

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas



Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Introdução

Engrenagens cônicas são aquelas cujos eixos se cruzam num ponto, normalmente formando um ângulo de  $90^\circ$ , apesar de existirem situações nas quais os eixos se cruzam em ângulos próximos de  $90^\circ$  (faixa entre  $75^\circ$  e  $110^\circ$  aproximadamente).

Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

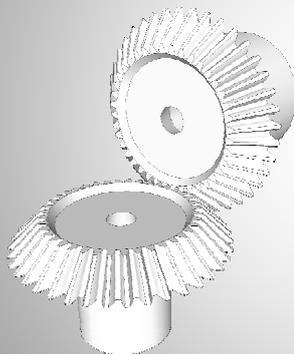
### Introdução

Tem-se as cônicas de dentes retos, as cônicas de dentes curvos (espirais) e as cônicas descentradas ou hipoidais, as quais são normalmente utilizadas em aplicações automotivas ou similares.

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Introdução

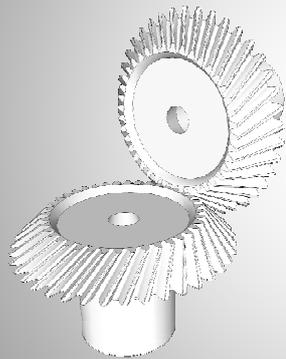
Cônica de dentes retos



## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Introdução

#### Cônica de dentes curvos



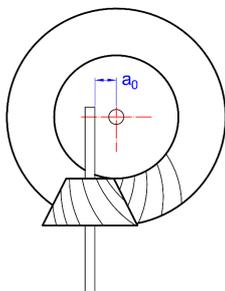
Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Introdução

#### Hipoidais



Elementos de Máquinas  
J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Introdução

As cônicas retas são utilizadas normalmente para velocidades tangenciais de até 5 m/s e onde não se tenha uma preocupação exagerada com a questão do ruído presente na transmissão, enquanto que as cônicas de dentes curvos (ou espirais) são válidas para velocidades superiores e quando o ruído é fator preponderante em termos de projeto.

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Introdução

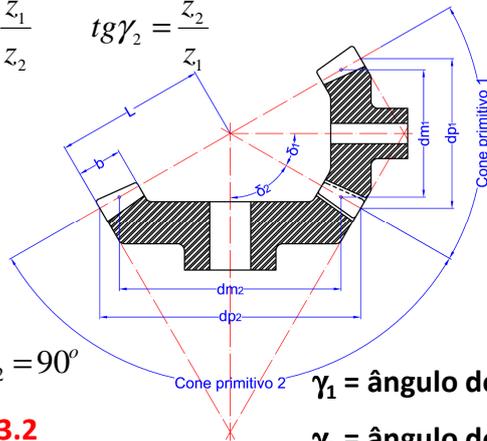
Existem ainda, as chamadas engrenagens cônicas Zerol, ou mais especificamente engrenagens desenvolvidas pela *Gleason*, com dentes curvos e ângulo de espiral nulo. Tais engrenagens são patenteadas e apresentam a possibilidade dos dentes serem retificados com uma maior precisão. Isso justifica a sua aplicação onde se requeiram engrenagens temperadas e de precisão em substituição às cônicas retas.

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Parâmetros geométricos adicionais

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{z_1}{z_2}$$

$$\operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{z_2}{z_1}$$



$$\gamma_1 + \gamma_2 = 90^\circ$$

$\gamma_1$  = ângulo do cone primitivo do pinhão;

$\gamma_2$  = ângulo do cone primitivo da coroa.

