

Exemplo de projeto de redutor de velocidade de múltiplos estágios

$P := 1.1 \cdot \text{kW}$	Potência a ser transmitida pelo redutor
$\omega_1 := 3420 \text{rpm} = 358 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	Rotação do motor
$i := 175$	Relação de transmissão total
$\alpha := 20 \text{deg}$	ângulo de pressão normal
$c := .25$	Folga no fundo do dente
$k := (1 + c) = 1.25$	Fator de profundidade do dente
$\beta := 0 \text{deg}$	ângulo de hélice
$\beta_b := \text{atan}(\tan(\beta) \cdot \cos(\alpha)) = 0 \cdot \text{deg}$	ângulo de hélice de base
$\text{ev}(\alpha) := \tan(\alpha) - \alpha$	função da envolvente
$z_{\min} := \frac{2 \cdot k}{\sin(\alpha)^2} = 21.372$	Número mínimo de dentes

Dimensionamento cinemático

$i_1 := .85 \cdot i^{.45} = 8.685$	Sugestão para fatoração do primeiro estágio
$z_1 := 22$	Pinhão maior para o primeiro estágio em função da velocidade maior na entrada
$z_2 := i_1 \cdot z_1 = 191.077$	Coroa do primeiro estágio ainda em número não inteiro
$z_2 := 190$	Número inteiro de dentes selecionado para a coroa do primeiro estágio
$i_1 := \frac{z_2}{z_1} = 8.636$	Relação de transmissão efetiva do primeiro estágio
$\omega_2 := \frac{\omega_1}{i_1} = 396 \cdot \text{rpm}$ $\omega_2 = 41.5 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	Rotação de saída do primeiro estágio
$i_2 := 1.12 \cdot i^{.3} = 5.274$	Sugestão para fatoração do primeiro estágio
$z_3 := 16$	Pinhão médio para o segundo estágio em função da velocidade que já foi reduzida
$z_4 := i_2 \cdot z_3 = 84.382$	Coroa do segundo estágio ainda em número não inteiro
$z_4 := 85$	Número inteiro de dentes selecionado para a coroa do segundo estágio
$i_2 := \frac{z_4}{z_3} = 5.313$	Relação de transmissão efetiva do segundo estágio
$\omega_3 := \frac{\omega_2}{i_2} = 74.541 \cdot \text{rpm}$ $\omega_3 = 7.81 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	Rotação de saída do segundo estágio
$i_3 := \frac{i}{i_1 \cdot i_2} = 3.814$	Saldo de fatoração para o terceiro estágio
$z_5 := 14$	Número de dentes do pinhão do terceiro estágio o menor razoável a fim de minimizar o tamanho de engrenagens de grande módulo
$z_6 := z_5 \cdot i_3 = 53.399$	Coroa do terceiro estágio ainda em número não inteiro
$z_6 := 53$	Número inteiro de dentes selecionado para a coroa do terceiro estágio

