

# Fundamentos de Dinâmica Veicular

## Capítulo 7

### Estabilidade Direcional

# Nesta aula

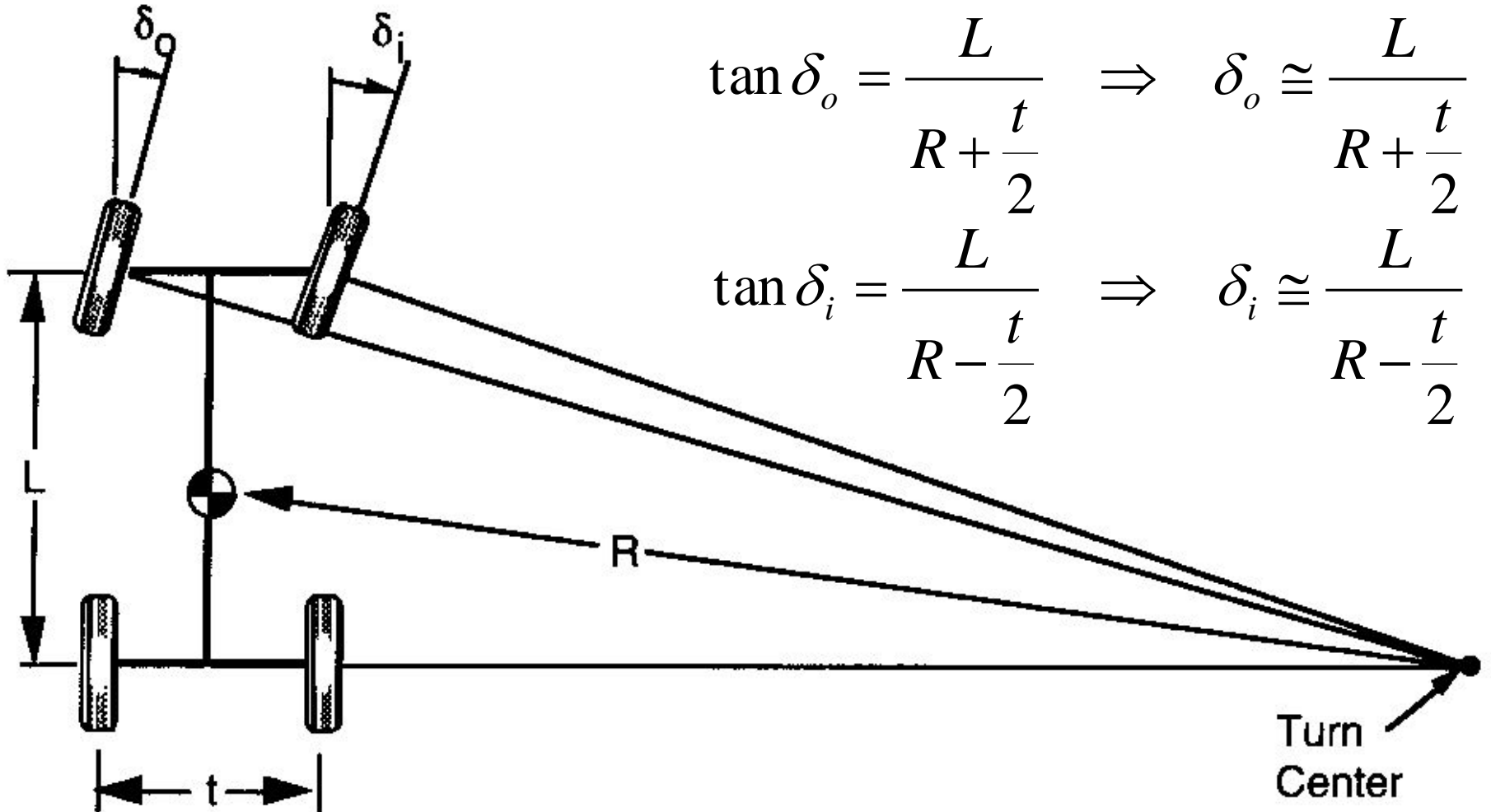
- Comportamento em resposta direcional
  - **Curvas em baixa velocidade**
  - Curvas em alta velocidade
  - Efeitos da suspensão

# Curvas em baixa velocidade

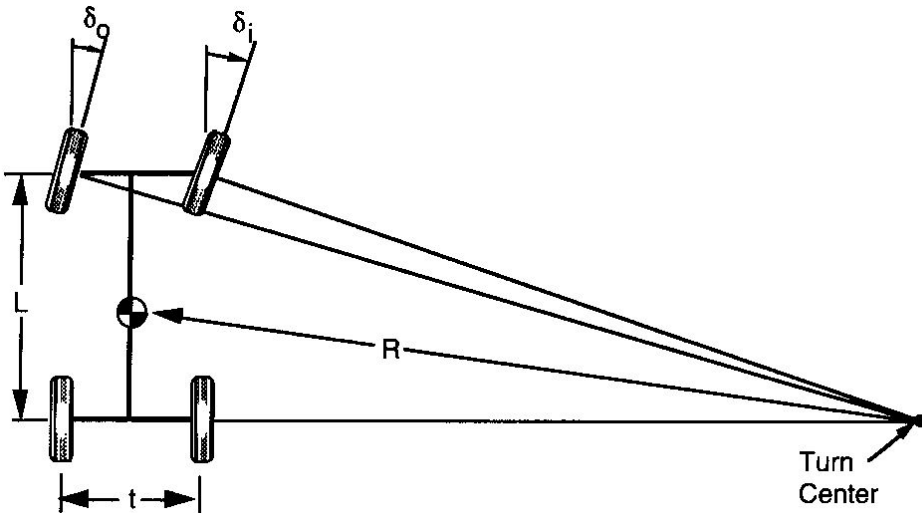
Ângulos de Ackerman

$$\tan \delta_o = \frac{L}{R + \frac{t}{2}} \Rightarrow \delta_o \cong \frac{L}{R + \frac{t}{2}}$$

$$\tan \delta_i = \frac{L}{R - \frac{t}{2}} \Rightarrow \delta_i \cong \frac{L}{R - \frac{t}{2}}$$



# Curvas em baixa velocidade



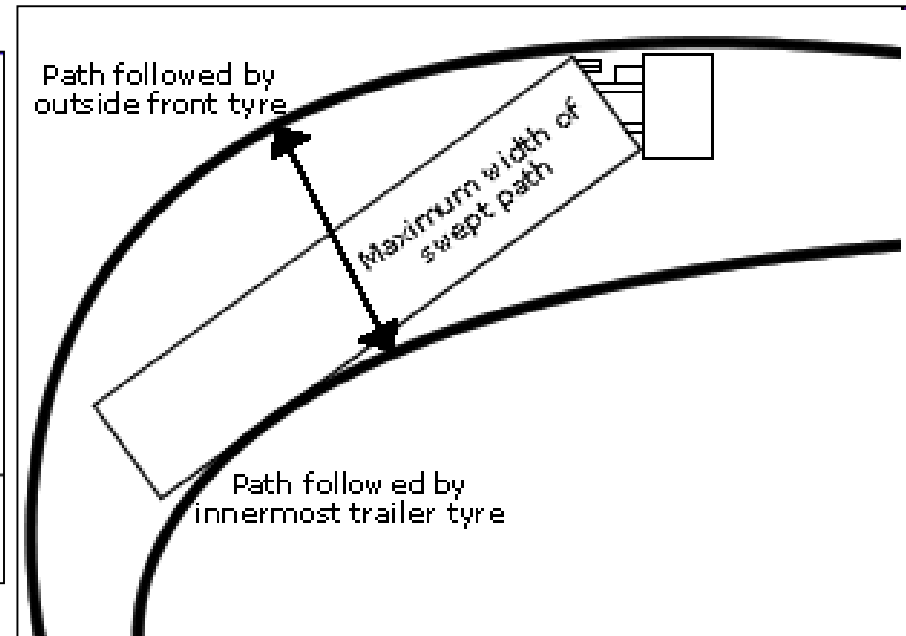
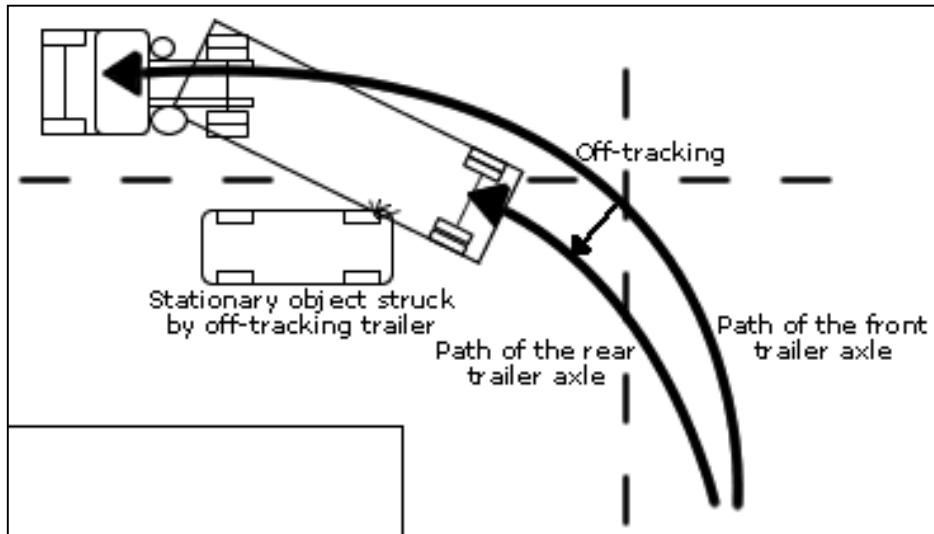
Ângulos de Ackerman

$$\tan \delta_o = \frac{L}{R + \frac{t}{2}} \Rightarrow \delta_o \cong \frac{L}{R + \frac{t}{2}}$$

$$\tan \delta_i = \frac{L}{R - \frac{t}{2}} \Rightarrow \delta_i \cong \frac{L}{R - \frac{t}{2}}$$

- Geometria de Ackerman: torques de esterçamento aumentam com o ângulo → **Reação natural**
- Geometria paralela: torques crescem inicialmente mas decrescem a partir de um certo ponto → **Indesejável**

# Curvas em baixa velocidade

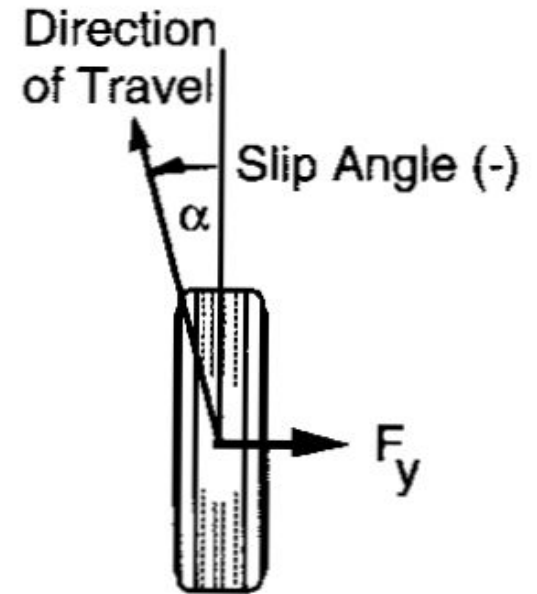
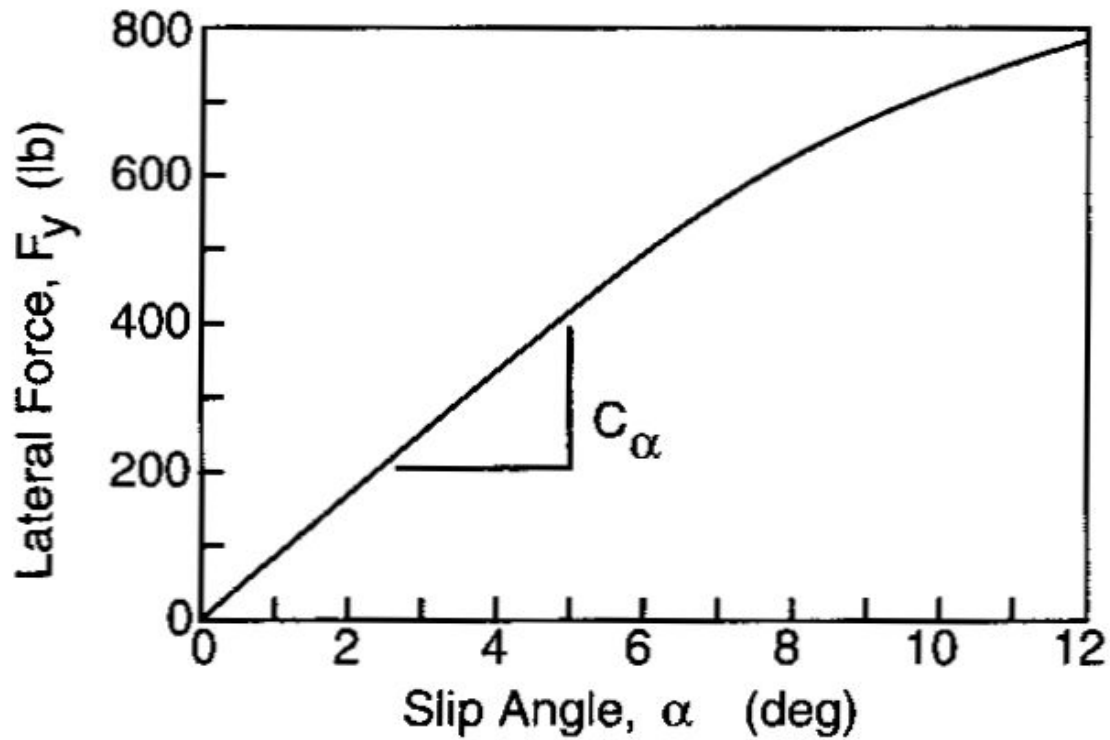


# Nesta aula

- Comportamento em resposta direcional
  - Curvas em baixa velocidade
  - **Curvas em alta velocidade**
  - Efeitos da suspensão
- Atividade prática

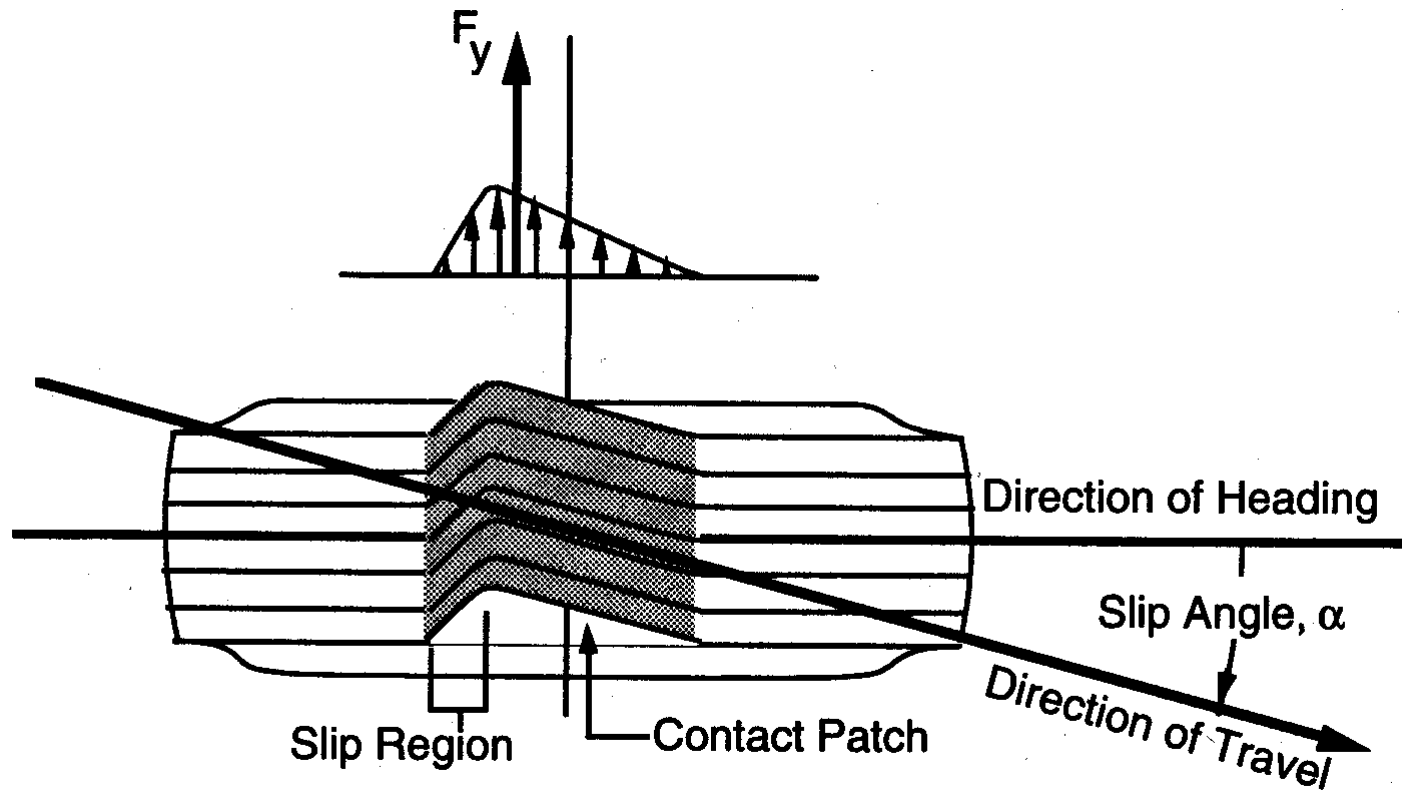
# Deriva

Deriva (*slip angle*) -  $\alpha$



# Deriva

- Diferença entre a direção do movimento do veículo e a direção da roda
- Mola torcional

