

7.3 Análise de flexibilidade: Métodos simplificados ou manuais

Quando bem utilizados, dentro de seus limites de aplicação, os métodos de análise de flexibilidade em linhas quentes fornecem resultados confiáveis com um consumo mínimo de tempo. **Os métodos simplificados têm seu emprego nas seguintes situações:**

- *Rápida verificação preliminar de um trajeto de tubulação, ou trechos deste, durante o seu projeto.*
- *Averiguação dos resultados de uma análise estrutural realizada através de computadores.*
- *Estimativa das tensões, forças e momentos em linhas que não necessitem mandatoriamente serem examinados por métodos analíticos computacionais.*

Em função de simplificações e restrições de uso, estes métodos podem ser classificados em:

1. **Aproximados** - Todas as curvas devem ser de 90° e os terminais ancorados. Não há restrições quanto ao número de membros. Alguns métodos deste grupo desprezam a influência das curvas na flexibilidade da linha, considerando-as tubos cortados em 45° e soldados.
2. **Gráficos ou diretos** - O emprego é restrito às linhas de configuração simples, com número limitado de membros, com terminais ancorados e todas as curvas de 90°. Utilizam-se gráficos ou tabelas para alcançar as soluções.

7.3.1 Métodos aproximados

- **ANÁLISE POR CANTILÉVER GUIADO** (veja o capítulo 6 do livro Silva Telles)

É um dos mais simples métodos de estimativa das cargas térmicas em um sistema de tubulações. No caso da análise por cantiléver guiado, **não são considerados os momentos de torção e a flexibilidade dos tubos em curva**, o que restringe consideravelmente a precisão da análise. Embora normalmente este método forneça resultados conservativos, ou seja, valores de momentos e forças maiores que os reais, esta imprecisão deve ser sempre considerada quando no emprego deste método.

O método pode ser aplicado para quaisquer configurações, planas ou espaciais, que **satisfaçam a todas as seguintes condições:**

- i Todos os lados sejam retos e paralelos a uma das três direções ortogonais;
- ii Todos os lados façam ângulos retos entre si;

- iii Todos os lados sejam constituídos por tubos de mesmo material e de mesmo momento de inércia, ou seja, do mesmo diâmetro e mesma espessura de parede;
- iv **O sistema tenha apenas dois pontos de fixação, situados em seus extremos, e nenhuma restrição intermediária.**

No estabelecimento desse método, foram feitas as seguintes hipóteses simplificativas:

1. Todos os lados se deformam sem que haja deformações ou rotações nos ângulos, que permanecem retos e com os lados paralelos às direções da posição inicial. Isto é, os lados se deformam como se fossem vigas em balanço com os extremos guiados, como mostra a Figura 7-9(b).
2. A dilatação total que se dá em cada uma das três direções ortogonais, isto é, a soma das dilatações dos lados paralelos a essa direção é integralmente absorvida pela flexão dos lados paralelos às outras duas direções ortogonais e vice-versa.
3. Não são levadas em consideração as torções que se dão nos diversos lados de uma configuração tridimensional.