$i_3 := \frac{z_6}{z_5} = 3.786$	$z_2 = 190$	$z_4 = 85$	$z_6 = 53$	Relação de transmissão efetiva do terceiro estágio
$i := i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 = 173.691$	$z_1 = 22$	$z_3 = 16$	$z_5 = 14$	Relação de transmissão efetiva do redutor projetado
	$z_2 \cdot z_4 \cdot z_6 = 855950$	$\frac{855950}{4928} = 173.691$		Forma comum de representar o redutor
	$z_1 \cdot z_3 \cdot z_5 = 4928$			
$\omega_4 := \frac{\omega_1}{i} = 19.69 \cdot \text{rpm}$	$\omega_2 = 41.469 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	Velocidade de saída		
Dimensionamento dinâmico				
$T_1 := \frac{P}{\omega_1} = 3.071 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$	Torque de entrada no primeiro estágio			
Primeiro estágio				
$Y_M := 1.2 \cdot \text{MPa}$	Fator geométrico, dureza 210 HB			
$\psi_d := .6$	Fator de largura			
$\phi'_1 := \sqrt[3]{\frac{4 \cdot T_1 \cdot (i_1 + 1)}{Y_M \cdot \psi_d \cdot i_1}} = 26.702 \cdot \text{mm}$	Estimativa de diâmetro do pinhão			
$m' := \frac{\phi'_1}{z_1} = 1.214 \cdot \text{mm}$	Valor mínimo do módulo para vida de superfície $> 10^7$			
$m_1 := 1.5 \text{mm}$	Módulo definido			
$\phi_1 := m_1 \cdot z_1 = 33 \cdot \text{mm}$	Diâmetro do pinhão do primeiro estágio			
$r_1 := \frac{\phi_1}{2} = 16.5 \cdot \text{mm}$	Raio do pinhão do primeiro estágio			
$b'_1 := \psi_d \cdot \phi_1 = 19.8 \cdot \text{mm}$	largura estimada			
$b_1 := 20 \text{mm}$	Largura definida, em um valor significativamente menor, mas o módulo ficou significativa maior			
$\phi_2 := z_2 \cdot m_1 = 285 \cdot \text{mm}$	Diâmetro da coroa do primeiro estágio			
$r_2 := \frac{\phi_2}{2} = 142.5 \cdot \text{mm}$	Raio da coroa			
$a_1 := r_1 + r_2 = 159 \cdot \text{mm}$	Distância entre centro do primeiro estágio			
$p_1 := m_1 \cdot \pi = 4.712 \cdot \text{mm}$	Passo primitivo do primeiro estágio			
$p_{1b} := p_1 \cdot \cos(\alpha) = 4.428 \cdot \text{mm}$	Passo de base do primeiro estágio			
$\phi_{1b} := \phi_1 \cdot \cos(\alpha) = 31.01 \cdot \text{mm}$	$\phi_{2b} := \phi_2 \cdot \cos(\alpha) = 267.812 \cdot \text{mm}$	Diâmetro de base		
$\phi_{1a} := \phi_1 + 2 \cdot m_1 = 36 \cdot \text{mm}$	$\phi_{2a} := \phi_2 + 2 \cdot m_1 \cdot 1 = 288 \cdot \text{mm}$	Diâmetro de adendo		
$\phi_{1d} := \phi_1 - 2 \cdot m_1 \cdot (1 + c) = 29.25 \cdot \text{mm}$	$\phi_{2d} := \phi_2 - 2 \cdot m_1 \cdot (1 + c) = 281.25 \cdot \text{mm}$	Diâmetro do pé do dente		
$\alpha_b := 0$	ângulo de pressão na base por definição da envolvente			
$\alpha_{1a} := \arccos\left(\frac{\phi_{1b}}{\phi_{1a}}\right) = 30.528 \cdot \text{deg}$	$\alpha_{2a} := \arccos\left(\frac{\phi_{2b}}{\phi_{2a}}\right) = 21.58 \cdot \text{deg}$	ângulo de contato no adendo		
$\alpha_{1d} := \arccos\left(\frac{\phi_{1b}}{\phi_{1d}}\right) = 19.777 \cdot \text{deg}$	$\alpha_{2d} := \arccos\left(\frac{\phi_{2b}}{\phi_{2d}}\right) = 17.783 \cdot \text{deg}$	ângulo de contato no dendendo		

$$s1 := m1 \cdot \left(\frac{\pi}{2} \right) = 2.356 \cdot \text{mm}$$

$$s2 := m1 \cdot \left(\frac{\pi}{2} \right) = 2.356 \cdot \text{mm}$$

Espessura transversal do dente no diâmetro primitivo

$$s1 + s2 = 4.712 \cdot \text{mm}$$

Soma das espessuras igual ao passo transversal

$$s1_b := \phi1_b \cdot \left(\frac{s1}{\phi1} + \text{ev}(\alpha) - \text{ev}(\alpha_b) \right) = 2.68 \cdot \text{mm}$$

$$s2_b := \phi2_b \cdot \left(\frac{s2}{\phi2} + \text{ev}(\alpha) - \text{ev}(\alpha_b) \right) = 6.21 \cdot \text{mm}$$

Espessura no diâmetro de base

$$s1_a := \phi1_a \cdot \left(\frac{s1}{\phi1} + \text{ev}(\alpha) - \text{ev}(\alpha_a) \right) = 1.06 \cdot \text{mm}$$

$$s2_a := \phi2_a \cdot \left(\frac{s2}{\phi2} + \text{ev}(\alpha) - \text{ev}(\alpha_a) \right) = 1.24 \cdot \text{mm}$$

Espessura no adendo

$$\epsilon_\alpha := \frac{\sqrt{\left(\frac{\phi1_a}{2} \right)^2 - \left(\frac{\phi1_b}{2} \right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\phi2_a}{2} \right)^2 - \left(\frac{\phi2_b}{2} \right)^2} - a1 \cdot \sin(\alpha)}{p1_b} = 1.745$$

