

➤ CONFIGURAÇÃO SIMPLES EM Z

Para uma configuração em Z (Figura abaixo), podemos obter os resultados de maneira análoga. A dilatação do lado  $L_2$  será distribuída entre os lados  $L_1$  e  $L_3$ , e a flecha neste lado será a soma das dilatações dos lados  $L_1$  e  $L_3$ :  $\delta_2 = \delta_1 + \delta_3$ .

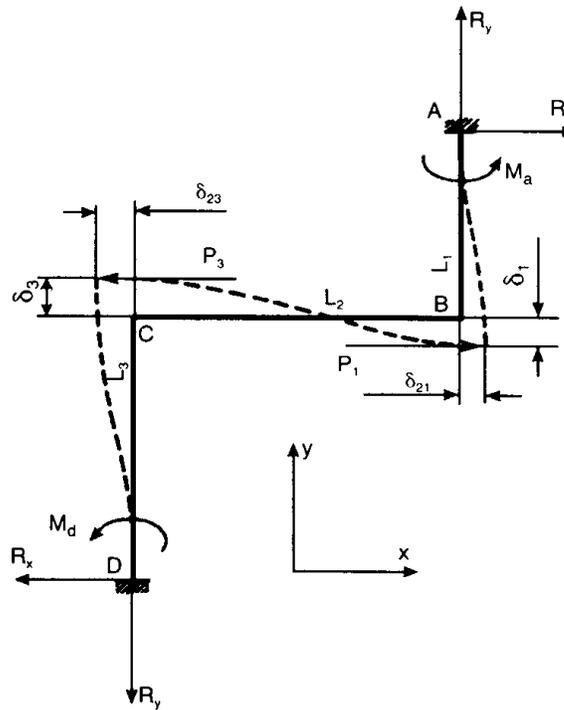


Figura Configuração em Z

As tensões máximas em cada lado serão:

Lado  $L_1$ : 
$$S_1 = \lambda \frac{L_2 L_1}{L_1^3 + L_3^3}$$

Lado  $L_2$ : 
$$S_2 = \lambda \frac{L_1 + L_3}{L_2^2}$$

Lado  $L_3$ : 
$$S_3 = \lambda \frac{L_2 L_3}{L_1^3 + L_3^3}$$

onde

$$\lambda = 3E_c D e$$

Os momentos e reações:

$$M_A = CS_1$$

$$M_D = CS_3$$

$$R_x = \frac{2M_A}{L_1}$$

$$R_y = \frac{2CS_2}{L_2}$$

$$C = \frac{2J}{D} \frac{E_h}{E_c}$$

➤ **CASO GERAL DE QUALQUER CONFIGURAÇÃO**

Uma configuração qualquer, plana ou espacial, será agora analisada. As fórmulas dão diretamente a distribuição da dilatação de cada lado sobre todos os dois, supondo que cada lado esteja submetido simultaneamente a duas flexões cujas flechas são paralelas às duas direções ortogonais perpendiculares à direção do lado considerado.

Para um lado  $L_n$ , paralelo à direção  $x$ , as flechas serão:

$$\delta_{ny} = \frac{L_n^3 \Delta_y}{\sum L_x^3 + \sum L_z^3}$$

$$\delta_{nz} = \frac{L_n^3 \Delta_z}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3}$$

onde:

$\delta_{ny}, \delta_{nz}$  - flechas do lado  $L_n$  (paralelo à direção  $x$ ), nas direções  $y$  e  $z$ , respectivamente;

$\Delta_y$  - valor absoluto da soma algébrica das dilatações lineares dos lados paralelos à direção  $y$ ; idem para  $\Delta_z$  e  $\Delta_x$ ;

$\sum L_x^3, \sum L_y^3, \sum L_z^3$  - valor absoluto dos somatórios dos cubos dos comprimentos de todos os lados paralelos a cada uma das direções  $x, y$ , e  $z$ , respectivamente.

Procedemos da mesma forma para qualquer outro lado, em qualquer uma das três direções ortogonais  $x, y, z$ .

