

## Exercício sobre engrenamento

Sem deslocamento de perfil: Engrenamento Zero

$$\alpha := 20^\circ$$

Ângulo de pressão

$$m := 2 \text{ mm}$$

Módulo

$$c := 0.25$$

Folga no pé do dente

$$k := (1 + c) = 1.25$$

Fator de cálculo do dedendo

$$z_{min} := \frac{2 \cdot k}{\sin(\alpha)^2} = 21.372$$

Número mínimo de dentes da engrenagem fabricada por processo de geração

$$ev(\alpha) := \tan(\alpha) - \alpha$$

Função da envolvente

Dados para o Pinhão

Dados para a coroa

$$z1 := 21$$

$$z2 := 63$$

Número de dentes

$$i := \frac{z2}{z1} = 3$$

Relação de transmissão

$$a := \frac{z1 + z2}{2} \cdot m = 84 \text{ mm}$$

Distância entre centros

$$(z1 + z2) \cdot m + 2 \cdot m = 172 \text{ mm}$$

Maior dimensão do pacote de transmissão

$$\phi1 := z1 \cdot m = 42 \text{ mm}$$

$$\phi2 := z2 \cdot m = 126 \text{ mm}$$

Diâmetro primitivo

$$p := m \cdot \pi = 6.283 \text{ mm}$$

Passo primitivo

$$s := \frac{p}{2} = 3.142 \text{ mm}$$

Espessura dos dentes

$$\phi1_b := \phi1 \cdot \cos(\alpha) = 39.467 \text{ mm}$$

$$\phi2_b := \phi2 \cdot \cos(\alpha) = 118.401 \text{ mm}$$

Diâmetro de base

$$p_b := \frac{\phi1_b \cdot \pi}{z1} = 5.904 \text{ mm}$$

$$m \cdot \pi \cdot \cos(\alpha) = 5.904 \text{ mm}$$

Passo de base

$$\phi1_a := \phi1 + 2 \cdot m = 46 \text{ mm}$$

$$\phi2_a := \phi2 + 2 \cdot m = 130 \text{ mm}$$

Diâmetro de adendo

$$\phi1_d := \phi1 - 2 \cdot m \cdot (1 + c) = 37 \text{ mm}$$

$$\phi2_d := \phi2 - 2 \cdot m \cdot (1 + c) = 121 \text{ mm}$$

Diâmetro de dedendo

$$s1_b := \phi1_b \cdot \left( \frac{s}{\phi1} + ev(\alpha) \right) = 3.54 \text{ mm}$$

$$s2_b := \phi2_b \cdot \left( \frac{s}{\phi2} + ev(\alpha) \right) = 4.717 \text{ mm}$$

Espessura da base

$$\alpha1_a := \arccos\left(\frac{\phi1_b}{\phi1_a}\right) = 30.909 \text{ deg}$$

$$\alpha2_a := \arccos\left(\frac{\phi2_b}{\phi2_a}\right) = 24.387 \text{ deg}$$

Ângulo de pressão no adendo

$$s1_a := \phi1_a \cdot \left( \frac{s}{\phi1} + ev(\alpha) - ev(\alpha1_a) \right) = 1.401 \text{ mm}$$

Espessura do dente no adendo

$$s2_a := \phi2_a \cdot \left( \frac{s}{\phi2} + ev(\alpha) - ev(\alpha2_a) \right) = 1.576 \text{ mm}$$

Espessura do dente no adendo

$$\phi1_{c_a} := 2 \cdot \sqrt{\left( \frac{\phi1_b}{2} \right)^2 + a^2 \cdot \sin(\alpha)^2}$$

$$\phi2_{c_a} := 2 \cdot \sqrt{\left( \frac{\phi2_b}{2} \right)^2 + a^2 \cdot \sin(\alpha)^2}$$

Diâmetro crítico de adendo para que não ocorra interferência sem o recorte na base do perfil envolvente e sem deslocamento de perfil

$$\phi1_{c_a} = 69.708 \text{ mm}$$

$$\phi2_{c_a} = 131.607 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_\alpha := \frac{\sqrt{\left( \frac{\phi1_a}{2} \right)^2 - \left( \frac{\phi1_b}{2} \right)^2} + \sqrt{\left( \frac{\phi2_a}{2} \right)^2 - \left( \frac{\phi2_b}{2} \right)^2} - a \cdot \sin(\alpha)}{p_b} = 1.68$$

