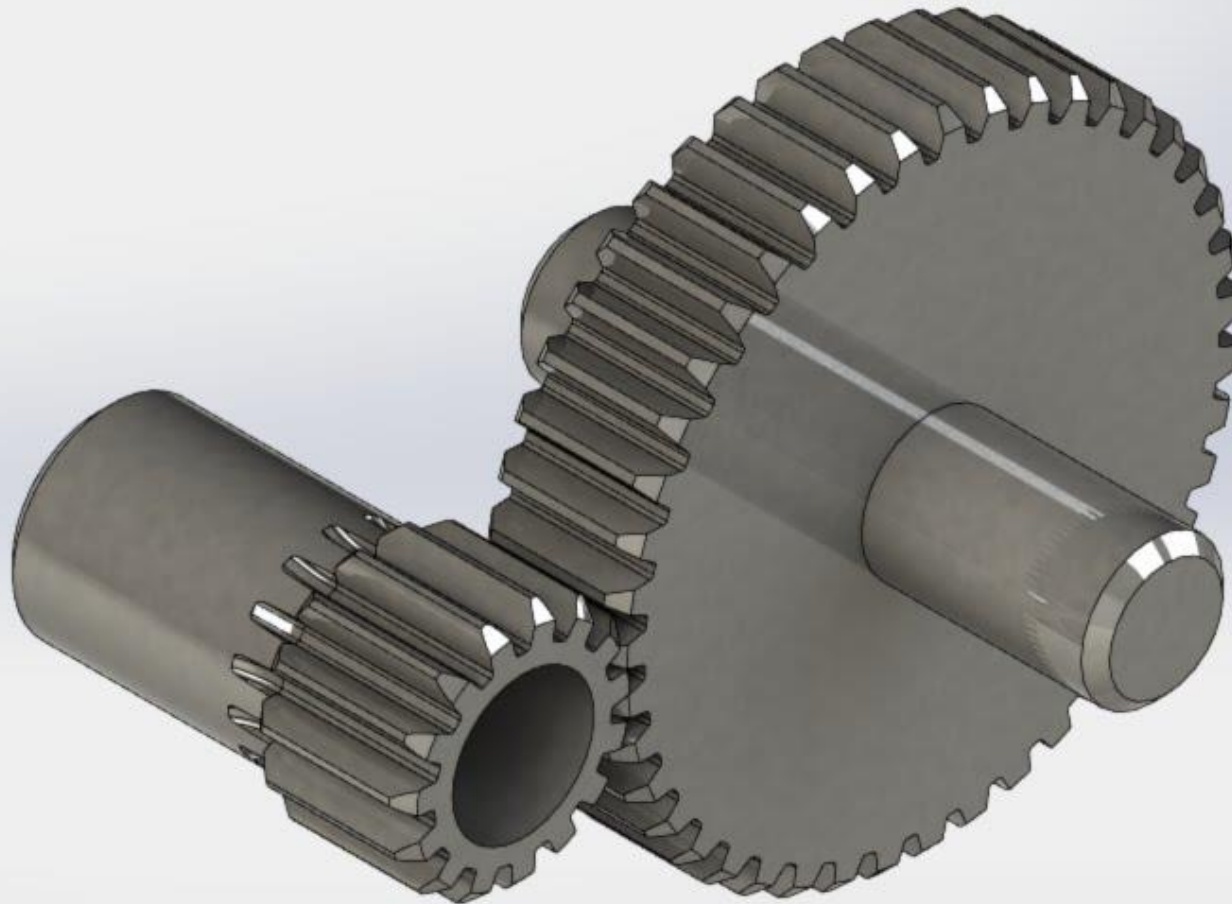


Parafuso Sem-fim

Figs. 13-1 to 13-4



# Nomenclatura das Engrenagens de Dentes Retos



<https://youtu.be/Ejr533rHJ1c>

# Nomenclatura das Engrenagens de Dentes Retos

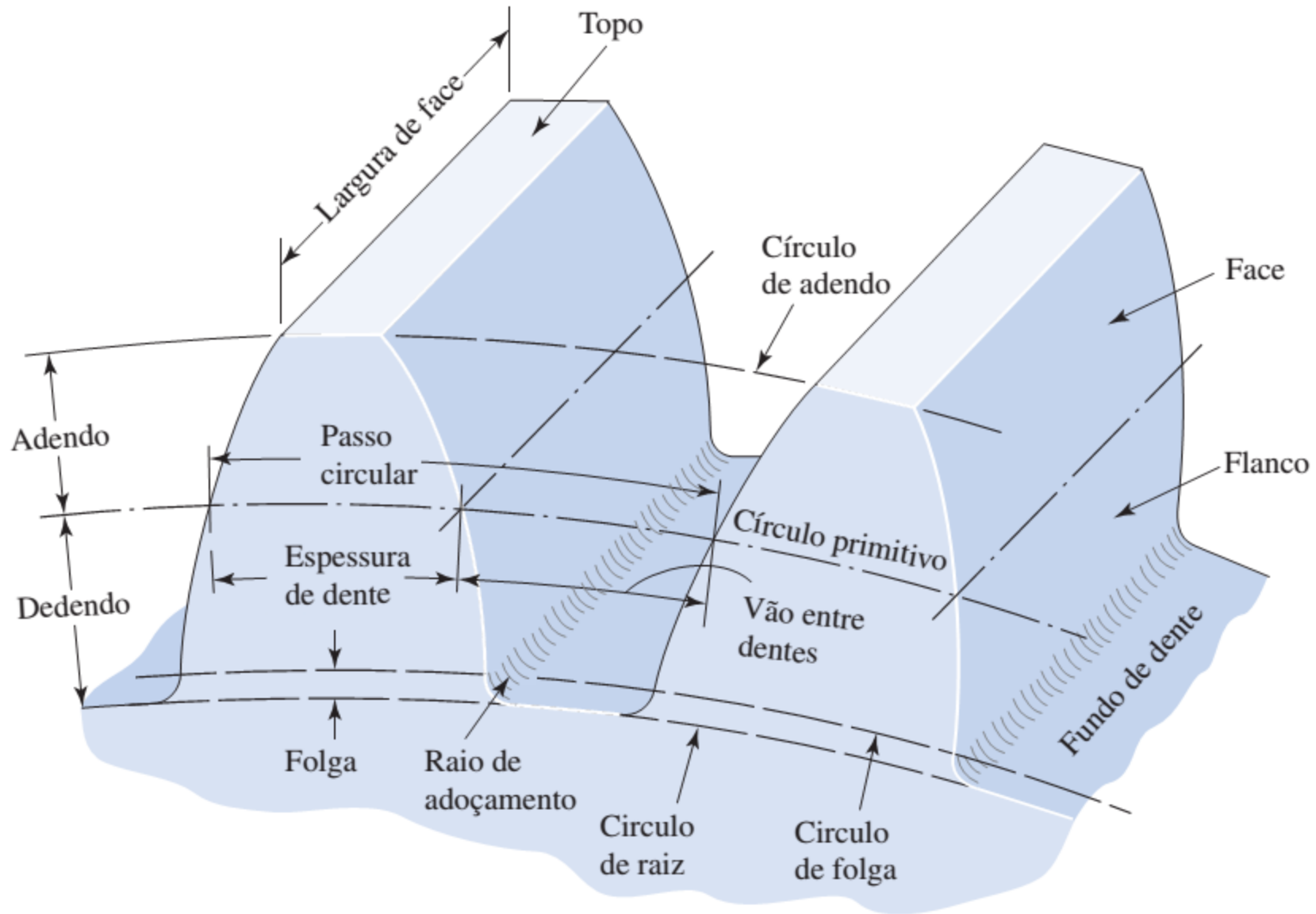


Fig. 13-5

## Tamanho do Dente

---

$$P = \frac{N}{d} \quad (13-1)$$

$$m = \frac{d}{N} \quad (13-2)$$

$$p = \frac{\pi d}{N} = \pi m \quad (13-3)$$

$$pP = \pi \quad (13-4)$$

em que  $P$  = passo diametral, dentes por polegada

$N$  = número de dentes

$d$  = diâmetro primitivo, in ou mm

$m$  = módulo, mm

$p$  = passo circular

# Sistema de Dentes Padronizados (Dentes Retos)

**Tabela 13–1** Sistemas de dentes padronizados e usados comumente para engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Sistema de dente	Ângulo de pressão $\phi$ , graus	Adendo $a$	Dedendo $b$
Profundidade completa	20	$1/P$ ou $1m$	$1,25/P$ ou $1,25 m$
			$1,35/P$ ou $1,35 m$
	$22 \frac{1}{2}$	$1/P$ ou $1m$	$1,25/P$ ou $1,25 m$
			$1,35/P$ ou $1,35 m$
Curto	20	$0,8/P$ ou $0,8 m$	$1/P$ ou $m$

# Tamanho de Dentes em Uso Geral

**Tabela 13-2** Tamanho de dentes em usos gerais.

Passo diametral $P$ (dentes/in)	
Grosso	2, $2\frac{1}{4}$ , $2\frac{1}{2}$ , 3, 4, 6, 8, 10, 12, 16
Fino	20, 24, 32, 40, 48, 64, 80, 96, 120, 150, 200

Módulos $m$ (mm/dente)	
Preferidos	1, 1,25, 1,5, 2, 2,5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
Próxima escolha	1,125, 1,375, 1,75, 2,25, 2,75, 3,5, 4,5, 5,5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45

## Sistema de Dentes Padronizados

- Ângulos de pressão usuais  $\phi$  :  $20^\circ$  e  $25^\circ$
- Ângulo de pressão antigo:  $14\frac{1}{2}^\circ$
- Largura da face:  $3p < F < 5p$

AGMA

$$p = \frac{\pi}{P}$$

$$\frac{3\pi}{P} < F < \frac{5\pi}{P}$$

ou aproximadamente:

$$\frac{9}{P} < F < \frac{15}{P}$$

SI

$$p = m\pi$$

$$3m\pi < b < 5m\pi$$

ou aproximadamente:

$$9m < b < 15m$$

## Ação Conjugada

- Quando as superfícies rolam / deslizam uma contra a outra e produzem uma relação de velocidade angular constante, diz-se que eles têm *ação conjugada*.
- Pode ser obtida se o centro instantâneo de velocidade entre os dois corpos permanece estacionário entre os centros instantâneos aterrados.

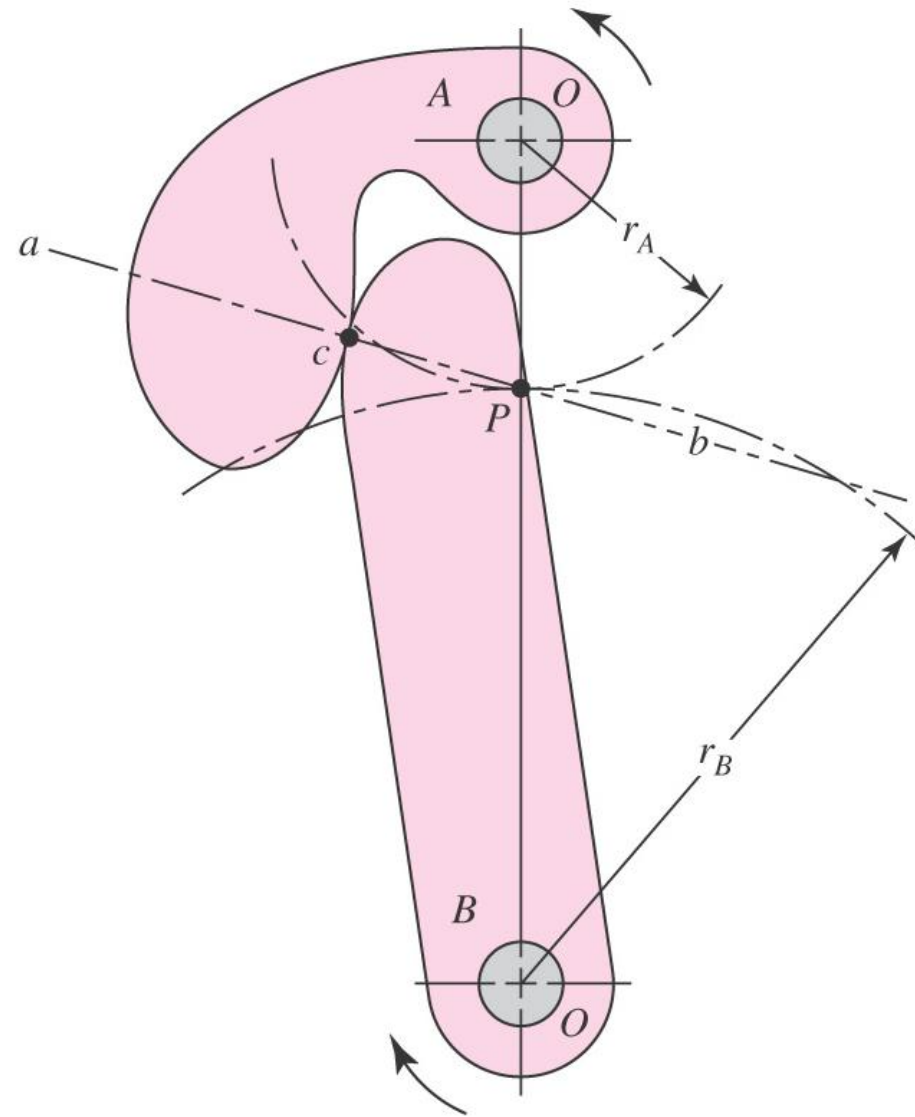


Fig. 13-6

## Ação Conjugada

- A força é transmitida ao longo da *linha de ação*, que é normal às superfícies em contato.
- A relação de velocidades é inversamente proporcional aos raios até o ponto P, o *ponto primitivo*.

$$\left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{r_2}{r_1}$$

- As circunferências traçadas pelo ponto P, com centro em cada ponto fixo, são as *circunferências primitivas*, cada uma com o seu *raio primitivo*.

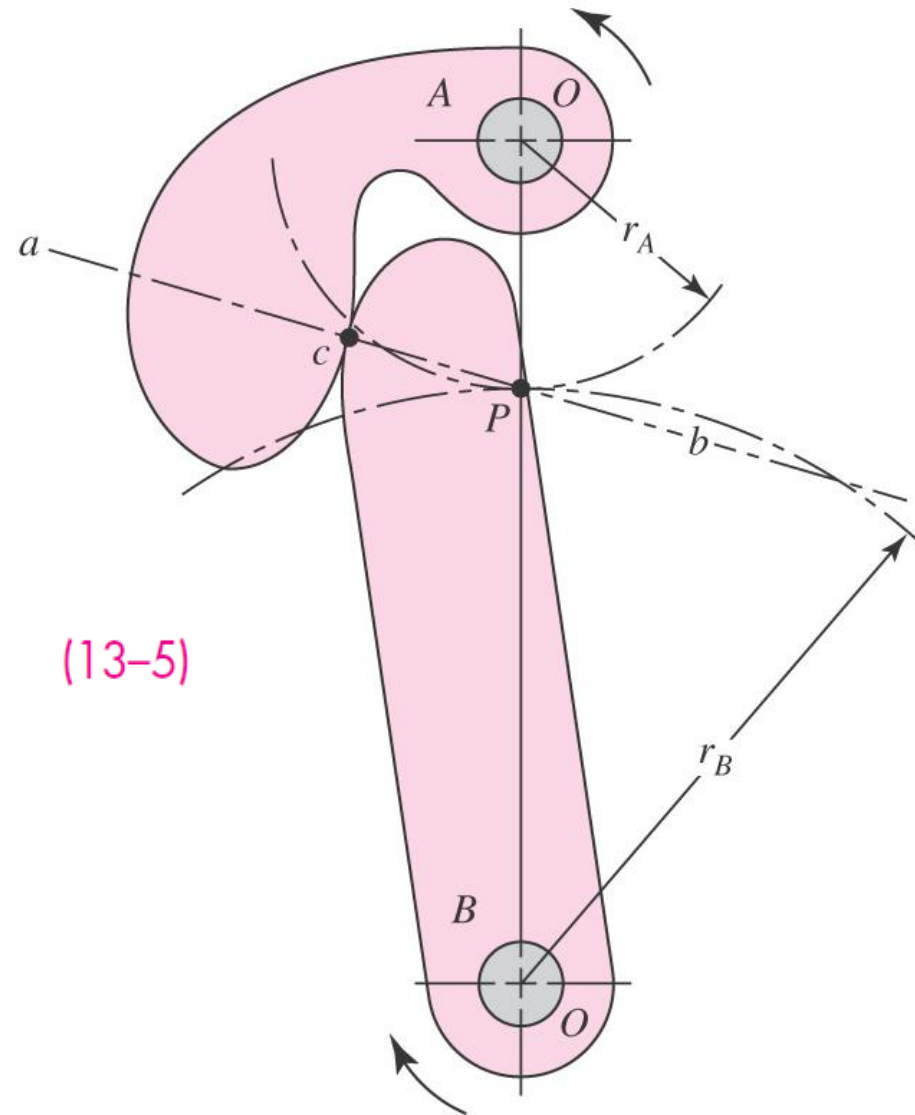


Fig. 13-6



## Perfil Evolvental

- O perfil conjugado mais comum é o perfil *evolvental*.
- Pode ser gerado, desenrolando um barbante de um cilindro, mantendo o barbante esticado e tangente ao cilindro.
- A circunferência formada pelo cilindro chama-se *circunferência de base*.

