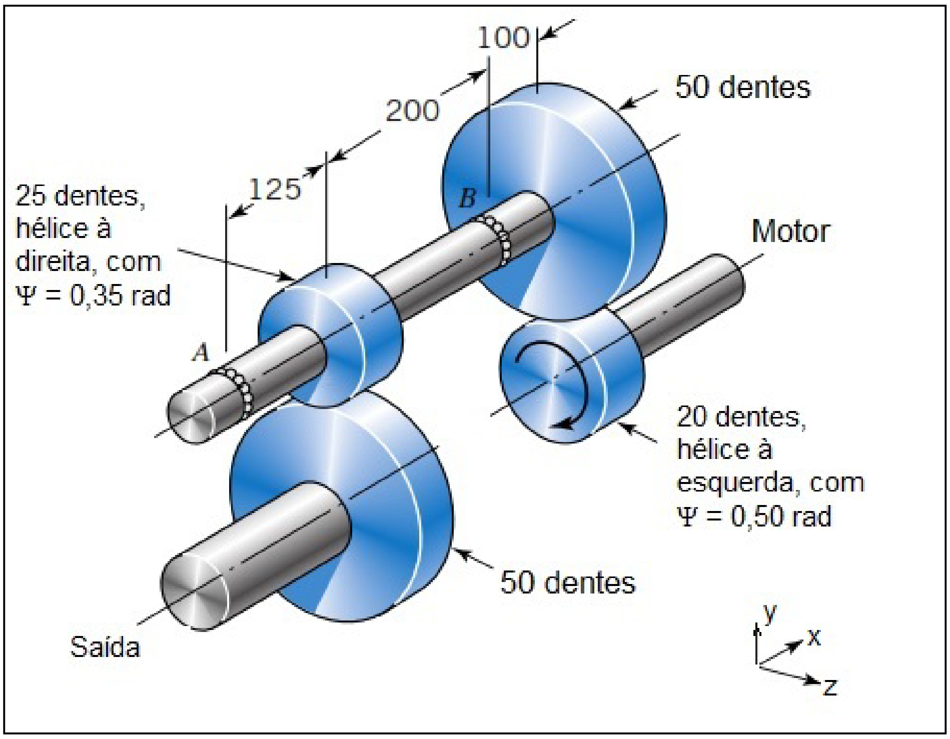
CASO 2: ENGRENAGENS DE DENTES RETOS

0As quatro engrenagens mostradas na Figura possuem módulo normal 4 mm e ângulo de pressão normal de 20o. O eixo motor gira a 550 rpm e transmite 20 kW de potência. As forças axiais deverão ser suportadas pelo mancal B.

Para efeito de comparação, define-se os seguintes casos:
- Caso 1: Como mostrado na Figura.
- Caso 2: Todas as engrenagens de dentes retos.

Para cada caso, pede-se:



Potência: $H := 20\ \text{kW}$

rotação: $n_{PI} := 550\ \text{rpm}$

$L_1 := 125\ \text{mm}$

$L_2 := 200\ \text{mm}$

$L_3 := 100\ \text{mm}$

Dados do projeto:

	Estágio I	Estágio II
módulo normal:	$m_{nI} := 4\ \text{mm}$	$m_{nII} := 4\ \text{mm}$
ângulo de pressão normal:	$\varphi_{nI} := 20\ \text{deg}$	$\varphi_{nII} := 20\ \text{deg}$
número de dentes do pinhão:	$N_{PI} := 20$	$N_{PII} := 25$
número de dentes da coroa:	$N_{GI} := 50$	$N_{GII} := 50$
ângulo da hélice:	$\psi_I := 0\ \text{rad} = 0\ \text{deg}$	$\psi_{II} := 0\ \text{rad} = 0\ \text{deg}$

profundidade completa: $k := 1$

Cálculos preliminares:

relação de transmissão: $m_{GI} := \dfrac{N_{GI}}{N_{PI}} = 2{,}5$ $\quad m_{GII} := \dfrac{N_{GII}}{N_{PII}} = 2$

ângulo de pressão transversal:

$$\varphi_{tI} := \operatorname{atan}\left(\frac{\tan\left(\varphi_{nI}\right)}{\cos\left(\psi_I\right)}\right) = 20\ \text{deg}$$

$$\varphi_{tII} := \operatorname{atan}\left(\frac{\tan\left(\varphi_{nII}\right)}{\cos\left(\psi_{II}\right)}\right) = 20 \text{ deg}$$

módulo transversal: $m_{tI} := \dfrac{m_{nI}}{\cos\left(\psi_I\right)} = 4 \text{ mm}$ $\qquad m_{tII} := \dfrac{m_{nII}}{\cos\left(\psi_{II}\right)} = 4 \text{ mm}$

diâmetros primitivos: $d_{PI} := m_{tI} \cdot N_{PI} = 80 \text{ mm}$ $\qquad d_{PII} := m_{tII} \cdot N_{PII} = 100 \text{ mm}$