**Fig. 13.2**

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca

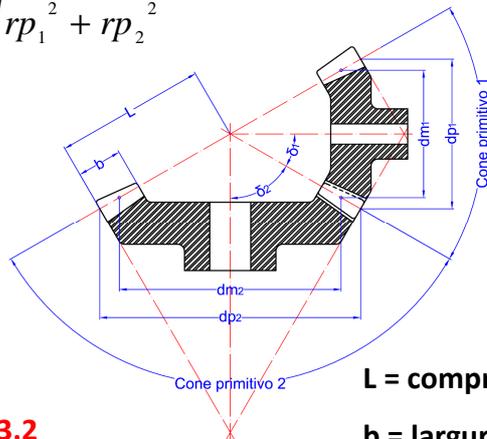


ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Parâmetros geométricos adicionais

$$L = \sqrt{r_{p1}^2 + r_{p2}^2}$$



menor valor!

$$b = 10m \quad \text{ou} \quad b = 0,3L$$

**L** = comprimento do cone primitivo;

**b** = largura de face das engrenagens.

**Fig. 13.2**

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



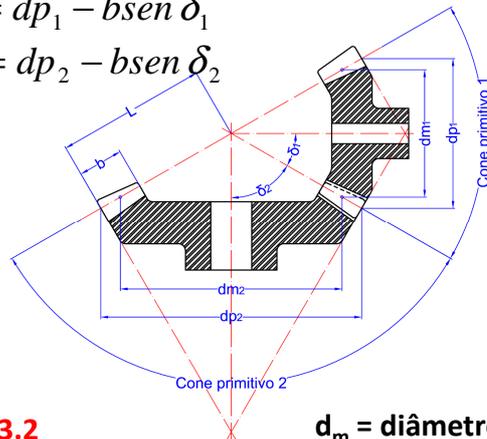
ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Parâmetros geométricos adicionais

$$dm_1 = dp_1 - b \operatorname{sen} \delta_1$$

$$dm_2 = dp_2 - b \operatorname{sen} \delta_2$$



**Fig. 13.2**

$d_m$  = diâmetro médio da engrenagem.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Interferência

O problema da interferência em pinhões cônicos normalmente é eliminado quando da sua fabricação. O seu adendo (ou altura de cabeça) é executado de forma mais larga, objetivando não apenas a eliminação desse fenômeno indesejável como também um dente de pinhão mais resistente.

Além dessa condição, sugere-se também de forma prática e conservadora, a utilização de pinhões com um número mínimo de 15 dentes.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Esforços

$$F_R = F_T \operatorname{tg} \alpha \cos \delta$$

$$F_A = F_T \operatorname{tg} \alpha \operatorname{sen} \delta$$

- adaptando-se os índices (1 ou 2) no ângulo do cone primitivo para o caso do pinhão ou coroa, respectivamente.

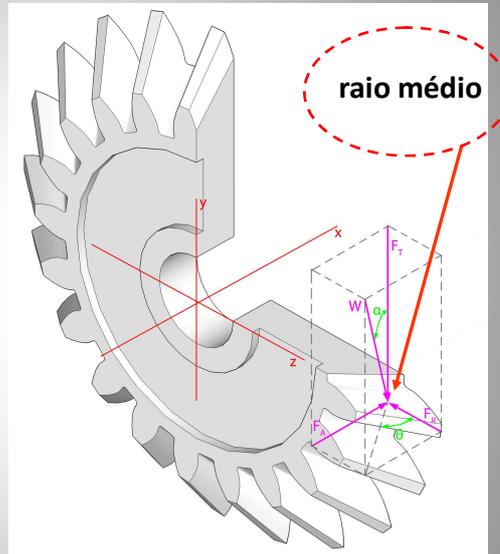


Fig. 13.3

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Esforços - convenção

- (a) componente radial – sempre voltada para o centro da roda considerada;
- (b) componente axial – sempre voltada no sentido oposto à componente radial da roda conjugada e, evidentemente, na direção do eixo de rotação correspondente;
- (c) componente tangencial - avaliada na forma de ação para a roda movida e reação para a roda motora do par (3ª Lei de Newton).