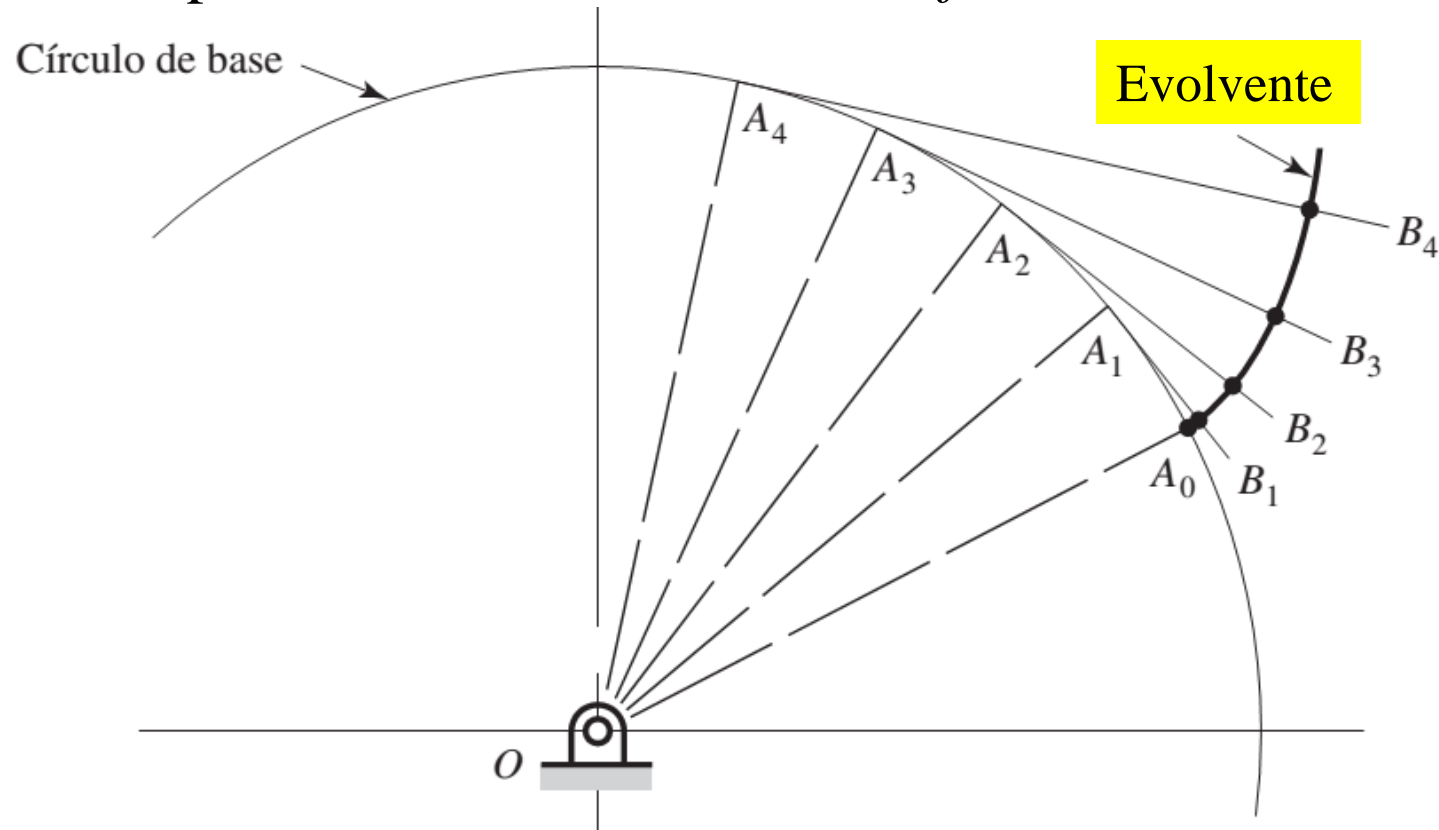


Fig. 13-8

# Perfil Evolvental Produzindo Ação Conjugada

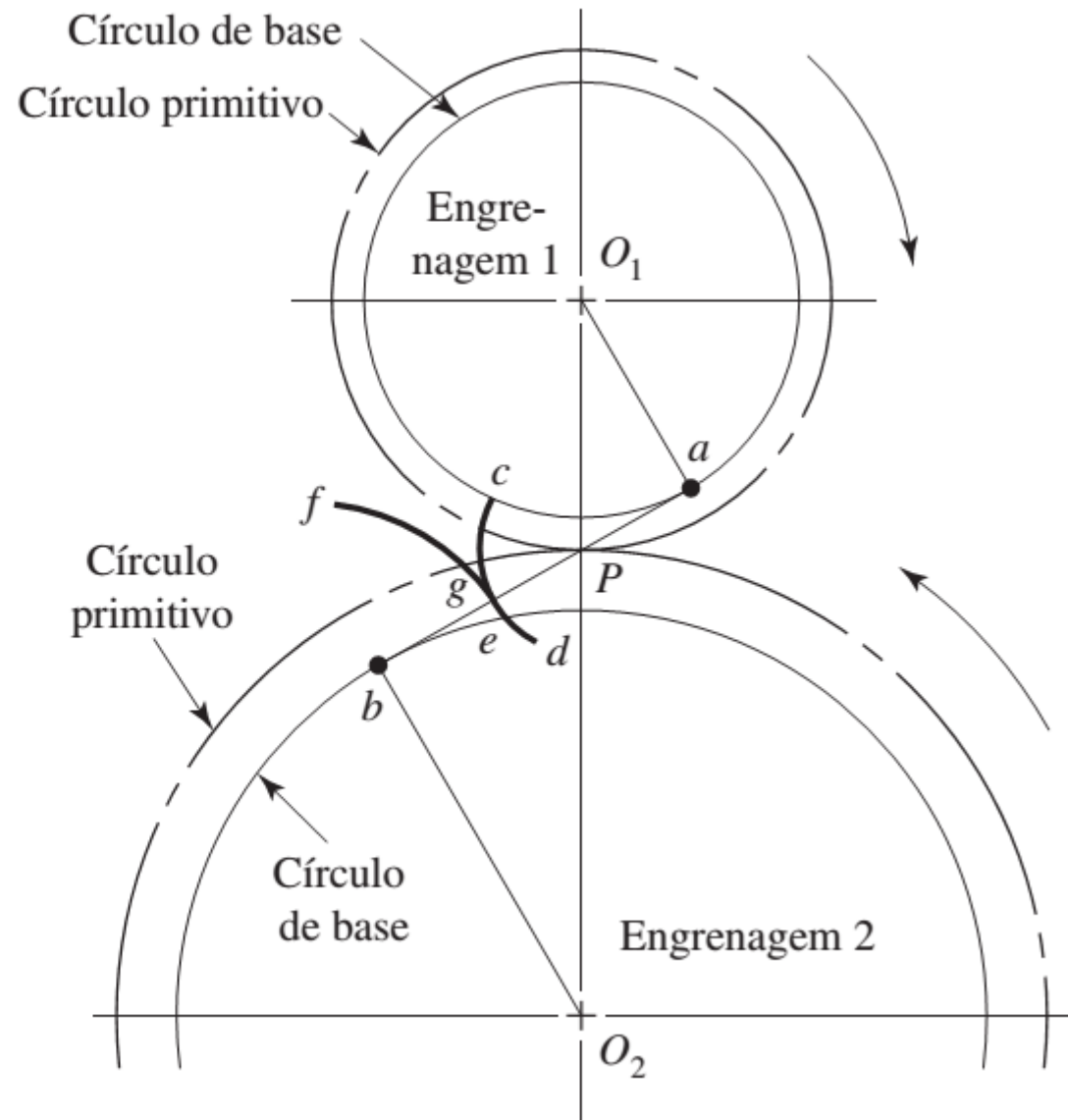
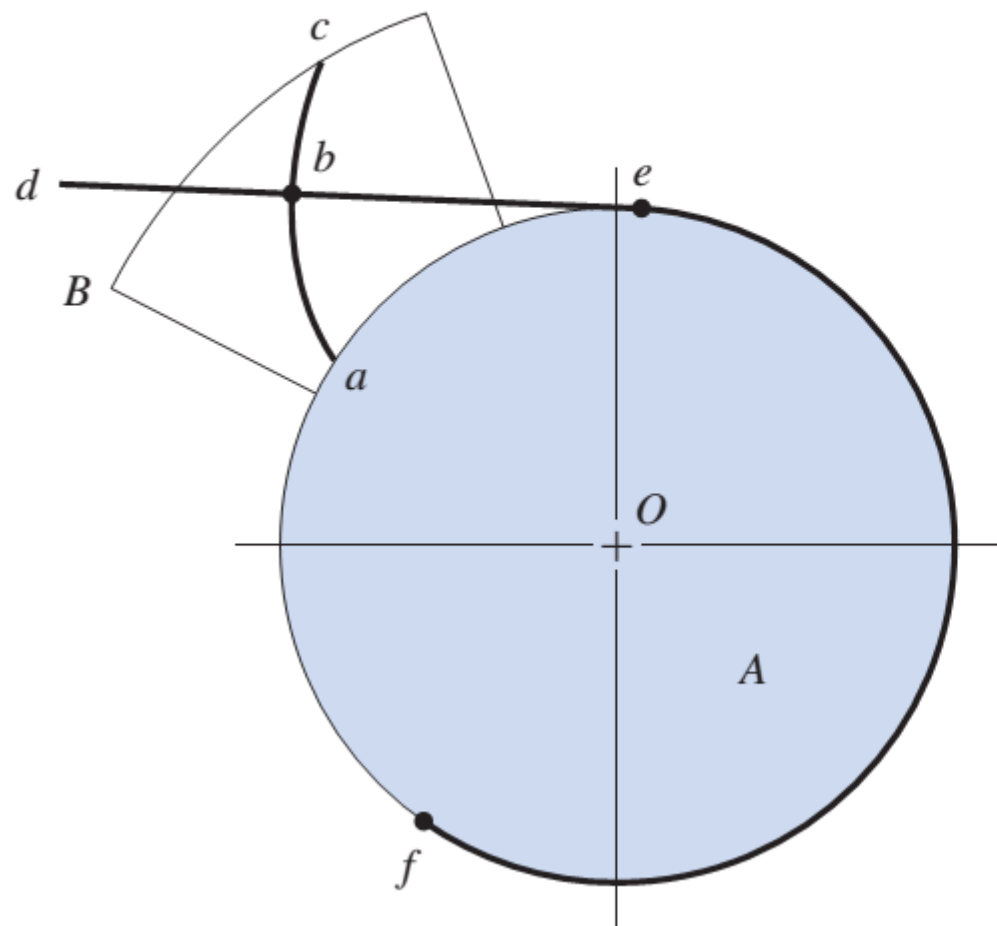


Fig. 13-7

# Circunferências de um Engrenamento

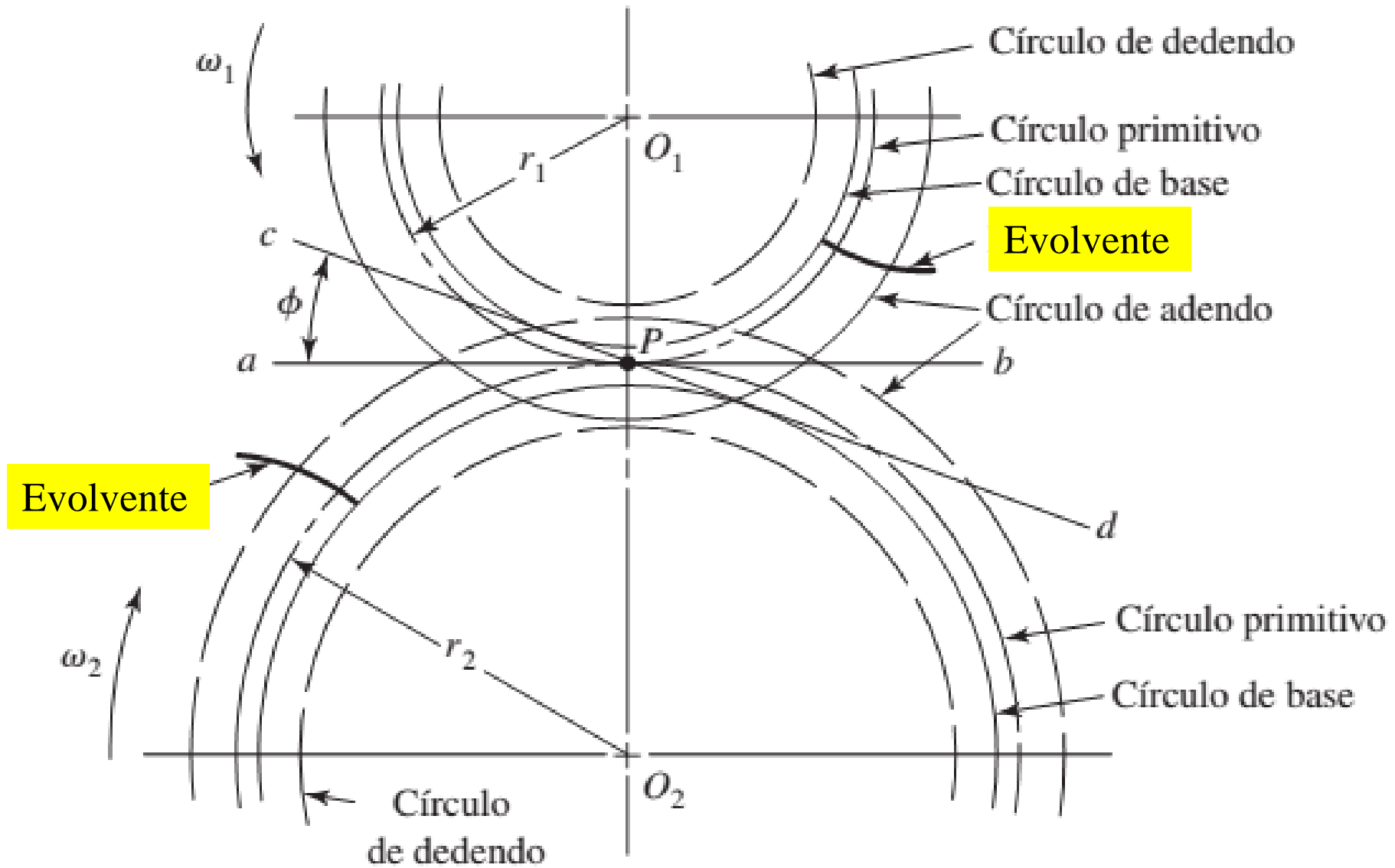


Fig. 13-9

## Sequência do Engrenamento

- Circunferências primitivas em contato
- Linha de pressão no ângulo de pressão desejado
- Circunferências de base tangentes à linha de ação
- Perfil evolvental a partir da circunferência de base
- Topo dos dentes na circunferência de adendo a  $m$  da circunferência primitiva
- Raiz dos dentes na circunferência de dedendo, a  $1,25m$  da circunferência primitiva
- Espaçamento entre os dentes sobre a circunferência primitiva,  $p = m \pi$

