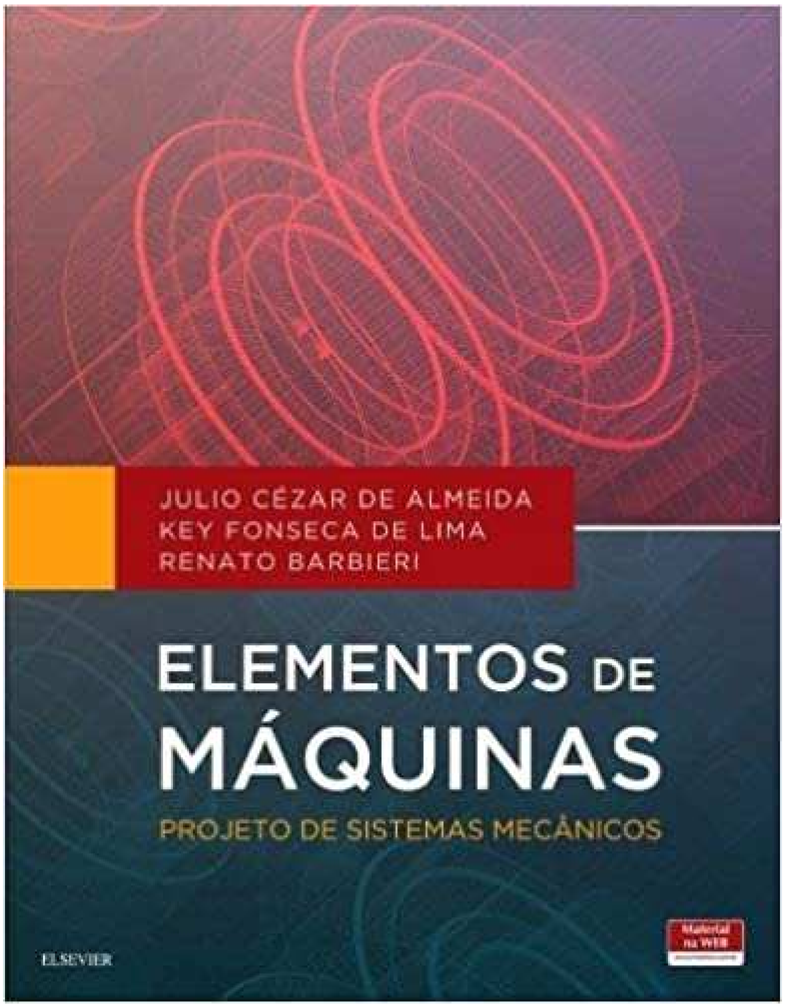
2020

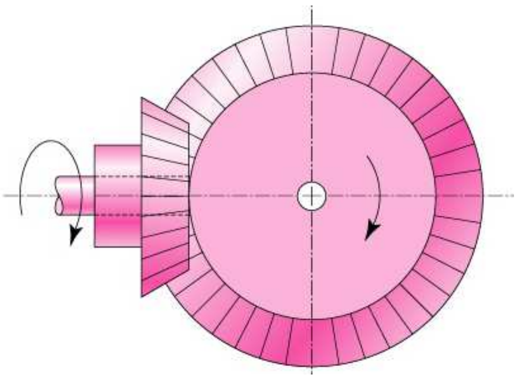
Engrenagens Cônicas Problemas Resolvidos

Prof. Dr. Eng. Julio Almeida

Soluções baseadas na teoria, equações e tabelas do Livro – Elementos de Máquinas – Projeto de Sistemas Mecânicos dos autores: Julio Almeida, Key Fonseca e Renato Barbieri – Editora ELSEVIER.



Exemplo 1.1 – O pinhão cônico ilustrado tem módulo 1.5 mm, 17 dentes, ângulo de pressão 20º. Sabendo-se que a largura da face do dente é de 15 mm e que a coroa tem 41 dentes, calcule os ângulos dos cones primitivos e os diâmetros médios das engrenagens.