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Esforços - convenção

Exemplo genérico:

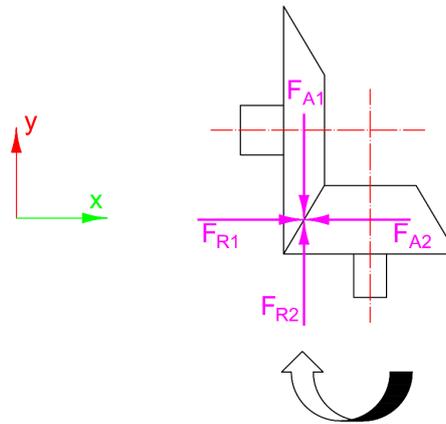


Fig. 13.4

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

**Critério da Resistência – Equação de Lewis** - caso não se disponha do módulo da engrenagem no início do projeto, a equação de Lewis poderá ser novamente utilizada no contexto da definição preliminar deste parâmetro.

$$\sigma = \frac{K_o F_T}{bYm} \leq \frac{\sigma_{esc}}{CS}$$

- **simplificação matemática:** considerar os cálculos, preliminarmente, em relação ao diâmetro primitivo da engrenagem.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

**Critério da Resistência – Equação AGMA –**

$$\sigma_{AGMA} = K_o F_T K_V K_s \frac{1}{bm} \frac{K_m}{K_x J}$$

$K_o$  = fator de sobrecarga ou de serviço;

$K_V$  = fator de velocidade ou dinâmico;

$K_s$  = fator de tamanho;

$K_m$  = fator de distribuição de carga;

$K_x$  = fator de curvatura ao longo do comprimento (= 1 para cônicas retas);

J = fator geométrico AGMA.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

**Fator de sobrecarga (serviço)**

Tabela 11.5 Fator sobrecarga ou de serviço –  $K_o$  (Adaptado a partir de Juvinall.)

Fonte de potência (tipo de acionamento)	Equipamento acionado		
	cargas uniformes	choques moderados	choques intensos
acionamento uniforme	1,00	1,25	1,75
acionamento leve	1,25	1,50	2,00
acionamento médio	1,50	1,75	2,25

$$\sigma_{AGMA} = K_o F_T K_V K_s \frac{1}{bm} \frac{K_m}{K_x J}$$

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Fator de velocidade (dinâmico)

$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{200v}}{A} \right)^B$$

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{2/3} \quad A = 50 + 56(1 - B)$$

$$\sigma_{AGMA} = K_o F_T K_v K_s \frac{1}{bm} \frac{K_m}{K_x J}$$

$v$  = velocidade tangencial (em m/s);  
 $Q_v$  = número de qualidade AGMA.

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Fator de tamanho

$$K_s = 0,5 \Rightarrow m < 1,6mm$$

$$K_s = 0,4867 + 0,008339m \Rightarrow 1,6mm \leq m \leq 50mm$$

$$\sigma_{AGMA} = K_o F_T K_v K_s \frac{1}{bm} \frac{K_m}{K_x J}$$

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

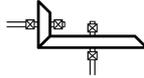
#### Fator de distribuição de carga

$$K_m = K_{mb} + (5,6 \cdot 10^{-6}) b^2$$

Tipos de montagem

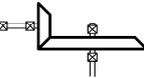
Rigidez da montagem

Ambas as engrenagens entre mancais



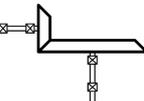
1,00 a 1,25

Apenas uma engrenagem entre mancais



1,10 a 1,40

Nenhuma engrenagem entre mancais



1,25 a 1,50

Fig. 13.5

$$\sigma_{AGMA} = K_o F_T K_V K_s \frac{1}{b m K_x J} K_m$$

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca

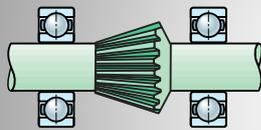


ELSEVIER

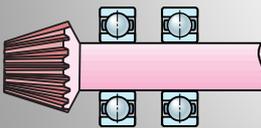
## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Fator de distribuição de carga



(a)



(b)

$K_{mb}$  corresponde a um parâmetro de posicionamento relativo das engrenagens em relação aos seus mancais de apoio.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