**As tensões máximas** são expressas a seguir:

- Para um lado  $L_n$  paralelo à direção x:

$$S_{ny} = \frac{3 E_c D \delta_{ny}}{L_n^2} = \frac{3 E_c D \Delta_y L_n}{\sum L_x^3 + \sum L_z^3} = K_y L_n \quad (13.26)$$

$$S_{nz} = \frac{3 E_c D \delta_{nz}}{L_n^2} = \frac{3 E_c D \Delta_z L_n}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3} = K_z L_n$$

- Para um lado  $L_p$  paralelo à direção y:

$$S_{px} = \frac{3 E_c D \delta_{px}}{L_p^2} = \frac{3 E_c D \Delta_x L_p}{\sum L_y^3 + \sum L_z^3} = K_x L_p \quad (13.27)$$

$$S_{pz} = \frac{3 E_c D \delta_{pz}}{L_p^2} = \frac{3 E_c D \Delta_z L_p}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3} = K_z L_p$$

- Para um lado  $L_m$  paralelo à direção z:

$$S_{my} = \frac{3 E_c D \delta_{my}}{L_m^2} = \frac{3 E_c D \Delta_y L_m}{\sum L_x^3 + \sum L_z^3} = K_y L_m \quad (13.28)$$

$$S_{mx} = \frac{3 E_c D \delta_{mx}}{L_m^2} = \frac{3 E_c D \Delta_x L_m}{\sum L_y^3 + \sum L_z^3} = K_x L_m$$

As constantes  $K_x$ ,  $K_y$  e  $K_z$  são:

$K_x = \frac{3 E_c D \Delta_x}{\sum L_y^3 + \sum L_z^3}$	para	$\begin{cases} E_c \text{ em MPa} \\ L \text{ em m} \\ D \text{ e } \Delta_x \text{ em m} \\ K_x \text{ em MPa/m} \end{cases}$
--	------	--

$$K_y = \frac{3 E_c D \Delta_y}{\sum L_x^3 + \sum L_z^3}$$

$$K_z = \frac{3 E_c D \Delta_z}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3}$$

$K_z = \frac{1}{48} \frac{E_c D \Delta_z}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3}$	para	$\left\{ \begin{array}{l} E_c \text{ em psi} \\ L \text{ em pés} \\ D \text{ e } \Delta \text{ em pol} \\ K_x \text{ em psi/pé.} \end{array} \right.$
---	------	---

O sistema será considerado suficientemente flexível quando as tensões máximas (relativas a todos os lados e a todas as direções) forem inferiores à tensão admissível.

Pode-se observar que as tensões máximas das configurações L, U e Z são casos particulares das expressões gerais apresentadas neste item. O emprego de formulários padronizados em que as etapas de cálculo estão sistematizadas, conforme comentado anteriormente, pode facilitar a solução do problema.

**O cálculo dos momentos de reação** são feitos da mesma maneira já descrita anteriormente, em função das tensões máximas desenvolvidas no primeiro e último lado. Conforme visto, um lado  $L_1$  suposto paralelo à direção x (e ligado a um dos pontos fixos do sistema), apresenta duas tensões máximas:  $S_{1y}$  (provocado pela flecha na direção y) e  $S_{1z}$  (provocado pela flecha na direção z). O momento fletor correspondente à tensão  $S_{1y}$  será  $M_{1z}$  (atuando no eixo z, no plano xy), e o momento fletor correspondente à tensão  $S_{1z}$  será  $M_{1y}$  (atuando no eixo y, no plano xz). Os valores são:

$$M_{1y} = \frac{2 J S_{1z}}{D} \frac{E_h}{E_c} = C S_{1z} \tag{13.29}$$

$$M_{1z} = \frac{2 J S_{1y}}{D} \frac{E_h}{E_c} = C S_{1y}$$

onde

$$C = \frac{2J E_h}{D E_c}$$

Aqui se  $S$  em MPa,  $J$  em  $m^4$  e  $D$  em m, então  $C$  terá unidade  $[C]=m^3$  e o momento  $M$  terá unidade MN.m.

As reações que atuam segundo os eixos  $y$  e  $z$ , são:

$$R_{ay} = \frac{2 M_{1z}}{L_1} \quad (13.30)$$

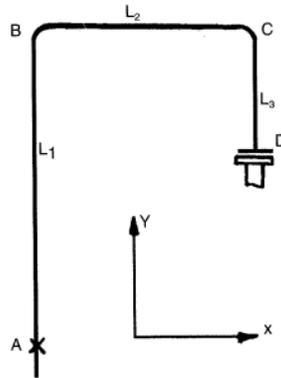
$$R_{az} = \frac{2 M_{1y}}{L_1}$$

A reação  $R_{ax}$ , na direção do próprio  $L_1$ , poderá ser calculada pelas fórmulas anteriores, tomando o momento do lado adjacente ao lado em questão.