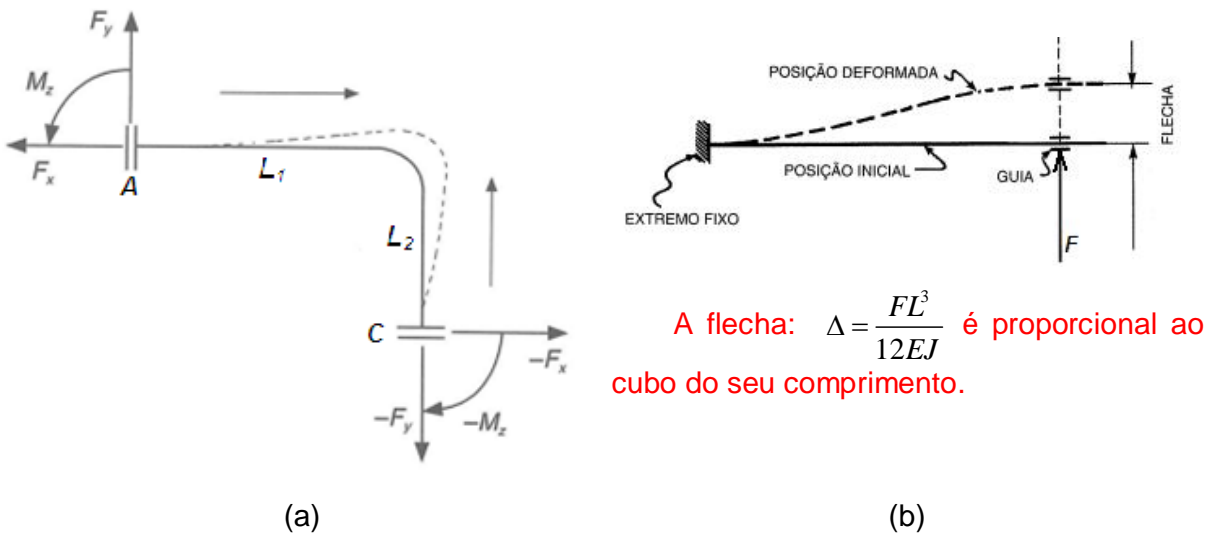


Figura 7-9 Tubulações com curvas de 90° (a) ancorados nas extremidades; (b) equivalência como uma viga em balanço guiada no extremo móvel, que não há rotação, sendo mantendo a sua direção (ou tangencial) com a posição inicial.

➤ **CONFIGURAÇÃO SIMPLES EM L**

Observe a Figura 7-9(a), onde é representado um sistema bidimensional constituído por dois membros perpendiculares entre si, formando em L. As forças e momentos gerados pela expansão podem ser estimados pelas seguintes equações:

$$F = \frac{12EJ\Delta}{L^3} \quad (7-7)$$

$$M = \frac{FL}{2} = \frac{6EJ\Delta}{L^2} \quad (7-8)$$

$$S = \frac{M}{W} = \frac{3ED\Delta}{L^2} \quad (7-9)$$

em que:

F é a força gerada;

M é o momento gerado;

S é a tensão na fibra mais solicitada pelo momento M ;

E é o módulo de elasticidade;

J é o momento de inércia da seção do tubo;

W é o módulo de resistência da seção;

L é o comprimento do membro que sofre flexão;

Δ é a expansão térmica axial do membro acoplado.

As tensões S_1 e S_2 nos lados L_1 e L_2 serão, portanto:

$$S_1 = \frac{3ED\Delta_2}{L_1^2}$$

$$S_2 = \frac{3ED\Delta_1}{L_2^2}$$

Como as dilatações são

$$\Delta_1 = eL_1$$

$$\Delta_2 = eL_2$$

então

$$S_1 = \frac{3EDeL_2}{L_1^2} = \frac{\lambda L_2}{L_1^2}$$

$$S_2 = \frac{3EDeL_1}{L_2^2} = \frac{\lambda L_1}{L_2^2}$$

onde

$$\lambda = 3E_c D e$$

Os momentos de reação podem ser determinados através as equações (7-8) e (7-9):

$$M_A = \frac{2JS_1}{D} \frac{E_h}{E_c} = CS_1$$

$$M_C = \frac{2JS_2}{D} \frac{E_h}{E_c} = CS_2$$

E as reações:

$$F_x = \frac{2M_C}{L_2}$$

$$F_y = \frac{2M_A}{L_1}$$

onde

$$C = \frac{2J}{D} \frac{E_h}{E_c}$$

e o fator E_h/E_c foi acrescentado porque a norma ASME B 31 estabelece que o cálculo das reações deve ser feito com o valor do módulo de elasticidade na temperatura máxima do ciclo térmico (E_h), e as tensões foram calculadas com o valor de E_c , isto é, o módulo de elasticidade na temperatura mínima do ciclo térmico.

Para o cálculo da constante C em sistema inglês, usa-se a seguinte fórmula:

$$C = \frac{J}{6 D} \frac{E_h}{E_c}$$

onde J em pol^4 e D em polegada , assim, a unidade do C será $[\text{C}] = \text{pé} \cdot \text{pol}^2$. Quando multiplicar C por tensão em psi , pode resultar momento em $\text{pés} \cdot \text{lb}$ diretamente.

EXEMPLO NUMÉRICO 11 (Exemplo 7-6 no livro)

Considere o sistema bidimensional ilustrado no item a da Figura 7-9. Estimar forças, momentos e tensões gerados nas ancoragens através do método da Viga cantiléver guiada, partindo dos seguintes dados:

Disciplina: CALCULO DE TENSÕES EM SISTEMAS DE TUBULAÇÕES INDUSTRIAIS

Diâmetro nominal de 12 polegadas, sch standard;

Comprimento de ambos os membros, 26 metros;

Tubos em aço-carbono ASTM A- 106 Gr A;

Temperatura de projeto, 220°C;

Norma aplicável, B31.3.

Solução:

Pela tabela Anexo 7.1, o coeficiente térmico: $e=2,45$ mm/m; pela Anexo 7.2, toma-se o módulo de elasticidade para 220°C: $E=185,1$ GPa, pela Anexo 2 o momento de inércia $J = 1,163 \times 10^{-4} \text{ m}^4$, e o módulo de resistência $W=7,180 \times 10^{-4} \text{ m}^3$.