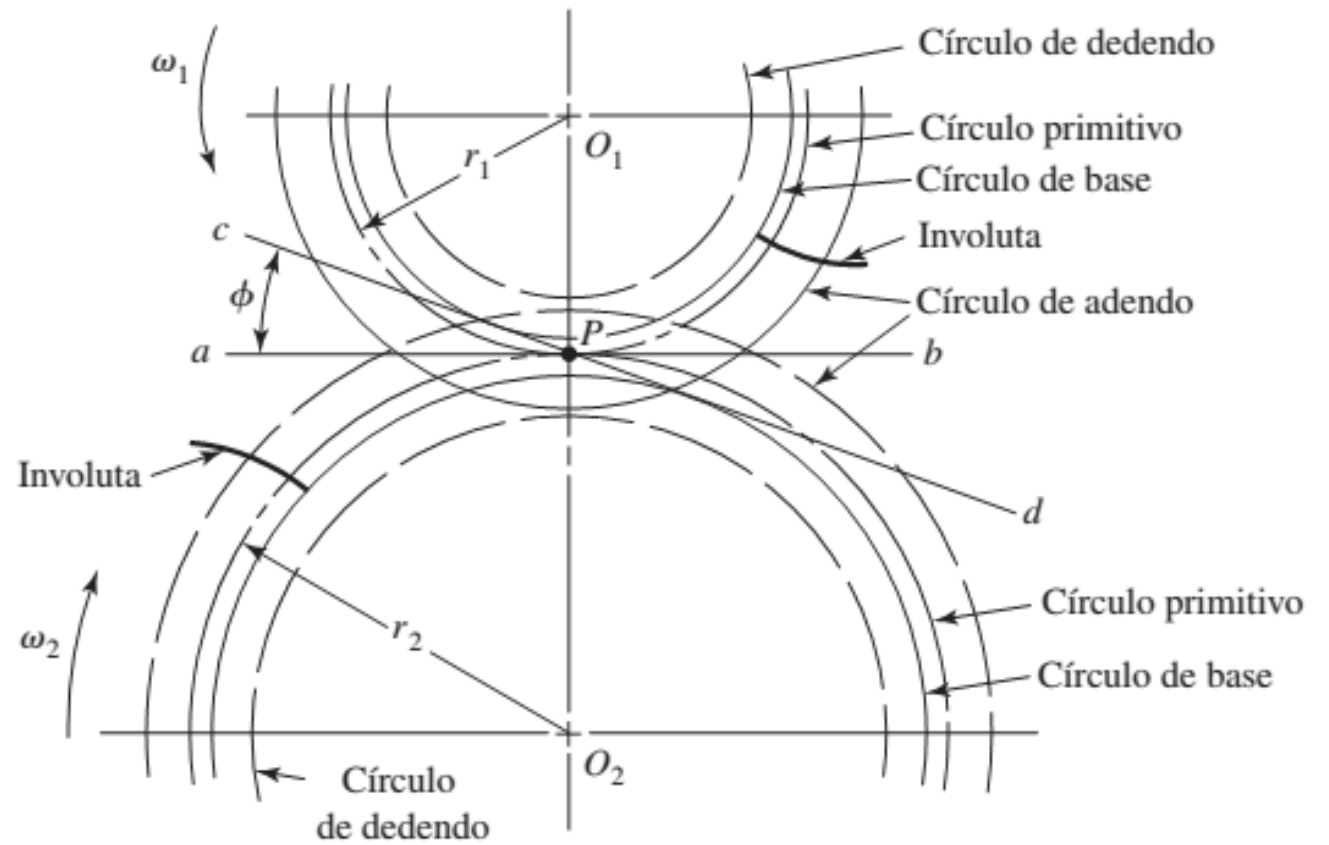


Fig. 13-9

# Relação entre a Circunferência de Base e o Ângulo de Pressão

$$r_b = r \cos \phi$$

(13-6)

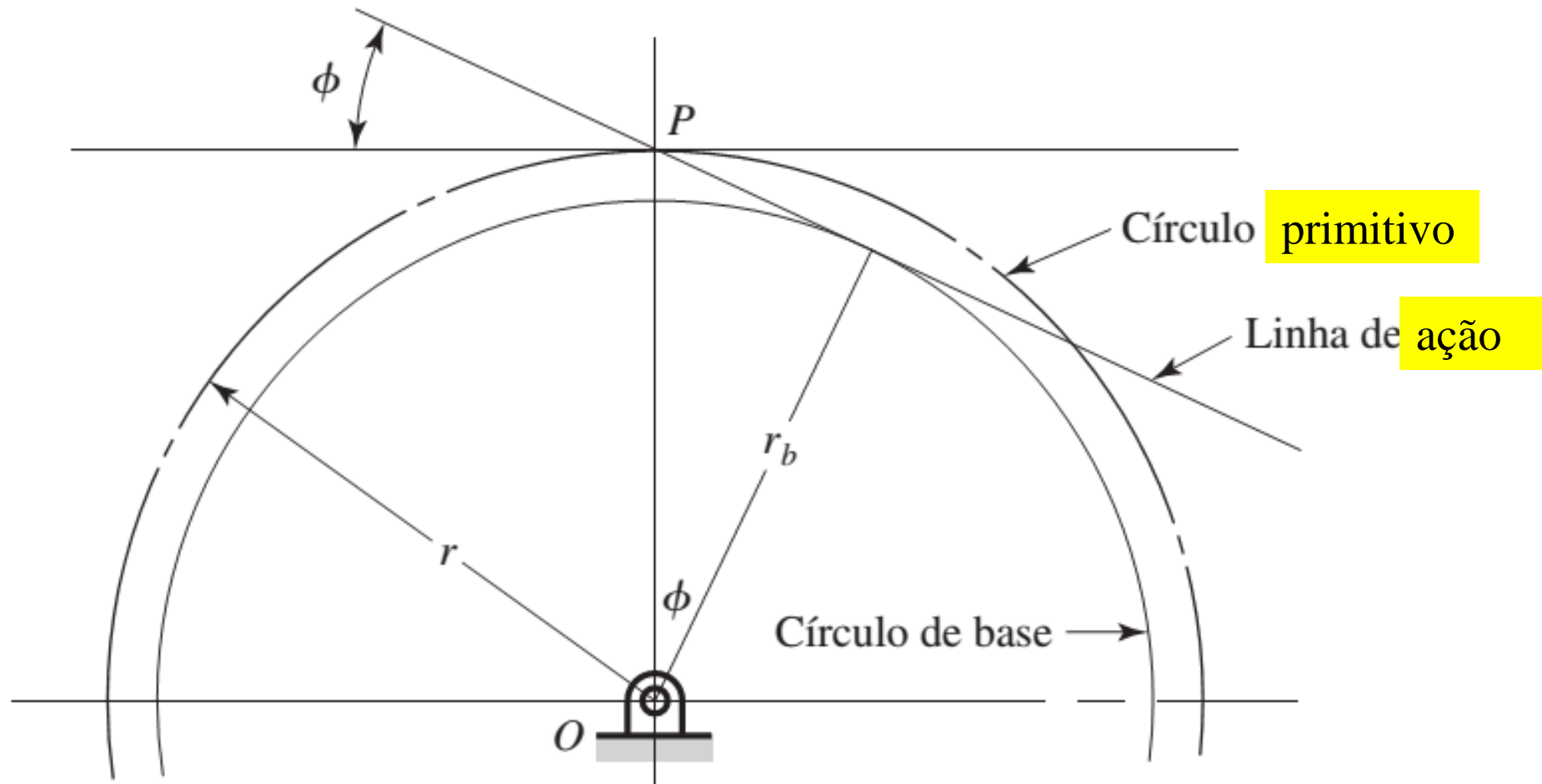


Fig. 13-10

## Ação do Dente

- Primeiro ponto de contato em  $a$  onde o flanco do pinhão toca o topo da engrenagem
- Último ponto de contato em  $b$ , onde o topo do pinhão toca o flanco da engrenagem
- A linha  $ab$  é a *linha de ação*
- O *ângulo de ação* é a soma dos ângulos de aproximação e de afastamento

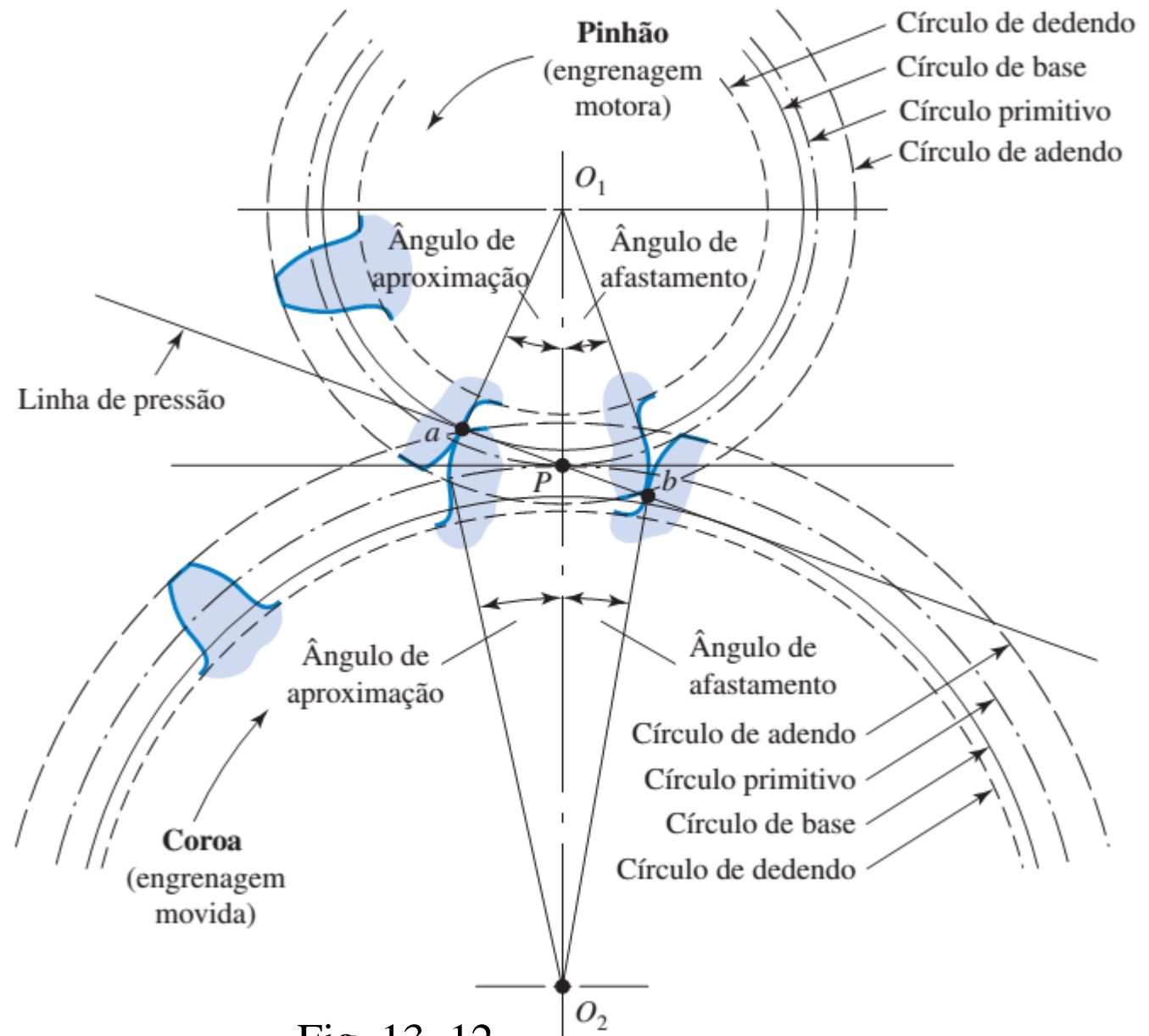


Fig. 13-12

# Cremalheira

---



# Cremalheira

- Uma *cremelheira* é uma engrenagem de dentes retos com um diâmetro primitivo infinito.
- Os lados dos dentes são linhas retas formando um ângulo em relação à linha de centros igual ao ângulo de pressão.
- O *passo de base* e o *passo circular*, mostrados na Figura 13-13, estão relacionados por:

$$p_b = p_c \cos \phi$$

(13-7)

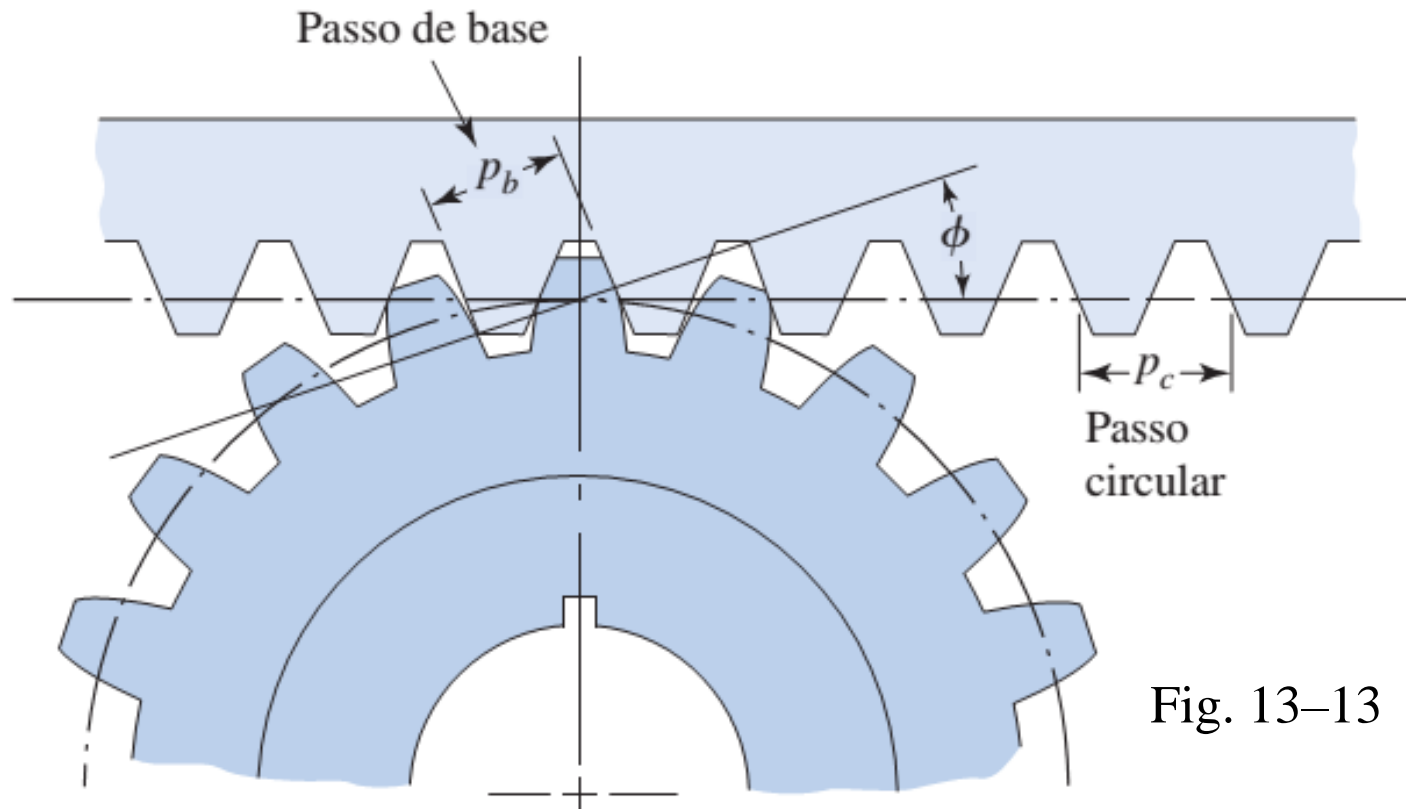
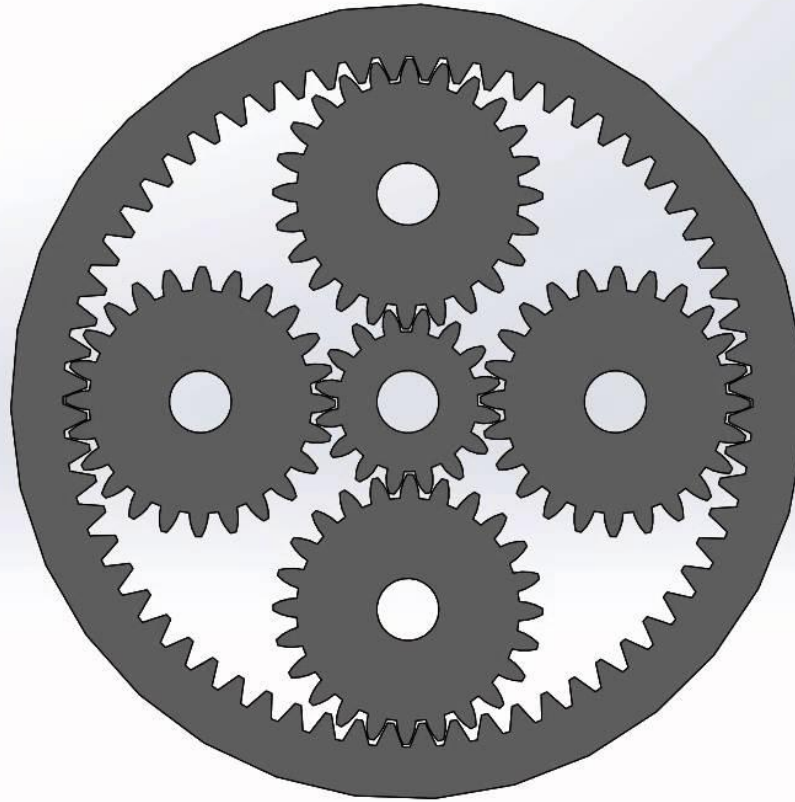