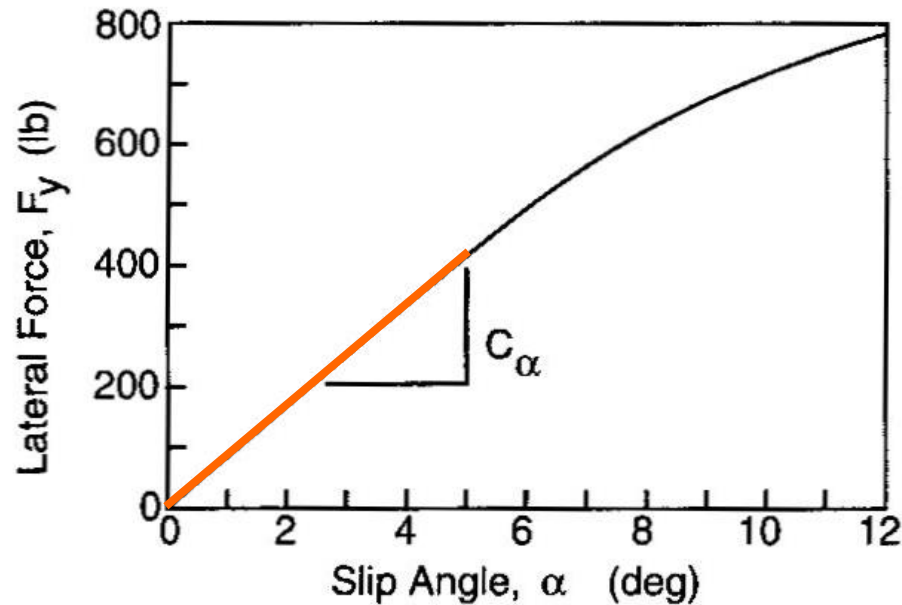




# Deriva (*sleep angle*)



# Força lateral (*cornering force*)

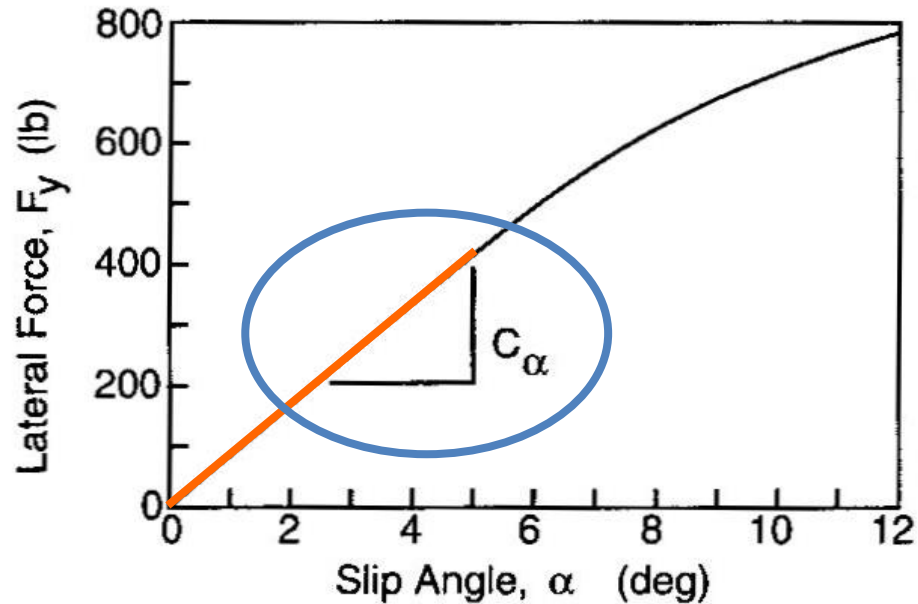


$$F_y = C_\alpha \cdot \alpha$$

para  $\alpha < 5^\circ \Rightarrow$  comportamento aproximadamente linear

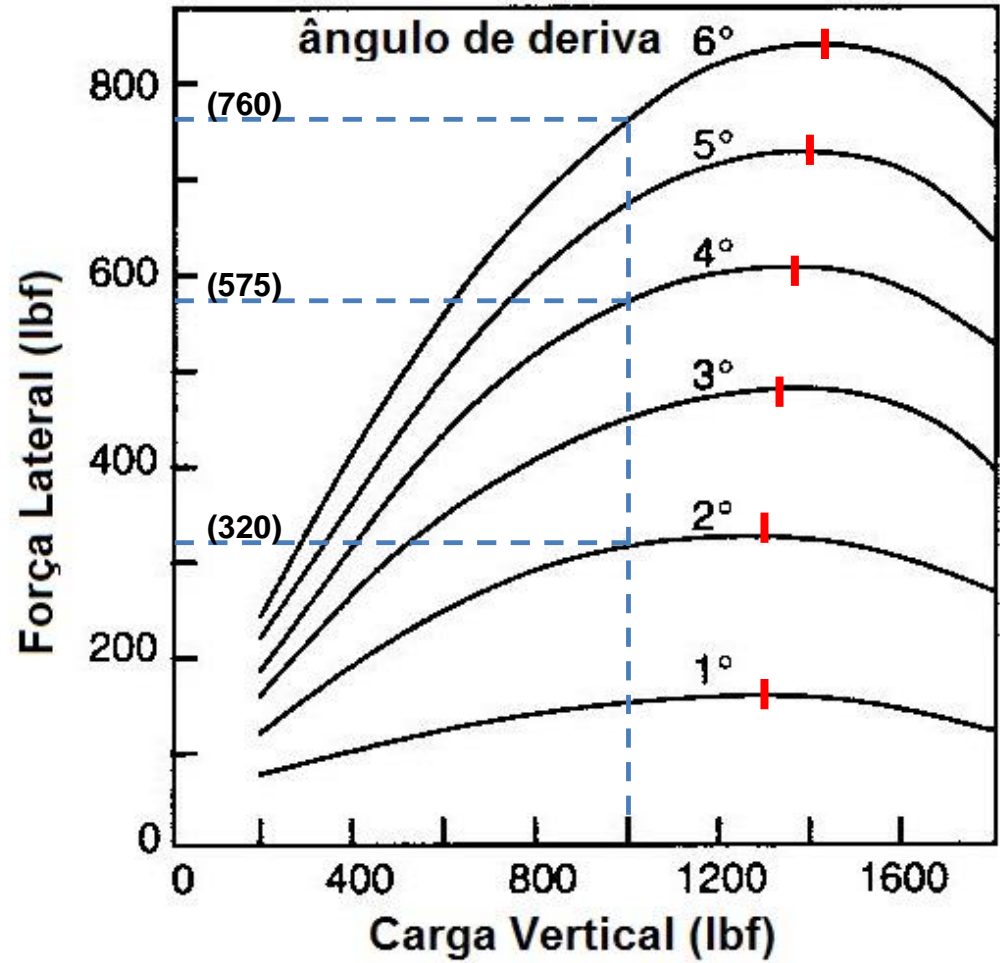
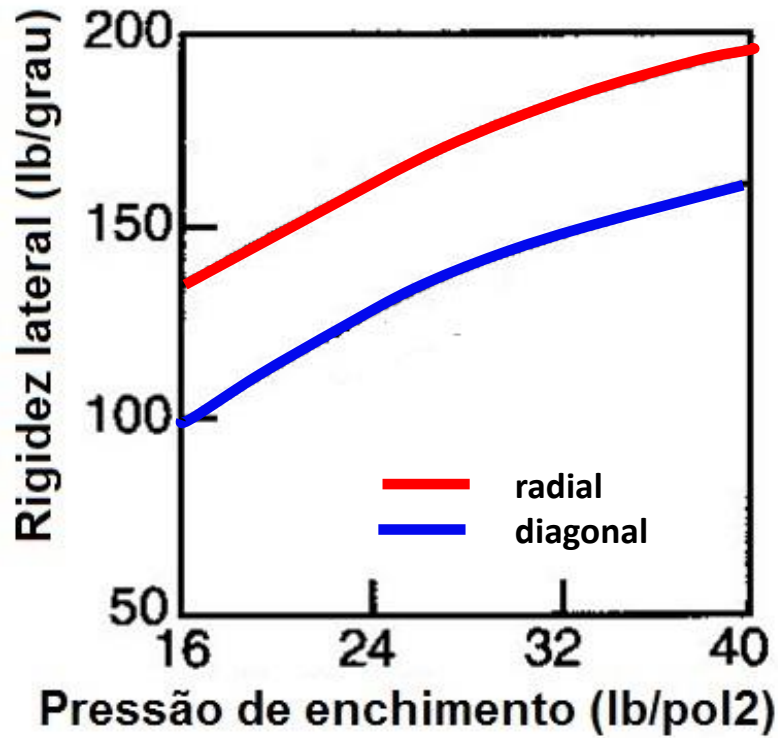
$C_\alpha \Rightarrow$  rigidez lateral  $\left[ \frac{\text{N}}{\text{grau}} \right]$  (cornering stiffness)

# Rigidez lateral - $C_{\alpha}$ (*cornering stiffness*)

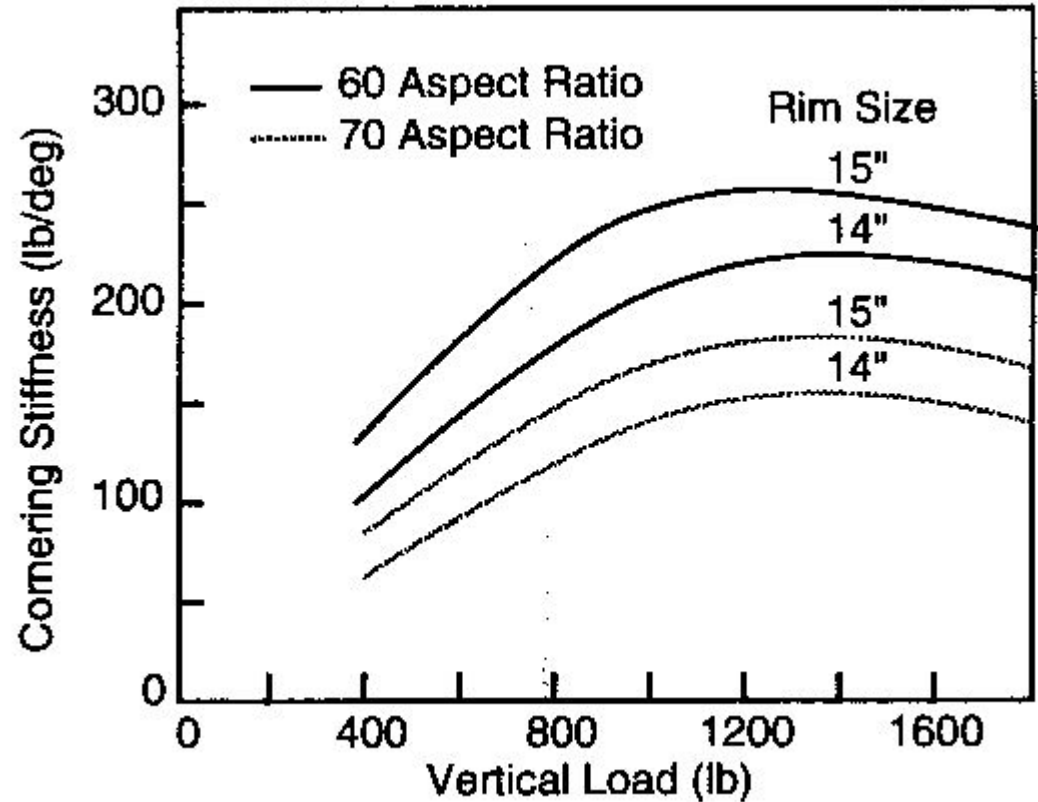
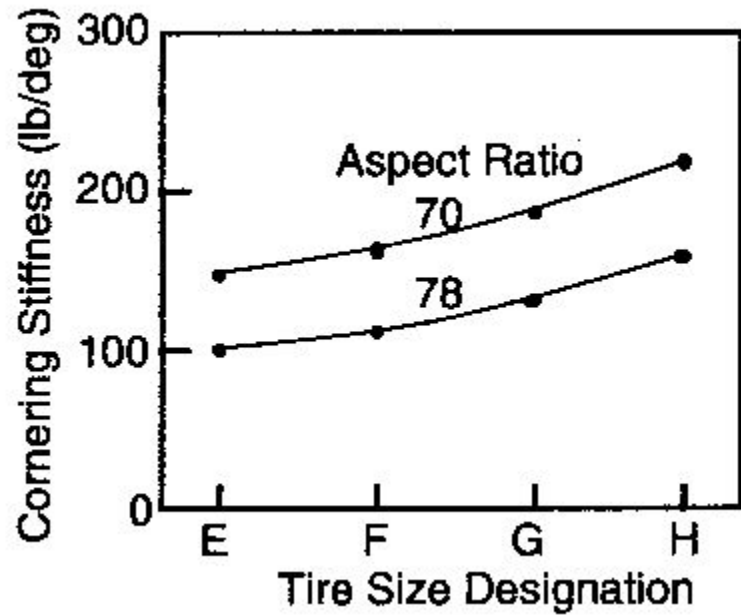


- Depende de:
  - tamanho e tipo do pneu
  - número de lonas
  - ângulo das lonas
  - largura da roda
  - desenho dos canais

# Rigidez lateral - $C_{\alpha}$



# Rigidez lateral - $C_{\alpha}$

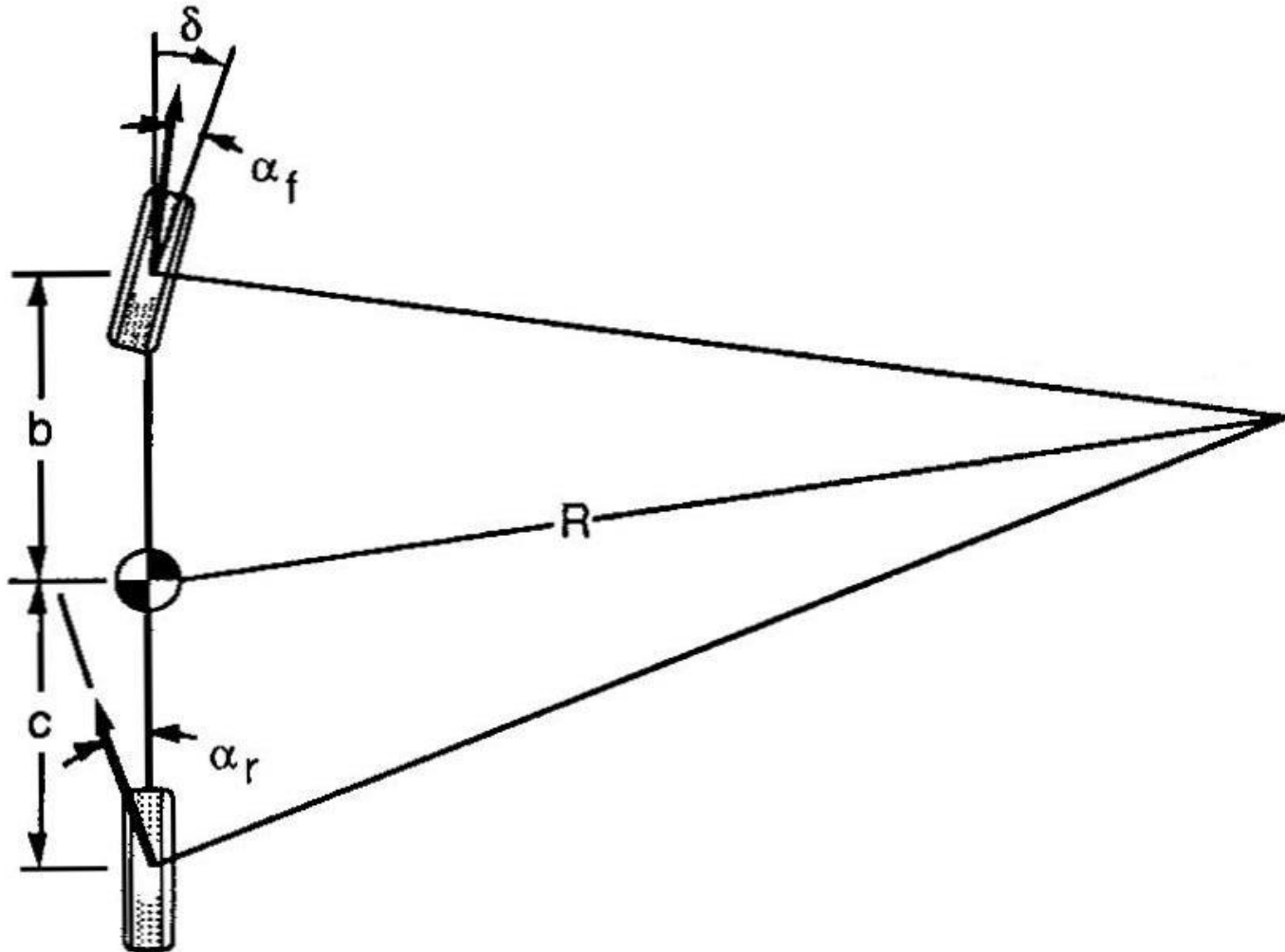


# Coeficiente lateral - $CC_\alpha$

$$CC_\alpha = \frac{C_\alpha}{F_z} = \frac{F_y}{F_z \cdot \alpha}$$

$CC_\alpha \Rightarrow$  coeficiente lateral  $\left[ \frac{\text{N}}{\text{N} \cdot \text{grau}} \right]$