A expansão axial de cada membro: $\Delta = eL = 2,45 \text{ mm/m} \times 26 \text{ m} = 63,7 \text{ mm}$

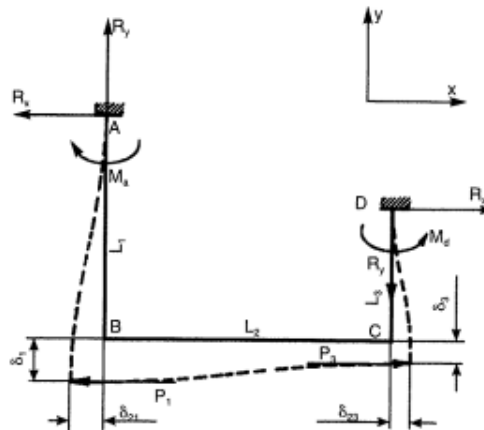
$$\text{As forças: } F_x = F_y = \frac{12EJ\Delta}{L^3} = \frac{12 \times 185,1 \text{ GPa} \times 1,163 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \times 0,0637 \text{ m}}{(26 \text{ m})^3} = 936 \text{ N}$$

$$\text{O momento: } M = \frac{6EJ\Delta}{L^2} = \frac{6 \times 185,1 \text{ GPa} \times 1,163 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \times 0,0637 \text{ m}}{(26 \text{ m})^2} = 12,2 \text{ kNm}$$

$$\text{A tensão máxima em cada extremidade ancorada: } S = \frac{M}{W} = \frac{12,2 \times 10^3 \text{ Nm}}{7,1 \times 10^{-4} \text{ m}^3} = 17,0 \text{ MPa}$$

➤ CONFIGURAÇÃO SIMPLES EM U

Consideremos agora uma configuração plana em U, como mostra a Figura abaixo.



A dilatação total do lado L_2 será:

$$\delta_2 = \delta_{21} + \delta_{23}$$

Como a flecha é proporcional ao cubo do seu comprimento, tem-se:

$$\frac{\delta_{23}}{\delta_{21}} = \frac{L_3^3}{L_1^3}$$

Isto é:

$$\frac{\delta_{23}}{\delta_{21}} + 1 = \frac{L_3^3}{L_1^3} + 1 \Rightarrow \frac{\delta_{23} + \delta_{21}}{\delta_{21}} = \frac{L_3^3 + L_1^3}{L_1^3} \Rightarrow \delta_{21} = \delta_2 \frac{L_1^3}{L_3^3 + L_1^3} = eL_2 \frac{L_1^3}{L_3^3 + L_1^3}$$

Finalmente temos:

$$\delta_{21} = eL_2 \frac{L_1^3}{L_3^3 + L_1^3}$$

$$\delta_{23} = eL_2 \frac{L_3^3}{L_3^3 + L_1^3}$$

As tensões máximas nos três lados serão:

$$L_1: S_1 = \frac{3ED\delta_{21}}{L_1^2} = \lambda \frac{L_2 L_1}{L_1^3 + L_3^3}$$

$$L_2: S_2 = \frac{3ED|\delta_1 - \delta_3|}{L_2^2} = \lambda \frac{|L_1 - L_3|}{L_2^2}$$

$$L_3: S_3 = \frac{3ED\delta_{23}}{L_3^2} = \lambda \frac{L_2 L_3}{L_1^3 + L_3^3}$$

Para que o sistema tenha flexibilidade suficiente, deveremos ter as três tensões máximas inferiores à tensão admissível.

Os momentos de reação podem ser determinados através as equações (7-8) e (7-9):

$$M_A = \frac{2JS_1}{D} \frac{E_h}{E_c} = CS_1$$

$$M_D = \frac{2JS_3}{D} \frac{E_h}{E_c} = CS_3$$

As reações R_x serão iguais, em valor absoluto, às forças P_1 e P_3 exercidas pelo lado L_2 sobre os lados L_1 e L_3 , isto é, as forças fletoras desses lados. Teremos assim:

$$R_{Ax} = P_1 = \frac{2M_A}{L_1} = \frac{2CS_1}{L_1} = \frac{2C}{L_1} \lambda \frac{L_2 L_1}{L_1^3 + L_3^3} = \frac{2C \lambda L_2}{L_1^3 + L_3^3}$$
$$R_{Dx} = P_3 = \frac{2M_D}{L_3}$$