$d_{GI} := m_{tI} \cdot N_{GI} = 200 \text{ mm}$ $\qquad d_{GII} := m_{tII} \cdot N_{GII} = 200 \text{ mm}$

rotação do eixo intermediário: $n_{GI} := \dfrac{n_{PI}}{m_{GI}} = 220 \text{ rpm}$ $\qquad n_{PII} := n_{GI} = 220 \text{ rpm}$

velocidade tangencial: $v_{tI} := n_{PI} \cdot d_{PI} = 4{,}61 \ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ $\qquad v_{tII} := n_{PII} \cdot d_{PII} = 2{,}3 \ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

PARTE 1
a. Verificar se há possibilidade de interferência.
b. A relação de transmissão entre a entrada (Motor) e a Saída.
c. As componentes de força aplicadas sobre as engrenagens do eixo intermediário. Faça um esquema indicando essas forças.
d. As reações nos mancais A e B.

a) VERIFICAÇÃO DA INTERFERÊNCIA:

ESTÁGIO I

Menor número de dentes no pinhão com relação de transmissão mG = NG/NP, sem ocorrer interferência - Eq.(13-22):

$$N_{PI\_min} := \frac{2 \cdot k}{\left(1 + 2 \cdot m_{GI}\right) \cdot \sin\left(\varphi_{tI}\right)^2} \cdot \left(m_{GI} + \sqrt{m_{GI}^{\ 2} + \left(1 + 2 \cdot m_{GI}\right) \cdot \sin\left(\varphi_{tI}\right)^2}\right) = 14{,}64$$

Maior coroa engrenada a um pinhão, livre de interferência - Eq.(13-23):

$$N_{GI\_max} := \frac{N_{PI}^{\ 2} \cdot \sin\left(\varphi_{tI}\right)^2 - 4 \cdot k^2}{4 \cdot k - 2 \cdot N_{PI} \cdot \sin\left(\varphi_{tI}\right)^2} = -63{,}01$$

valor absurdo

ESTÁGIO II

Menor número de dentes no pinhão com relação de transmissão mG = NG/NP, sem ocorrer interferência - Eq.(13-22):

$$N_{PII\_min} := \frac{2 \cdot k}{\left(1 + 2 \cdot m_{GII}\right) \cdot \sin\left(\varphi_{tII}\right)^2} \cdot \left(m_{GII} + \sqrt{m_{GII}^{\,2} + \left(1 + 2 \cdot m_{GII}\right) \cdot \sin\left(\varphi_{tII}\right)^2}\right) = 14{,}16$$

Maior coroa engrenada a um pinhão, livre de interferência - Eq.(13-23):

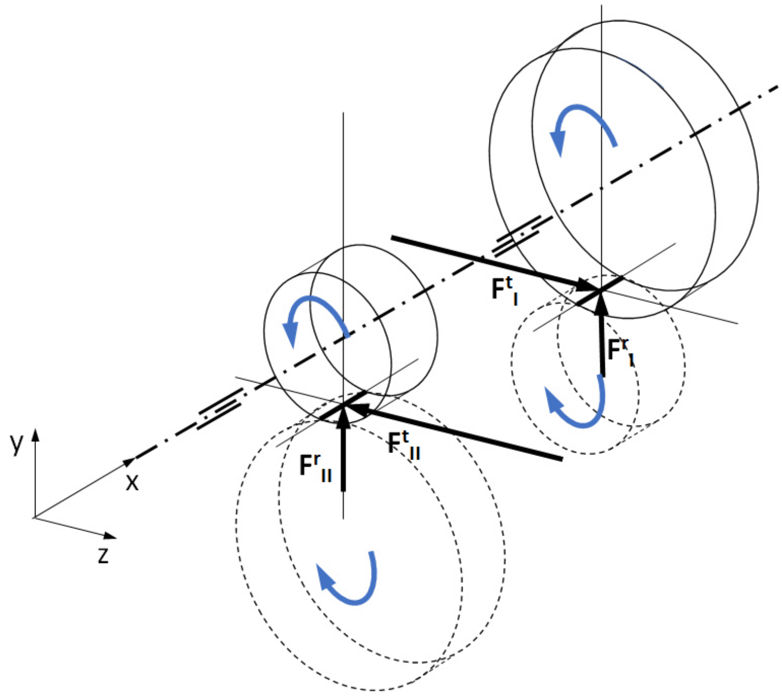
$$N_{GII\_max} := \frac{N_{PII}^{\,2} \cdot \sin\left(\varphi_{tII}\right)^2 - 4 \cdot k^2}{4 \cdot k - 2 \cdot N_{PII} \cdot \sin\left(\varphi_{tII}\right)^2} = -37{,}38$$

valor absurdo

b) RELAÇÃO DE TRANSMISSÃO ENTRE A ENTRADA E A SAÍDA DO REDUTOR:

$$m_G := m_{GI} \cdot m_{GII} = 5$$

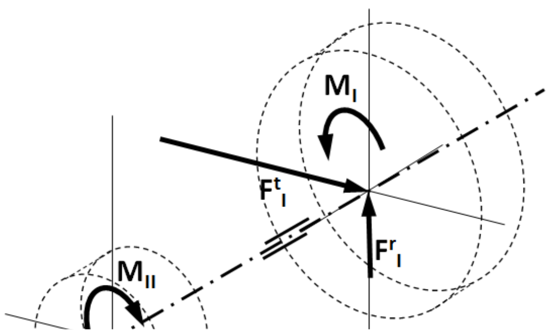
c) COMPONENTES DE FORÇA SOBRE AS ENGRENAGENS DO EIXO INTERMEDIÁRIO:

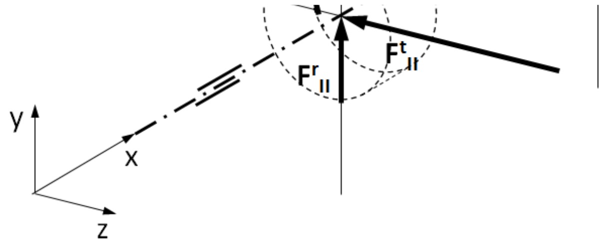


Força tangencial: $F_{tI} := \frac{H}{v_{tI}} = 4341\ \mathrm{N}$ $F_{tII} := \frac{H}{v_{tII}} = 8681\ \mathrm{N}$

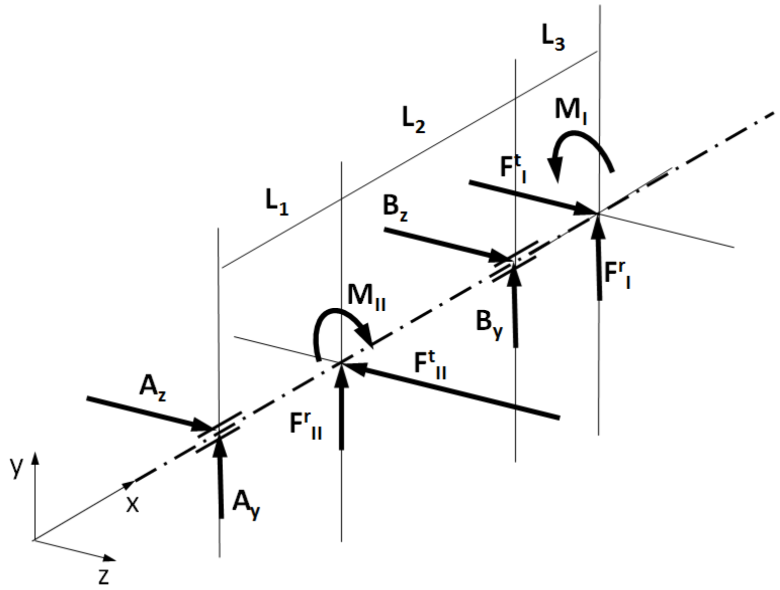
Força radial: $F_{rI} := F_{tI} \cdot \tan\left(\varphi_{tI}\right) = 1580\ \mathrm{N}$ $F_{rII} := F_{tII} \cdot \tan\left(\varphi_{tII}\right) = 3160\ \mathrm{N}$

d) REAÇÕES NOS MANCAIS





Momentos sobre o eixo: $M_I := F_{tI} \cdot \frac{d_{GI}}{2} = 434 \text{ N m}$ $\quad M_{II} := F_{tII} \cdot \frac{d_{PII}}{2} = 434 \text{ N m}$



$\Sigma F_x = 0$

$\Sigma F_y = 0 \qquad A_y + B_y + F_{rII} + F_{rI} = 0$

$\Sigma F_z = 0 \qquad A_z + B_z + F_{tI} - F_{tII} = 0$

$\Sigma M_x = 0$

$\Sigma M_y = 0 \qquad F_{tII} \cdot L_1 - B_z \cdot \left(L_1 + L_2\right) - F_{tI} \cdot \left(L_1 + L_2 + L_3\right) = 0$

$\Sigma M_z = 0 \qquad F_{rII} \cdot L_1 + B_y \cdot \left(L_1 + L_2\right) + F_{rI} \cdot \left(L_1 + L_2 + L_3\right) = 0$

Montagem do sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\left(L_1 + L_2\right) \\ 0 & 0 & \left(L_1 + L_2\right) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_y \\ A_z \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{rII} + F_{rI} \\ F_{tI} - F_{tII} \\ F_{tII} \cdot L_1 - F_{tI} \cdot \left(L_1 + L_2 + L_3\right) \\ F_{rII} \cdot L_1 + F_{rI} \cdot \left(L_1 + L_2 + L_3\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$Sol := -\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\left(L_1 + L_2\right) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} F_{rII} + F_{rI} \\ F_{tI} - F_{tII} \\ F_{tII} \cdot L_1 - F_{tI} \cdot \left(L_1 + L_2 + L_3\right) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \left(L_1 + L_2\right) & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} F_{rII} \cdot L_1 + F_{rI} \cdot \left(L_1 + L_2 + L_3\right) \end{bmatrix}$$

$$\boxed{A_y := Sol_1 = -1458\ N}$$

$$\boxed{A_z := Sol_2 = 6678\ N}$$

$$\boxed{B_y := Sol_3 = -3281\ N}$$

$$\boxed{B_z := Sol_4 = -2337\ N}$$