Razão de condução

Com deslocamento de perfil Vê-Zero:

$$\alpha := 20^\circ$$

Ângulo de pressão

$$m := 5 \text{ mm}$$

Módulo

$$c := 0.167$$

Folga no pé do dente

$$k := (1 + c) = 1.167$$

Fator de cálculo do dedendo

$$x1 := .5$$

Deslocamento de perfil do pinhão

$$x2 := -x1 = -0.5$$

Deslocamento de perfil da coroa

$$x1 + x2 = 0$$

Condição de engrenamento Vê-Zero

$$z_{min} := \frac{2 \cdot (k - x1)}{\sin(\alpha)^2} = 11.404$$

Número mínimo de dentes da engrenagem fabricada por processo de geração

Dados para o Pinhão

Dados para a coroa

$$z1 := 13$$

$$z2 := 63$$

Número de dentes

$$i := \frac{z2}{z1} = 4.846$$

Relação de transmissão

$$a := \frac{(z1 + 2 \cdot x1) + (z2 + 2 \cdot x2)}{2} \cdot m = 190 \text{ mm}$$

Distância entre centros

$$(z1 + z2) \cdot m + 2 \cdot m = 390 \text{ mm}$$

Maior dimensão do pacote de transmissão

$$\phi1 := z1 \cdot m = 65 \text{ mm}$$

$$\phi2 := z2 \cdot m = 315 \text{ mm}$$

Diâmetro primitivo

$$p := m \cdot \pi = 15.708 \text{ mm}$$

Passo primitivo

$$s1 := m \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x1 \cdot \tan(\alpha) \right) = 9.674 \text{ mm} \quad s2 := m \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x2 \cdot \tan(\alpha) \right) = 6.034 \text{ mm}$$

Espessura dos dentes

$\phi_{1_b} := \phi_1 \cdot \cos(\alpha) = 61.08 \text{ mm}$	$\phi_{2_b} := \phi_2 \cdot \cos(\alpha) = 296.003 \text{ mm}$	Diâmetro de base
$p_b := \frac{\phi_{1_b} \cdot \pi}{z_1} = 14.761 \text{ mm}$	$p \cdot \cos(\alpha) = 14.761 \text{ mm}$	Passo de base
$\phi_{1_a} := \phi_1 + 2 \cdot m \cdot (1 + x_1) = 80 \text{ mm}$	$\phi_{2_a} := \phi_2 + 2 \cdot m \cdot (1 + x_2) = 320 \text{ mm}$	Diâmetro de adendo
$\phi_{1_d} := \phi_1 - 2 \cdot m \cdot (1 + c - x_1) = 58.3 \text{ mm}$	$\phi_{2_d} := \phi_2 - 2 \cdot m \cdot (1 + c + x_2) = 308.33 \text{ mm}$	Diâmetro de dedendo
$\alpha_{1_a} := \arccos\left(\frac{\phi_{1_b}}{\phi_{1_a}}\right) = 40.226 \text{ deg}$	$\alpha_{2_a} := \arccos\left(\frac{\phi_{2_b}}{\phi_{2_a}}\right) = 22.33 \text{ deg}$	Ângulo de pressão no adendo
$s_{1_a} := \phi_{1_a} \cdot \left(\frac{s_1}{\phi_1} + ev(\alpha) - ev(\alpha_{1_a})\right) = 1.597 \text{ mm}$		Espessura do dente no adendo
$s_{2_a} := \phi_{2_a} \cdot \left(\frac{s_2}{\phi_2} + ev(\alpha) - ev(\alpha_{2_a})\right) = 4.176 \text{ mm}$		Espessura do dente no adendo
$\varepsilon_\alpha := \frac{\sqrt{\left(\frac{\phi_{1_a}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\phi_{1_b}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\phi_{2_a}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\phi_{2_b}}{2}\right)^2} - a \cdot \sin(\alpha)}{p_b} = 1.47$		Razão de condução

Com deslocamento de perfil Vê:

$\alpha := 20^\circ$	Ângulo de pressão		
$m := 2 \text{ mm}$	Módulo		
$c := 0.25$	Folga no pé do dente		
$k := (1 + c) = 1.25$	Fator de cálculo do dedendo		
$x_1 := 0.5$	Deslocamento de perfil do pinhão		
$x_2 := 0$	Deslocamento de perfil da coroa		
$x_1 + x_2 = 0.5$	Condição de engrenamento Vê-Zero		
$z_{min} := \frac{2 \cdot (k - x_1)}{\sin^2(\alpha)} = 12.823$	Número mínimo de dentes da engrenagem fabricada por processo de geração		
$i_r := 2.6$	Relação de transmissão mínima requerida		
$a_{max} := 50 \text{ mm}$	Máximo a requerido		
Dados para o Pinhão	Dados para a coroa		
$z_1 := 13$	$i_r \cdot z_1 = 33.8$	$z_2 := 34$	Número de dentes
$:= \frac{z_2}{z_1} = 2.615$			Relação de transmissão

$$a := \frac{z1 + z2}{2} \cdot m = 47 \text{ mm}$$

Distância entre centros sem deslocamento de perfil

$$a1 := \frac{(z1 + 2 \cdot x1) + (z2 + 2 \cdot x2)}{2} \cdot m = 48 \text{ mm}$$