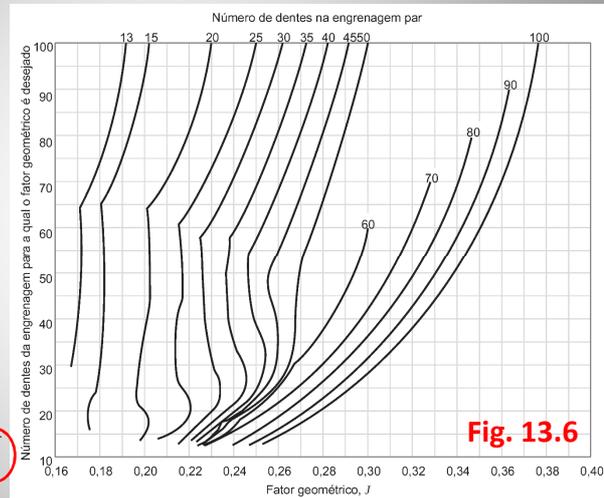
ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Fator geométrico

$$\sigma_{AGMA} = K_o F_T K_V K_s \frac{1}{bm} \frac{K_x}{K_f J}$$



Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Crítério da Resistência – Fadiga de flexão –

$$CS_F = \frac{S_t Y_N}{Y_\theta Y_Z \sigma_{AGMA}} \geq 1,5$$

$S_t$  = tensão admissível de flexão AGMA;

$Y_N$  = fator de ciclos ou de ciclagem;

$Y_\theta$  = fator de temperatura;

$Y_Z$  = fator de confiabilidade.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Tensão admissível de flexão AGMA:

$$CS_F = \frac{S_t Y_N}{Y_\theta Y_Z \sigma_{AGMA}} \geq 1,5$$

Tabela 13.2 Tensão admissível de flexão AGMA para engrenagens de aço carbono –  $S_t$ . (Extracted from AGMA Standard ANSI/AGMA 2003-B97 – Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth, with permission of the publisher, the American Gear Manufacturers Association, 1001 North Fairfax Street, 5th Floor, Alexandria, Virginia 22314)

Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima	Tensão admissível de flexão AGMA (MPa)		
			Grau 1	Grau 2	Grau 3
Aço carbono	Endurecido por completo	(b)	(b)	(b)	–
	Endurecido por chama/indução com raízes não endurecidas	50 HRC	85	95	–
	Endurecido por chama/indução com raízes endurecidas	50 HRC	154	–	–
AISI 4140	Carbonetado e endurecido superficialmente (a)	(c)	205	240	275
	Nitretado (a)	84,5 HR15N	–	150	–
Nitralloy 135M	Nitretado (a)	90,0 HR15N	–	165	–

(a) Com profundidades de camadas endurecidas segundo o item 21.1 da AGMA 2003-B97;  
 (b) consultar Figura 13.7;  
 (c) consultar Tabela 6 da AGMA 2003-B97.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Tensão admissível de flexão AGMA:

$$CS_F = \frac{S_t Y_N}{Y_\theta Y_Z \sigma_{AGMA}} \geq 1,5$$

Tabela 13.3 Tensão admissível de flexão AGMA para engrenagens de ferro fundido –  $S_t$ . (Extracted from AGMA Standard ANSI/AGMA 2003-B97 – Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth, with permission of the publisher, the American Gear Manufacturers Association, 1001 North Fairfax Street, 5th Floor, Alexandria, Virginia 22314)

Material	Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima	Tensão admissível de contato AGMA (MPa)	
Ferro fundido cinzento - ASTM A48	Classe 30	como fundido	175HB	<del>345</del>	30
	Classe 40	como fundido	200HB	<del>450</del>	45
Ferro fundido dúctil - ASTM A536	Grau 80-55-06	temperado/ revenido	180HB	<del>690</del>	70
	Grau 120-90-02	temperado/ revenido	300HB	<del>930</del>	95