Fig. 13-13

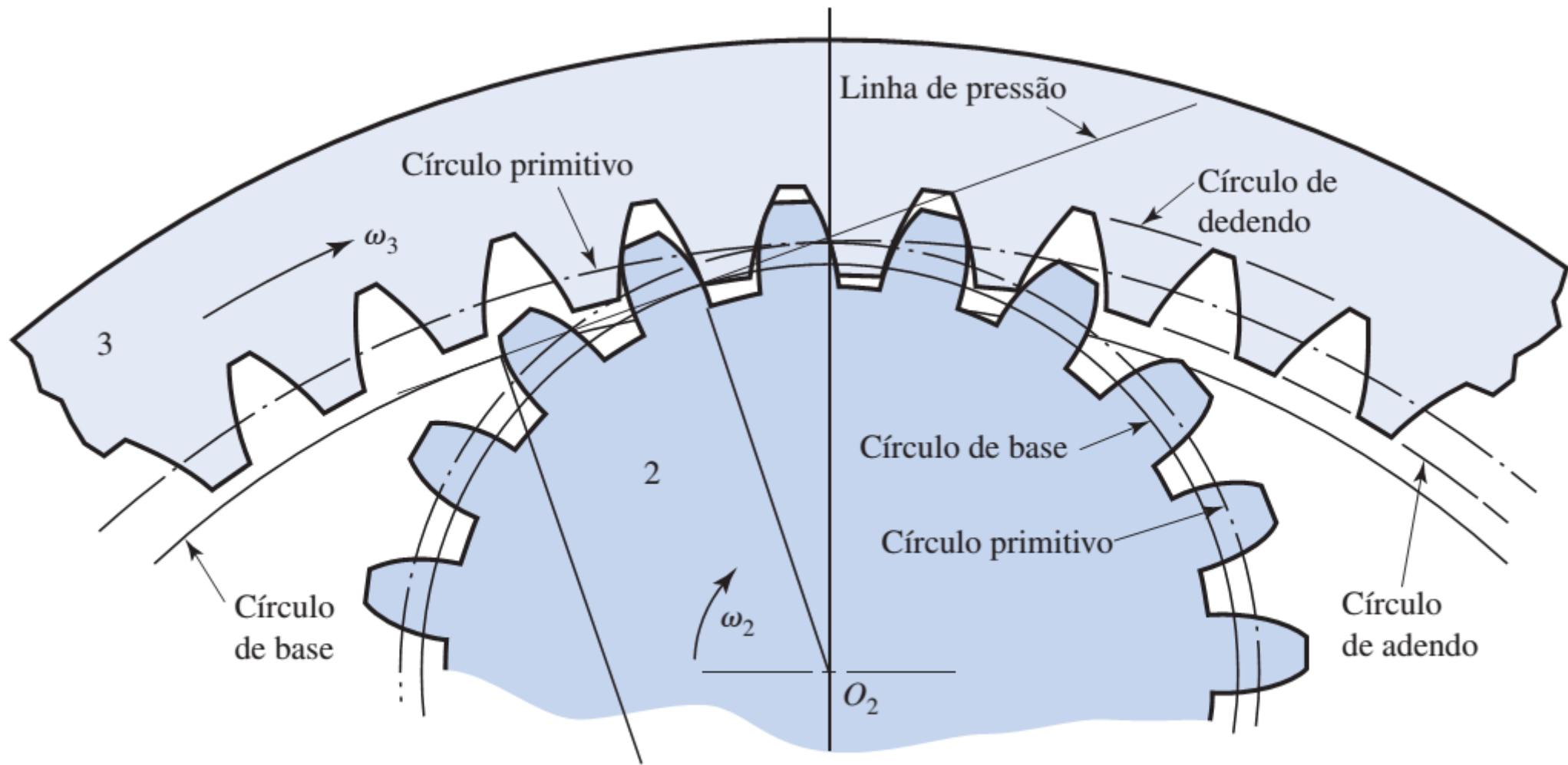


# Engrenagem Interna

---



# Engrenagem Interna



**Figura 13-14** Engrenagem interna e pinhão.

**EXEMPLO 13-1****(8ª edição)**

Um par de engrenagens consiste em um pinhão de 16 dentes que aciona uma coroa de 40 dentes. O passo diametral vale 2, e o adendo e dedendo são  $1/P$  e  $1,25/P$ , respectivamente. As engrenagens são cortadas usando um ângulo de pressão de  $20^\circ$ .

(a) Compute o passo circular, a distância entre centros e os raios dos círculos de base.

(b) Ao montarem-se essas engrenagens, a distância entre centros foi, incorretamente, aumentada de  $\frac{1}{4}$  in. Compute os novos valores do ângulo de pressão e diâmetros do círculo primitivo.

**Solução**  
**Resposta**

$$(a) \quad p = \frac{\pi}{P} = \frac{\pi}{2} = 1,57 \text{ in}$$

Os diâmetros primitivos do pinhão e da coroa são, respectivamente,

$$d_P = \frac{16}{2} = 8 \text{ in} \quad d_G = \frac{40}{2} = 20 \text{ in}$$

Portanto, a distância entre centros é

**Resposta**

$$\frac{d_P + d_G}{2} = \frac{8 + 20}{2} = 14 \text{ in}$$

Uma vez que os dentes foram cortados com ângulo de pressão de  $20^\circ$ , os raios do círculo de base são determinados segundo a expressão  $r_b = r \cos \phi$ ,

**Resposta**

$$r_b \text{ (pinhão)} = \frac{8}{2} \cos 20^\circ = 3,76 \text{ in}$$

**Resposta**

$$r_b \text{ (engrenagem)} = \frac{20}{2} \cos 20^\circ = 9,40 \text{ in}$$

## Exemplo 13–1

(b) Designando como  $d'_P$  e  $d'_G$  os novos diâmetros primitivos, o aumento de  $\frac{1}{4}$  in na distância entre centros requer que

$$\frac{d'_P + d'_G}{2} = 14,250 \quad (1)$$

Além disso, a razão de velocidades não muda, assim

$$\frac{d'_P}{d'_G} = \frac{16}{40} \quad (2)$$

Resolver as Equações (1) e (2), simultaneamente, produz

**Resposta**  $d'_P = 8,143 \text{ in} \quad d'_G = 20,357 \text{ in}$

Uma vez que  $r_b = r \cos \phi$ , o novo ângulo de pressão é

**Resposta**  $\phi' = \cos^{-1} \frac{r_b \text{ (pinhão)}}{d'_P/2} = \cos^{-1} \frac{3,76}{8,143/2} = 22,56^\circ$

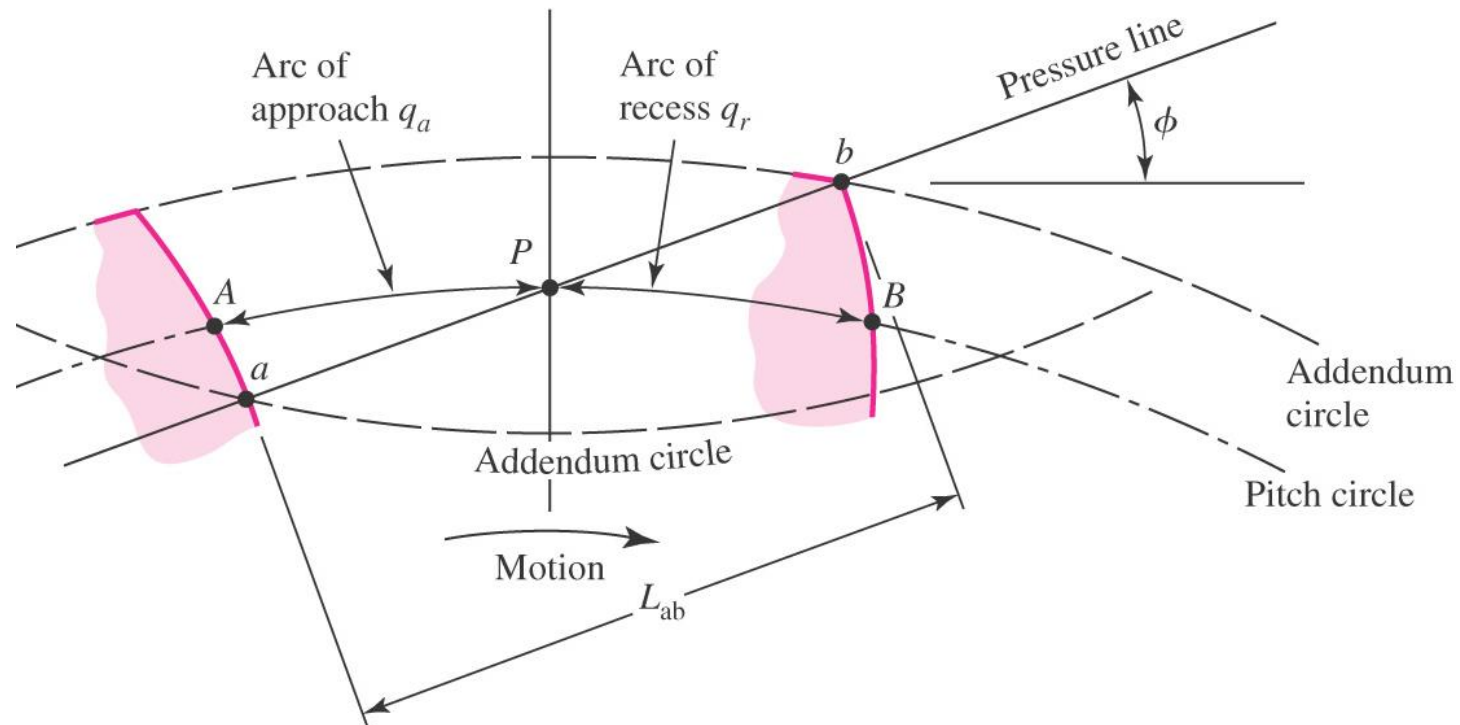
Ver arquivos SMath:  
exemplo 13-1 8a ed AGMA.sm  
exemplo 13-1 8a ed ISO.sm

# Razão de Contato

- O arco de ação  $q_t$  é a soma do arco de aproximação  $q_a$  com o arco de afastamento  $q_r$ , ou seja  $q_t = q_a + q_r$
- A *razão de contato*  $m_c$  é a razão entre o arco de ação e o passo circular.

$$m_c = \frac{q_t}{p} \quad (13-8)$$

- A razão de contato representa o número médio de pares de dente em contato.



## Razão de Contato

- A razão de contato pode também ser obtida pela razão entre o comprimento da linha de ação e o passo de base

$$m_c = \frac{L_{ab}}{p \cos \phi} \quad (13-9)$$

- A razão de contato deve ser no mínimo igual a 1.2

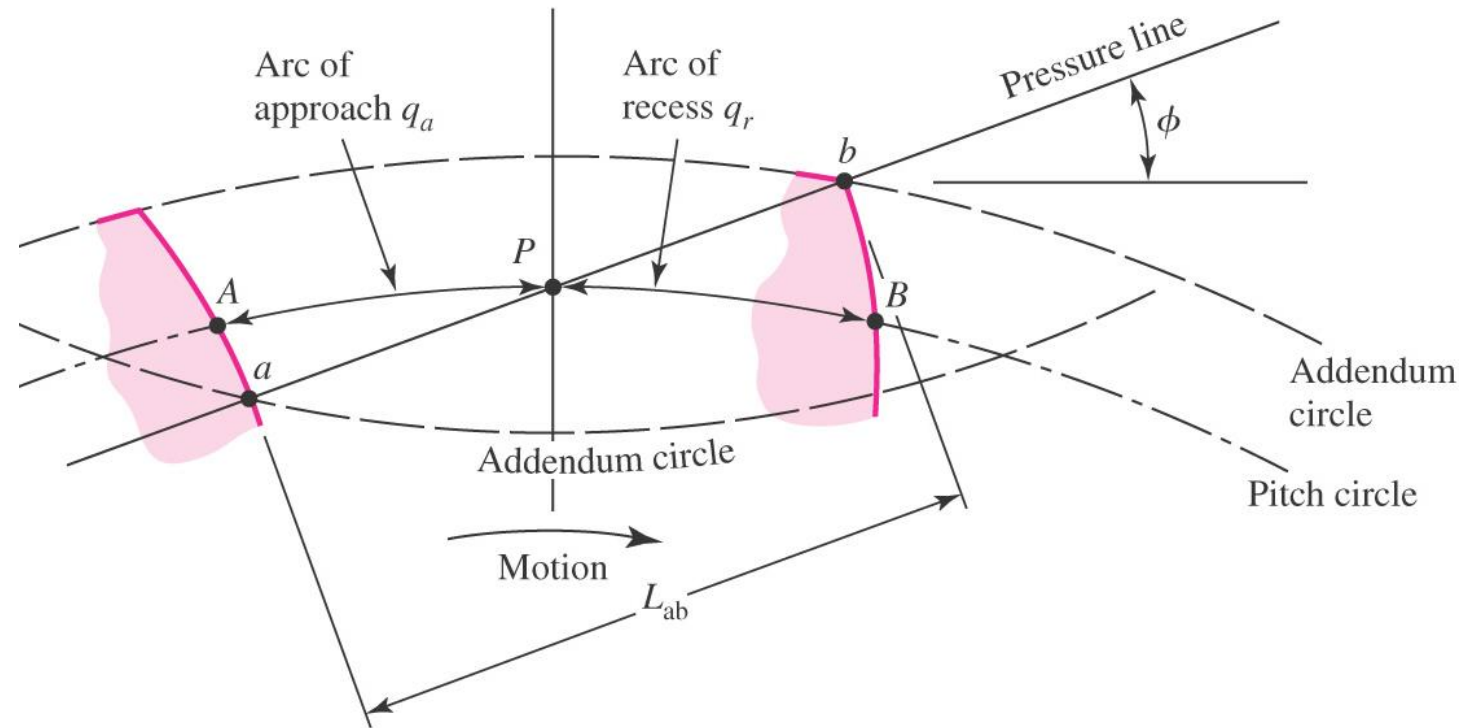


Fig. 13-15

# Interferência

- Contato de partes do dente que não são conjugadas é chamado de *interferência*.

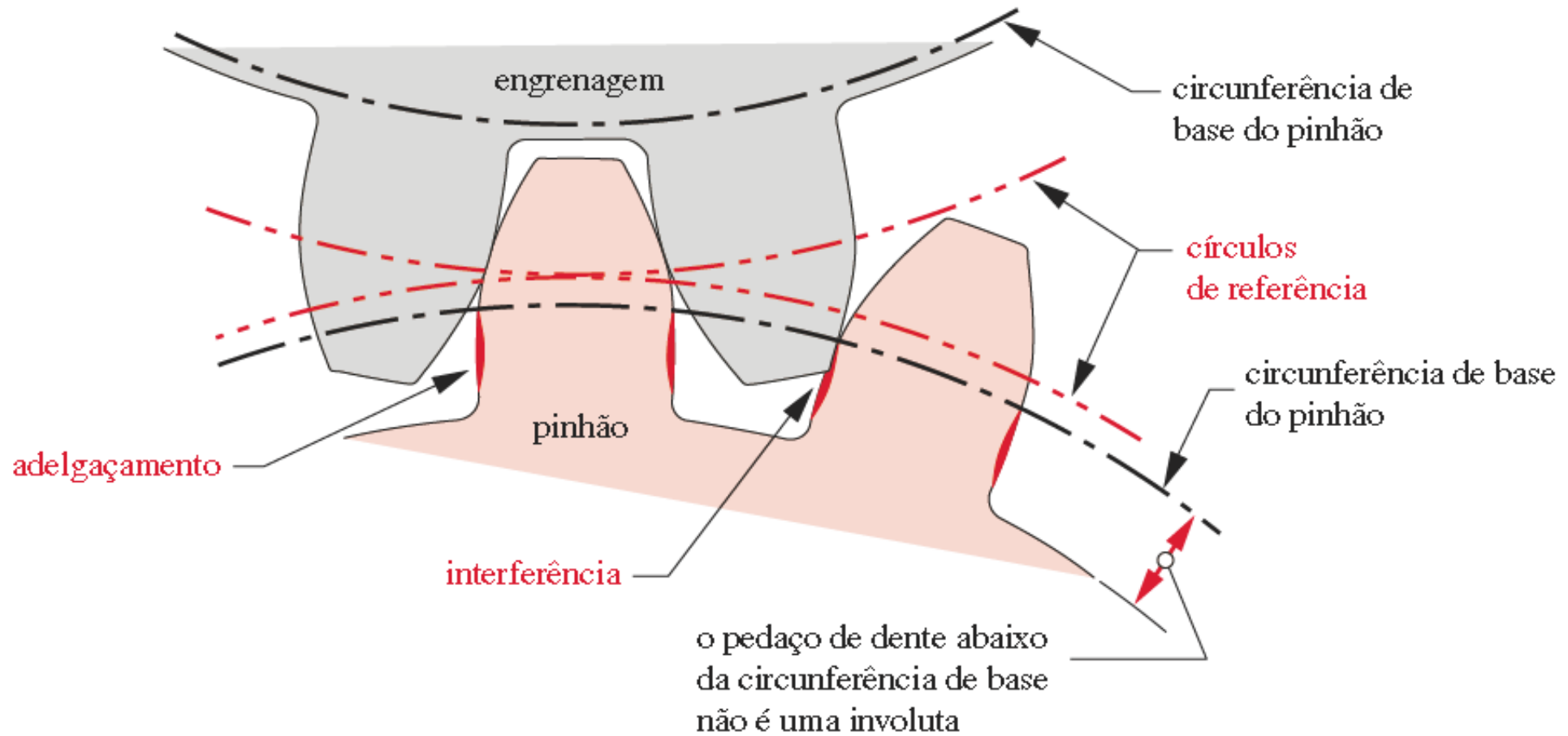


Fig. 13-16

# Interferência

- Acontece quando o contato ocorre abaixo da circunferência de base
- Se o dente fosse produzido pelo processo de geração, então a parcela interferente seria removida; conhecida como *adelgaçamento*.