Distância entre centros com deslocamento de perfil e sem aproximação para compensar a folga

$$(z1 + z2) \cdot m + 2 \cdot m = 98 \text{ mm}$$

Maior dimensão do pacote de transmissão

$$\phi1 := z1 \cdot m = 26 \text{ mm}$$

$$\phi2 := z2 \cdot m = 68 \text{ mm}$$

Diâmetro primitivo

$$p := m \cdot \pi = 6.283 \text{ mm}$$

Passo primitivo

$$s1 := m \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x1 \cdot \tan(\alpha) \right) = 3.87 \text{ mm} \quad s2 := m \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x2 \cdot \tan(\alpha) \right) = 3.142 \text{ mm}$$

Espessura dos dentes

$$s1 + s2 = 7.011 \text{ mm} \quad \square > \square \quad p = 6.283 \text{ mm}$$

$$\phi1_b := \phi1 \cdot \cos(\alpha) = 24.432 \text{ mm}$$

$$\phi2_b := \phi2 \cdot \cos(\alpha) = 63.899 \text{ mm}$$

Diâmetro de base

$$p_b := \frac{\phi1_b \cdot \pi}{z1} = 5.904 \text{ mm}$$

$$p \cdot \cos(\alpha) = 5.904 \text{ mm}$$

Passo de base

$$\boxed{\tan(\alpha') - \alpha' = \tan(\alpha) - \alpha + \frac{2 \cdot (x1 + x2)}{z1 + z2} \cdot \tan(\alpha)} \xrightarrow{\text{solve, } \alpha'} ?$$

Não tem solução analítica

Solver Constraints/Guess Values

$$\alpha' := \alpha$$

$$\tan(\alpha') - \alpha' = \tan(\alpha) - \alpha + \frac{2 \cdot (x1 + x2)}{z1 + z2} \cdot \tan(\alpha)$$

$$\alpha' := \text{find}(\alpha') = 22.872 \text{ deg}$$

Solução numérica

$$a' := a \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha')} = 47.934 \text{ mm}$$

Distância entre centros para engrenamento Vê

$$y := \frac{a' - a}{m} = 0.467$$

Fator de deslocamento de centro

$$m' := m \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha')} = 2.04 \text{ mm}$$

Módulo de operação

$$\phi1' := m' \cdot z1 = 26.517 \text{ mm}$$

$$\phi2' := m' \cdot z2 = 69.352 \text{ mm}$$

Diâmetro primitivos de operação

$$\frac{\phi2'}{\phi1'} = 2.615$$

Relação de transmissão não muda

$$s1' := \phi1' \cdot \left( \frac{s1}{\phi1} + ev(\alpha) - ev(\alpha') \right) = 3.741 \text{ mm} \quad s2' := \phi2' \cdot \left( \frac{s2}{\phi2} + ev(\alpha) - ev(\alpha') \right) = 2.667 \text{ mm}$$

Espessura do dente nos diâmetros primitivos de operação

$$\phi_{1_a} := \phi_1 + 2 \cdot m \cdot (1 - x_2 + y) = 31.9 \text{ mm}$$

$$\phi_{2_a} := \phi_2 + 2 \cdot m \cdot (1 - x_1 + y) = 71.9 \text{ mm}$$

Diâmetro  
de adendo

$$\phi_{1_d} := \phi_1 - 2 \cdot m \cdot (1 + c - x_1) = 23 \text{ mm}$$

$$\phi_{2_d} := \phi_2 - 2 \cdot m \cdot (1 + c + x_2) = 63 \text{ mm}$$

Diâmetro  
de dedendo

$$\alpha_{1_a} := \arccos\left(\frac{\phi_{1_b}}{\phi_{1_a}}\right) = 39.946 \text{ deg}$$

$$\alpha_{2_a} := \arccos\left(\frac{\phi_{2_b}}{\phi_{2_a}}\right) = 27.238 \text{ deg}$$

Ângulo de pressão no adendo

$$s_{1_a} := \phi_{1_a} \cdot \left(\frac{s_1}{\phi_1} + ev(\alpha) - ev(\alpha_{1_a})\right) = 0.747 \text{ mm}$$

$$s_{2_a} := \phi_{2_a} \cdot \left(\frac{s_2}{\phi_2} + ev(\alpha) - ev(\alpha_{2_a})\right) = 1.561 \text{ mm}$$

Espessura do  
dente no adendo

$$\epsilon_\alpha := \frac{\sqrt{\left(\frac{\phi_{1_a}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\phi_{1_b}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\phi_{2_a}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\phi_{2_b}}{2}\right)^2} - a' \cdot \sin(\alpha')}{p_b} = 1.36$$

Razão de condução