# Modelo de bicicleta



# Modelo de bicicleta

$$\sum F_y = F_{yf} + F_{yr} = M \cdot \frac{V^2}{R}$$

$$\sum M_{CG} = F_{yf} \cdot b - F_{yr} \cdot c = 0$$

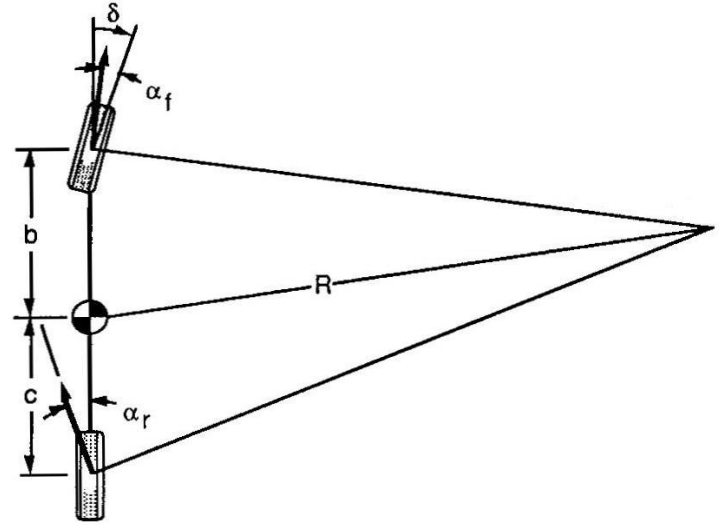
$$F_{yf} = F_{yr} \cdot \frac{c}{b}$$

$$M \cdot \frac{V^2}{R} = F_{yr} \cdot \left( \frac{c}{b} + 1 \right) = F_{yr} \cdot \left( \frac{b+c}{b} \right) = F_{yr} \cdot \left( \frac{L}{b} \right)$$

$$F_{yr} = M \cdot \frac{b}{L} \cdot \frac{V^2}{R} = \frac{W_r}{g} \cdot \frac{V^2}{R}$$

...

$$F_{yf} = M \cdot \frac{c}{L} \cdot \frac{V^2}{R} = \frac{W_f}{g} \cdot \frac{V^2}{R}$$





# Modelo de bicicleta

$$C_{ar} \cdot \alpha_r = \frac{W_r}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \Rightarrow \alpha_r = \frac{W_r \cdot V^2}{C_{ar} \cdot g \cdot R}$$

$$C_{af} \cdot \alpha_f = \frac{W_f}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \Rightarrow \alpha_f = \frac{W_f \cdot V^2}{C_{af} \cdot g \cdot R}$$

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r$$

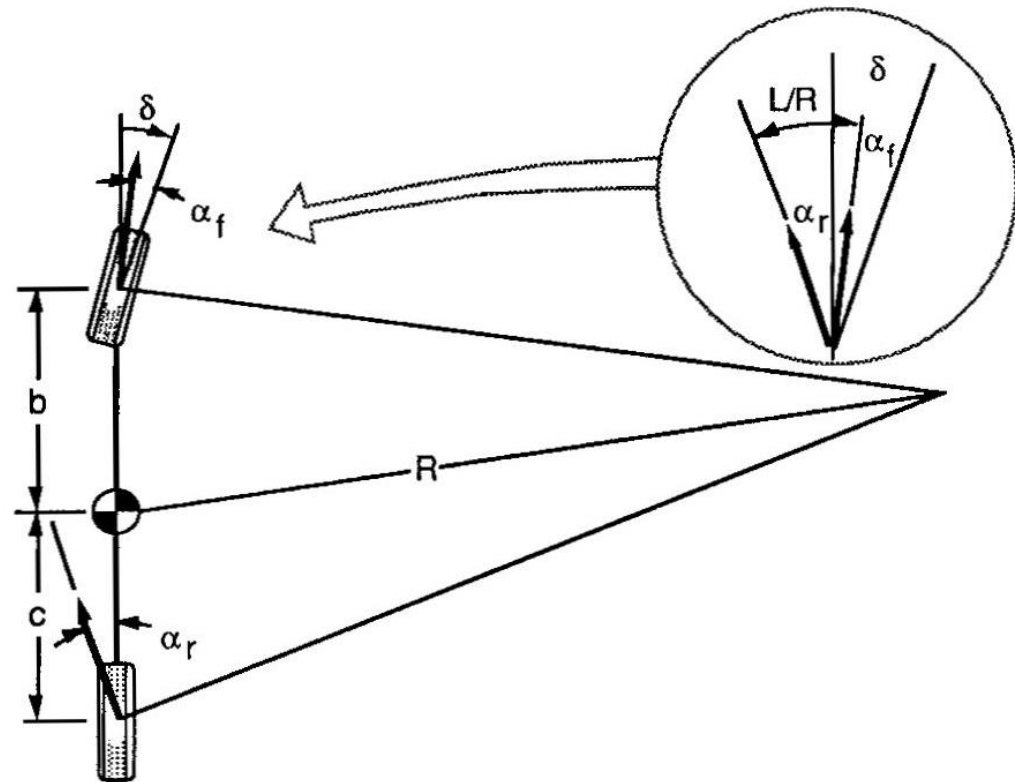
$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + \frac{W_f \cdot V^2}{C_{af} \cdot g \cdot R} - \frac{W_r \cdot V^2}{C_{ar} \cdot g \cdot R}$$

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + \left( \frac{W_f}{C_{af}} - \frac{W_r}{C_{ar}} \right) \cdot \frac{V^2}{g \cdot R}$$

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y$$

$K \rightarrow$  gradiente de sub-esterçamento (understeer gradient) (grau/g)

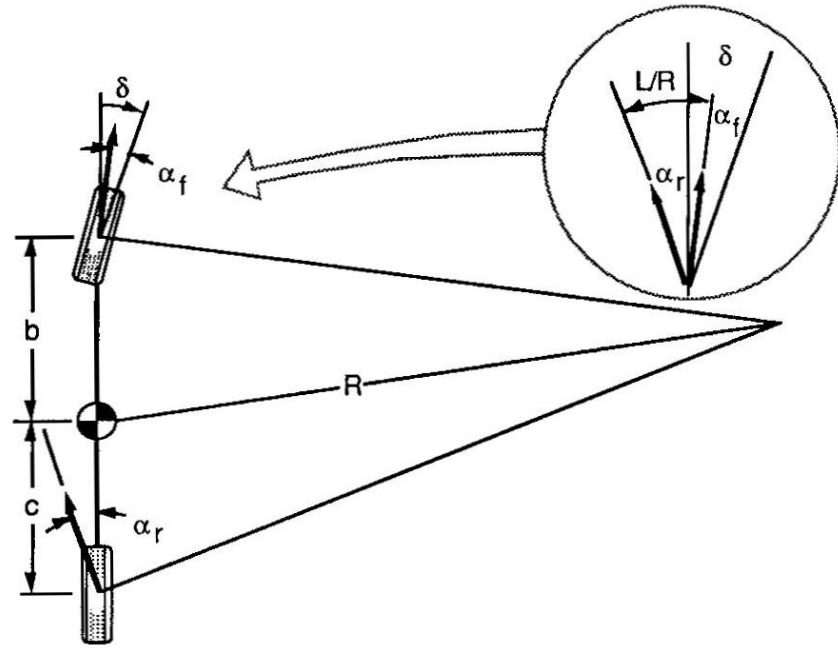
$a_y \rightarrow$  aceleração lateral (g)



# Comportamento neutro

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y$$

$$K = \left( \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right)$$



## 1- Neutro

$$\frac{W_f}{C_{\alpha f}} = \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \Rightarrow K = 0 \Rightarrow \alpha_f = \alpha_r$$

- Nenhuma mudança no volante é necessária
- O ângulo da curva é o ângulo de Ackerman
- A força lateral no CG produz derivas idênticas na dianteira e na traseira

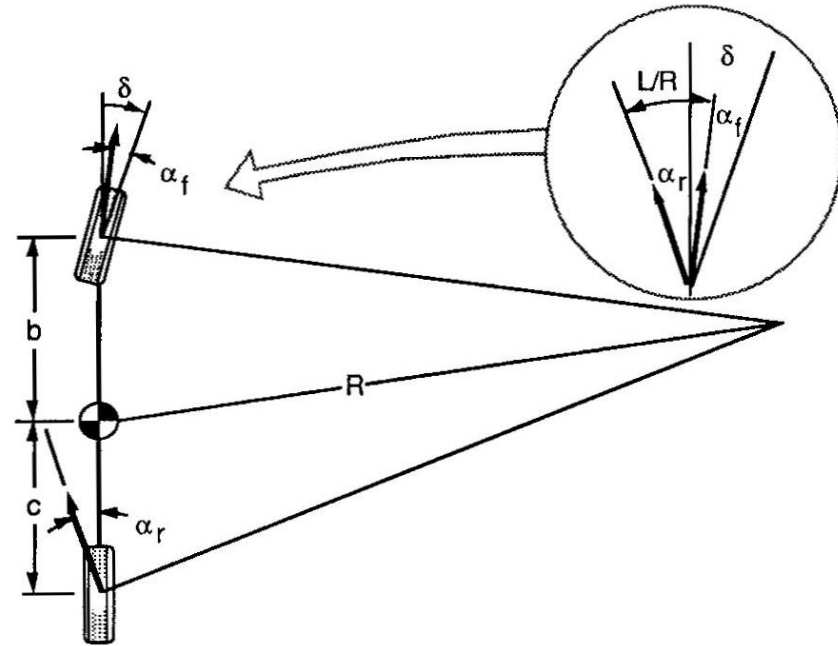
# Comportamento sub-esterçante

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y$$

$$K = \left( \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right)$$

2 - Sub - esterçante

$$\frac{W_f}{C_{\alpha f}} > \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \Rightarrow K > 0 \Rightarrow \alpha_f > \alpha_r$$



- O ângulo do volante aumenta com a velocidade com o valor de  $K \cdot a_y$ .
- O ângulo do volante deve ser maior que o de Ackerman.
- A força lateral no CG produz deriva maior na dianteira do que na traseira.
- A dianteira escorrega mais do que a traseira.

# Comportamento sub-esterçante



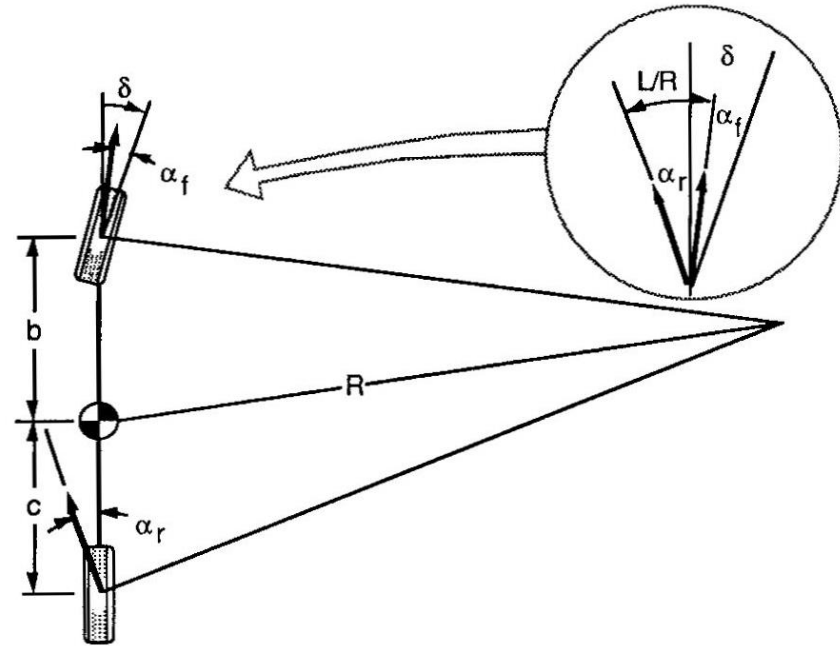
# Comportamento sobre-esterçante

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y$$

$$K = \left( \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right)$$

## 3 - Sobre - esterçante

$$\frac{W_f}{C_{\alpha f}} < \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \Rightarrow K < 0 \Rightarrow \alpha_f < \alpha_r$$



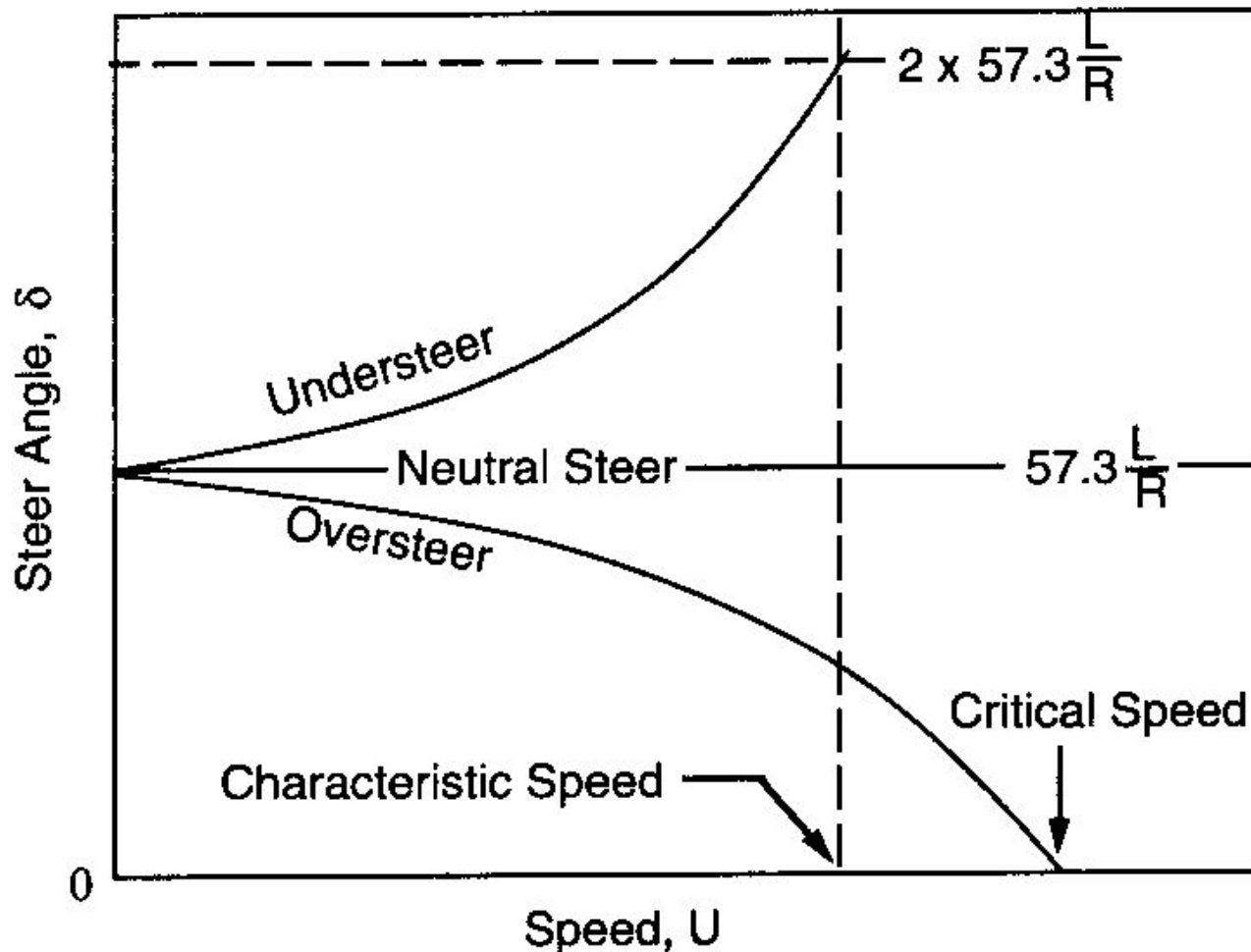
- O ângulo do volante diminui com a velocidade com o valor de  $K \cdot a_y$ .
- O ângulo do volante deve ser menor que o de Ackerman.
- A força lateral no CG produz deriva maior na traseira do que na dianteira.
- A traseira escorrega mais do que a dianteira.