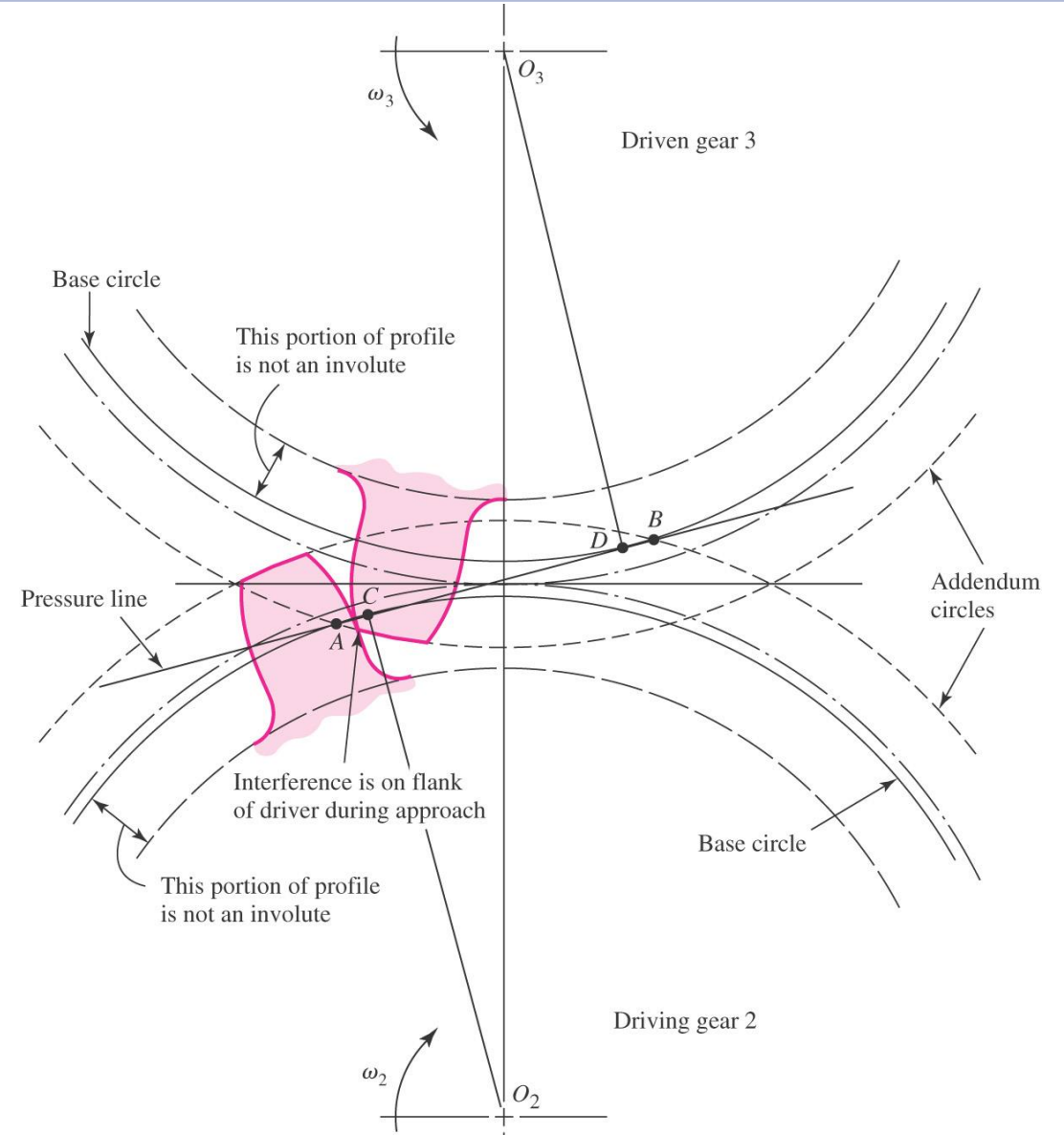


Fig. 13–16



## Interferência em Engrenagens Retas

---

- Menor número de dentes numa relação 1:1 sem ocorrer interferência:

$$N_P = \frac{2k}{3 \sin^2 \phi} \left( 1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 \phi} \right) \quad (13-10)$$

- $k = 1$  para profundidade completa.  $k = 0.8$  para dentes encurtados
- Menor número de dentes no pinhão com relação de transmissão  $m_G = N_G/N_P > 1$ , sem ocorrer interferência:

$$N_P = \frac{2k}{(1 + 2m_G) \sin^2 \phi} \left( m_G + \sqrt{m_G^2 + (1 + 2m_G) \sin^2 \phi} \right) \quad (13-11)$$

# Interferência em Engrenagens Retas

---

- Maior coroa engrenada a um pinhão, livre de interferência:

$$N_G = \frac{N_P^2 \sin^2 \phi - 4k^2}{4k - 2N_P \sin^2 \phi} \quad (13-12)$$

- Menor pinhão engrenado a uma cremalheira, livre de interferência:

$$N_P = \frac{2k}{\sin^2 \phi} \quad (13-13)$$

## Interferência

- Valores mais utilizados das equações (13–11) e (13–12)
  - Para ângulo de pressão 20°

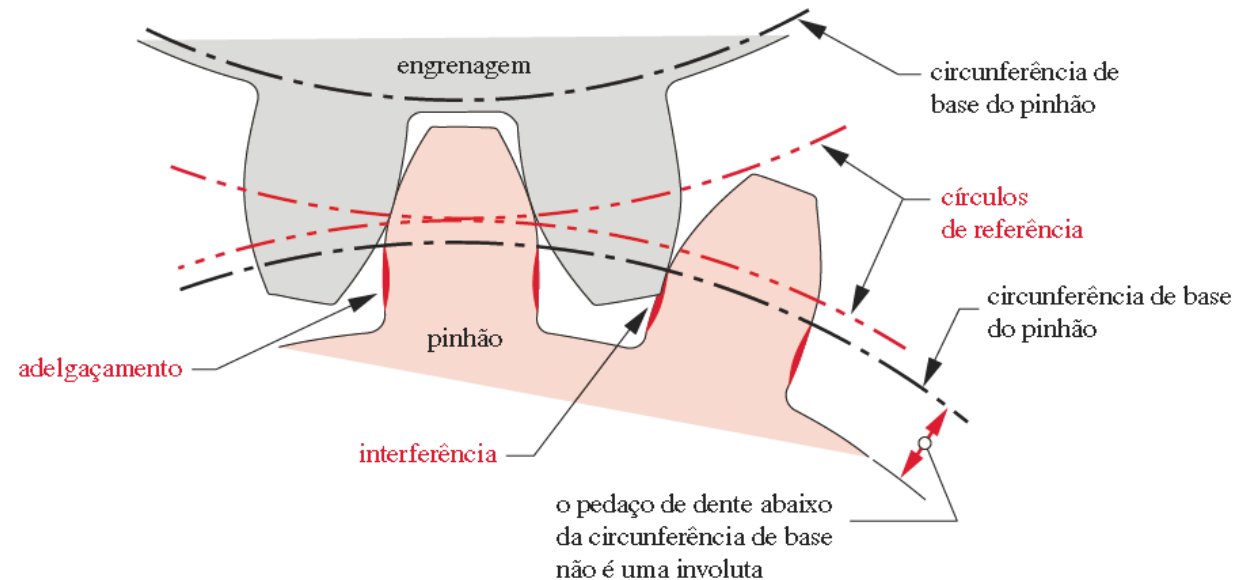
Mín $N_P$	Max $N_G$	Max $N_G$ Inteiro	Relação Max $m_G = N_G/N_P$
13	16.45	16	1.23
14	26.12	26	1.86
15	45.49	45	3
16	101.07	101	6.31
17	1309.86	1309	77

- Para ângulo de pressão 25°

Min $N_P$	Max $N_G$	Max $N_G$ Inteiro	Relação Max $m_G = N_G/N_P$
9	13.33	13	1.44
10	32.39	32	3.2
11	249.23	249	22.64

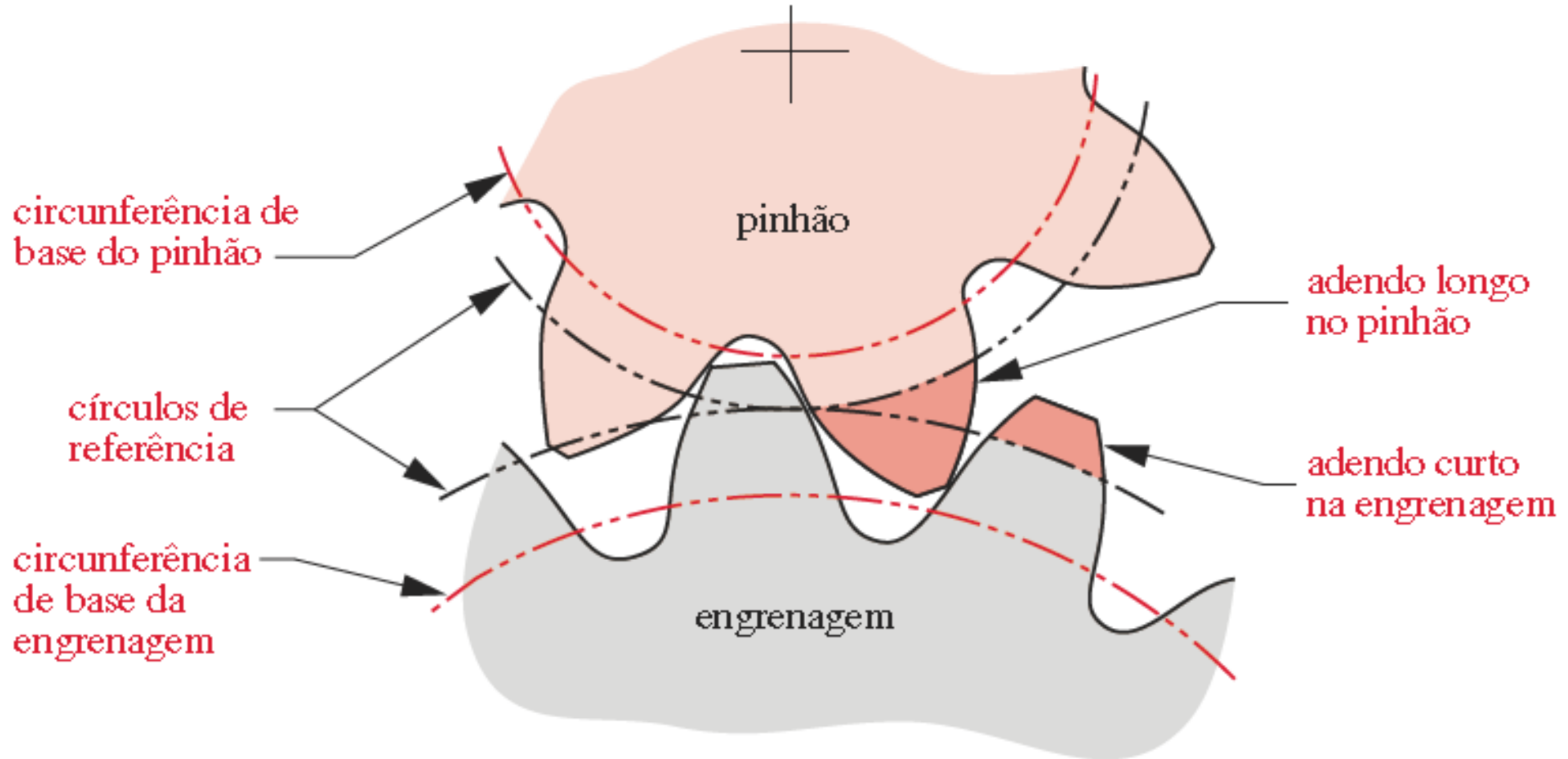
# Interferência

- Pode ser eliminada utilizando maior número de dentes no pinhão.
- Contudo, se o tamanho do dente (modulo) for mantido, ocorrerá aumento no diâmetro da engrenagem, já que  $d = m.N$ .
- Pode ser eliminada utilizando maior ângulo de pressão. Isto resulta em menores circunferências de base aumentando o perfil evolvental no dente.
- A desvantagem de ângulos de pressão maiores é o aumento da força radial para a mesma força transmitida.
- Outra forma de eliminação da interferência é a correção do perfil do dente.



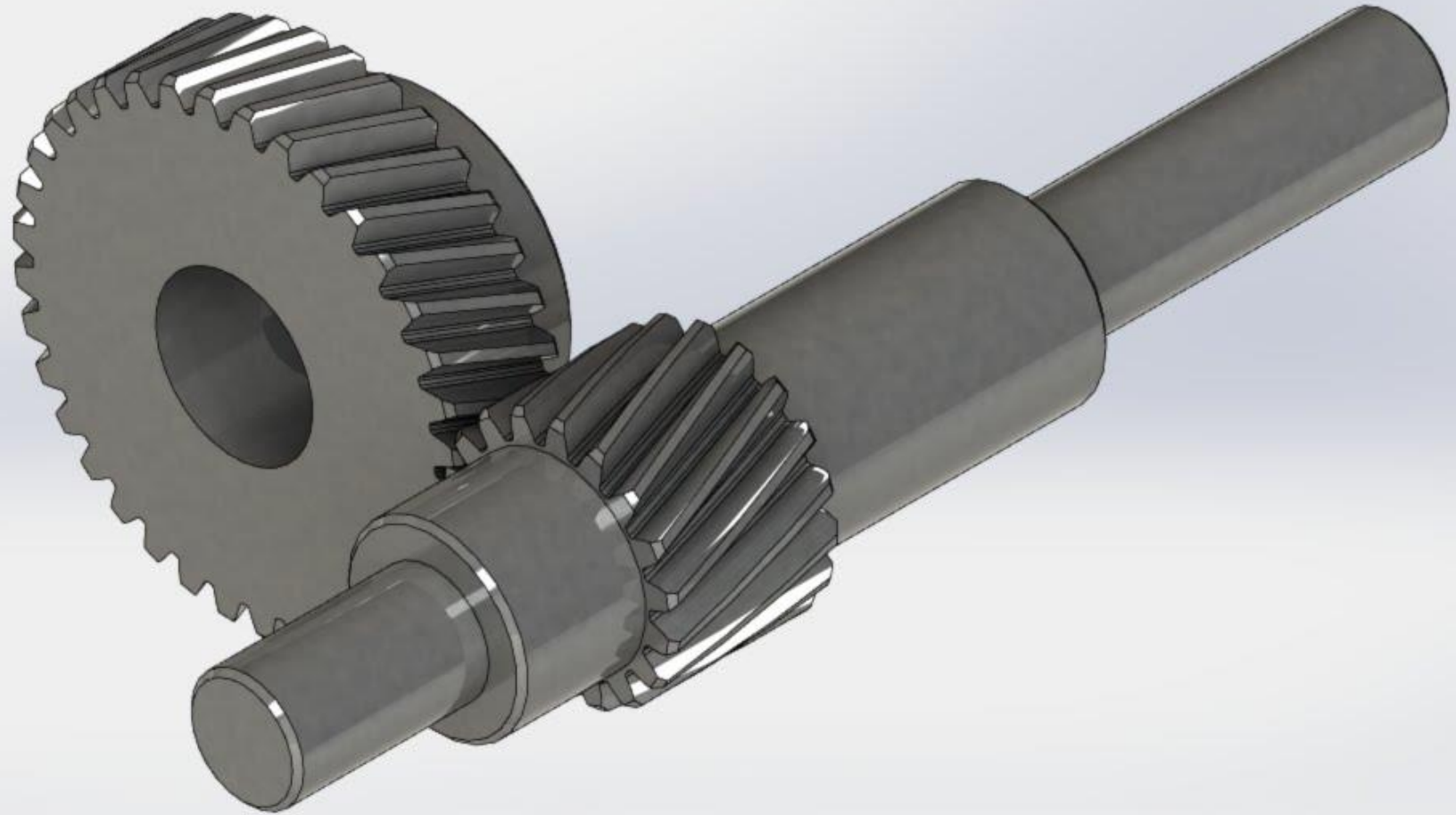
## Dentes Corrigidos

- **Profundidade completa:** tem adendos iguais em ambos pinhão e engrenagem
- **Perfil deslocado:** adendo maior no pinhão e outro menor na engrenagem.