### ➤ CASO DE MOVIMENTOS DE PONTOS EXTREMOS DE UMA TUBULAÇÃO

Em muitas tubulações, um ou mais de seus pontos extremos estão sujeitos a movimentos, devido a dilatação própria de equipamentos aos quais a tubulação esteja ligada, à dilatação de outras tubulações ou ainda a outras causas. Esses movimentos têm um efeito semelhante à dilatação da própria tubulação, porque causam também deformações por flexão e torção nos diversos trechos da tubulação. Em alguns casos os movimentos de pontos extremos tendem a agravar o efeito da dilatação, e por isso os dois efeitos devem ser somados; em outros casos, tendem a atenuar o efeito da dilatação e podem ser subtraídos um do outro. Quando, por exemplo, o movimento de um ponto extremo se dá no sentido que teria o movimento desse ponto devido a dilatação da tubulação, caso esse extremo estivesse livre, os dois efeitos estão se compensando e se atenuando mutuamente. Se, entretanto, o movimento do ponto extremo for no sentido contrário, estará agravando o efeito da dilatação.

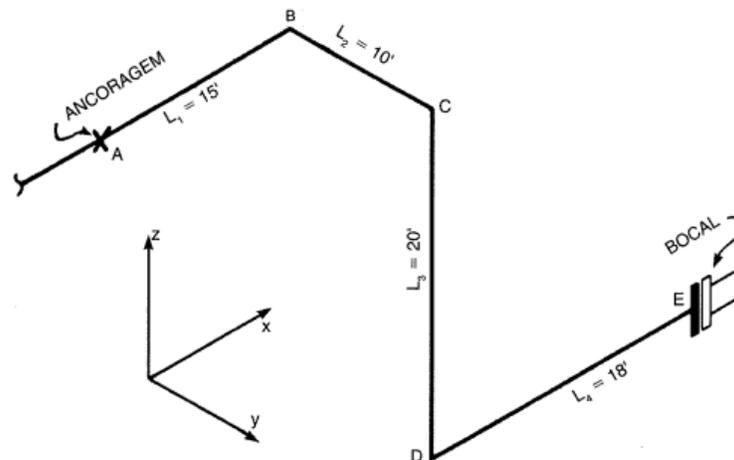
Para a figura abaixo, o movimento de dilatação do ponto D, supondo esse ponto um bocal, seria para cima, porque  $L_1 > L_3$ . Nesse caso, se tivermos nesse ponto um movimento para cima, esse movimento deveria ser subtraído da dilatação total na direção  $y$  porque estaria atenuando o efeito da dilatação. Se, pelo contrário, o movimento do ponto D for para baixo, o valor desse movimento deveria ser somado à dilatação na direção  $y$ , porque estaria agravando o efeito da dilatação.



É importante Observar que a compensação entre o efeito da dilatação e do movimento de pontos extremos só pode ser considerada quando ambos esses efeitos forem obrigatoriamente simultâneos.

### EXEMPLO NUMÉRICO 13

Verificar a flexibilidade e calcular as reações e momentos de reação da configuração indicada na figura abaixo. Os dados são os seguintes:



- Tubo: 10" série 40.
- Material: aço-carbono ASTM A 106 Gr. A.
- Norma: ASME B 31.3.
- Temperatura de projeto: 700°F.

**Solução:**

## Disciplina: CALCULO DE TENSÕES EM SISTEMAS DE TUBULAÇÕES INDUSTRIAIS

Das tabelas tiramos:

- Dilatação unitária:  $e = 0,056$  pol/pé.
- Diâmetro externo:  $D = 10,75''$ .
- Módulo de elasticidade em temperatura ambiente:  $E_c = 29 \times 10^6$  psi.
- Tensão admissível a 700°F:  $S_a = 22\,915$  psi.