# Comportamento sobre-esterçante



# Mudança do ângulo de esterçamento com a velocidade

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y$$



# Velocidade característica

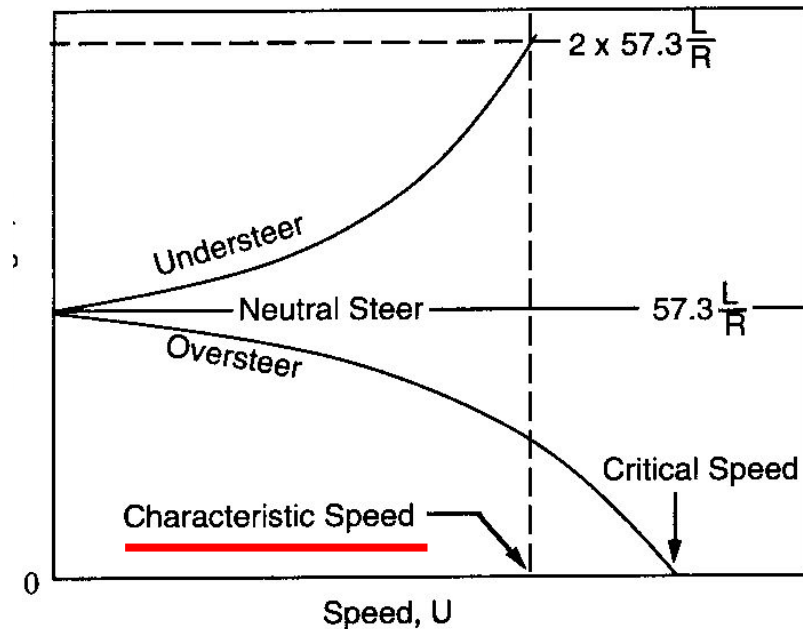
Velocidade, de um veículo sub-esterçante, na qual se deve aplicar um ângulo de direção igual a duas vezes o ângulo de Ackerman.

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y$$

$$2 \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot \frac{V_{car}^2}{g \cdot R}$$

$$\frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} = K \cdot \frac{V_{car}^2}{g \cdot R}$$

$$V_{car} = \sqrt{\frac{180}{\pi} \cdot \frac{L \cdot g}{K}}$$





# Velocidade crítica

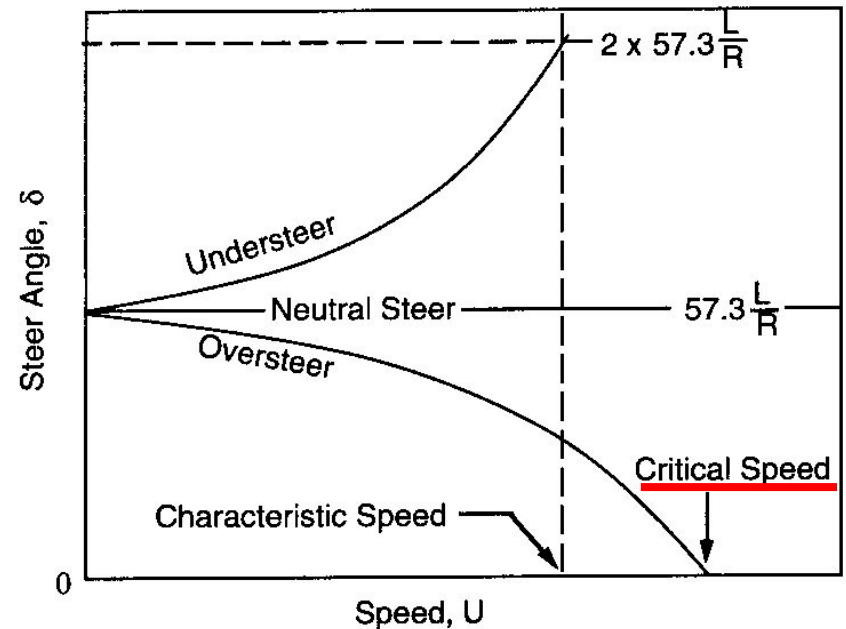
$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y$$

$$0 = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot \frac{V_{crit}^2}{g \cdot R}$$

$$\frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} = -K \cdot \frac{V_{crit}^2}{g \cdot R}$$

$$V_{crit} = \sqrt{-\frac{180}{\pi} \cdot \frac{L \cdot g}{K}}$$

Velocidade, de um veículo sobre-esterçante, na qual o veículo se torna instável.



# Ganho de aceleração lateral

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y$$

...

$K = 0$  (neutro)

Ganho proporcional a  $V^2$ .

$K > 0$  (sub-esterçante)

Ganho é sempre menor que o neutro.

$K < 0$  (sobre-esterçante)

Ganho aumenta até atingir  $V_{crit}$ ,  
quando tende ao infinito.

$$\frac{a_y}{\delta} = \frac{\frac{V^2}{\frac{180}{\pi} \cdot L \cdot g}}{1 + \frac{K \cdot V^2}{\frac{180}{\pi} \cdot L \cdot g}}$$

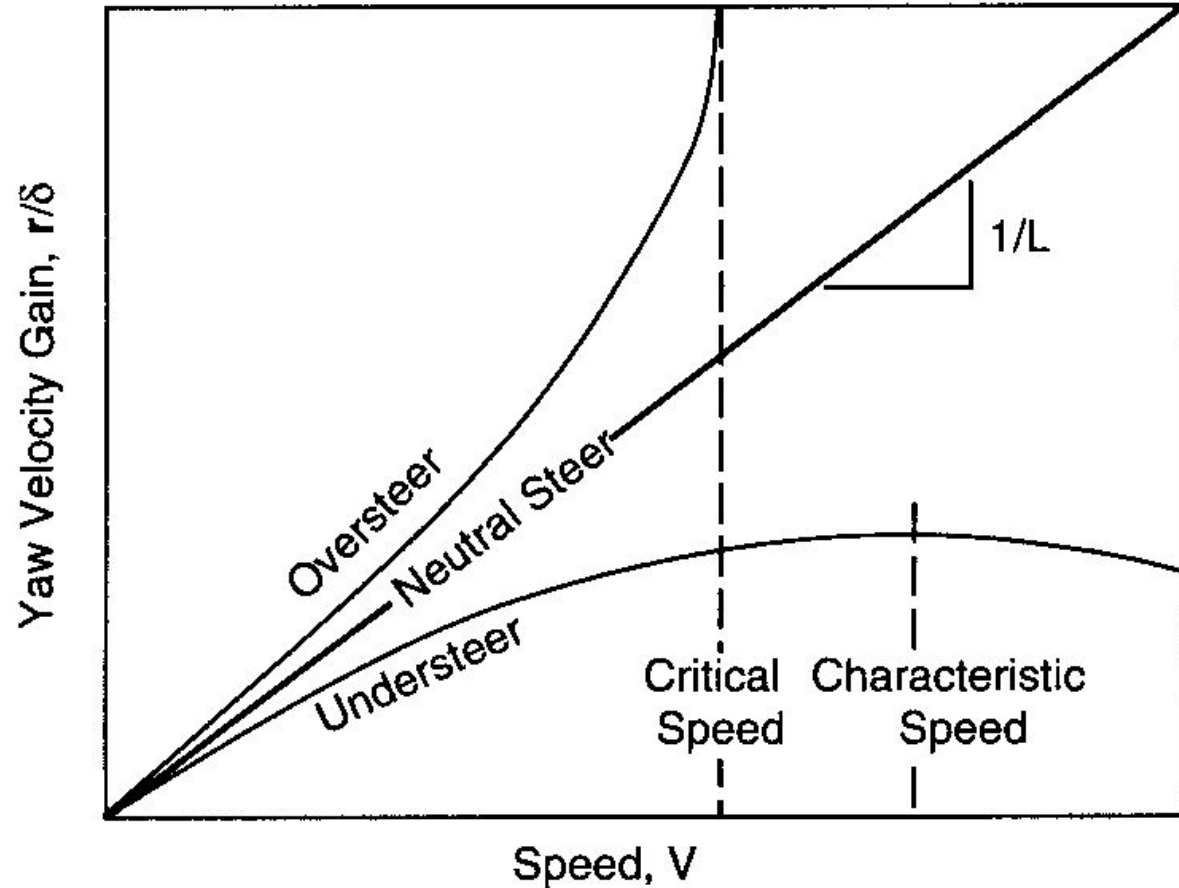
# Ganho de velocidade de guindada

$$r = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{V}{R}$$

$$\delta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y$$

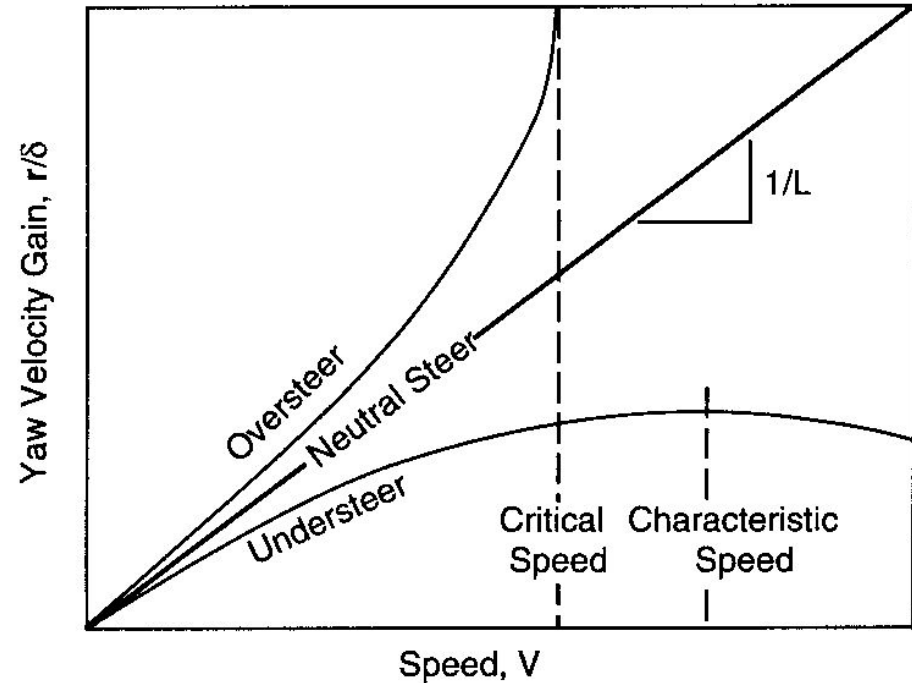
...

$$\frac{r}{\delta} = \frac{\frac{V}{L}}{1 + \frac{K \cdot V^2}{\frac{180}{\pi} \cdot L \cdot g}}$$



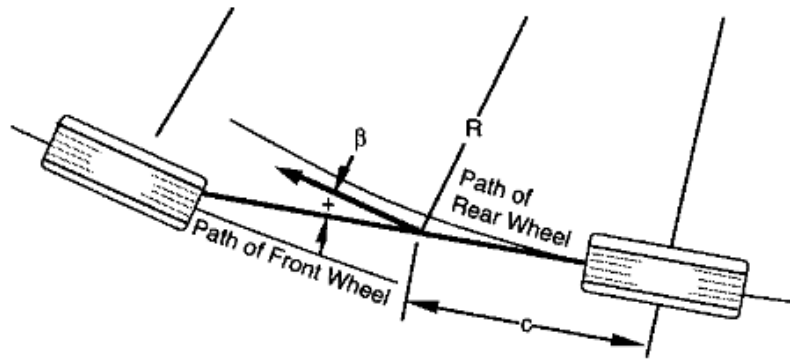
# Ganho de velocidade de guindada

$$\frac{r}{\delta} = \frac{\frac{V}{L}}{1 + \frac{K.V^2}{\frac{180}{\pi} \cdot L \cdot g}}$$

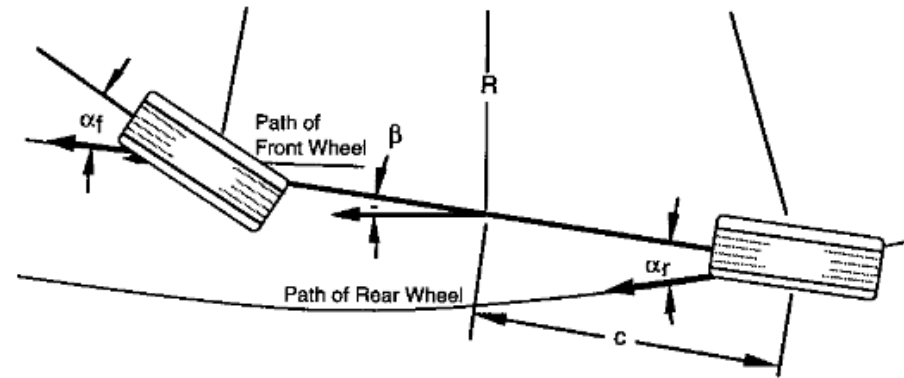


- Neutro: ganho proporcional à velocidade.
- Sobre-esterçante: ganho infinito na velocidade crítica.
- Sub-esterçante: aumenta até a velocidade característica e depois cai.
- Velocidade característica: maior resposta em guinada.

# Ângulo de deslizamento lateral (*sideslip angle*)



Em velocidades baixas

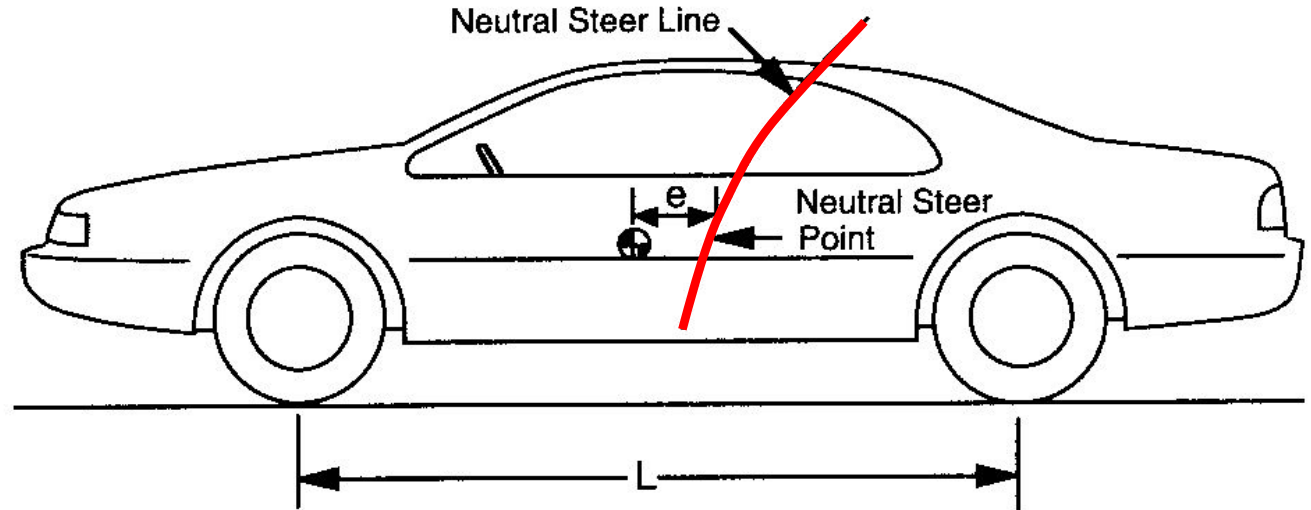


Em velocidades altas

$$\beta = 57,3 \frac{c}{R} - \alpha_r$$

# Margem Estática

$$ME = \frac{e}{L}$$



- Linha de esterçamento neutro: linha onde a força lateral não produz guinada.