Razão de condução

$$F1_t := \frac{T1}{r1} = 186.1 \text{ N}$$

Força tangencial

$$E1 := 207 \cdot \text{GPa} \quad E2 := E1$$

Módulo de elasticidade do material

$$\nu1 := .29 \quad \nu2 := \nu1$$

Coefficiente de Poisson

$$Y1_M := \frac{a1 \cdot F1_t}{r1 \cdot r2 \cdot b1} = 0.629 \cdot \text{MPa}$$

Fator MAAG Geométrico

$$K1 := 1 - \nu1^2 = 0.916 \quad K2 := K1$$

$$y_E := \frac{E1 \cdot E2}{\pi \cdot (K1 \cdot E2 + K2 \cdot E1)} = 35.97 \cdot \text{GPa} \quad \text{Fator de elasticidade dos materiais}$$

$$y_\alpha := \frac{2}{\sin(2 \cdot \alpha)} = 3.111$$

Fator do ângulo de pressão:

$$y_\epsilon := \frac{\cos(\beta_b)}{\epsilon_\alpha} = 0.573$$

Fator das linhas de contato

$$\sigma_{HB} := \sqrt{Y1_M \cdot y_E \cdot y_\alpha \cdot y_\epsilon} = 200.94 \cdot \text{MPa} \quad \text{Tensão de contato básica}$$

$$v_t := \omega1 \cdot r1 = 5.909 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$kd1 := 1.55$$

Engrenagem grau de qualidade ISO 9, com dureza superficial abaixo de 350 Brinell

$$b_d := \frac{b1}{\phi1} = 0.606$$

Relação entre largura e diâmetro da engrenagem

$$ke1 := 1.32$$

Pinhão em balanço

$$ks := 1.75$$

Acionamento por motor elétrico com carga de usinagem por freza de dois gumes em aço

$$\sigma_H := \sqrt{Y1_M \cdot y_E \cdot y_\alpha \cdot y_\epsilon \cdot kd1 \cdot ke1 \cdot ks} = 380.222 \cdot \text{MPa}$$

Tensão de contato em serviço

$$2.5 \cdot 210 = 525$$

Tensão de contato admissível em função da dureza

Cálculo da tensão de flexão:

$$h_1 := (2 + c) \cdot m_1 = 3.375 \cdot \text{mm}$$

Altura do dente

$$h_{1tf} := h_1 - \frac{s_{1a}}{2} \cdot \tan(\alpha_{1a}) = 3.063 \cdot \text{mm}$$

Altura a ser considerada para cálculo

$$\rho_f := .35 \cdot m_1 = 0.525 \cdot \text{mm}$$

Arredondamento no pé do dente

$$Y_F := 2.72$$

Fator de forma

$$t_1 := \sqrt{\frac{6 \cdot h_{1tf} \cdot m_1}{Y_F}} = 3.183 \cdot \text{mm}$$

Estimativa da espessura na raiz do dente pelo Y.F, apenas para calcular o Kt

$$Y_\beta := 1 - \frac{\beta}{120 \text{deg}} = 1$$

Fator de hélice

$$\sigma_{1bf} := \frac{F_{1t}}{b_1 \cdot m_1 \cdot \epsilon_\alpha} \cdot Y_F \cdot Y_\beta = 9.674 \cdot \text{MPa}$$

Tensão de flexão básica

$$K_t := .18 + \left(\frac{t_1}{\rho_f}\right)^{.15} \cdot \left(\frac{t_1}{h_{1tf}}\right)^{.45} = 1.513$$

Dos ensaios de fotoelasticidade

$$q := 1$$

Fator tomando conservativamente como 1

$$K_{tf} := 1 + q \cdot (K_t - 1) = 1.513$$

Fator de concentração de tensões

$$\sigma_{1f} := \sigma_{1bf} \cdot k_{d1} \cdot k_{e1} \cdot k_s \cdot K_{tf} = 52.421 \cdot \text{MPa}$$

Tensão de flexão no pé do dente em operação

Segundo estágio

$$\eta := 98\%$$

Eficiência geral para dente reto

$$T_2 := i_1 \cdot T_1 \cdot \eta = 25.995 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Torque no segundo estágio

$$z_3 = 16$$

Número de dentes para o pinhão do segundo estágio

$$x'_3 := k - \frac{z_3 \cdot \sin(\alpha)^2}{2} = 0.314$$

Deslocamento de perfil mínimo

$$x_3 := .4 \quad x_4 := -x_3 = -0.4$$

Deslocamento de perfil

$$Y_M = 1.2 \cdot \text{MPa}$$

Materemos o mesmo Fator geométrico de MAAG

$$\psi_{2d} := 1$$

Fator de largura

$$\phi'_3 := \sqrt[3]{\frac{4 \cdot T_2 \cdot (i_2 + 1)}{Y_M \cdot \psi_d \cdot i_2}} = 55.384 \cdot \text{mm}$$