Podemos fazer o seguinte quadro:

<i>Lado</i>	<i>Direção</i>	<i>Sentido</i>	<i>Comprimento L</i>	$L^3$	<i>Dilatação <math>\delta = eL</math></i>
$L_1$	$x$	+	15	3 375	0,84
$L_2$	$y$	+	10	1 000	0,56
$L_3$	$z$	-	20	8 000	1,12
$L_4$	$x$	+	18	5 832	1,008

Para determinar os sinais correspondentes ao sentido das dilatações dos diversos lados, convencionou-se um sentido para cada uma das direções ortogonais  $x$ ,  $y$  e  $z$  (dados pelas setas na figura).

Calculemos em seguida:

$$\begin{cases} \Sigma L_x^3 = L_1^3 + L_4^3 = 3\,375 + 5\,832 = 9\,207 \\ \Sigma L_y^3 = L_2^3 = 1\,000 \\ \Sigma L_z^3 = L_3^3 = 8\,000 \end{cases}$$

Resultará:

$$\begin{cases} \Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3 = 9\,207 + 1\,000 = 10\,207 \\ \Sigma L_x^3 + \Sigma L_z^3 = 9\,207 + 8\,000 = 17\,207 \\ \Sigma L_y^3 + \Sigma L_z^3 = 1\,000 + 8\,000 = 9\,000 \end{cases}$$

Teremos para as dilatações totais:

$$\begin{cases} \Delta_x = 0,84 + 1,008 = 1,848'' \\ \Delta_y = 0,56'' \\ \Delta_z = 1,12'' \end{cases}$$

Calculemos agora as constantes  $K_x$ ,  $K_y$  e  $K_z$ :

$$K_x = \frac{E_c D \Delta_x}{48 (\Sigma L_y^3 + \Sigma L_z^3)} = \frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 1,85}{48 \times 9\,000} = 1\,333$$

$$K_y = \frac{E_c D \Delta_y}{48 (\Sigma L_x^3 + \Sigma L_z^3)} = \frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 0,56}{48 \times 17\,207} = 211$$

$$K_z = \frac{E_c D \Delta_z}{48 (\Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3)} = \frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 1,12}{48 \times 10\,207} = 712$$

onde  $K$  já tem a unidade:  $[K] = \text{psi/pé}$

As tensões máximas serão então:

$$\begin{aligned} \text{Lado } L_1: S_{1y} &= K_y L_1 = 211 \times 15 = 3\,165 \text{ psi} \\ S_{1z} &= K_z L_1 = 712 \times 15 = 10\,680 \text{ psi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lado } L_2: S_{2x} &= K_x L_2 = 1\,333 \times 10 = 13\,330 \text{ psi} \\ S_{2z} &= K_z L_2 = 712 \times 10 = 7\,210 \text{ psi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lado } L_3: S_{3x} &= K_x L_3 = 1\,333 \times 20 = \underline{26\,660 \text{ psi}} \text{ (maior tensão)} \\ S_{3y} &= K_y L_3 = 211 \times 20 = 4\,220 \text{ psi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lado } L_4: S_{4y} &= K_y L_4 = 211 \times 18 = 3\,798 \text{ psi} \\ S_{4z} &= K_z L_4 = 712 \times 18 = 12\,816 \text{ psi} \end{aligned}$$

Comparando os resultados acima com o valor da tensão admissível  $S_a$ , vemos que a tensão  $S_{3x}$  está superior a  $S_a$ . Isto significa que o lado  $L_3$  está sendo submetido a um esforço acima do admissível, e que portanto a configuração não tem flexibilidade suficiente. Na prática, não há necessidade de se calcular todas as tensões máximas; bastará calcular, para cada lado, a maior tensão, que será a correspondente ao maior dos dois valores de  $K$  relativos ao lado em questão. Por exemplo, para o lado  $L_1$  bastaria calcular  $S_{1z}$ , porque sabe-se antecipadamente que  $K_z > K_y$ .

#### EXEMPLO NUMÉRICO 14

Modifiquemos agora a configuração como mostrado na Fig. 6.9(b). O comprimento total da configuração inicial [da Fig. 6.8(a)] valia 63'; com a modificação feita o comprimento total passou para 73', com um acréscimo de 16%.

Note-se que, quando se modifica uma configuração para melhorar a flexibilidade, deve-se evitar, tanto quanto possível, a necessidade de novos suportes e fundações.