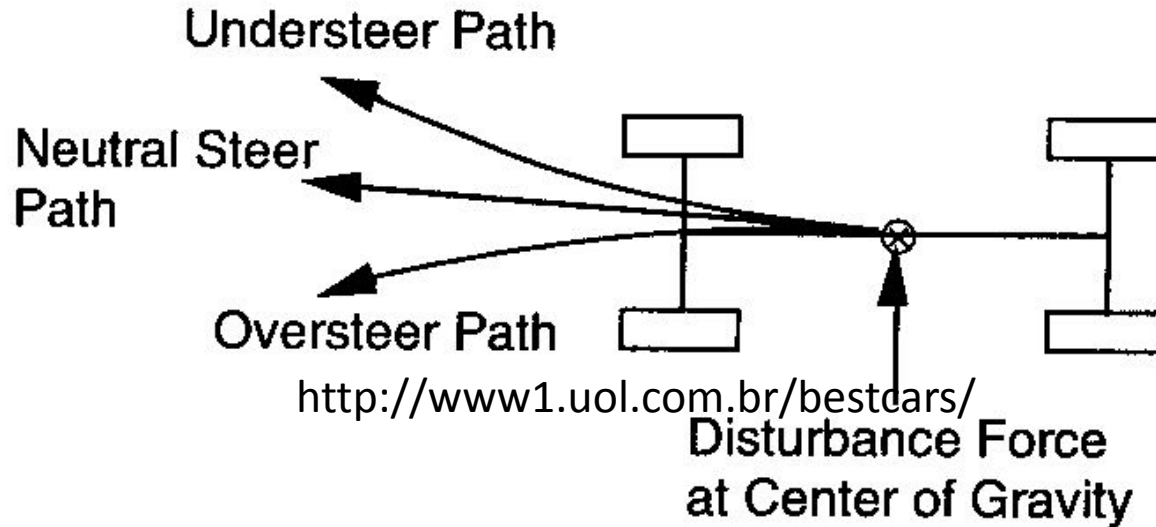
Linha atrás do CG  $\Rightarrow ME > 0 \Rightarrow$  sub-esterçante

Linha sobre o CG  $\Rightarrow ME = 0 \Rightarrow$  neutro

Linha à frente do CG  $\Rightarrow ME < 0 \Rightarrow$  sobre-esterçante

- Veículos urbanos:  $+0,05 < ME < +0,07$

# Efeitos da Suspensão



- Distribuição do momento de rolagem
- Influência da cambagem
- Esterçamento na rolagem
- Esterçamento devido à força lateral
- Torque alinhante
- Força trativa



**Transferência de carga e ângulo de rolagem**



# Influência da transferência de carga

Exemplo: Considera-se o eixo de um veículo dotado de pneus 5,60/15 comaros 4Jx15, compressão de  $1,4\text{kgf}/\text{cm}^2$  (aproximadamente  $20\text{lb}/\text{in}^2$ ). A carga, como o veículo parado, que atua em cada roda é de  $3000\text{ N}$ . A curva  $S = f(Q)$  para o pneu, com um ângulo de deriva de  $8^\circ$ , é dada na Figura 9.1. É feita a análise da carga lateral absorvida, para cada um dos dois tipos de suspensões especificadas, a seguir.

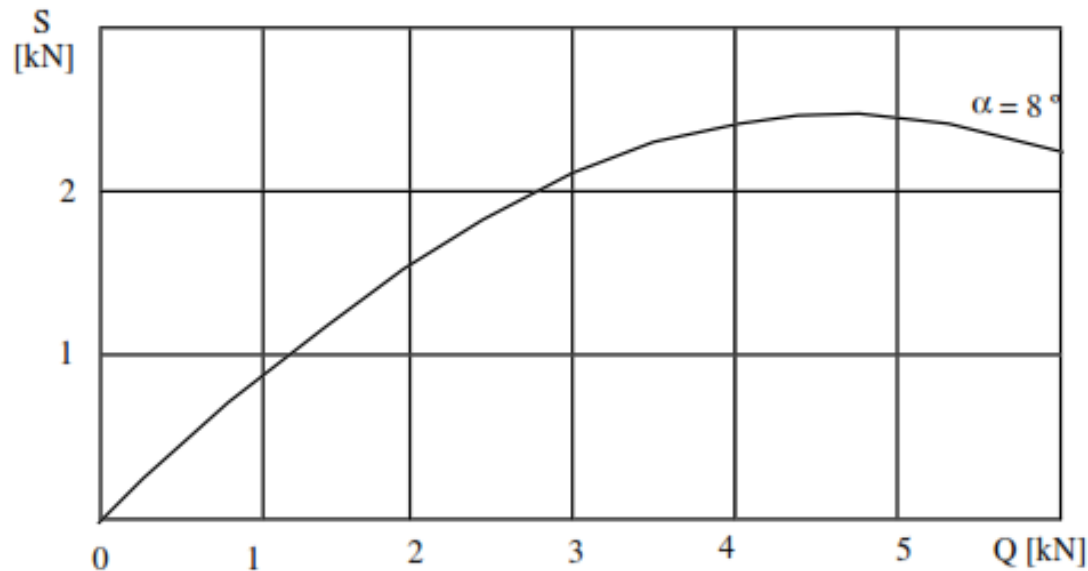


Figura 9.1: Carga lateral absorvida, em função da carga normal sobre a roda, para um dado ângulo de deriva.

# Influência da transferência de carga

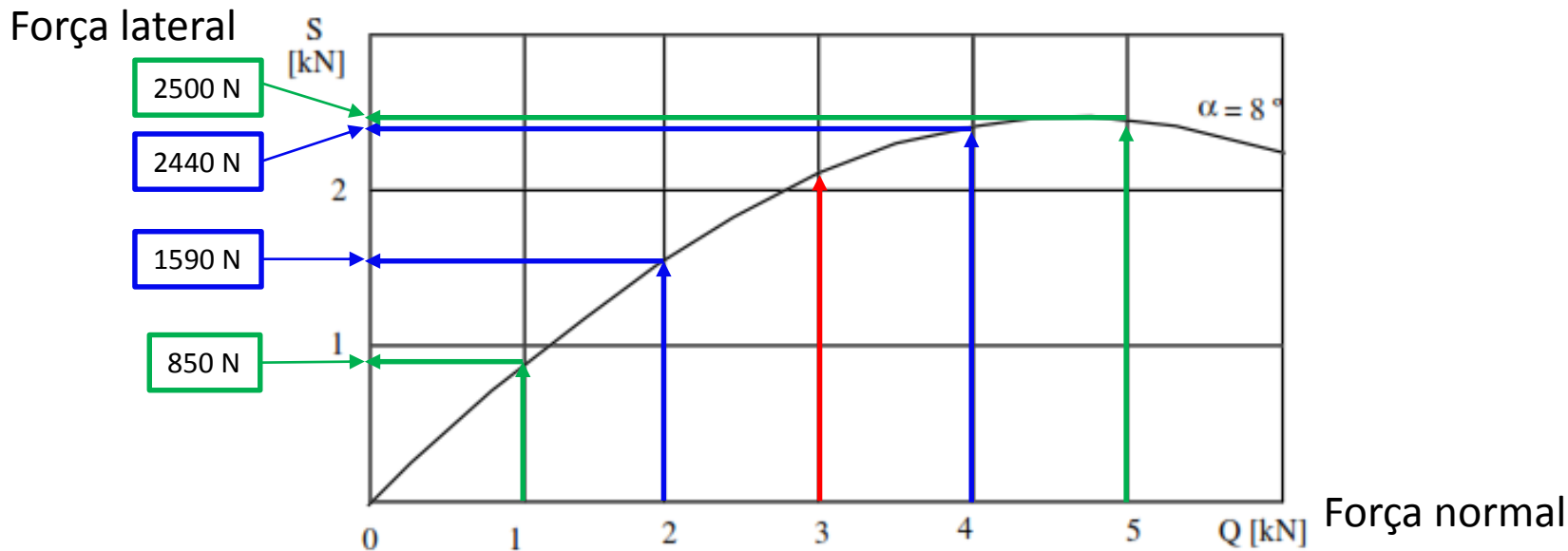


Figura 9.1: Carga lateral absorvida, em função da carga normal sobre a roda, para um dado ângulo de deriva.

				$\Delta G$		
				0	1000	2000
força normal	externa	$Q_e$	3000	4000	5000	
	interna	$Q_i$	3000	2000	1000	
força normal total		$Q_e+Q_i$	6000	6000	6000	
força lateral	externa	$S_e$	0	2440	2500	
	interna	$S_i$	0	1590	850	
força lateral total		$S_e+S_i$	0	4030	3350	

# Distribuição do momento de rolagem

- A transferência de carga produzida pelo momento de rolagem altera a força lateral.
- As transferências podem ocorrer de forma diferente nos eixos dianteiro e traseiro.
- Maiores momentos de rolagem na dianteira contribuem para o sub-esterçamento.
- Maiores momentos de rolagem na traseira contribuem para o sobre-esterçamento.
- Influência na escolha das molas e das barras estabilizadoras.

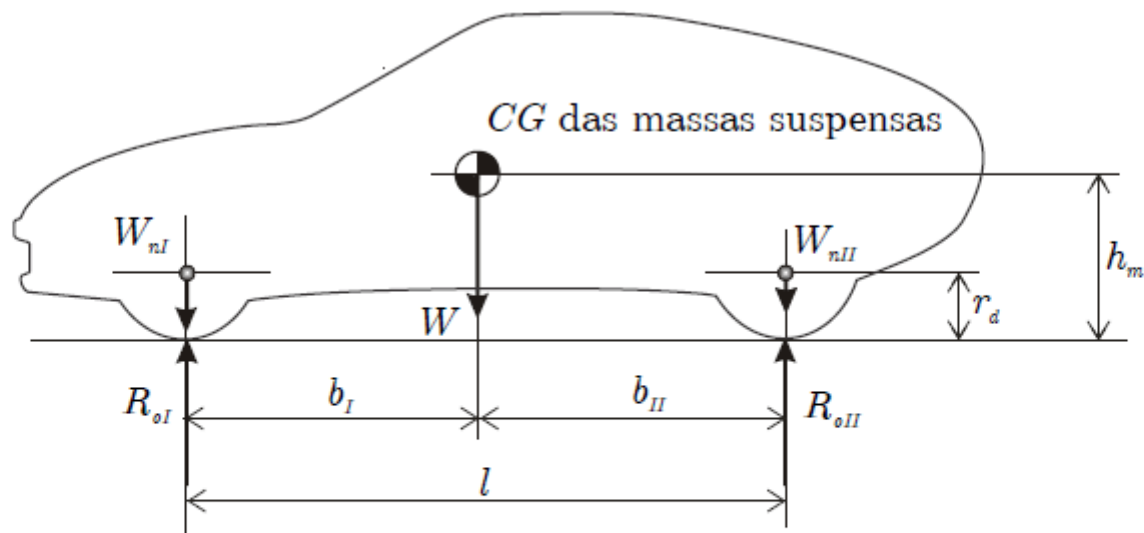


Figura 10.2: Modelo para determinação da posição do centro de gravidade das massas suspensas.

$W$  - peso das massas suspensas;

$W_{nI}$  - peso das massas *não* suspensas do eixo dianteiro;

$W_{nII}$  - peso das massas *não* suspensas do eixo traseiro;

$b_I$  ;  $b_{II}$  - distância do CG das massas suspensas aos eixos;

$h_m$  - altura do CG das massas suspensas;

$l$  - distância entre eixos;

$r_d$  - raio dinâmico do pneu;

$R_{oI}$ ,  $R_{oII}$  - reação das rodas sobre o solo, com o veículo parado.

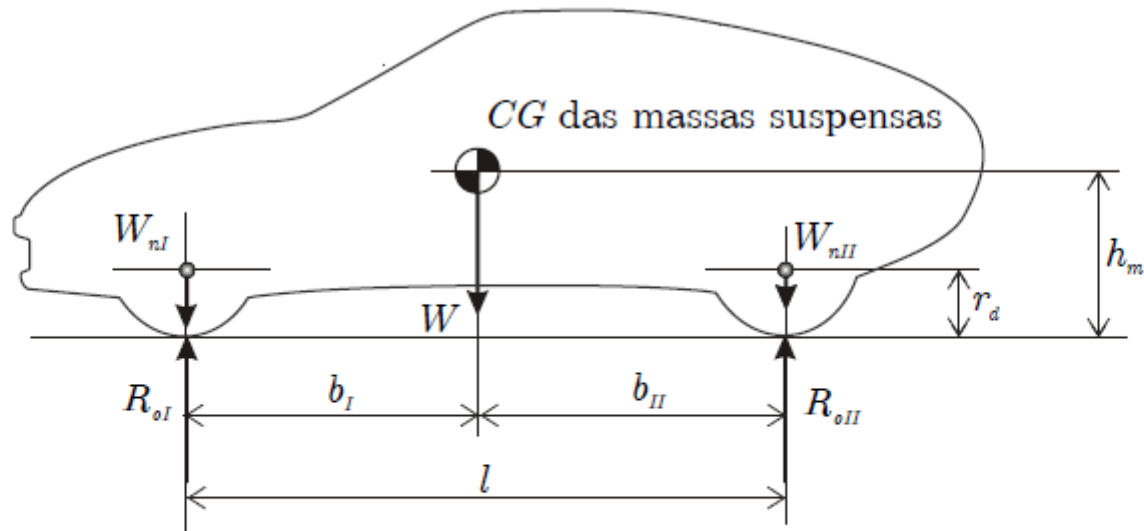


Figura 10.2: Modelo para determinação da posição do centro de gravidade das massas suspensas.

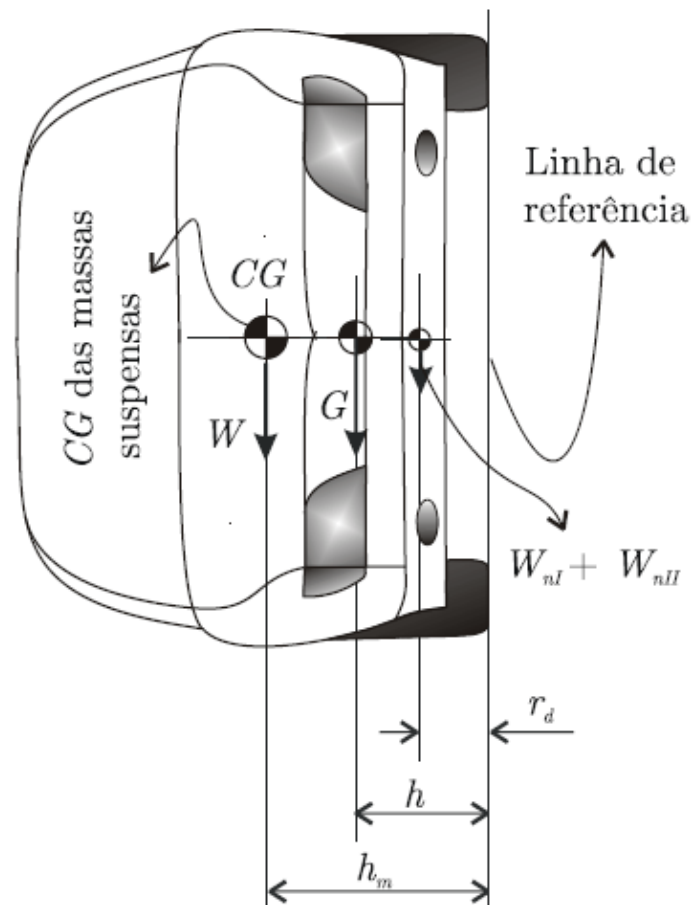
Os valores dos pesos das massas não suspensas  $W_{nI}$  e  $W_{nII}$ , devem ser obtidos por pesagem ou por avaliação, então:

$$W = G - W_{nI} - W_{nII}. \quad (10.2)$$

Do equilíbrio de forças e momentos do modelo apresentado na figura 10.2, obtém-se:

$$b_I = \frac{l}{W} [R_{oII} - W_{nII}] \quad (10.3)$$

$$b_{II} = \frac{l}{W} [R_{oI} - W_{nI}]. \quad (10.4)$$



Para a determinação da altura do centro de gravidade das massas não suspensas utiliza-se, para o equilíbrio, o modelo mostrado na figura 10.3. Disso resulta:

$$h_m = \frac{[G h - (W_{nI} + W_{nII}) r_d]}{W}. \quad (10.5)$$

Em geral  $h < h_m$ , ou seja, o CG das massas suspensas fica situado acima do CG do veículo de vinte a quarenta milímetros.