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

**Tensão admissível de flexão AGMA:**

$$CS_F = \frac{S_t Y_N}{Y_\theta Y_Z \sigma_{AGMA}} \geq 1,5$$

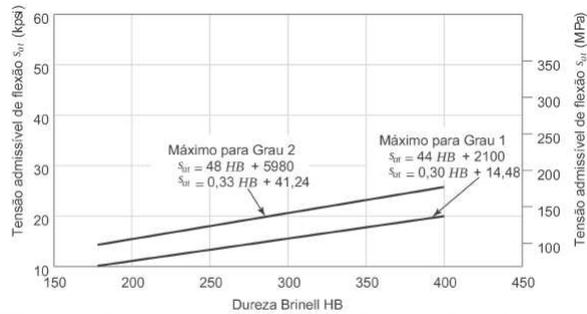


FIGURA 13.7 Tensão admissível de flexão AGMA para aços endurecidos por completo –  $S_t$ .  
 Extracted from AGMA Standard ANSI/AGMA 2003-B97 – Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth, with permission of the publisher, the American Gear Manufacturers Association, 1001 North Fairfax Street, 5th Floor, Alexandria, Virginia 22314.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

**Fator de ciclos (ciclagem):**

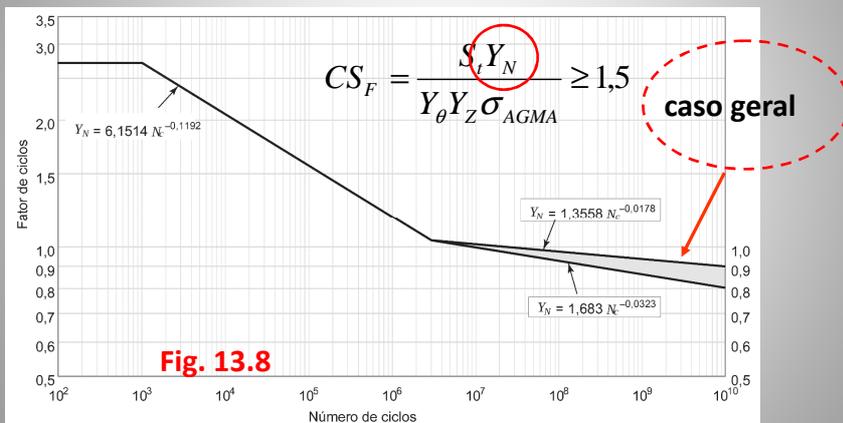


Fig. 13.8

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Fator de temperatura:

$$Y_{\theta} = 1 \quad \rightarrow \theta \leq 120^{\circ} C$$

$$Y_{\theta} = \frac{273 + \theta}{393} \quad \rightarrow \theta > 120^{\circ} C$$

$$CS_F = \frac{S_t Y_N}{Y_{\theta} Y_Z \sigma_{AGMA}} \geq 1,5$$

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Fator de confiabilidade:

$$Y_Z = 0,658 - 0,0759 \ln(1 - R) \quad \rightarrow 0,5 < R < 0,99$$

$$Y_Z = 0,5 - 0,109 \ln(1 - R) \quad \rightarrow 0,99 < R < 0,9999$$

$$CS_F = \frac{S_t Y_N}{Y_{\theta} Y_Z \sigma_{AGMA}} \geq 1,5$$

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Critério da Pressão – Equação AGMA -

$$\sigma_c = C_p \sqrt{K_o F_T K_V C_s K_{xc} \frac{K_m}{bdp_1 I}}$$

$C_p$  = coeficiente elástico;

$I$  = fator geométrico para resistência à formação de cavidades;

$C_s$  = fator de tamanho;