É fácil verificar que teremos sempre $R_{Ax} = R_{Dx}$, mesmo porque o sistema está em equilíbrio estático. As forças de reação R_y serão iguais, em valor absoluto, às forças P_2 que estão fletindo ao lado L_2 , correspondentes, portanto, ao momento fletor sobre esse lado:

$$R_y = \frac{2CS_2}{L_2}$$

EXEMPLO NUMÉRICO 12

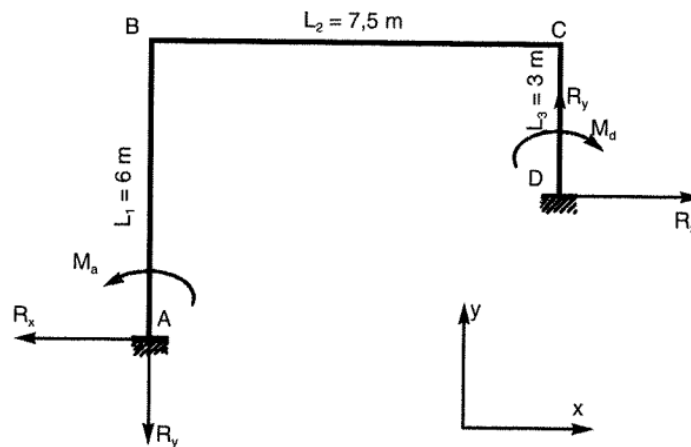
Verificar a flexibilidade e calcular as reações e momentos de reação da configuração indicada na figura abaixo. Os dados são os seguintes:

Tubo: 6" série 40.

Material: aço-carbono ASTM A 53 Gr. A.

Norma: ASME B 31.3.

Temperatura de projeto: 360°C.



Das tabelas apropriadas tiramos:

Dilatação unitária: $e = 4,6$ mm/m.

Diâmetro externo: $D = 168,2$ mm.

Disciplina: CALCULO DE TENSÕES EM SISTEMAS DE TUBULAÇÕES INDUSTRIAIS

Módulo de elasticidade a 360°C: $E_h = 174\,000\text{ MPa}$

Módulo de elasticidade em temperatura ambiente: $E_c = 2 \times 10^5\text{ MPa}$.

Tensão admissível a 360°C: $S_h = 11650\text{ psi}$.

Tensão admissível em temperatura ambiente: $S_c = 16000\text{ psi}$.

Momento de inércia: $J = 1170\text{ cm}^4$.

Solução:

De acordo com a norma, a tensão admissível para os esforços de dilatação será (veja Equação (3-11)):

$$S_a = f(1,25 S_c + 0,25 S_h) = 1,0(1,25 \times 16000 + 0,25 \times 11650) = 22915\text{ psi} = 161\text{ MPa}$$

onde $f = 1,0$ é obtido pela Tabela 3-2.

As constantes para o cálculo das tensões e das reações serão:

$$\lambda = 3E_c D e = 3 \times 200 \times 10^9\text{ N/m}^2 \times 168,2\text{ mm} \times 4,6\text{ mm/m} = 4642,32 \times 10^5\text{ N/m}$$

$$C = \frac{2J E_h}{D E_c} = \frac{2 \times 1170\text{ cm}^4 \times 174000\text{ MPa}}{168,2\text{ mm} \times 200000\text{ MPa}} = 12,1 \times 10^{-5}\text{ m}^3$$

As tensões máximas serão:

$$\text{Lado } L_1: \quad S_1 = \lambda \frac{L_2 L_1}{L_1^3 + L_3^3} = 4642,32 \times 10^5\text{ N/m} \times \frac{7,5\text{ m} \times 6\text{ m}}{(6\text{ m})^3 + (3\text{ m})^3} = 85,9\text{ MPa}$$

$$\text{Lado } L_2: \quad S_2 = \lambda \frac{L_1 - L_3}{L_2^2} = 4642,32 \times 10^5\text{ N/m} \times \frac{6\text{ m} - 3\text{ m}}{(7,5\text{ m})^2} = 24,7\text{ MPa}$$

$$\text{Lado } L_3: \quad S_3 = \lambda \frac{L_2 L_3}{L_1^3 + L_3^3} = 4642,32 \times 10^5\text{ N/m} \times \frac{7,5\text{ m} \times 3\text{ m}}{(7,5\text{ m})^3 + (3\text{ m})^3} = 42,9\text{ MPa}$$

O sistema tem, portanto, flexibilidade suficiente, já que todas as tensões máximas estão inferiores à tensão admissível S_a . Os momentos e forças de reação serão:

$$M_A = C S_1 = 12,1 \times 10^{-5}\text{ m}^3 \times 85,9\text{ MPa} = 10393\text{ Nm}$$

$$M_D = C S_3 = 12,1 \times 10^{-5}\text{ m}^3 \times 42,9\text{ MPa} = 5190\text{ Nm}$$

$$R_{Ax} = \frac{2M_A}{L_1} = \frac{2 \times 10393 Nm}{6m} = 3464 N$$

$$R_y = \frac{2CS_2}{L_2} = \frac{2 \times 12,1 \times 10^{-5} m^3 \times 24,7 MPa}{6m} = 796 N$$

QUESTÕES

14. Repita **EXEMPLO NUMÉRICO 12** com $L_1=9m$ e $L_2=6m$ e mantendo os outros valores.