Estimativa de diâmetro do pinhão

$$\underline{\underline{m'_3}} := \frac{\phi'_3}{z_3} = 3.462 \cdot \text{mm}$$

Valor mínimo do módulo para vida de superfície $> 10^7$

$$m_2 := 4 \text{mm}$$

Módulo definido

$$\phi_3 := m_2 \cdot z_3 = 64 \cdot \text{mm}$$

$$r_3 := \frac{\phi_3}{2} = 32 \cdot \text{mm}$$

$$b'_2 := \psi_{2d} \cdot \phi_3 = 64 \cdot \text{mm}$$

$$b_2 := 50 \text{mm}$$

$$z_4 = 85$$

$$\phi_4 := z_4 \cdot m_2 = 340 \cdot \text{mm}$$

$$r_4 := \frac{\phi_4}{2} = 170 \cdot \text{mm}$$

$$a_2 := r_3 + r_4 = 202 \cdot \text{mm}$$

$$p_2 := m_2 \cdot \pi = 12.566 \cdot \text{mm}$$

$$p_{2b} := p_2 \cdot \cos(\alpha) = 11.809 \cdot \text{mm}$$

$$\phi_{3b} := \phi_3 \cdot \cos(\alpha) = 60.14 \cdot \text{mm}$$

$$\phi_{3a} := \phi_3 + 2 \cdot m_2 \cdot (1 + x_3) = 75.2 \cdot \text{mm}$$

$$\phi_{3d} := \phi_3 - 2 \cdot m_2 \cdot (1 + c - x_3) = 57.2 \cdot \text{mm}$$

$$\alpha_{3b} := 0$$

$$\alpha_{3a} := \arccos\left(\frac{\phi_{3b}}{\phi_{3a}}\right) = 36.895 \cdot \text{deg}$$

$$\alpha_{3d} := \arccos\left(\frac{\phi_{3b}}{\phi_{3d}}\right) = 18.293 \cdot \text{deg}$$

$$s_3 := m_2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_3 \cdot \tan(\alpha)\right) = 7.448 \cdot \text{mm}$$

$$s_{3b} := \phi_{3b} \cdot \left(\frac{s_3}{\phi_3} + \text{ev}(\alpha) - \text{ev}(\alpha_{3b})\right) = 7.9 \cdot \text{mm}$$

$$s_{3a} := \phi_{3a} \cdot \left(\frac{s_3}{\phi_3} + \text{ev}(\alpha) - \text{ev}(\alpha_{3a})\right) = 1.84 \cdot \text{mm}$$

$$\epsilon_{2\alpha} := \frac{\sqrt{\left(\frac{\phi_{3a}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\phi_{3b}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\phi_{4a}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\phi_{4b}}{2}\right)^2} - a_2 \cdot \sin(\alpha)}{p_{2b}} = 1.551$$

$$F_{2t} := \frac{T_2}{r_3} = 0.8 \cdot \text{kN}$$

$$Y_{2M} := \frac{a_2 \cdot F_{2t}}{r_3 \cdot r_4 \cdot b_2} = 0.603 \cdot \text{MPa}$$

Diâmetro do pinhão do primeiro estágio

Raio do pinhão do primeiro estágio

largura estimada

Largura definida, em um valor significativamente menor, mas o módulo ficou significativa maior

Diâmetro da coroa do primeiro estágio

Raio da coroa

Distância entre centro do primeiro estágio

Passo primitivo do primeiro estágio

Passo de base do primeiro estágio

$$\phi_{4b} := \phi_4 \cdot \cos(\alpha) = 319.495 \cdot \text{mm} \quad \text{Diâmetro de base}$$

$$\phi_{4a} := \phi_4 + 2 \cdot m_2 \cdot (1 + x_4) = 344.8 \cdot \text{mm} \quad \text{Diâmetro de adendo}$$

$$\phi_{4d} := \phi_4 - 2 \cdot m_2 \cdot (1 + c - x_4) = 326.8 \cdot \text{mm} \quad \text{Diâmetro do pé do den}$$