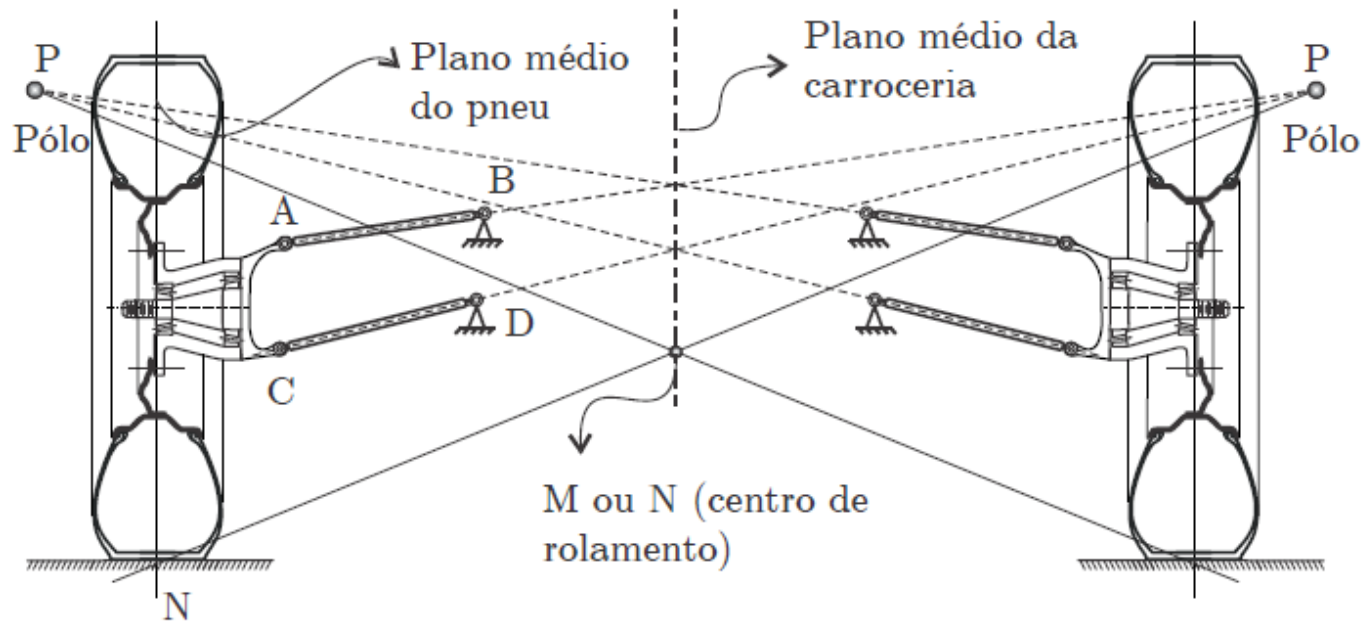


Figura 10.4: Pólos e centro de rolamento de uma suspensão independente tipo duplo A.

# Eixo de Rolagem

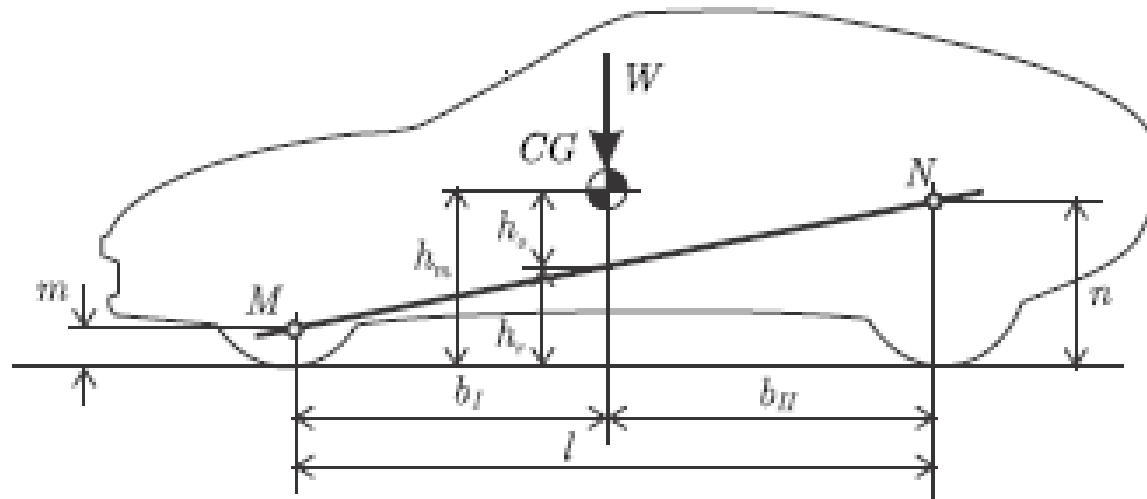


Figura 10.6: Distância do centro de gravidade das massas suspensas ao eixo de rolamento.

$$h_o = h_m - \frac{(n b_I + m b_{II})}{l} \quad (10.7)$$

sendo:

$m$  - distância do centro de rolamento da suspensão dianteira ao solo;

$n$  - distância do centro de rolamento da suspensão traseira ao solo;

$b_I$  - distância do centro de gravidade das massas suspensas ao eixo dianteiro;

$b_{II}$ , distância do centro de rolamento das massas suspensas ao eixo traseiro;

$l$  - distância entre eixos;

$h_m$  - distância do centro de gravidade das massas suspensas ao solo.



# Transferência de carga

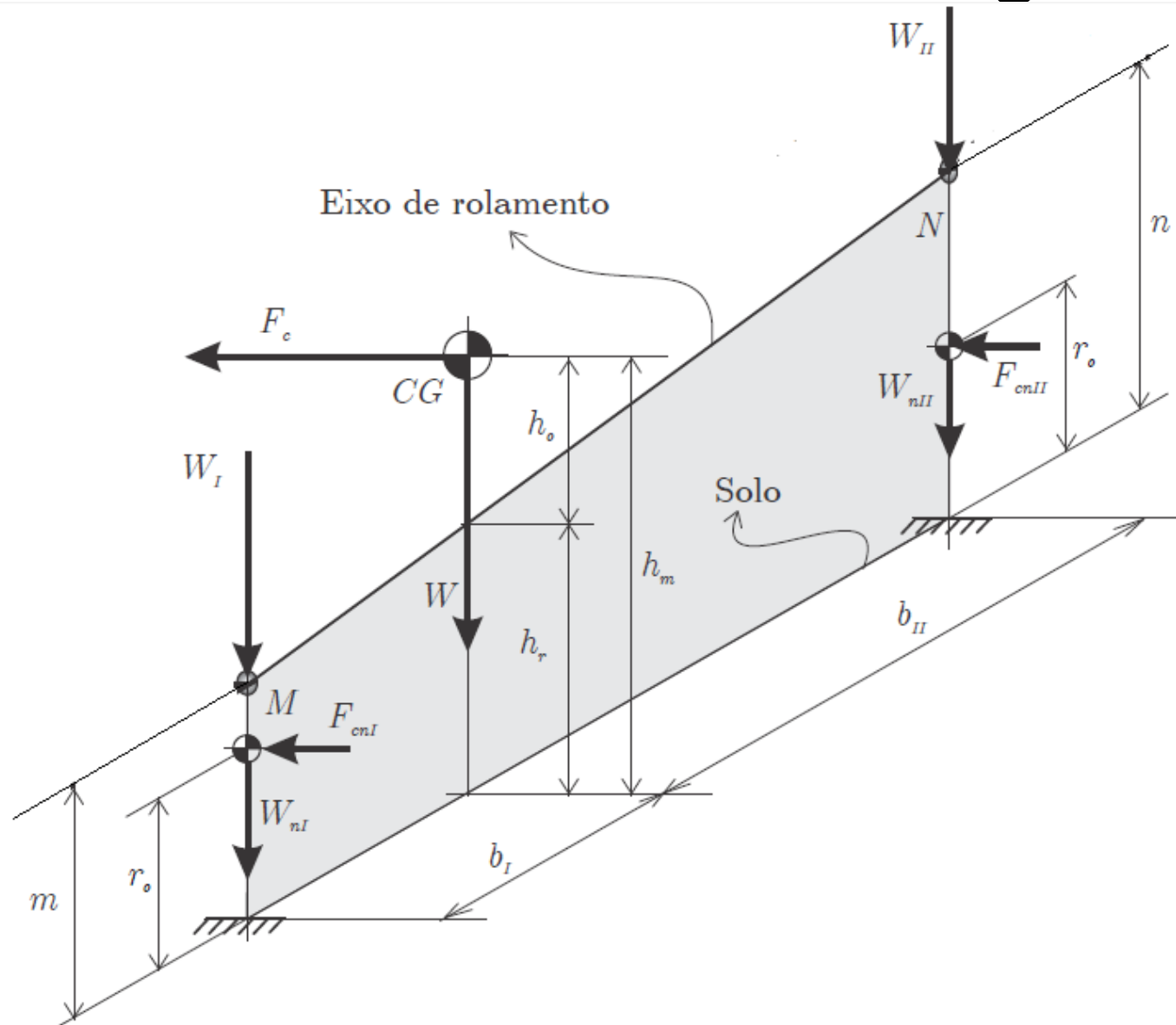


Figura 10.7: Ação da força de inércia das massas suspensas em relação ao eixo de rolamento e sua transferência para os eixos dianteiro e traseiro.

# Transferência de carga

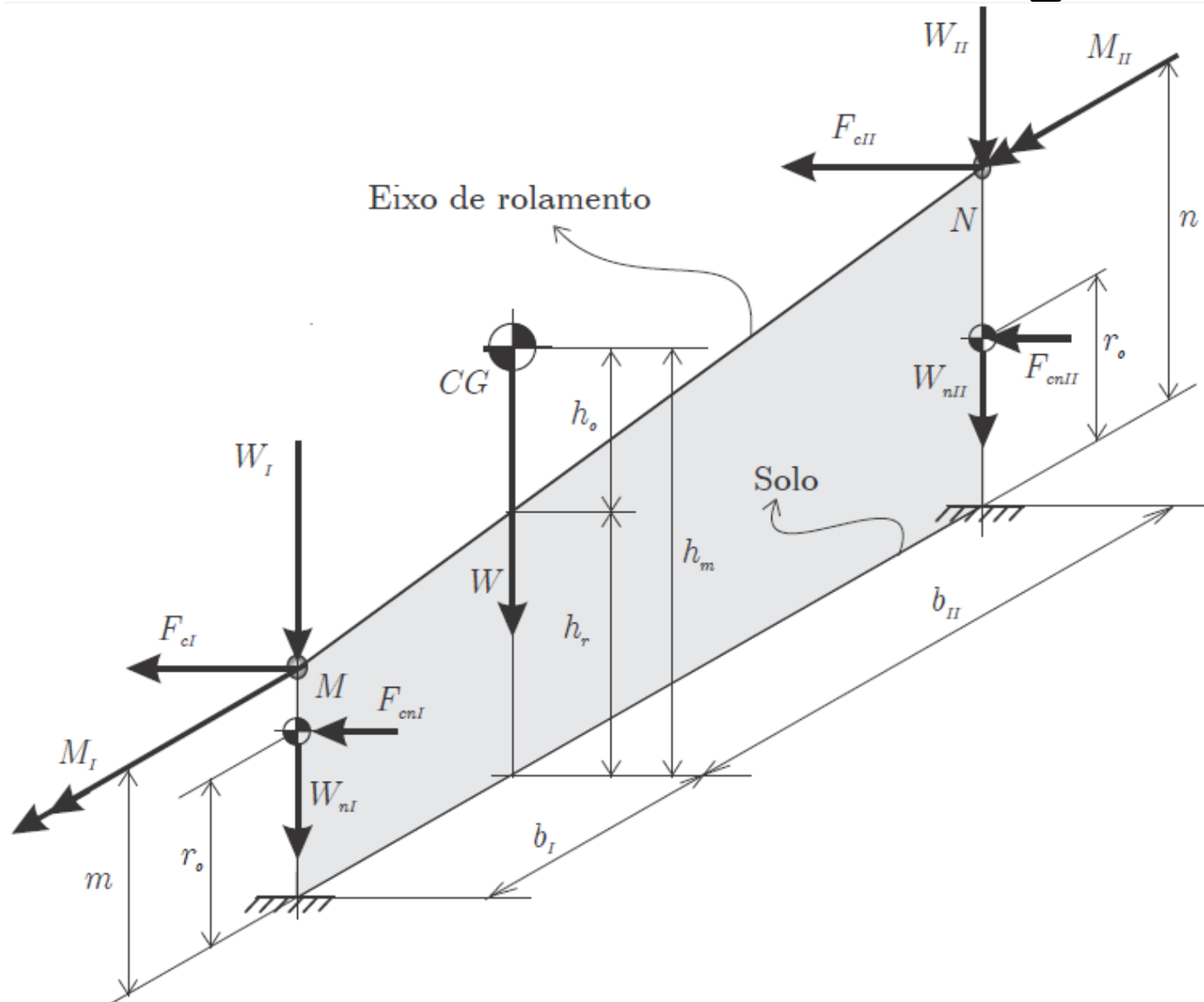


Figura 10.7: Ação da força de inércia das massas suspensas em relação ao eixo de rolamento e sua transferência para os eixos dianteiro e traseiro.

# Transferência de carga (incluindo as rodas)

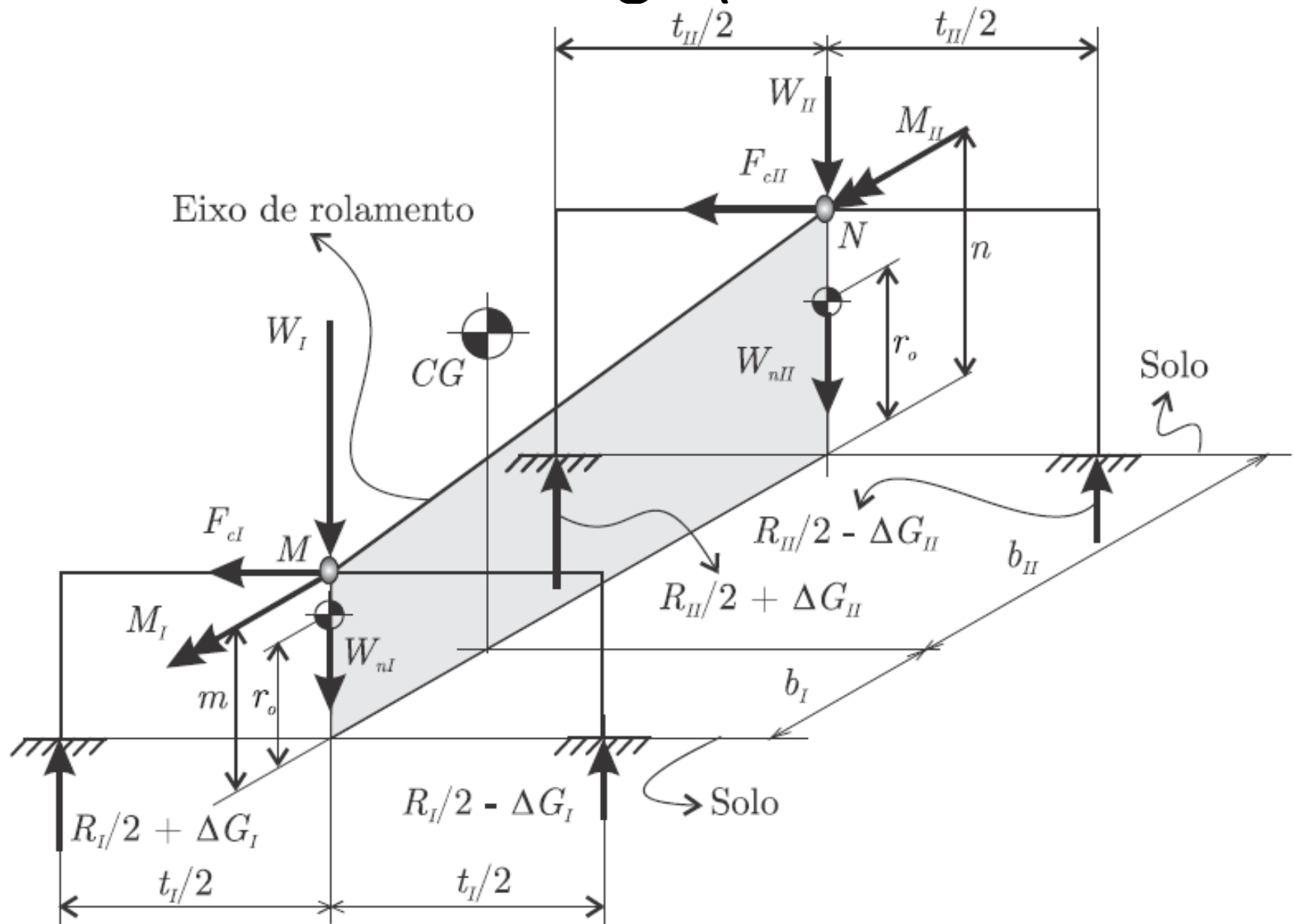
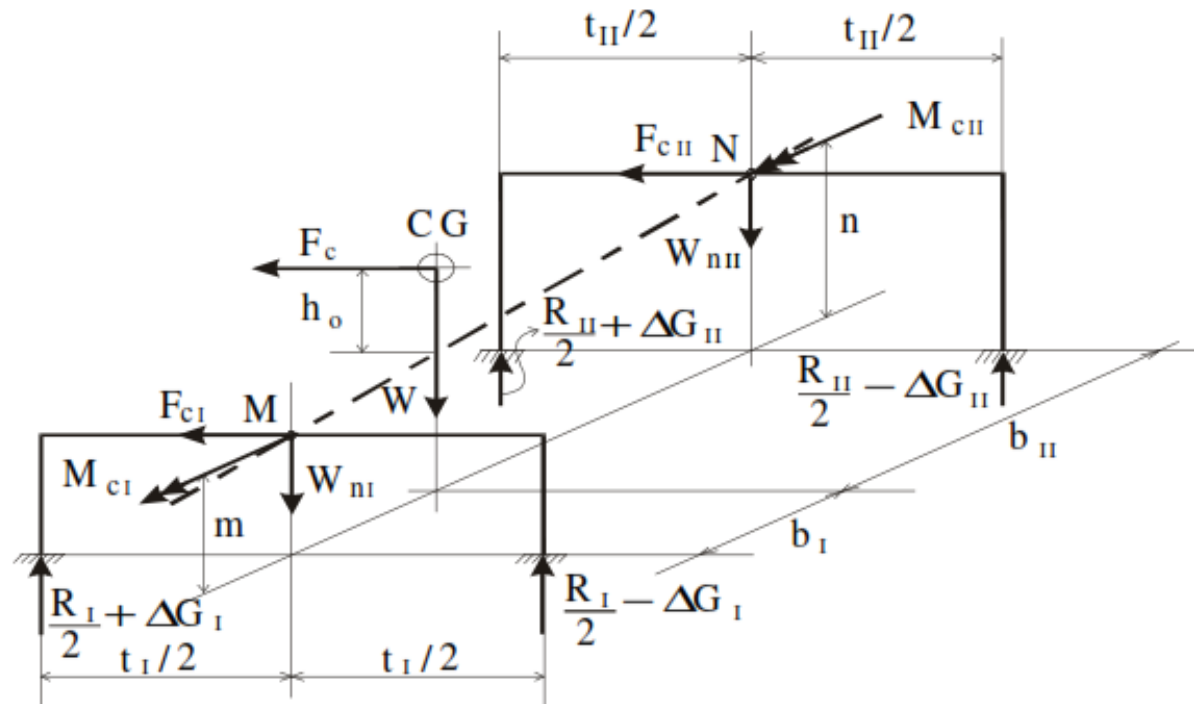