Solução:

Ângulos dos cones primitivos:

$$tan\gamma_1 = \frac{z_1}{z_2} = \frac{17}{41} \Longrightarrow \gamma_1 = 22.52^o$$

$$tan\gamma_2 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{41}{17} \Longrightarrow \gamma_2 = 67.48^o$$

Diâmetros médios das engrenagens:

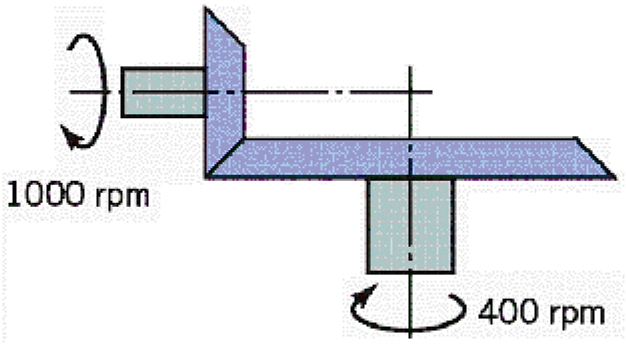
$$d_{p1} = mz_1 = 1.5(17) = 25.5\,mm$$

$$d_{m1} = d_{p1} - bsen\gamma_1 = 25.5 - 15sen\,22.52^o = 19.75\,mm$$

$$d_{p2} = mz_2 = 1.5(41) = 61.5\,mm$$

$$d_{m2} = d_{p2} - bsen\gamma_2 = 61.5 - 15sen\,67.48^o = 47.64\,mm$$

Exemplo 1.2 - O par de engrenagens cônicas ilustradas (z_1 = 22) transmite uma potência de 2.5 kW a 1000 rpm. A coroa apresenta uma largura de face de 0.9 in e um diametral Pitch igual a 10. Determine o módulo dos esforços atuantes no pinhão cônico.



Solução:

Ângulo dos cone primitivo e diâmetro médio do pinhão:

$$tan\gamma_1 = \frac{z_1}{z_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{400}{1000} \Longrightarrow \gamma_1 = 21.8^o$$

$$d_{p1} = \frac{z_1}{P} = \frac{22}{10} = 2.2\ in$$

$$d_{m1} = d_{p1} - bsen\gamma_1 = 2.2 - 0.9sen\ 21.8^o = 1.86\ in$$

Força tangencial atuante no pinhão (1.86 in = 47.24 mm):

$$T = \frac{N}{2\pi f} = \frac{2500}{2\pi\left(\frac{1000}{60}\right)} = 23.87\ Nm$$

$$T = F_t\frac{dm_1}{2} \Longrightarrow 23.87 = F_t\frac{0.0472}{2} \Longrightarrow F_t = 1011.44\ N$$

Componentes de força radial e axial atuantes no pinhão:

$$F_R = F_t\ tan\alpha\ cos\gamma_1 = 1011.44\ (tan20)\cos(21.8) = 341.81\ N$$

$$F_A = F_t\ tan\alpha\ sen\gamma_1 = 1011.44\ (tan20)\,\mathrm{sen}(21.8) = 136.71\ N$$

Exemplo 1.3 - Determinar, segundo Lewis, o módulo preliminar para um pinhão cônico com 15 dentes, largura = 10 x m, e um fator de sobrecarga de 1.25, transmitir uma potência de 1500 W a 500 rpm. Supor uma tensão admissível de 180 MPa.

Solução:

Equação de Lewis:

$$\sigma = \frac{K_O F_T}{bYm} \leq \frac{\sigma_{esc}}{CS}$$

Largura da engrenagem como função do módulo:

$$b = 10(m)$$

Fator de Lewis:

$$Y = 0.289$$

Força tangencial como função do módulo:

$$T = \frac{N}{2\pi f} = \frac{1500}{2\pi\left(\frac{500}{60}\right)} = 28.65\ Nm$$

$$d_p = mz = 15(m)$$

$$T = F_t \frac{dp_1}{2} \Longrightarrow 28.65 = F_t \frac{15(m)}{2} \Longrightarrow F_t = \frac{3.82}{m}$$

Aplicando os resultados parciais na equação de Lewis:

$$180(10^6) = \frac{1.25\left(\frac{3.82}{m}\right)}{(10m)0.289(m)}$$

$$m = 2.09\ mm$$

$$m_{padronizado} = 2.5\ mm$$

Exemplo 1.4 - *Um pinhão cônico tem módulo 3.0 mm, 17 dentes, ângulo de pressão 20º, b = 30 mm e transmite 2 kW a 400 rpm. Calcule a tensão de flexão atuante nos dentes do pinhão. Supor Q_v = 8, i = 3, dentes não coroados e que ambas as engrenagens estejam fixadas entre mancais.*