$K_{xc}$  = fator de coroamento.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Coeficiente elástico

$$C_p = 10^{-3} \sqrt{\frac{1}{\pi \left[ \frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2} \right]}} \quad (\sqrt{MPa})$$

$$\sigma_c = C_p \sqrt{K_o F_T K_V C_s K_{xc} \frac{K_m}{bdp_1 I}}$$

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



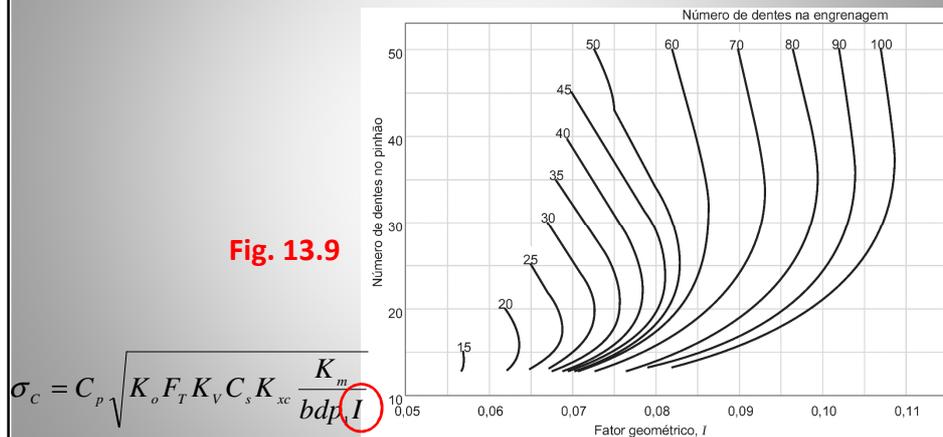
ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Fator geométrico para resistência à formação de cavidades

Fig. 13.9



Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Fator de tamanho

$$C_s = 0,5 \quad \Rightarrow b < 127 \text{ mm}$$

$$C_s = 0,4375 + 0,00492b \quad \Rightarrow 127 \text{ mm} \leq b \leq 1143 \text{ mm}$$

$$C_s = 1,0 \quad \Rightarrow b > 1143 \text{ mm}$$

$$\sigma_c = C_p \sqrt{K_o F_T K_v C_s K_{xc} \frac{K_m}{bdp_1 I}}$$

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Fator de coroamento

$K_{xc} = 1,5 \Rightarrow$  dentes coroados

$K_{xc} = 2,0 \Rightarrow$  dentes não coroados

Exemplo de dente coroadado:



$$\sigma_C = C_p \sqrt{K_o F_T K_V C_s K_{xc} \frac{K_m}{bdp_1 I}}$$

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Critério da Pressão – Fadiga de contato -

$$CS_C = \frac{S_C Z_N C_H}{Y_\theta Y_Z \sigma_C} \geq 1,0$$

$S_C$  = tensão admissível de contato AGMA;

$Z_N$  = fator de ciclos ou de ciclagem para resistência ao crateramento;

$C_H$  = fator de razão de dureza para a resistência à formação de cavidades.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

**Tensão admissível de contato:**

$$CS_C = \frac{S_C Z_N C_H}{Y_\theta Y_Z \sigma_C} \geq 1,0$$

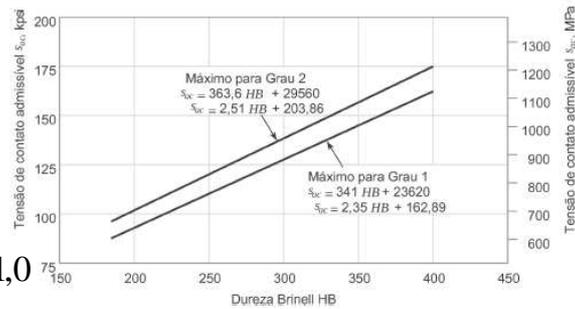


FIGURA 13.10 Tensão admissível de contato AGMA para aços endurecidos por completo –  $S_C$ .  
 Extracted from AGMA Standard ANSI/AGMA 2003-B97 – Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth, with permission of the publisher, the American Gear Manufacturers Association, 1001 North Fairfax Street, 5th Floor, Alexandria, Virginia 22314.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