Repetindo os mesmos cálculos feitos acima, teremos:

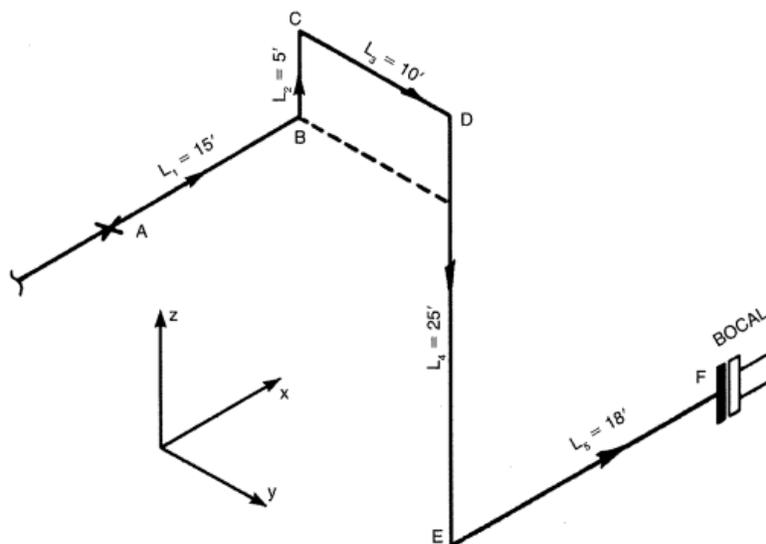


Fig. 6.9(b)

Lado	Direção	Sentido	Comprimento $L$	$L^3$	Dilatação $\delta = eL$
$L_1$	$x$	+	15	3 375	0,84
$L_2$	$z$	+	5	125	0,28
$L_3$	$y$	+	10	1 000	0,56
$L_4$	$z$	-	25	15 625	1,40
$L_5$	$x$	+	18	5 832	1,008

$$\Sigma L_x^3 = 9\ 207; \Sigma L_y^3 = 1\ 000; \Sigma L_z^3 = 125 + 15\ 625 = 15\ 750$$

$$\Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3 = 10\ 207; \Sigma L_x^3 + \Sigma L_z^3 = 9\ 207 + 15\ 750 = 24\ 957$$

$$\Sigma L_y^3 + \Sigma L_z^3 = 1\ 000 + 15\ 750 = 16\ 750$$

$$\Delta_x = 1,848"; \Delta_y = 0,56"; \Delta_z = 1,40 - 0,28 = 1,12".$$

Observe-se que, apesar de termos modificado a configuração, as dilatações totais permaneceram as mesmas. É fácil de se comprovar que os valores das dilatações totais permanecem sempre os mesmos desde que não sejam alterados os pontos extremos de ancoragem, porque as dilatações dos diversos lados se compensam.

Teremos agora:

$$K_x = \frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 1,85}{48 \times 10\ 750} = 716$$

$$K_y = \frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 0,56}{48 \times 24\ 967} = 145$$

$K_z$ : Mesmo valor anterior: 712

Calculando apenas a maior tensão para cada lado:

$$S_{1z} = K_z L_1 = 712 \times 15 = 10\ 680 \text{ psi}$$

$$S_{2x} = K_x L_2 = 716 \times 5 = 3\ 580 \text{ psi}$$

$$S_{3x} = K_x L_3 = 716 \times 10 = 7\ 160 \text{ psi}$$

$$S_{4x} = K_x L_4 = 716 \times 25 = 17\ 900 \text{ psi (tensão máxima)}$$

$$S_{5z} = K_z L_5 = 712 \times 18 = 12\ 816 \text{ psi}$$

Temos agora todas as tensões máximas inferiores ao valor da tensão admissível, donde se conclui que a configuração tem flexibilidade suficiente. Convém observar que quando se tem em um sistema lados com tensões muito baixas (como é o caso dos lados  $L_2$  e  $L_3$  acima), é sinal de que o sistema está mal aproveitado, provavelmente devido à pouca simetria ou a desproporções entre os lados.

- Momento de inércia:  $J = 161 \text{ pol}^4$ .
- Módulo de elasticidade a  $700^\circ\text{F}$ :  $E_h = 21,5 \times 10^6 \text{ psi}$ .