Solução: *define-se inicialmente o torque atuante no pinhão e sua correspondente força tangencial:*

$$T = \frac{N}{2\pi f} = \frac{2000}{2\pi\left(\frac{400}{60}\right)} = 47.75\ Nm$$

$$tan\gamma_1 = \frac{z_1}{z_2} = \frac{17}{51} \Longrightarrow \gamma_1 = 18.43^o$$

$$d_{p1} = mz_1 = (3)17 = 51\ mm$$

$$d_{m1} = d_{p1} - bsen\gamma_1 = 51 - 30sen\ 18.43^o = 41.52\ mm$$

$$T = F_t\frac{dm_1}{2} \Longrightarrow 47.75 = F_t\frac{0.04152}{2} \Longrightarrow F_t = 2300\ N$$

Coeficientes para os quais não se tem informações e, consequentemente, devem ser assumidos como iguais à unidade:

$$K_o = 1.00$$

Velocidade tangencial das engrenagens e fator dinâmico:

$$v = \frac{\pi d_m n}{60} = \frac{\pi(0.04152)400}{60} = 0.87\ m/s$$

$$B = 0.25(12 - Q_V)^{2/3} = 0.25(12 - 8)^{2/3} = 0.63$$

$$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0.63) = 70.72$$

$$K_V = \left(\frac{A + \sqrt{200v}}{A}\right)^B = \left(\frac{70.72 + \sqrt{200(0.87)}}{70.72}\right)^{0.63} = 1.11$$

Fator de distribuição de carga (K_{mb} = 1.125):

$$K_m = K_{mb} + 5.6(10^{-6})b^2 = 1.125 + 5.6(10^{-6})30^2 = 1.13$$

Fator de tamanho das engrenagens:

$$K_s = 0.4867 + 0.008339m = 0.4867 + 0.008339(3) = 0.51$$

Tensão AGMA (J = 0.24):

$$\sigma_{AGMA} = K_O F_T K_V K_S \frac{1}{bm} \frac{K_m}{K_x J}$$

$$\sigma_{AGMA} = (1.0)2300(1.11)(0.51)\frac{1}{30(3.0)}\frac{(1.13)}{0.24} = 68.12\ MPa$$

Exemplo 1.5 – Um pinhão cônico de 20º, 20 dentes, módulo 3 mm, aciona uma engrenagem de 32 dentes, ambos de ferro fundido (E = 105 GPa e v = 0.29). Calcule a tensão de contato atuante se o pinhão gira a 1000 rpm, a largura da face é de 40 mm e a potência a transmitir é de 10 kW. Supor Q_V = 7, engrenagens entre mancais e dentes não coroados.

Solução: coeficientes para os quais não se tem informações e, consequentemente, devem ser assumidos como iguais à unidade:

$$K_o = 1.00$$

Torque atuante no pinhão e sua correspondente força tangencial:

$$T = \frac{N}{2\pi f} = \frac{10000}{2\pi\left(\frac{1000}{60}\right)} = 95.49\,Nm$$

$$tan\gamma_1 = \frac{z_1}{z_2} = \frac{20}{32} \Longrightarrow \gamma_1 = 32^o$$

$$d_{p1} = mz_1 = (3)20 = 60\,mm$$

$$d_{m1} = d_{p1} - bsen\gamma_1 = 60 - 40sen\,32^o = 38.8\,mm$$

$$T = F_t\frac{dp_1}{2} \Longrightarrow 95.49 = F_t\frac{0.0388}{2} \Longrightarrow F_t = 4922.17\,N$$

Velocidade tangencial das engrenagens e fator dinâmico:

$$v = \frac{\pi d_p n}{60} = \frac{\pi(0.0388)1000}{60} = 2.03\,m/s$$

$$B = 0.25(12 - Q_V)^{2/3} = 0.25(12 - 7)^{2/3} = 0.73$$

$$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0.73) = 65.12$$

$$K_V = \left(\frac{A + \sqrt{200v}}{A}\right)^B = \left(\frac{65.12 + \sqrt{200(2.03)}}{65.12}\right)^{0.73} = 1.22$$

Fator geométrico (I):

$$I = 0.073$$

Fator de distribuição de carga (K_{mb} = 1.125):

$$K_m = K_{mb} + 5.6(10^{-6})b^2 = 1.125 + 5.6(10^{-6})40^2 = 1.13$$

Fator de tamanho das engrenagens:

$C_s = 0.4375 + 0.00492b = 0.4375 + 0.00492(40) = 0.634$

Fator de coroamento das engrenagens:

$K_{xc} = 2.0$

Coeficiente elástico:

$$Cp = 10^{-3}\sqrt{\frac{1}{\pi\left[\frac{(1-\upsilon_1{}^2)}{E_1}+\frac{(1-\upsilon_2{}^2)}{E_2}\right]}}$$

$$Cp = 10^{-3}\sqrt{\frac{1}{\pi\left[\frac{(1-0.29^2)}{105(10^9)}+\frac{(1-0.29^2)}{105(10^9)}\right]}} = 135.1\ MPa$$

Tensão de contato atuante nas engrenagens:

$$\sigma_C = Cp\sqrt{K_O F_T K_V C_S K_{xc}\frac{K_m}{bd_{p1}I}}$$

$$\sigma_C = 135.1\sqrt{(1.0)4922.17(1.22)(0.634)(2)\frac{1.13}{40(60)0.073}} = 946.77\ MPa$$

Exemplo 1.6 – Um dispositivo de manobras trabalha com um pinhão cônico de aço endurecido por completo grau 2 (dureza de 220 HB) à 600 rpm, acionando uma coroa de mesmo material, com uma relação de transmissão de 4. Supor engrenagens de média precisão. Apenas uma das engrenagens se encontra entre mancais.

Sendo: $z_1 = 16$ $\quad b = 10m$

$m = 5$ mm $\quad \alpha = 20^o$

acionamento leve e choques moderados $\quad Q_v = 6$

$E_1 = 210$ GPa $\quad E_2 = 105$ GPa $\quad \nu_1 = \nu_2 = 0.3$

10^8 ciclos $\quad R(x) = 90\%$

Determinar, pelo critério da resistência, a máxima potência que poderá ser transmitida pelo conjunto.

Solução: coeficientes para os quais não se tem informações e, consequentemente, devem ser assumidos como iguais à unidade:

$Y_\theta = 1.00$

Velocidade tangencial das engrenagens e fator dinâmico:

$d_{p1} = mz_1 = 5(16) = 80\,mm$

$tan\gamma_1 = \frac{z_1}{z_2} = \frac{16}{64} \Longrightarrow \gamma_1 = 14.04^o$

$d_{m1} = d_{p1} - bsen\gamma_1 = 80 - 50sen14.04^o = 67.87\,mm$

$v = \frac{\pi d_m n}{60} = \frac{\pi(0.068)600}{60} = 2.13\,m/s$

$B = 0.25(12 - Q_V)^{2/3} = 0.25(12-6)^{2/3} = 0.825$

$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0.825) = 59.80$

$K_V = \left(\frac{A + \sqrt{200v}}{A}\right)^B = \left(\frac{59.80 + \sqrt{200(2.13)}}{59.80}\right)^{0.825} = 1.28$

Fator geométrico (J):

$J_1 = 0.24$

Fator de distribuição de carga ($K_{mb} = 1.25$):

$K_m = K_{mb} + 5.6(10^{-6})b^2 = 1.25 + 5.6(10^{-6})50^2 = 1.264$

Fator de tamanho das engrenagens:

$K_s = 0.4867 + 0.008339m = 0.4867 + 0.008339(5) = 0.528$

Fator de sobrecarga (acionamento leve e choques moderados):

$K_o = 1.50$

Tensões AGMA:

$$\sigma_{AGMA} = K_O F_T K_V K_S \frac{1}{bm} \frac{K_m}{K_x J}$$

$$\sigma_{AGMA1} = (1.50)F_T(1.28)(0.528)\frac{1}{50(5)}\frac{(1.264)}{0.24} = 0.021F_T$$

Tensões admissíveis de flexão AGMA:

$S_{t1} = 0.33\ HB + 41.24 = 0.33(220) + 41.24 = 113.84\ MPa$

Fator de confiabilidade:

$Y_Z = 0.658 - 0.0759\ln(1 - R)$

$Y_Z = 0.658 - 0.0759\ln(1 - 0.9) = 0.833$

Fator de ciclos:

$Y_{N1} = 1.3558N^{-0.0178} = 1.3558(10^8)^{-0.0178} = 0.977$

Força tangencial limite com os dados do pinhão:

$$CS_{F1} = \frac{S_{t1}Y_N}{Y_\theta Y_Z \sigma_{AGMA}} \geq 1.5$$

$$1.5 = \frac{113.84(0.977)}{(1)(0.833)0.021F_T}$$

$F_T = 4238.71\ N$

Com esse valor, se torna possível, enfim, definir a potência máxima admissível para o par de engrenagens:

$$T = F_t \frac{dm_1}{2} = \frac{N}{2\pi f}$$

$$4238.71\left(\frac{0.068}{2}\right) = \frac{N}{2\pi\left(\frac{600}{60}\right)}$$