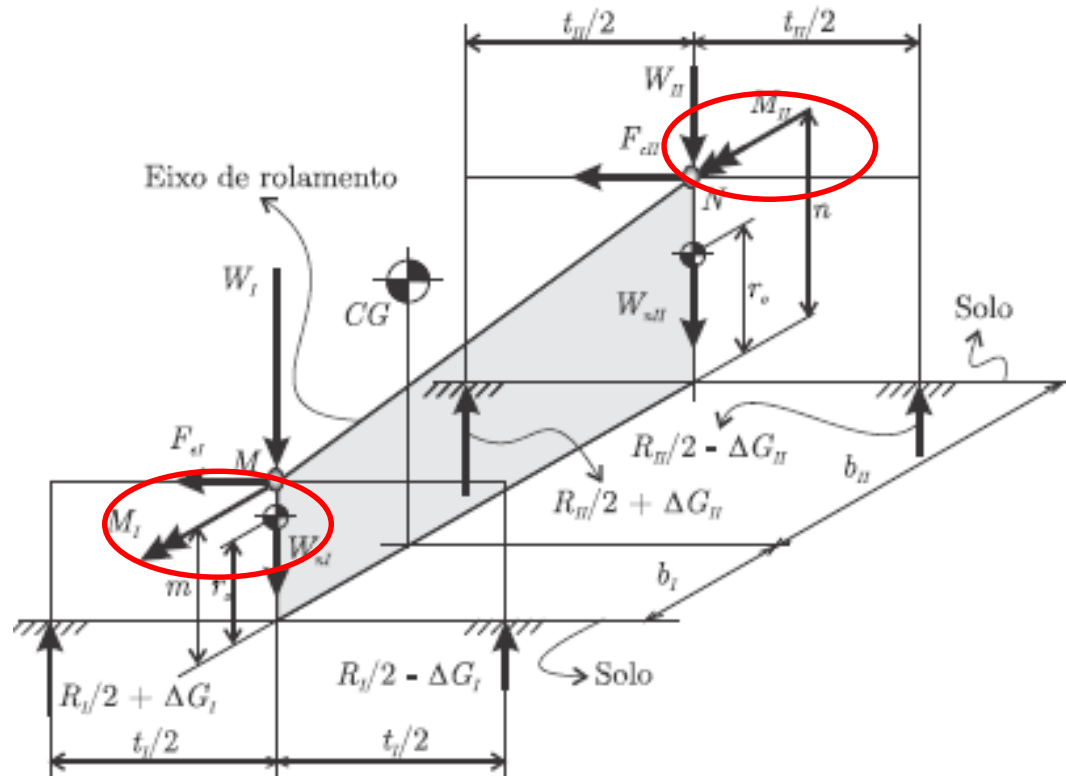
Figura 10.8: Modelo do sistema de forças que atua em um veículo.

# Parcelas da transferência de carga



1. momento no eixo considerado,  $M_{MI}$  ou  $M_{MII}$ , devido à força de inércia das massas suspensas;
2. momento devido à parcela da força de inércia das massas suspensas agindo no centro de rolamento do eixo,  $M_{cI}$  ou  $M_{cII}$ ;
3. momento devido ao estabilizador existente no eixo,  $M_{EI}$  ou  $M_{EII}$ ;
4. momento devido à ação da aceleração centrípeta nas massas não suspensas do eixo,  $F_{cnI}$  e  $F_{cnII}$ .

# 1-Momento de Rolagem



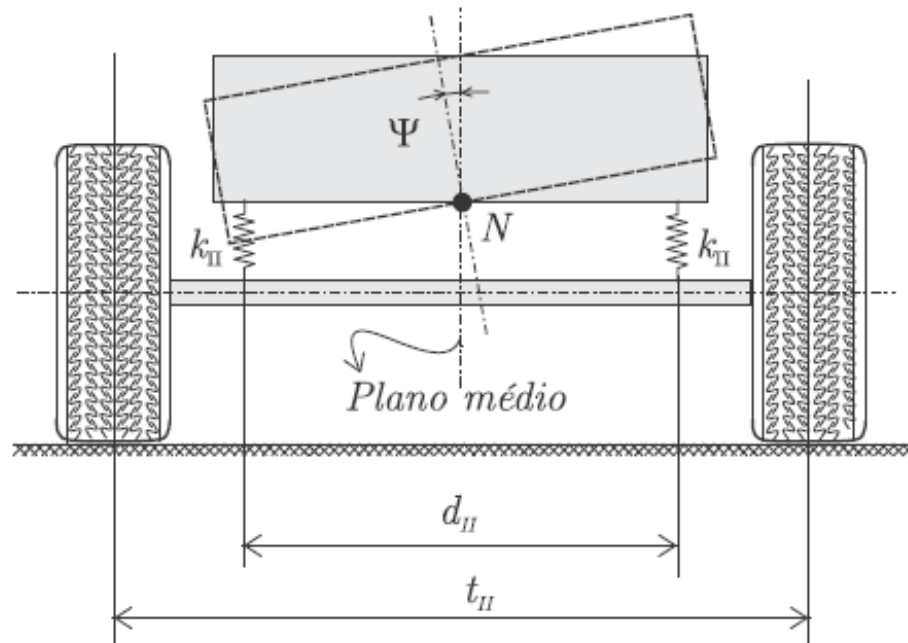
$$M_{Ro} = F_c [h_m - h_r] = F_c h_o \quad (10.8)$$

contribui, também, para a transferência de carga das rodas internas para as externas. Ele é absorvido pelas suspensões dianteira e traseira, com as parcelas correspondentes variando em função da rigidez das molas utilizadas em cada uma delas, mas satisfazendo, sempre, a seguinte relação:

$$M_{Ro} = M_I + M_{II}. \quad (10.9)$$

# 1-Momento de Rolagem

Eixo rígado



$$\Delta G_{II}(1) = \frac{M_{MII}}{t_{II}} = \Psi k_{II} \frac{d_{II}^2}{2t_{II}} = \Psi K_{II} \frac{t_{II}}{2} \quad (10.21)$$

com

$$K_{II} = k_{II} \left( \frac{d_{II}}{t_{II}} \right)^2. \quad (10.22)$$

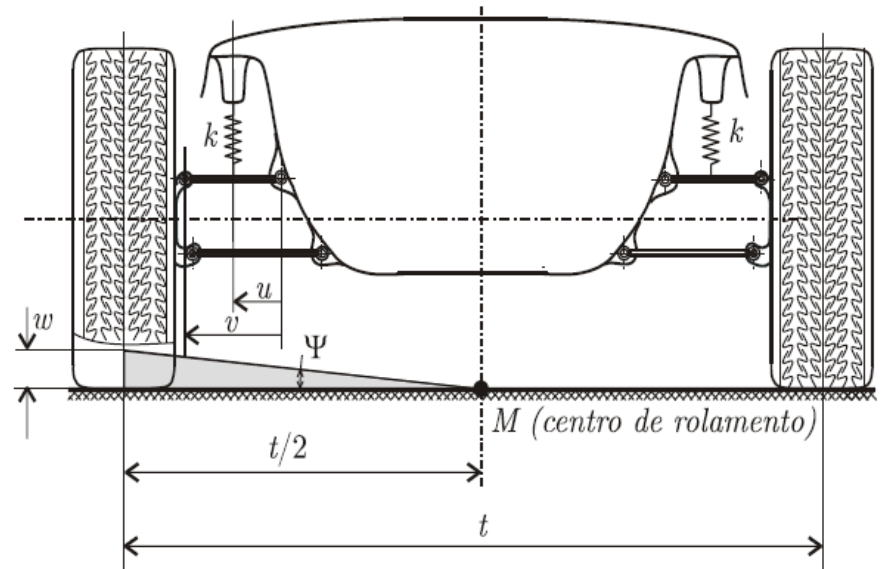
$$\Delta G_I(1) = \frac{M_{MI}}{t_I} = \Psi k_I \frac{d_I^2}{2t_I} = \Psi K_I \frac{t_I}{2} \quad (10.24)$$

sendo  $K_I$  a rigidez equivalente da mola, dada por:

$$K_I = k_I \left( \frac{d_I}{t_I} \right)^2. \quad (10.25)$$

# 1-Momento de Rolagem

## Suspensão independente



$$K = k\left(\frac{u}{v}\right)^2. \quad (10.26)$$

$$\Delta G_I(1) = \Psi K_I \frac{t_I}{2}. \quad (10.30)$$

$$\Delta G_{II}(1) = \Psi K_{II} \frac{t_{II}}{2}. \quad (10.31)$$

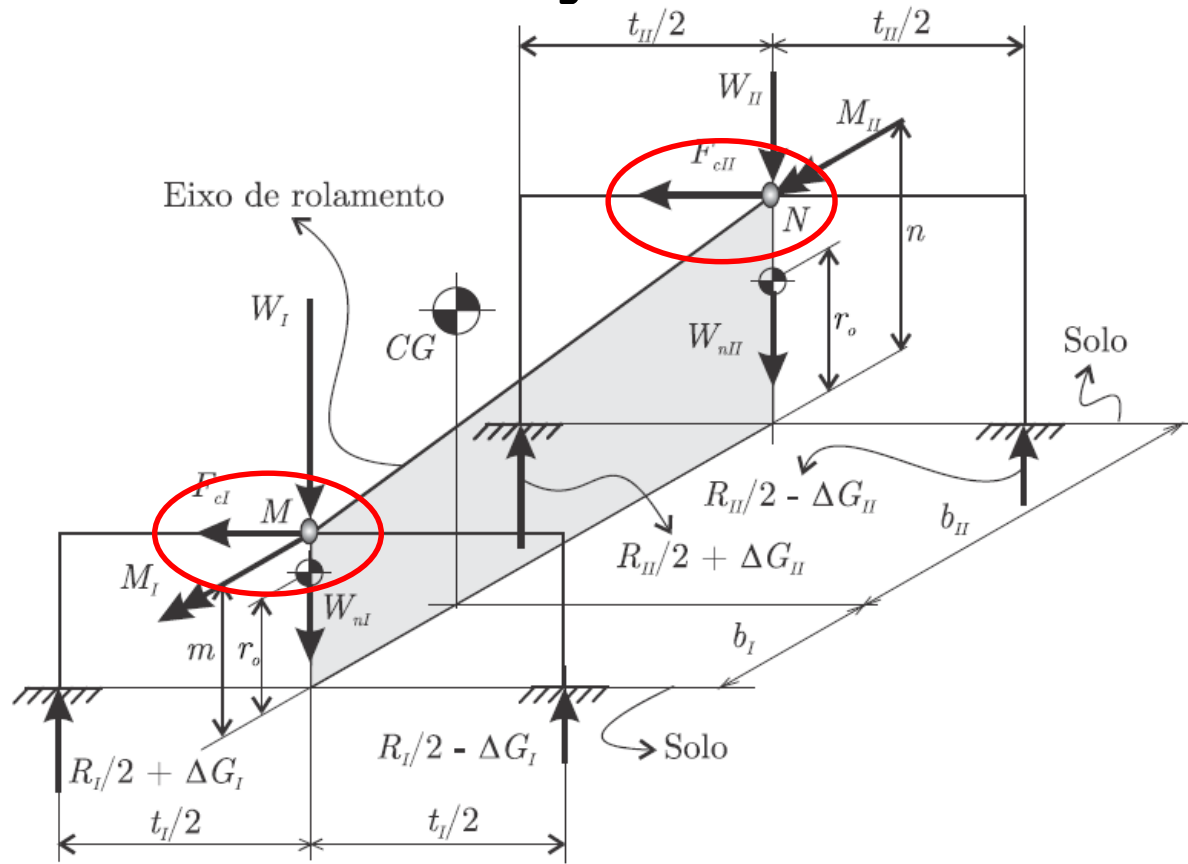
Os momentos absorvidos pelos eixos seriam, respectivamente,

$$M_{MI} = \Delta G_I(1)t_I = \Psi K_I \frac{t_I^2}{2} \quad (10.32)$$

e

$$M_{MII} = \Delta G_{II}(1)t_{II} = \Psi K_{II} \frac{t_{II}^2}{2}. \quad (10.33)$$

# 2-Força de Inércia

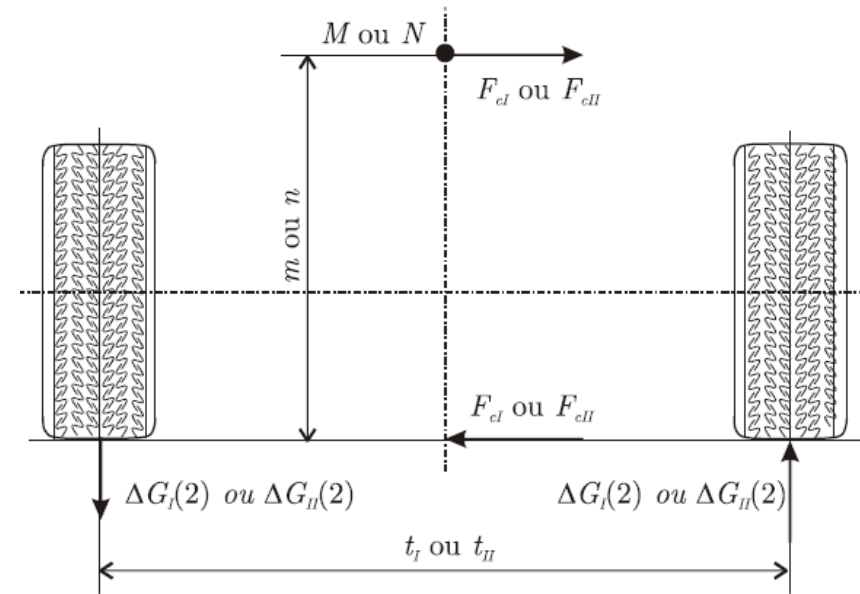


$$F_c = F_{cI} + F_{cII}. \quad (10.10)$$

Vale observar que o produto de cada componente pela respectiva altura do centro de rolamento ao solo resulta um momento que, embora não cause inclinação da carroceria, colabora na transferência de carga entre as rodas do eixo, originando a segunda parcela dessa transferência.



