

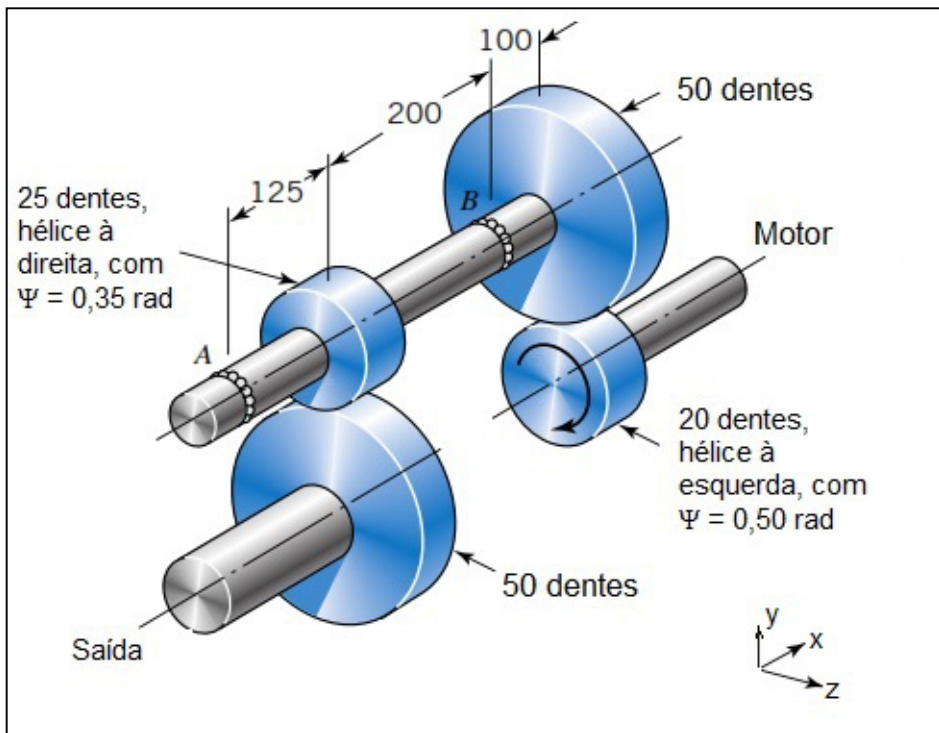
CASO 1: ENGRENAGENS DE DENTES HELICOIDAIS

As quatro engrenagens mostradas na Figura possuem módulo normal 4 mm e ângulo de pressão normal de 20°. O eixo motor gira a 550 rpm e transmite 20 kW de potência. As forças axiais deverão ser suportadas pelo mancal B.

Para efeito de comparação, define-se os seguintes casos:

- Caso 1: Como mostrado na Figura.
- Caso 2: Todas as engrenagens de dentes retos.

Para cada caso, pede-se:



Potência: $H := 20 \text{ kW}$

rotação: $n_{PI} := 550 \text{ rpm}$

$L_1 := 125 \text{ mm}$

$L_2 := 200 \text{ mm}$

$L_3 := 100 \text{ mm}$

Dados do projeto:

Estágio I

Estágio II

módulo normal:

$$m_{nI} := 4 \text{ mm}$$

$$m_{nII} := 4 \text{ mm}$$

ângulo de pressão normal:

$$\varphi_{nI} := 20 \text{ deg}$$

$$\varphi_{nII} := 20 \text{ deg}$$

número de dentes do pinhão:

$$N_{PI} := 20$$

$$N_{PII} := 25$$

número de dentes da coroa:

$$N_{GI} := 50$$

$$N_{GII} := 50$$

ângulo da hélice:

$$\psi_I := 0,5 \text{ rad} = 28,65 \text{ deg}$$

$$\psi_{II} := 0,35 \text{ rad} = 20,05 \text{ deg}$$

profundidade completa:

$$k := 1$$

Cálculos preliminares:

relação de transmissão:

$$m_{GI} := \frac{N_{GI}}{N_{PI}} = 2,5$$

$$m_{GII} := \frac{N_{GII}}{N_{PII}} = 2$$

ângulo de pressão transversal:

$$\varphi_{tI} := \text{atan} \left(\frac{\tan(\varphi_{nI})}{\cos(\psi_I)} \right) = 22,53 \text{ deg}$$

$$\varphi_{tII} := \operatorname{atan} \left(\frac{\tan(\varphi_{nII})}{\cos(\psi_{II})} \right) = 21,18 \text{ deg}$$

módulo transversal: $m_{tI} := \frac{m_{nI}}{\cos(\psi_I)} = 4,56 \text{ mm}$ $m_{tII} := \frac{m_{nII}}{\cos(\psi_{II})} = 4,26 \text{ mm}$

diâmetros primitivos: $d_{PI} := m_{tI} \cdot N_{PI} = 91,16 \text{ mm}$ $d_{PII} := m_{tII} \cdot N_{PII} = 106,454 \text{ mm}$

$d_{GI} := m_{tI} \cdot N_{GI} = 227,8988 \text{ mm}$ $d_{GII} := m_{tII} \cdot N_{GII} = 212,908 \text{ mm}$

rotação do eixo intermediário: $n_{GI} := \frac{n_{PI}}{m_{GI}} = 220 \text{ rpm}$ $n_{PII} := n_{GI} = 220 \text{ rpm}$

velocidade tangencial: $v_{tI} := n_{PI} \cdot d_{PI} = 5,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_{tII} := n_{PII} \cdot d_{PII} = 2,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

PARTE 1

- Verificar se há possibilidade de interferência.
- A relação de transmissão entre a entrada (Motor) e a Saída.
- As componentes de força aplicadas sobre as engrenagens do eixo intermediário. Faça um esquema indicando essas forças.
- As reações nos mancais A e B.

a) VERIFICAÇÃO DA INTERFERÊNCIA:

ESTÁGIO I

Menor número de dentes no pinhão com relação de transmissão $m_G = N_G/N_P$, sem ocorrer interferência - Eq.(13-22):

$$N_{PI_min} := \frac{2 \cdot k \cdot \cos(\psi_I)}{(1 + 2 \cdot m_{GI}) \cdot \sin(\varphi_{tI})^2} \cdot \left(m_{GI} + \sqrt{m_{GI}^2 + (1 + 2 \cdot m_{GI}) \cdot \sin(\varphi_{tI})^2} \right) = 10,31$$

Maior coroa engrenada a um pinhão, livre de interferência - Eq.(13-23):

$$N_{GI_max} := \frac{N_{PI}^2 \cdot \sin(\varphi_{tI})^2 - 4 \cdot k^2 \cdot \cos(\psi_I)^2}{4 \cdot k - 2 \cdot N_{PI} \cdot \sin(\varphi_{tI})^2} = -29,74$$

valor absurdo

ESTÁGIO II

Menor número de dentes no pinhão com relação de transmissão $m_G = N_G/N_P$, sem ocorrer interferência - Eq.(13-22):

$$2 \cdot k \cdot \cos(\psi_I) \cdot \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + (1 + 2 \cdot m_{GI}) \cdot \sin(\varphi_{tI})^2} \right)$$

$$N_{PII_min} := \frac{m_{GII} \cdot v_{tII}}{(1 + 2 \cdot m_{GII}) \cdot \sin(\varphi_{tII})} \cdot \left(m_{GII} + \sqrt{m_{GII}^2 + (1 + 2 \cdot m_{GII}) \cdot \sin(\varphi_{tII})^2} \right) = 11,97$$

Maior coroa engrenada a um pinhão, livre de interferência - Eq.(13-23):