# Engrenagens Cilíndricas Helicoidais

---



## Engrenagens Cilíndricas Helicoidais

- Similar to spur gears, but with teeth making a *helix angle* with respect to the gear centerline
- Adds axial force component to shaft and bearings
- Smoother transition of force between mating teeth due to gradual engagement and disengagement

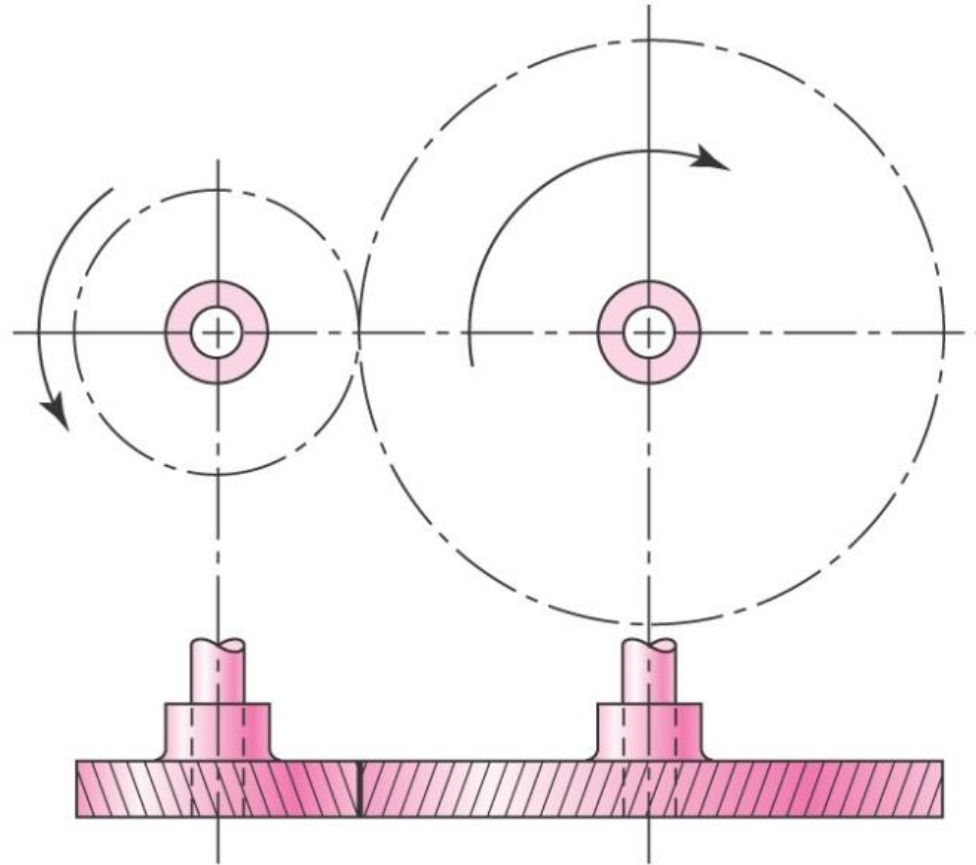


Fig. 13-2

# Engrenagens Cilíndricas Helicoidais

- Tooth shape is involute helicoid

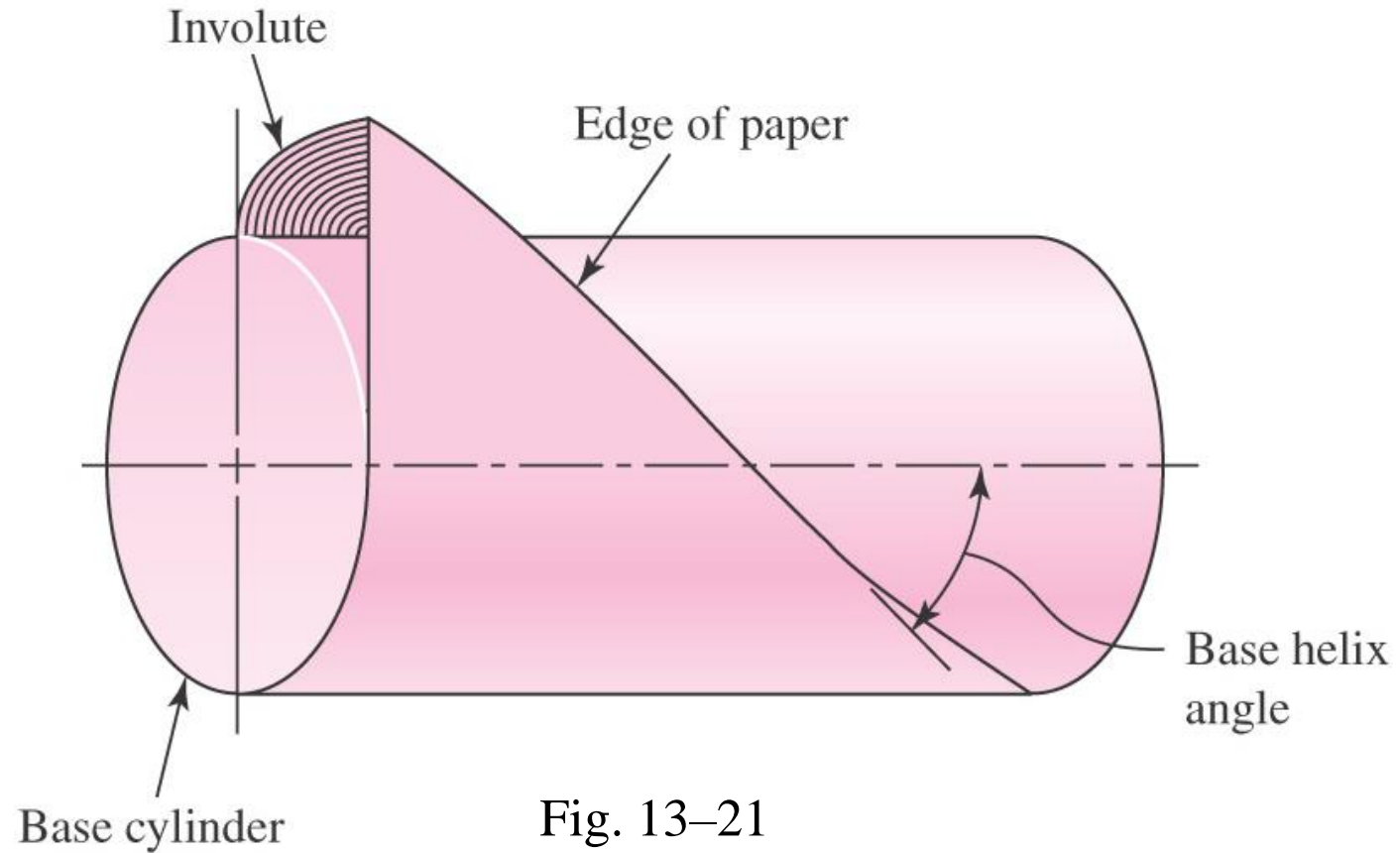


Fig. 13-21



# Engrenagens Cilíndricas Helicoidais

- *Passo circular transversal*  $p_t$  está no plano de rotação
- *Passo circular normal*  $p_n$  está no plano perpendicular ao dente

$$p_n = p_t \cos \psi \quad (13-16)$$

- *Axial pitch*  $p_x$  is along the direction of the shaft axis

$$p_x = \frac{p_t}{\tan \psi} \quad (13-17)$$

- *Normal diametral pitch*

$$P_n = \frac{P_t}{\cos \psi} \quad (13-18)$$

$$p_n P_n = \pi$$

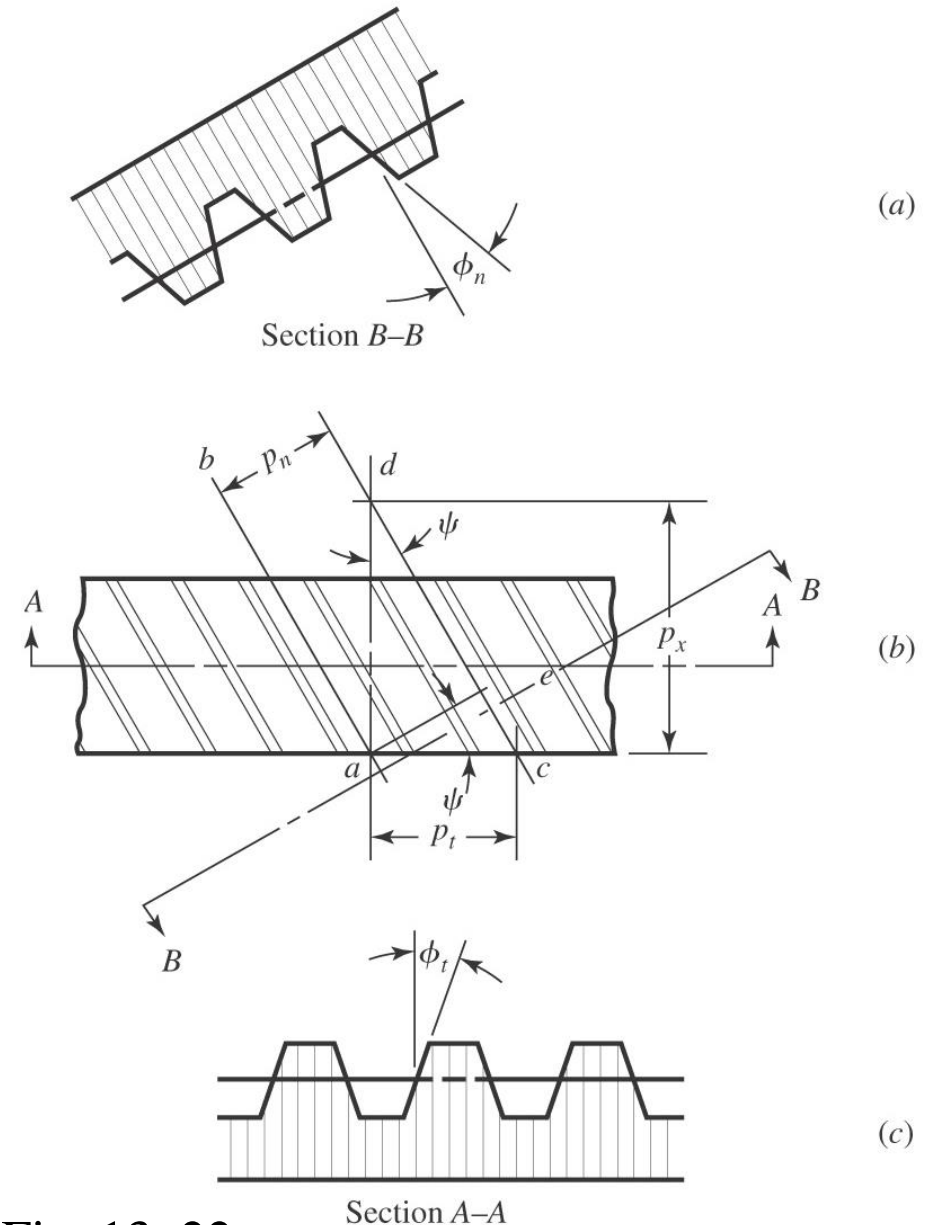


Fig. 13-22

# Engrenagens Cilíndricas Helicoidais

- Relationship between angles

$$\cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t} \quad (13-19)$$

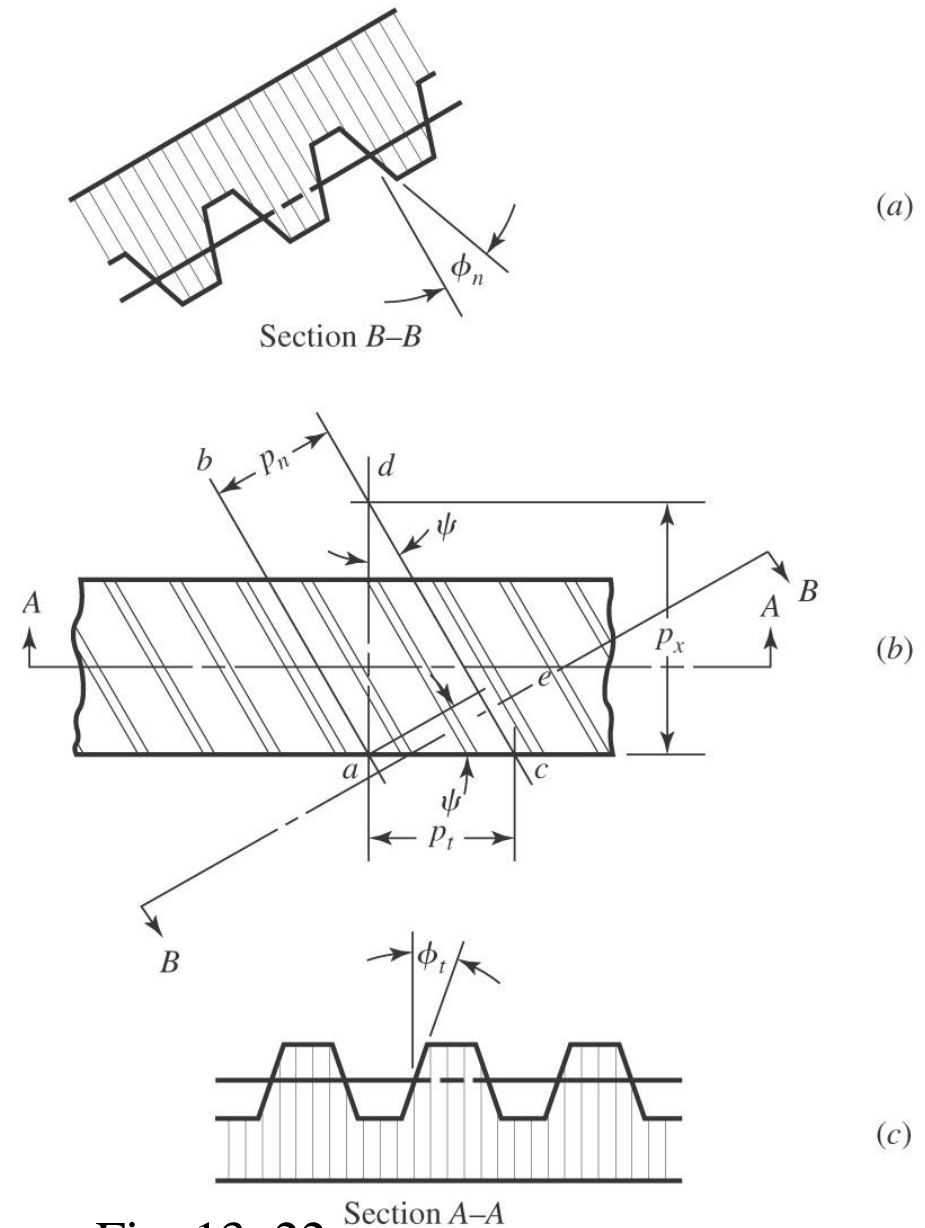


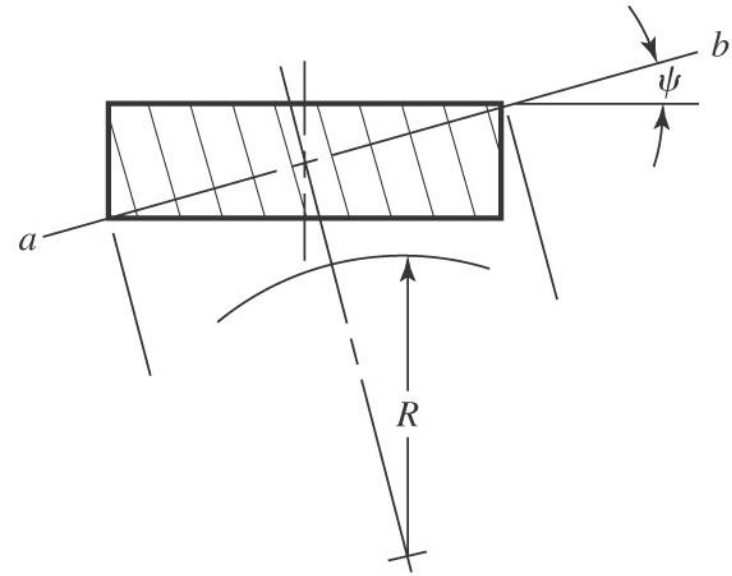
Fig. 13-22

# Engrenagens Cilíndricas Helicoidais

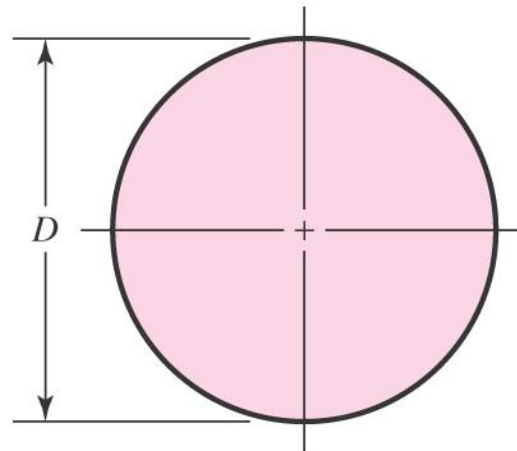
- Viewing along the teeth, the apparent pitch radius is greater than when viewed along the shaft.
- The greater virtual  $R$  has a greater *virtual number of teeth*  $N'$

$$N' = \frac{N}{\cos^3 \psi} \quad (13-20)$$

- Allows fewer teeth on helical gears without undercutting.