Ficará então: 
$$C = \frac{J}{6D} \frac{E_h}{E_c} = \frac{161}{6 \times 10,75} \frac{21,5 \times 10^6}{29 \times 10^6} = 1,85$$

Aqui  $J$  em  $\text{pol}^4$  e  $D$  em  $\text{pol}$ , então  $C$  tem unidade  $[C] = \text{pol}^2 \cdot \text{pés}$ . Quando  $C$  multiplicado por tensão  $S$  em  $\text{psi}$ , aí o momento  $M$  terá unidade  $\text{pés} \cdot \text{lb}$  como exemplo abaixo.

Os momentos no lado  $L_1$  serão:

$$M_{1y} = CS_{1z} = 1,85 \times 10\,680 = 19\,758 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

$$M_{1z} = CS_{1y} = 1,85 \times 2\,175 = 4\,023 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

As reações correspondentes serão:

$$R_{ay} = \frac{2M_{1z}}{L_1} = \frac{2 \times 4\,023}{15} = 536 \text{ lb}$$

$$R_{az} = \frac{2M_{1y}}{L_1} = \frac{2 \times 19\,758}{15} = 2\,634 \text{ lb}$$

A reação  $R_{ax}$ , na direção do próprio lado  $L_1$ , será calculada pela tensão máxima  $S_{2x}$ , do lado adjacente  $L_2$ ; essa tensão corresponde ao momento  $M_{2y}$ , no plano  $zx$ . Teremos então:

$$M_{2y} = CS_{2x} = 1,85 \times 3\,580 = 6\,623 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

$$R_{ax} = \frac{2M_{2y}}{L_2} = \frac{2 \times 6\,623}{5} = 2\,649 \text{ lb}$$

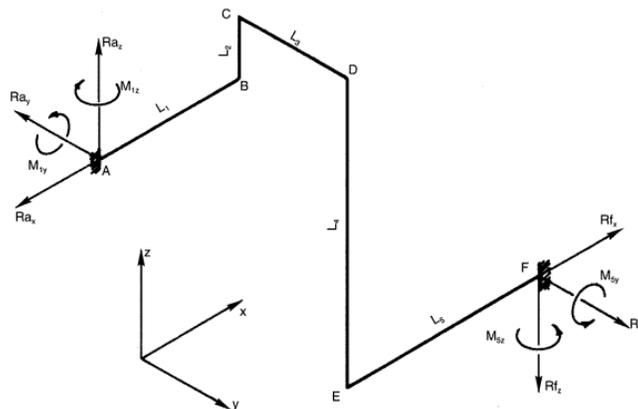


Fig. 6.11

Para os momentos e forças de reação no ponto  $F$ , teremos, analogamente:

$$M_{5y} = C S_{5z} = 1,85 \times 12\,816 = 23\,709 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

$$M_{5z} = C S_{5y} = 1,85 \times 2\,610 = 4\,828 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

$$R_{fy} = \frac{2 M_{5z}}{L_5} = \frac{2 \times 4\,828}{18} = 536 \text{ lb}$$

$$R_{fz} = \frac{2 M_{5y}}{L_5} = \frac{2 \times 23\,709}{18} = 2\,634 \text{ lb}$$

De maneira análoga à vista acima, a reação  $R_{fx}$ , na direção de  $L_5$ , será calculada em função da tensão máxima  $S_{4z}$ , do lado  $L_4$ . Teremos, pois:

$$M_{4y} = C S_{4z} = 1,85 \times 17\,900 = 33\,115 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

$$R_{fx} = \frac{2 M_{4y}}{L_4} = \frac{2 \times 33\,115}{25} = 2\,649 \text{ lb} \quad (15)$$

Observe-se que chegamos a  $R_{ax} = R_{fx}$ ,  $R_{ay} = R_{fy}$ , e  $R_{az} = R_{fz}$ , igualdades que devem acontecer sempre, porque o sistema está em equilíbrio.

Note-se também que o cálculo das reações e dos momentos de reação nos extremos também pode obrigar a que se modifique a configuração, tendendo a dar maior flexibilidade, diminuindo assim os valores dessas reações e momentos.

## QUESTÕES

15. Repita **EXEMPLO NUMÉRICO 13** com  $L_1=12'$ ,  $L_2=14'$ ,  $L_3=22'$ ,  $L_4=18'$  e o bocal E tem um deslocamento 0,5" na direção +x.