**Tensão admissível de contato:**

$$CS_C = \frac{S_C Z_N C_H}{Y_\theta Y_Z \sigma_C} \geq 1,0$$

Tabela 13.4 Tensão admissível de contato AGMA para engrenagens de aços carbono –  $S_C$   
 (Extracted from AGMA Standard ANSI/AGMA 2003-B97 – Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth, with permission of the publisher, the American Gear Manufacturers Association, 1001 North Fairfax Street, 5th Floor, Alexandria, Virginia 22314)

Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima	Tensão admissível de flexão AGMA (MPa)		
			Grau 1	Grau 2	Grau 3
Aço carbono	Endurecido por completo	(a)	(a)	(a)	–
	Endurecido por chama/indução (b)	50 HRC	1210	1310	–
	Carbonetado e endurecido superficialmente (b)	(c)	1380	1550	1720
AISI 4140	Nitretado (b)	84,5 HR15N	–	1000	–
Nitralloy 135M	Nitretado (b)	90,0 HR15N	–	1100	–

(a) consultar Figura 13.10;  
 (b) com profundidades de camada endurecida conforme item 21.1 da ANSI/AGMA 2003-B97;  
 (c) conforme Tabela 8 da ANSI/AGMA 2003-B97.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Tensão admissível de contato:

Tabela 13.5 Tensão admissível de contato AGMA para engrenagens de ferro fundido –  $S_C$  (Extracted from AGMA Standard ANSI/AGMA 2003-B97 – Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth, with permission of the publisher, the American Gear Manufacturers Association, 1001 North Fairfax Street, 5th Floor, Alexandria, Virginia 22314)

Material	Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima	Tensão admissível de contato AGMA (MPa)
Ferro fundido cinzento - ASTM A48	Classe 30	como fundido	175HB	345
	Classe 40	como fundido	200HB	450
Ferro fundido dúctil - ASTM A536	Grau 80-55-06	temperado e revenido	180HB	650
	Grau 120-90-02	temperado/ revenido	300HB	930

$$CS_C = \frac{S_C Z_N C_H}{Y_\theta Y_Z \sigma_C} \geq 1,0$$

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca

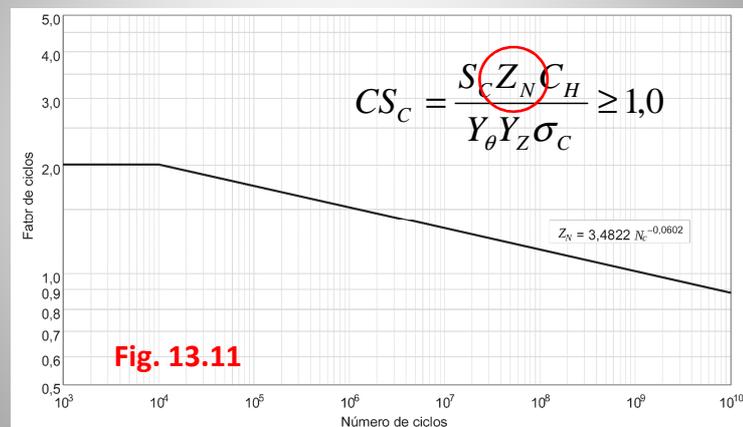


ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Dimensionamento

#### Fator de ciclos:



Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER

## Capítulo 13 – Engrenagens Cônicas

### Referências bibliográficas

**ANSI/AGMA 2003-B97** – *Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth*, American National Standard.

**Budynas RG, Nisbett JK.** *Shigley's – Mechanical Engineering Design*. 8a ed. McGraw Hill; 2008.

**Budynas RG, Nisbett JK.** *Elementos de Máquinas de Shigley*. 8a ed. AMGH Editora Ltda; 2011.

**Juvinall RC, Marshek KM.** *Fundamentos do Projeto de Componentes de Máquinas*. Rio de Janeiro, RJ : Livros Técnicos e Científicos – LTC; 2007.

**Niemann G.** *Elementos de Máquinas Elementos de Máquinas, Vol. II Edgard Blucher*; 1971.

Elementos de Máquinas

J.C. Almeida, R. Barbieri, K. Fonseca



ELSEVIER