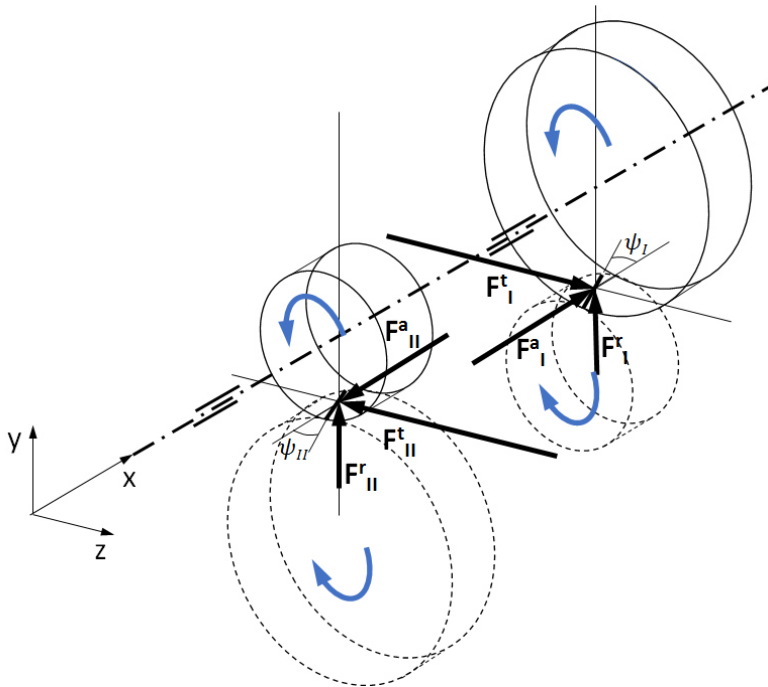
$$N_{GII_max} := \frac{N_{PII}^2 \cdot \sin(\varphi_{tII})^2 - 4 \cdot k^2 \cdot \cos(\psi_I)^2}{4 \cdot k - 2 \cdot N_{PII} \cdot \sin(\varphi_{tII})^2} = -31,07$$

valor
absurdo

b) RELAÇÃO DE TRANSMISSÃO ENTRE A ENTRADA E A SAÍDA DO REDUTOR:

$$m_G := m_{GI} \cdot m_{GII} = 5$$

c) COMPONENTES DE FORÇA SOBRE AS ENGRENAGENS DO EIXO INTERMEDIÁRIO:



Força tangencial: $F_{tI} := \frac{H}{v_{tI}} = 3809 \text{ N}$

$$F_{tII} := \frac{H}{v_{tII}} = 8155 \text{ N}$$

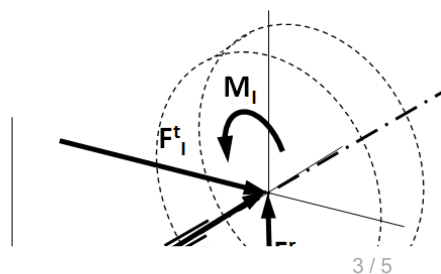
Força radial: $F_{rI} := F_{tI} \cdot \tan(\varphi_{tI}) = 1580 \text{ N}$

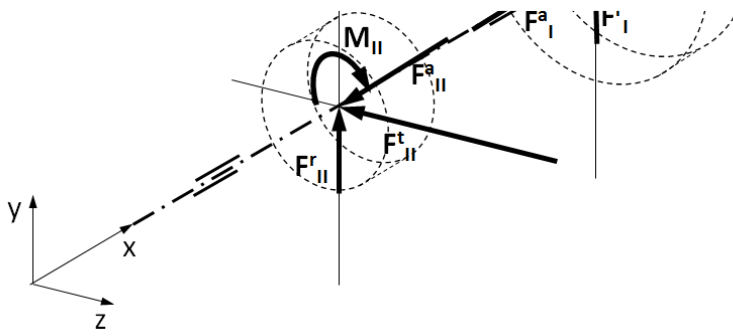
$$F_{rII} := F_{tII} \cdot \tan(\varphi_{tII}) = 3160 \text{ N}$$