ângulo de pressão na base por definição da envolvente

$$\alpha_{4a} := \arccos\left(\frac{\phi_{4b}}{\phi_{4a}}\right) = 22.087 \cdot \text{deg}$$

ângulo de contato no adendo

$$\alpha_{4d} := \arccos\left(\frac{\phi_{4b}}{\phi_{4d}}\right) = 12.137 \cdot \text{deg}$$

ângulo de contato no dendendo

$$s_4 := m_2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_4 \cdot \tan(\alpha)\right) = 5.118 \cdot \text{mm}$$

Espessura transversal do dente no diâmetro primitivo

$$s_3 + s_4 = 12.566 \cdot \text{mm}$$

Soma das espessuras igual ao passo transversal

$$s_{4b} := \phi_{4b} \cdot \left(\frac{s_4}{\phi_4} + \text{ev}(\alpha) - \text{ev}(\alpha_{4b})\right) = 9.57 \cdot \text{mm}$$

Espessura no diâmetro de base

$$s_{4a} := \phi_{4a} \cdot \left(\frac{s_4}{\phi_4} + \text{ev}(\alpha) - \text{ev}(\alpha_{4a})\right) = 3.33 \cdot \text{mm}$$

Espessura no adendo

Razão de condução

Força tangencial

Fator MAAG Geométrico

$$y_{2\varepsilon} := \frac{\cos(\beta_b)}{\varepsilon_{2\alpha}} = 0.645$$

Fator das linhas de contato

$$\sigma_{2HB} := \sqrt{Y_{2M} \cdot y_E \cdot y_\alpha \cdot y_{2\varepsilon}} = 208.668 \cdot \text{MPa}$$

Tensão de contato básica

$$v_{t2} := \omega_2 \cdot r_3 = 1.327 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$k_{d2} := 1.35$$

Engrenagem grau de qualidade ISO 9, com dureza superficial acima de 350 Brinell

$$\psi_{2d} := \frac{b_2}{\phi_3} = 0.781$$

Relação entre largura e diâmetro da engrenagem

$$k_{e2} := 1.13$$

Pinhão em balanço

$$\sigma_{2H} := \sqrt{Y_{2M} \cdot y_E \cdot y_\alpha \cdot y_\varepsilon \cdot k_{d1} \cdot k_{e1} \cdot k_s} = 372.255 \cdot \text{MPa}$$

Tensão de contato em serviço

$$2.5 \cdot 210 = 525$$

Tensão de contato admissível em função da dureza

$$20.5 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2} = 201.036 \cdot \text{MPa}$$

Tensão admissível de acordo com a tabela 10.5 para aços com 210 HB do arquivo no diretório KHK do FTP: Bending Strength of Spur and Helical Gears _ KHK Gears

Cálculo da tensão de flexão:

$$h_2 := (2 + c) \cdot m_2 = 9 \cdot \text{mm}$$

Altura do dente

$$h_{2tf} := h_2 - \frac{s_a^3}{2} \cdot \tan(\alpha_{3a}) = 8.308 \cdot \text{mm}$$

Altura a ser considerada para cálculo

$$\rho_{2f} := .35 \cdot m_2 = 1.4 \cdot \text{mm}$$

Arredondamento no pé do dente

$$Y_{2F} := 2.34$$

Fator de forma

$$t_3 := \sqrt{\frac{6 \cdot h_{2tf} \cdot m_2}{Y_{2F}}} = 9.231 \cdot \text{mm}$$

Estimativa da espessura na raiz do dente pelo Y.F, apenas para calcular o Kt

$$\sigma_{3bf} := \frac{F_{2t}}{b_2 \cdot m_2 \cdot \varepsilon_{2\alpha}} \cdot Y_{2F} \cdot Y_\beta = 6.129 \cdot \text{MPa}$$

Tensão de flexão básica

$$K_{t2} := .18 + \left(\frac{t_3}{\rho_f}\right)^{.15} \cdot \left(\frac{t_3}{h_{2tf}}\right)^{.45} = 1.792$$

Dos ensaios de fotoelasticidade

$$q_v := 1$$

Fator tomando conservativamente como 1

$$K_{t2f} := 1 + q \cdot (K_{t2} - 1) = 1.792$$

Fator de concentração de tensões

$$\sigma_{3f} := \sigma_{3bf} \cdot k_{d2} \cdot k_{e2} \cdot k_s \cdot K_{t2f} = 29.322 \cdot \text{MPa}$$

Tensão de flexão no pé do dente em operação