$N = 9.06\ kW$

Exemplo 1.7 – *Um par de engrenagens cônicas, ângulo de pressão 20° e módulo 6 mm, foi projetado para transmitir 2500 W a 660 rpm. Para um par com 20 e 40 dentes, respectivamente, determinar pelo critério da pressão, o coeficiente de segurança por fadiga por contato. Considerar Q_v = 7, uma largura de 60 mm, um fator de sobrecarga de 1.25, engrenagens de média precisão e uma expectativa de vida 10^7 ciclos. Dentes não coroados.*

Dados: pinhão e coroa de aço endurecido por completo grau 1 (dureza de 220 HB), E = 200 GPa, $\nu = 0.3$, R(x) = 95%, K_{mb} = 1.3.

Solução: *coeficientes para os quais não se tem informações e, consequentemente, devem ser assumidos como iguais à unidade:*

$$Y_\theta = 1.00$$

Diâmetro médio do pinhão:

$$d_{p1} = mz_1 = 6(20) = 120\,mm$$

$$tan\gamma_1 = \frac{z_1}{z_2} = \frac{20}{40} \Longrightarrow \gamma_1 = 26.57^o$$

$$d_{m1} = d_{p1} - bsen\gamma_1 = 120 - 60sen26.57^o = 93.16\,mm$$

Torque atuante no pinhão e sua correspondente força tangencial:

$$T = \frac{N}{2\pi f} = \frac{2500}{2\pi\left(\frac{660}{60}\right)} = 36.17\,Nm$$

$$T = F_t\frac{dm_1}{2} \Longrightarrow 36.17 = F_t\frac{0.093}{2} \Longrightarrow F_t = 776.51\,N$$

Velocidade tangencial das engrenagens e fator dinâmico:

$$v = \frac{\pi d_m n}{60} = \frac{\pi(0.093)660}{60} = 3.22\,m/s$$

$$B = 0.25(12 - Q_V)^{2/3} = 0.25(12 - 7)^{2/3} = 0.73$$

$$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0.73) = 65.12$$

$$K_V = \left(\frac{A + \sqrt{200v}}{A}\right)^B = \left(\frac{65.12 + \sqrt{200(3.22)}}{65.12}\right)^{0.73} = 1.27$$

Fator geométrico (I):

$$I = 0.078$$

Fator de distribuição de carga (K_{mb} = 1·25):

$$K_m = K_{mb} + 5.6(10^{-6})b^2 = 1.30 + 5.6(10^{-6})60^2 = 1.32$$

Fator de tamanho das engrenagens:

$$C_s = 0.4375 + 0.00492b = 0.4375 + 0.00492(60) = 0.733$$

Fator de coroamento das engrenagens:

$$K_{xc} = 2.0$$

Coeficiente elástico:

$$Cp = 10^{-3}\sqrt{\frac{1}{\pi\left[\frac{(1-\upsilon_1{}^2)}{E_1} + \frac{(1-\upsilon_2{}^2)}{E_2}\right]}}$$

$$Cp = 10^{-3}\sqrt{\frac{1}{\pi\left[\frac{(1-0.3^2)}{200(10^9)} + \frac{(1-0.3^2)}{200(10^9)}\right]}} = 187.03\ MPa$$

Tensão de contato:

$$\sigma_C = Cp\sqrt{K_O F_T K_V C_S K_{xc}\frac{K_m}{bd_{p1}I}}$$

$$\sigma_C = 187.03\sqrt{(1.25)776.51(1.27)(0.733)(2)\frac{1.32}{60(120)0.078}} = 385.46\ MPa$$

Tensão admissível de contato AGMA:

$$S_{c1} = 2.35\ HB + 162.89 = 2.35(220) + 162.89 = 680\ MPa$$

Fator de confiabilidade:

$$Y_Z = 0.658 - 0.0759\ln(1-R)$$

$$Y_Z = 0.658 - 0.0759\ln(1-0.95) = 0.885$$

Fator de ciclos (para 10^7 ciclos):

$Z_{N1} = 1.32$

Coeficiente de segurança por fadiga de contato:

$$CS_C = \frac{S_C Z_N C_H}{Y_\theta Y_Z \sigma_C} = \frac{680(1.32)(1)}{(1)(0.885)385.46} = 2.63$$