Força axial: $F_{aI} := F_{tI} \cdot \tan(\psi_I) = 2081 \text{ N}$

$$F_{aII} := F_{tII} \cdot \tan(\psi_{II}) = 2977 \text{ N}$$

d) REAÇÕES NOS MANCAIS

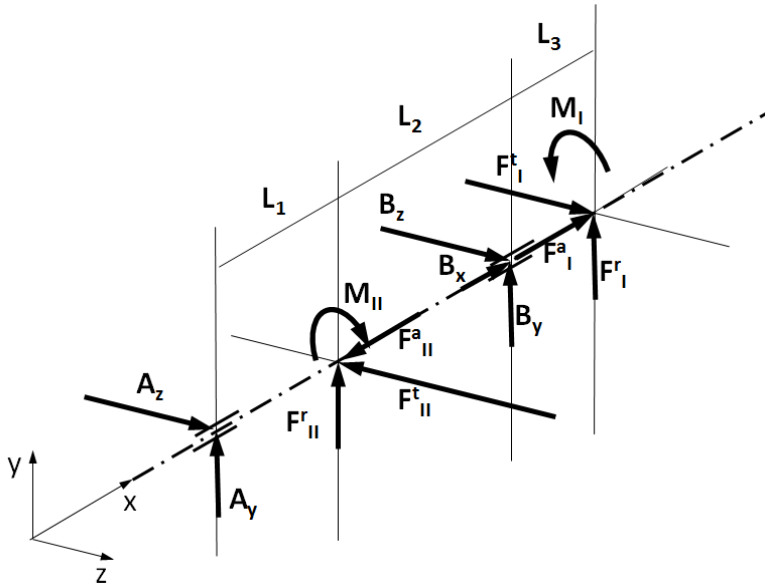




Momentos sobre o eixo:

$$M_I := F_{tI} \cdot \frac{d_{GI}}{2} = 434 \text{ Nm}$$

$$M_{II} := F_{tII} \cdot \frac{d_{PII}}{2} = 434 \text{ Nm}$$



$$\Sigma F_x = 0 \quad B_x + F_{aI} - F_{aII} = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad A_y + B_y + F_{rII} + F_{rI} = 0$$

$$\Sigma F_z = 0 \quad A_z + B_z + F_{tI} - F_{tII} = 0$$

$$\Sigma M_x = 0$$

$$\Sigma M_y = 0 \quad F_{tII} \cdot L_1 - B_z \cdot (L_1 + L_2) - F_{tI} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) = 0$$

$$\Sigma M_z = 0 \quad F_{rII} \cdot L_1 + B_y \cdot (L_1 + L_2) + F_{rI} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) = 0$$

Montagem do sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(L_1 + L_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (L_1 + L_2) & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_y \\ A_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{aI} - F_{aII} \\ F_{rII} + F_{rI} \\ F_{tI} - F_{tII} \\ F_{tII} \cdot L_1 - F_{tI} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) \\ F_{rII} \cdot L_1 + F_{rI} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} F_{aI} - F_{aII} \end{bmatrix}$$

$$Sol := \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(L_1 + L_2) \\ 0 & 0 & 0 & (L_1 + L_2) & 0 \end{vmatrix} \\ \cdot \begin{vmatrix} F_{rII} + F_{rI} \\ F_{tI} - F_{tII} \\ F_{tII} \cdot L_1 - F_{tI} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) \\ F_{rII} \cdot L_1 + F_{rI} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$A_y := Sol_1 = -1458 \text{ N}$$

$$A_z := Sol_2 = 6190 \text{ N}$$

$$B_x := Sol_3 = 896 \text{ N}$$

$$B_y := Sol_4 = -3281 \text{ N}$$

$$B_z := Sol_5 = -1845 \text{ N}$$