(a)



(b)

Fig. 13-23

**Tabela 13-4** Proporções em dentes padronizados de engrenagens helicoidais.

Quantidade*	Fórmula	Quantidade*	Fórmula
Adendo	$\frac{1,00}{P_n}$	Engrenagens externas:	
Dedendo	$\frac{1,25}{P_n}$	Distância padrão entre centros	$\frac{D + d}{2}$
Diâmetro primitivo do pinhão	$\frac{N_P}{P_n \cos \psi}$	Diâmetro externo da coroa	$D + 2a$
Diâmetro primitivo da coroa	$\frac{N_G}{P_n \cos \psi}$	Diâmetro externo do pinhão	$d + 2a$
Espessura de dente no arco normal <sup>†</sup>	$\frac{\pi}{P_n} - \frac{B_n}{2}$	Diâmetro de raiz da coroa	$D - 2b$
Diâmetro da base do pinhão	$d \cos \phi_t$	Diâmetro de raiz do pinhão	$d - 2b$
		Engrenagens internas:	
Diâmetro da base da coroa	$D \cos \phi_t$	Distância entre centros	$\frac{D - d}{2}$
Ângulo da hélice de base	$\tan^{-1} (\tan \psi \cos \phi_t)$	Diâmetro interno	$D - 2a$
		Diâmetro de raiz	$D + 2b$

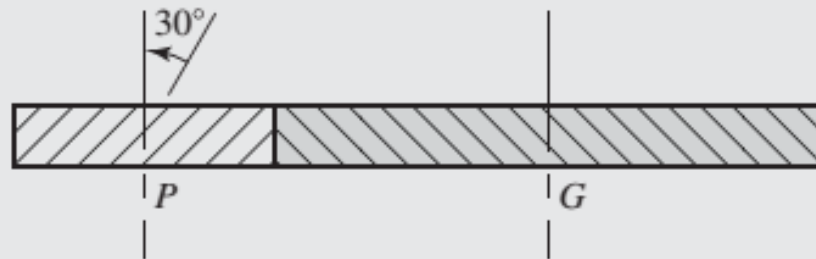
\*Todas as dimensões estão em polegadas e os ângulos, em graus.

<sup>†</sup> $B_n$  é a folga normal.

## Exemplo 13–1

Um conjunto de engrenagens helicoidais paralelas utiliza um pinhão com 17 dentes acionando uma engrenagem com 34 dentes. O pinhão tem uma rosca direita com ângulo de hélice de  $30^\circ$ , um ângulo de pressão normal de  $20^\circ$  e um passo diametral normal com 5 dentes/in. Encontre:

- (a) Os passos circulares, normal, transversal e axial.
- (b) O passo circular normal base.
- (c) O passo diametral transversal e o ângulo de pressão transversal.
- (d) O adendo, o dedendo e o diâmetro primitivo de cada engrenagem.



(a)

$$p_n = \pi/5 = 0,6283 \text{ in}$$

$$p_t = p_n/\cos \psi = 0,6283/\cos 30^\circ = 0,7255 \text{ in}$$

$$p_x = p_t/\tan \psi = 0,7255/\tan 30^\circ = 1,25 \text{ in}$$

## Exemplo 13-1

(b) Eq. (13-7):  $p_{nb} = p_n \cos \phi_n = 0,6283 \cos 20^\circ = 0,590 \text{ in}$

(c)  $P_t = P_n \cos \psi = 5 \cos 30^\circ = 4,33 \text{ dentes/in}$

$$\phi_t = \tan^{-1}(\tan \phi_n \cos \psi) = \tan^{-1}(\tan 20^\circ / \cos 30^\circ) = 22,8^\circ$$

(d) Tabela 13-4

$$a = 1/5 = 0,200 \text{ in}$$

$$b = 1,25/5 = 0,250 \text{ in}$$

$$d_P = \frac{17}{5 \cos 30^\circ} = 3,926 \text{ in}$$

$$d_G = \frac{34}{5 \cos 30^\circ} = 7,852 \text{ in}$$

## Example 13–2

Uma engrenagem helicoidal de estoque possui um ângulo de pressão normal de  $22^\circ$ , um ângulo de hélice de  $32^\circ$  e um módulo                      transversal de 3,0 mm tendo 24 dentes. Encontre:

- (a) O diâmetro primitivo.
- (b) Os passos axial, normal e transversal.
- (c) O           módulo           normal.
- (d) O ângulo de pressão transversal.

(a)  $d = Nm_t = 24(3) = 72 \text{ mm}$

## Example 13–2

$$(b) \quad p_t = \pi m_t = \pi(3) = 9,42478 \text{ mm}$$

$$p_n = p_t \cos \psi = 9,42478 = 9,42478 \cos (32) = 7,99267 \text{ mm}$$

$$P_x = \frac{p_t}{\tan \psi} = \frac{9,42478}{\tan 32^\circ} = 15,08280 \text{ mm}$$

$$(c) \quad m_n = m_i \cos \psi = 3 \cos 32^\circ = 2,54414 \text{ mm}$$

$$(d) \quad \phi_t = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{\tan 22^\circ}{\cos 32^\circ} \right) = 25,47402^\circ$$



## Interferência em Engrenagens Cilíndricas Helicoidais

- Número mínimo de dentes para pinhão e coroa, com relação de transmissão igual a 1, sem que ocorra interferência:

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{3 \sin^2 \phi_t} \left( 1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 \phi_t} \right) \quad (13-21)$$

- $k = 1$  para dentes de Altura completa.  $k = 0.8$  para dentes diminuídos
- Número mínimo de dentes para pinhão engrenado com coroa com relação de transmissão  $m_G = N_G/N_P$ , sem que ocorra interferência:

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{(1 + 2m_G) \sin^2 \phi_t} \left( m_G + \sqrt{m_G^2 + (1 + 2m_G) \sin^2 \phi_t} \right) \quad (13-22)$$

# Interferência em Engrenagens Cilíndricas Helicoidais

---

- Maior coroa engrenada a um pinhão, livre de interferência:

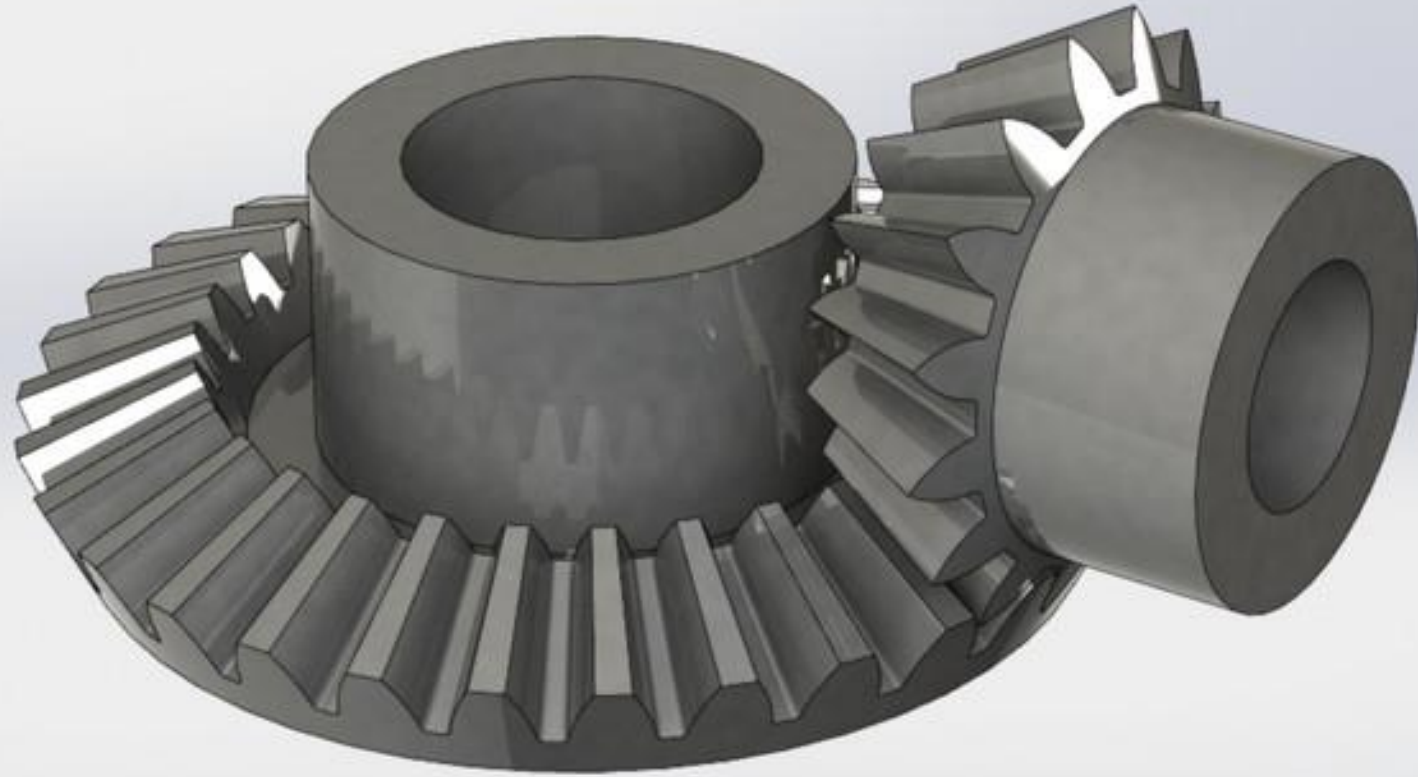
$$N_G = \frac{N_P^2 \sin^2 \phi_t - 4k^2 \cos^2 \psi}{4k \cos \psi - 2N_P \sin^2 \phi_t} \quad (13-23)$$

- Menor pinhão engrenado a uma cremalheira, livre de interferência:

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{\sin^2 \phi_t} \quad (13-24)$$

# Engrenagens Cônicas de Dentes Retos

---



# Engrenagens Cônicas de Dentes Retos

- Transmitir movimento entre eixos concorrentes

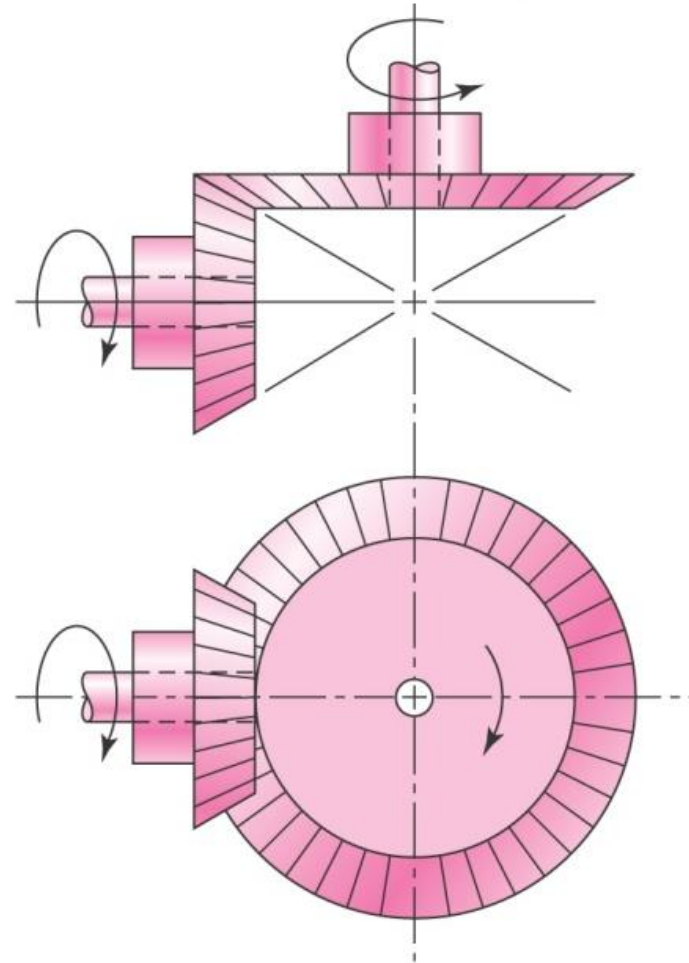


Fig. 13-3

# Engrenagens Cônicas de Dentes Retos

- Relação de transmissão:

$$\tan \gamma = \frac{N_P}{N_G} \quad \tan \Gamma = \frac{N_G}{N_P} \quad (13-14)$$

- A forma do dente, projetada no cone complementar (*back cone*) é a mesma de uma engrenagem de cilíndrica de raio  $r_b$
- O número virtual de dentes desta engrenagem cilíndrica virtual é:

$$N' = \frac{2\pi r_b}{p} \quad (13-15)$$

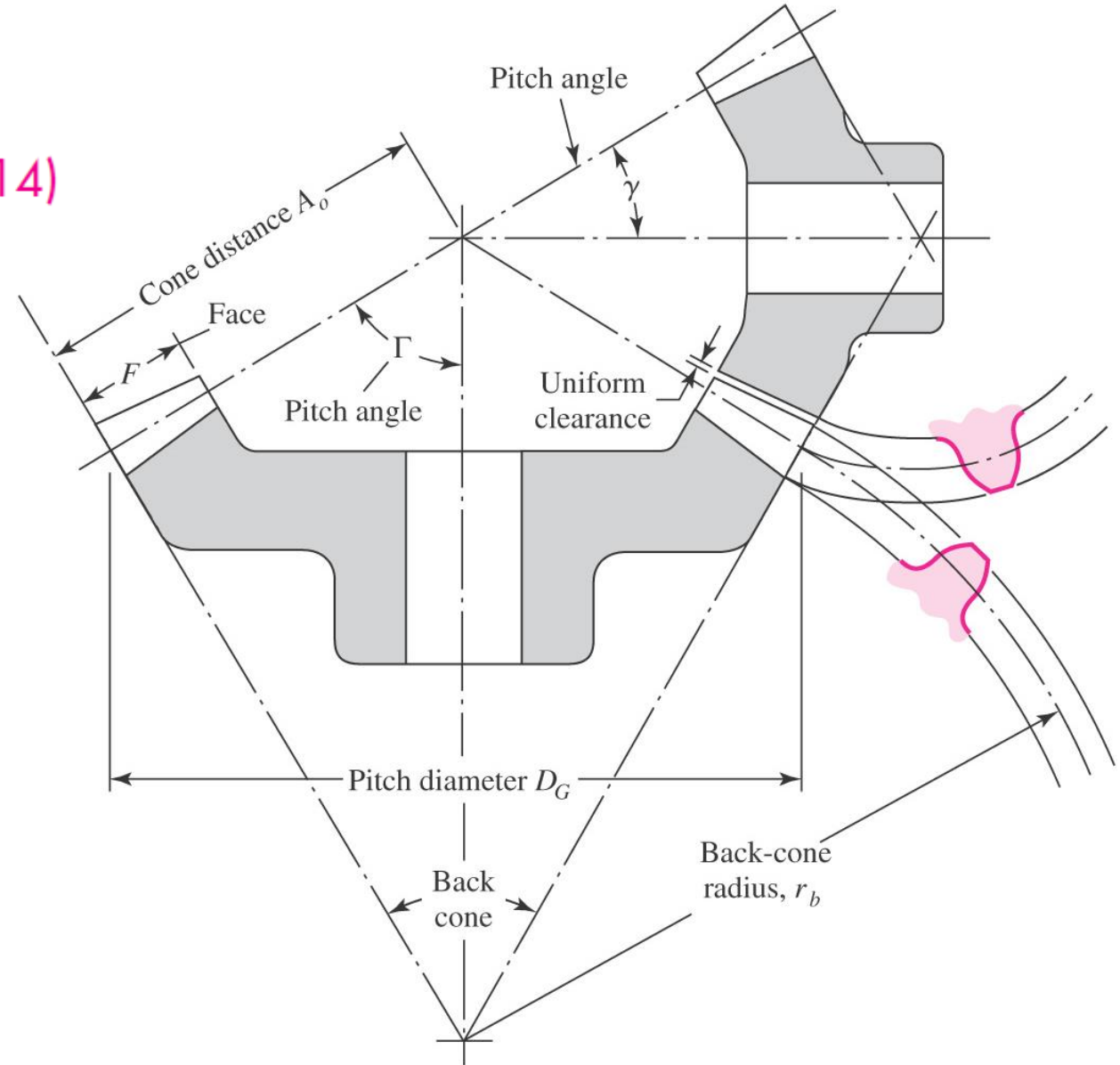


Fig. 13-20

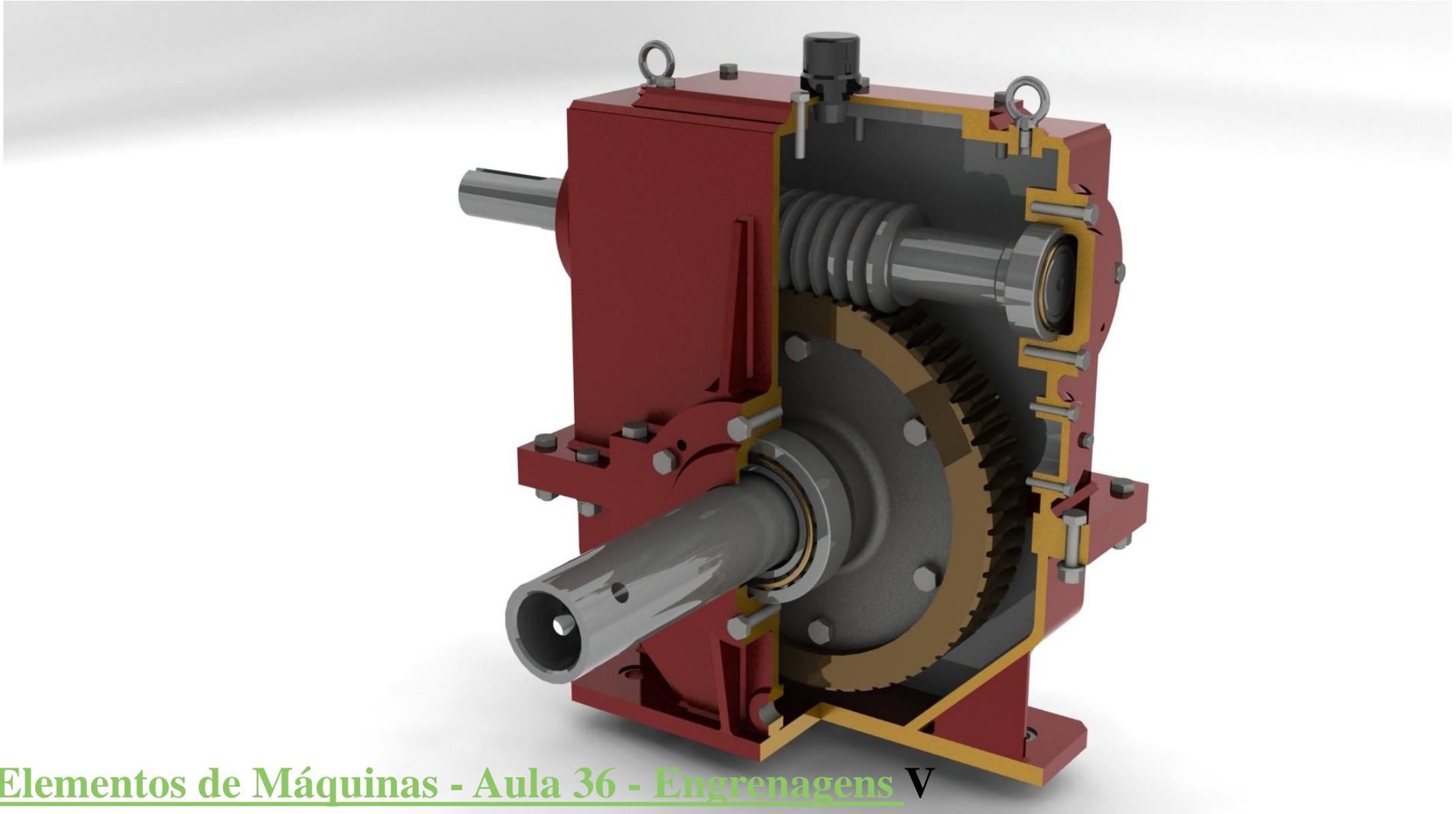
# Dimensões dos Dentes para Engrenagens Cônicas de Dentes Retos e Ângulo de Pressão 20°

**Tabela 13-3** Proporções no denteado de engrenagens cônicas de dentes retos de 20°.

Item	Fórmula										
Profundidade de trabalho	$h_k = 2,0 / P$ [= 2,0 m]										
Folga	$c = (0,188 / P) + 0,002 \text{ in}$ [= 0,188 m + 0,05 mm]										
Adendo da engrenagem	$a_G = \frac{0,54}{P} + \frac{0,460}{P(m_{90})^2}$ [= 0,54 m + $\frac{0,46 \text{ m}}{(m_{90})^2}$ ]										
Razão de engrenamento	$m_G = N_G / N_P$										
Razão equivalente de 90°	$m_{90} = m_G$ quando $\Gamma = 90$ $m_{90} = \sqrt{m_G \frac{\cos \gamma}{\cos \Gamma}}$ quando $\Gamma \neq 90$										
Largura de face	$F = 0,3A_0$ ou $F = \frac{10}{P}$ , o que for menor [ $F = \frac{A_0}{3}$ ou $F = 10 \text{ m}$ ]										
Número mínimo de dentes	<table border="1"> <tr> <td>Pinhão</td> <td>16</td> <td>15</td> <td>14</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>Coroa</td> <td>16</td> <td>17</td> <td>20</td> <td>30</td> </tr> </table>	Pinhão	16	15	14	13	Coroa	16	17	20	30
Pinhão	16	15	14	13							
Coroa	16	17	20	30							

Table 13-3

# Engrenagem Coroa e Sem-fim



Elementos de Máquinas - Aula 36 - Engrenagens V

# Engrenagem Coroa e Sem-fim

- É comum especificar o ângulo de avanço  $\lambda$  para o sem-fim e o ângulo da hélice  $\psi_G$  para a coroa.
- É comum especificar o *passo axial*  $p_x$  para o parafuso e o *passo transversal circular*  $p_t$  para a coroa.
- O diâmetro primitivo da coroa é medido no plano contendo o eixo da coroa.

$$d_G = \frac{N_G p_t}{\pi}$$

(13-25)

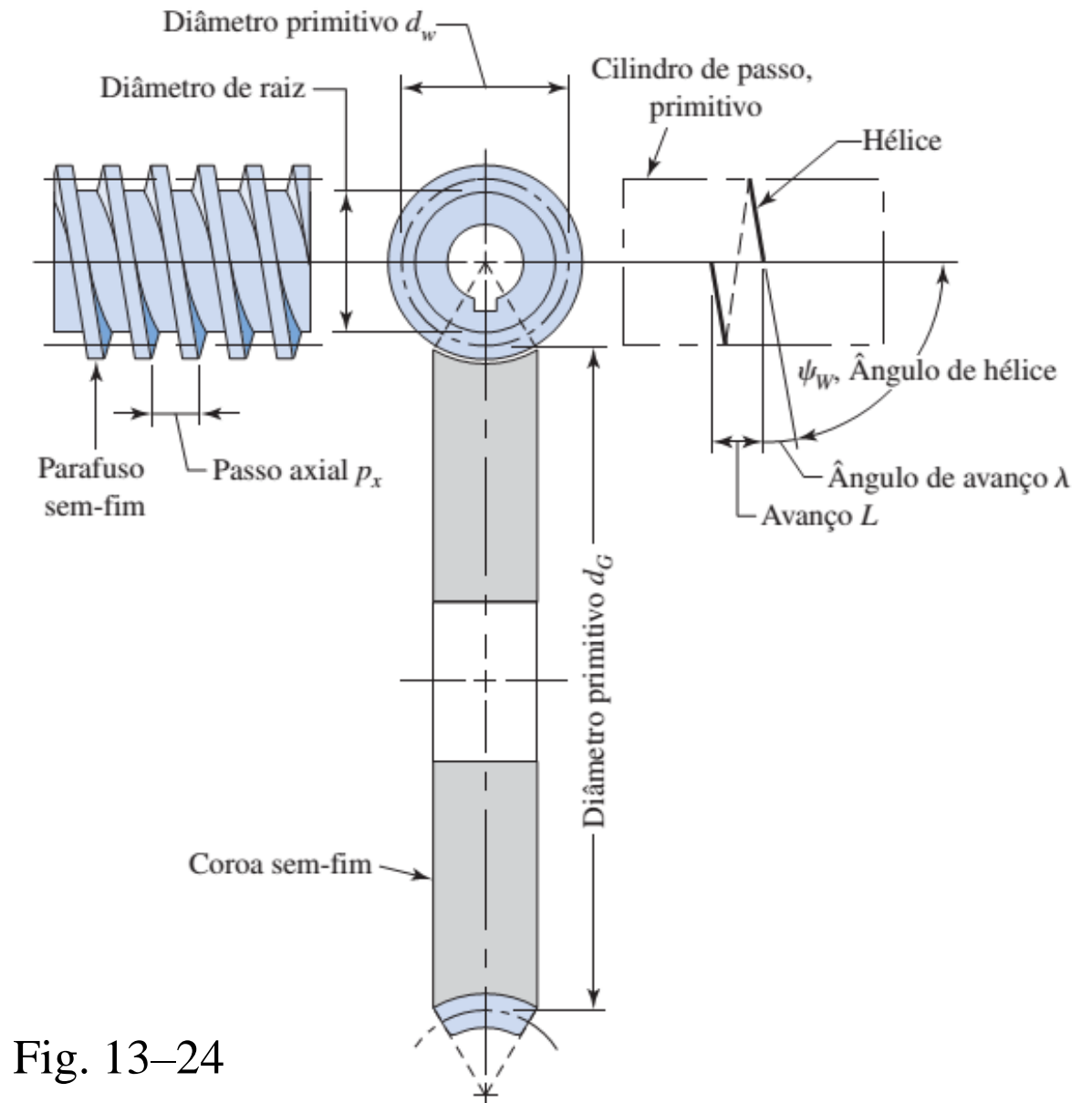


Fig. 13-24



## Engrenagem Coroa e Sem-fim

---

- O parafuso pode ter qualquer diâmetro primitivo.
- Pode ser o mesmo da ferramenta utilizada para usinar os dentes da coroa.
- Faixa recomendada para o diâmetro primitivo do parafuso em função da distância entre centros  $C$ ,

$$\frac{C^{0.875}}{3.0} \leq d_w \leq \frac{C^{0.875}}{1.7} \quad (13-26)$$

- Relação entre *avanço*  $L$  e o *ângulo de avanço*  $\lambda$ , sendo  $N_w$  o número de entradas do parafuso.

$$L = p_x N_w \quad (13-27)$$

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_w} \quad (13-28)$$

## Largura da Coroa

- A *Largura da Face*  $F_G$  da coroa deve ser igual ao comprimento da tangente à circunferência do parafuso, entre os pontos de interseção com a circunferência de adendo.

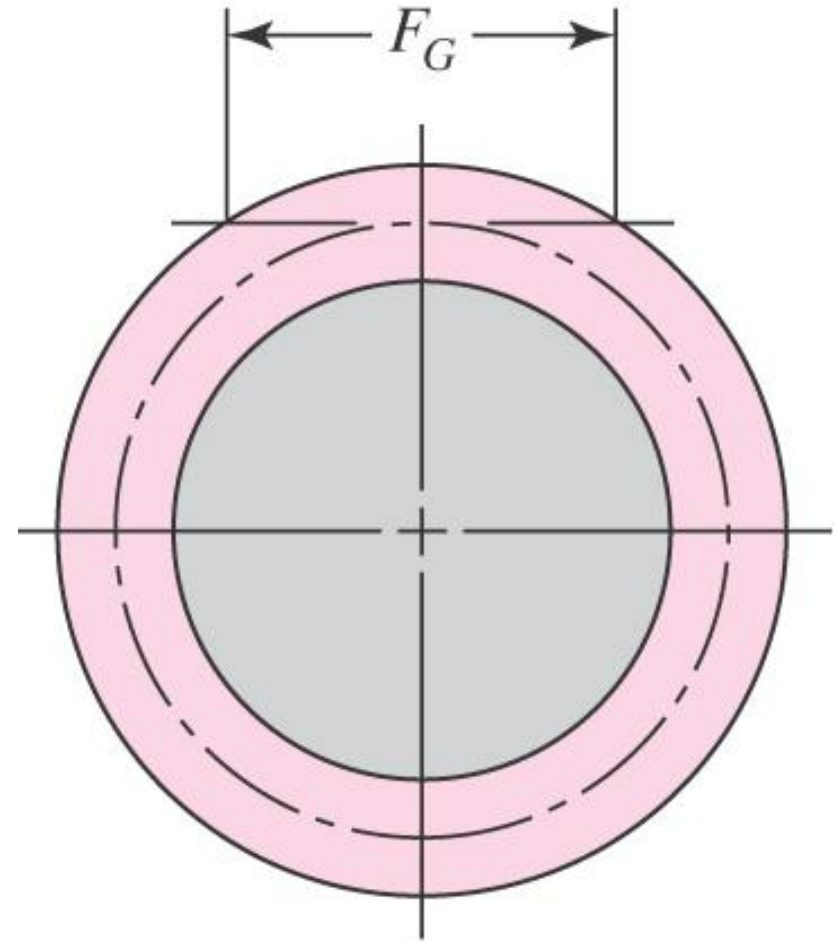


Fig. 13-25

# Ângulos de Pressão Recomendados e Profundidades para Engrenagens Coroa e Parafuso Sem-fim

**Tabela 13-5** Ângulos de pressão recomendados e profundidades de dentes para engrenagens sem-fim.

Ângulo de avanço $\lambda$ , grau	Ângulo de pressão $\phi_n$ , grau	Adendo $a$	Dedendo $b_G$
0–15	$14\frac{1}{2}$	$0,3683p_x$	$0,3683p_x$
15–30	20	$0,3683p_x$	$0,3683p_x$
30–35	25	$0,2865p_x$	$0,3314p_x$
35–40	25	$0,2546p_x$	$0,2947p_x$
40–45	30	$0,2228p_x$	$0,2578p_x$

## Exercícios Propostos

---

- 13-1** Um pinhão cilíndrico de dentes retos com 17 dentes possui um passo diametral igual a 8, roda a 1 120 rev/min e aciona uma coroa à velocidade de 544 rev/min. Encontre o número de dentes da coroa e a distância teórica de centro a centro.
- 13-2** Um pinhão cilíndrico de dentes retos com 15 dentes possui um módulo igual a 3 mm e roda a 1 600 rev/min. A coroa possui 60 dentes. Encontre a velocidade da engrenagem acionada, o passo circular e a distância teórica de centro a centro.
- 13-5** Um pinhão cônico de dentes retos de  $20^\circ$  de ângulo de pressão possui 14 dentes e passo diametral de 6 dentes/in, acionando uma coroa de 32 dentes. Os dois eixos formam  $90^\circ$  entre si e estão no mesmo plano. Encontre:
- (a) Distância de cone.
  - (b) Ângulos primitivos.
  - (c) Diâmetros primitivos.
  - (d) Largura de face.

# Exercícios Propostos

---

- 13–10** Para um par de engrenagens de dentes retos com  $\phi = 20^\circ$ , sem interferência, encontre:
- (a) O menor número de dentes de um pinhão que engrazará com coroa igual a ele.
  - (b) O menor número de dentes de pinhão para uma razão  $m_G = 2,5$ , e a coroa de maior número de dentes que engraze com este pinhão.
  - (c) O menor pinhão que irá acoplar com uma cremalheira.
- 13–11** Repita o Problema 13–10 para um par de engrenagens cilíndricas helicoidais com  $\phi_n = 20^\circ$  e  $\psi = 30^\circ$ .
- 13–12** Tomou-se a decisão de utilizar  $\phi_n = 20^\circ$ ,  $m_t = 3$  mm e  $\psi = 30^\circ$  para uma redução de razão 2:1. Escolha o menor pinhão de altura completa aceitável, bem como a coroa de menor número de dentes possível para evitar interferência.
- 13–13** Repita o Problema 13–12 com  $\psi = 45^\circ$ .
- 13–15** Um par de engrenagens montadas em eixos paralelos consiste em um pinhão helicoidal de 18 dentes acionando uma coroa de 32 dentes. O pinhão possui uma hélice de mão esquerda com ângulo de  $25^\circ$ , um ângulo de pressão normal de  $20^\circ$  e um módulo normal de 3 mm. Encontre:
- (a) Os passos circulares normal, transversal e axial.
  - (b) O módulo transversal e o ângulo de pressão transversal.
  - (c) Os diâmetros primitivos das duas engrenagens.