## 2-Inércia das massas suspensas



$$\Delta G_I(2) = F_{cI} \frac{m}{t_I} = \mu_s W_I \frac{m}{t_I} = \mu_s W \frac{b_{II} m}{l t_I} \quad (10.35)$$

$$\Delta G_{II}(2) = F_{cII} \frac{n}{t_{II}} = \mu_s W_{II} \frac{n}{t_{II}} = \mu_s W \frac{b_I n}{l t_{II}} \quad (10.37)$$

Os momentos dessa transferência de carga absorvidos pelas rodas do eixo dianteiro e traseiro são dados por

$$M_{cI} = \Delta G_I(2) t_I = F_{cI} m = \mu_s W_I m = \mu_s W \frac{b_{II}}{l} m, \quad (10.38)$$

e

$$M_{cII} = \Delta G_{II}(2) t_{II} = F_{cII} n = \mu_s W_{II} n = \mu_s W \frac{b_I}{l} n. \quad (10.39)$$

# 3-Barra estabilizadora

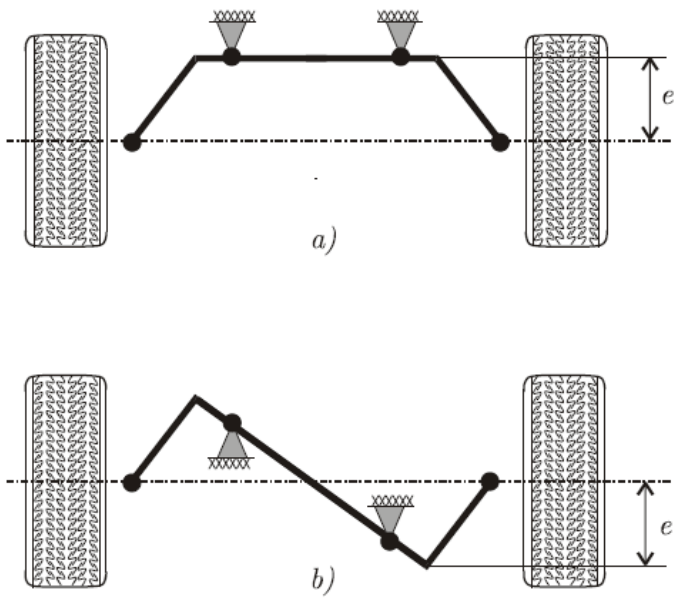
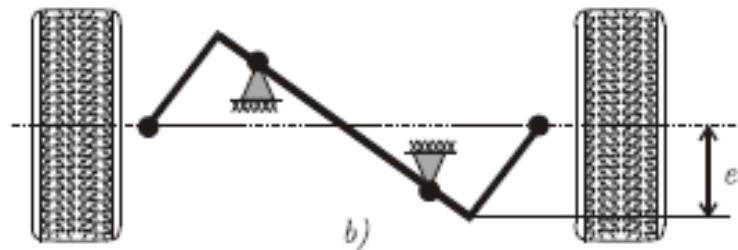
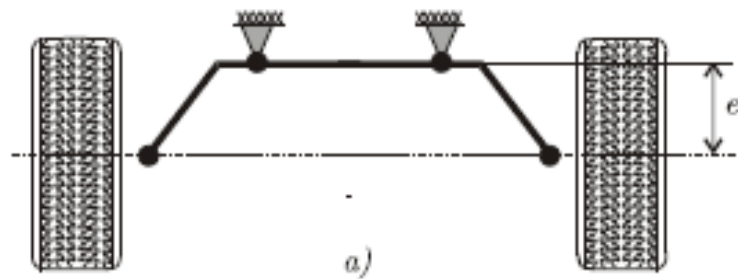


Figura 10.13: Estabilizadores tipo barra de torção.

A terceira parcela é causada pelo estabilizador instalado no eixo, não representado na figura 10.7. Dependendo do tipo empregado, ele aumenta a transferência de carga entre as rodas de uma suspensão e reduz a inclinação da carroceria (tipo U) ou aumenta a inclinação da carroceria e reduz a transferência de carga entre as rodas do eixo (tipo Z). Sua utilização tem importância muito grande no comportamento em curvas e é uma solução muito empregada pelos fabricantes de automóveis para atenuar tendências indesejáveis dos veículos em curvas.



- Estabilizador no eixo **dianteiro**

- aumentando  $e$ , tende a sobresterçante ( $\alpha_{II} > \alpha_I$ );
- diminuindo  $e$ , tende a subesterçante ( $\alpha_I > \alpha_{II}$ ).

- Estabilizador no eixo **traseiro**

- aumentando  $e$ , tende a subesterçante;
- diminuindo  $e$ , tende a sobresterçante.

# 3-Bal estabiliz



Suspende esta roda

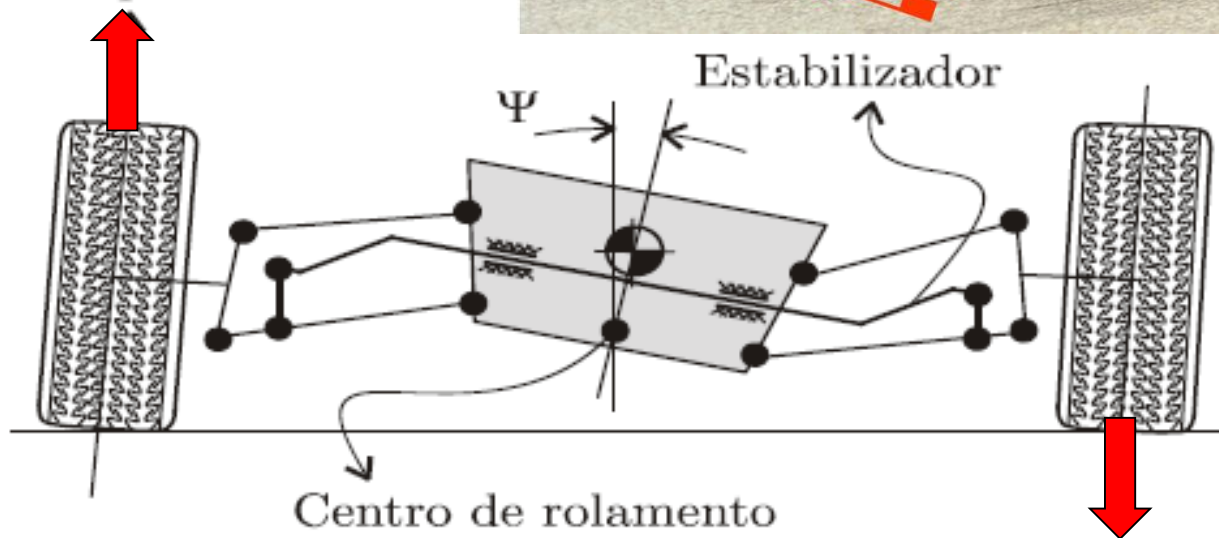
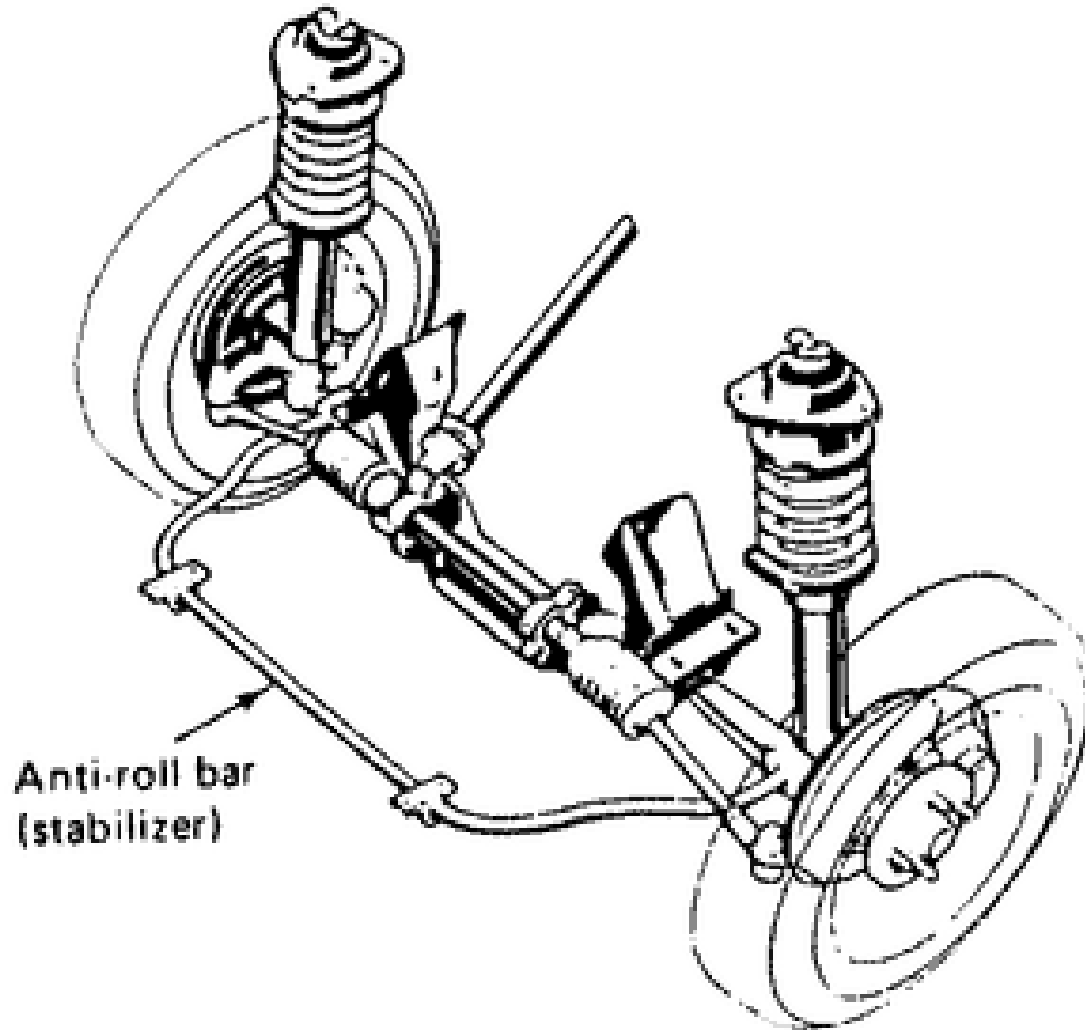
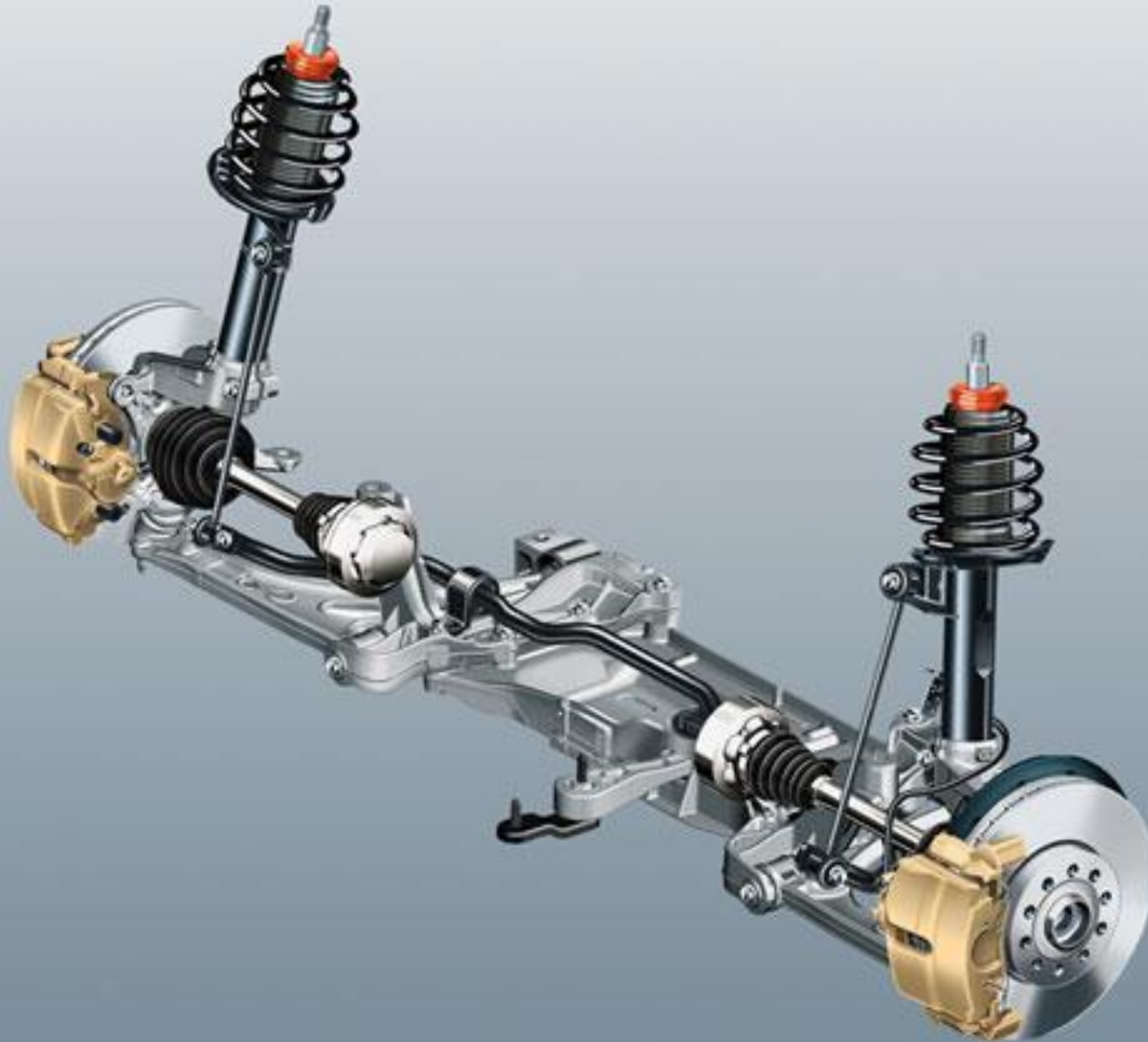


Figura 10.14: Ação do estabilizador em forma de U em uma curva.

# 3-Barra estabilizadora

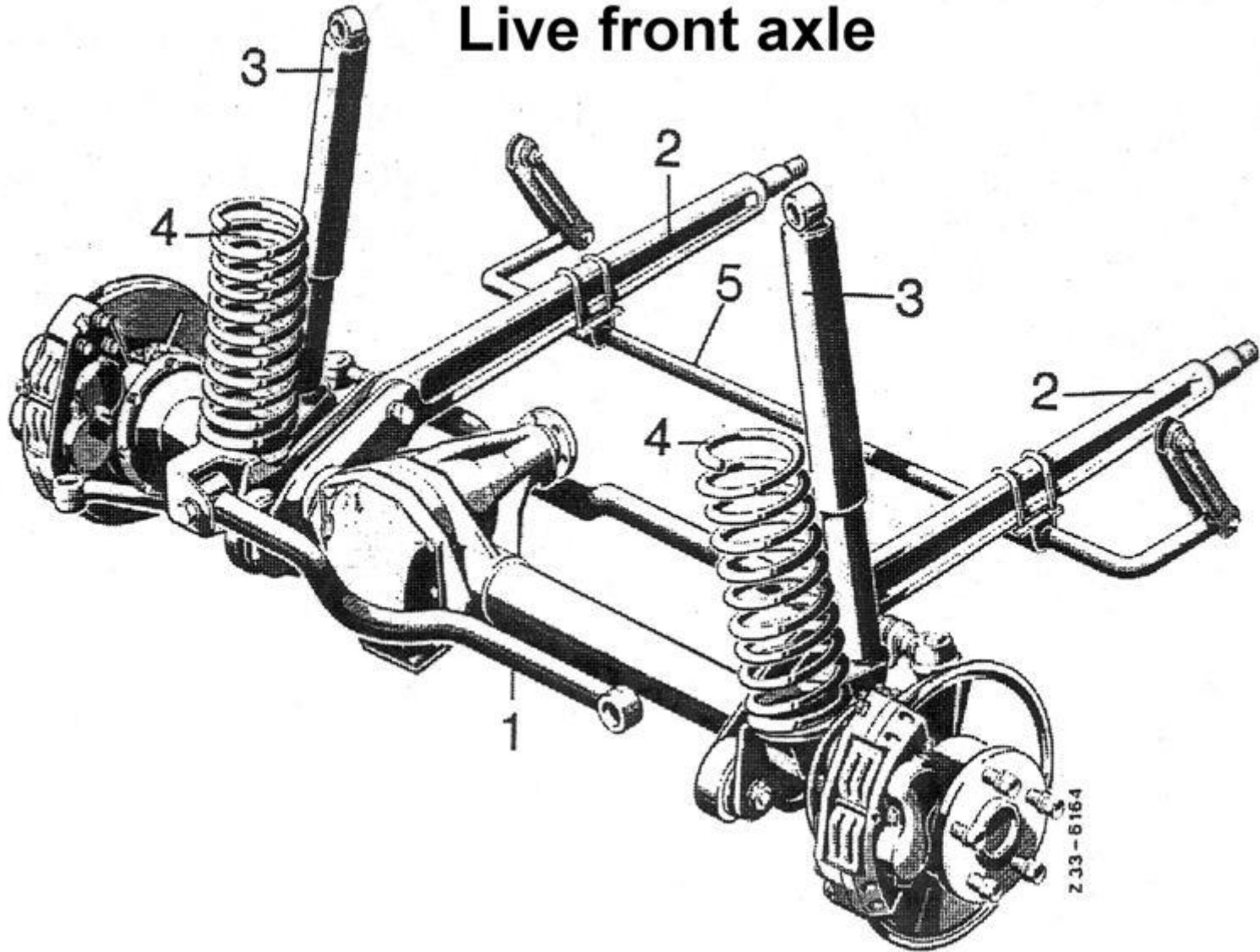


# 3-Barra estabilizadora



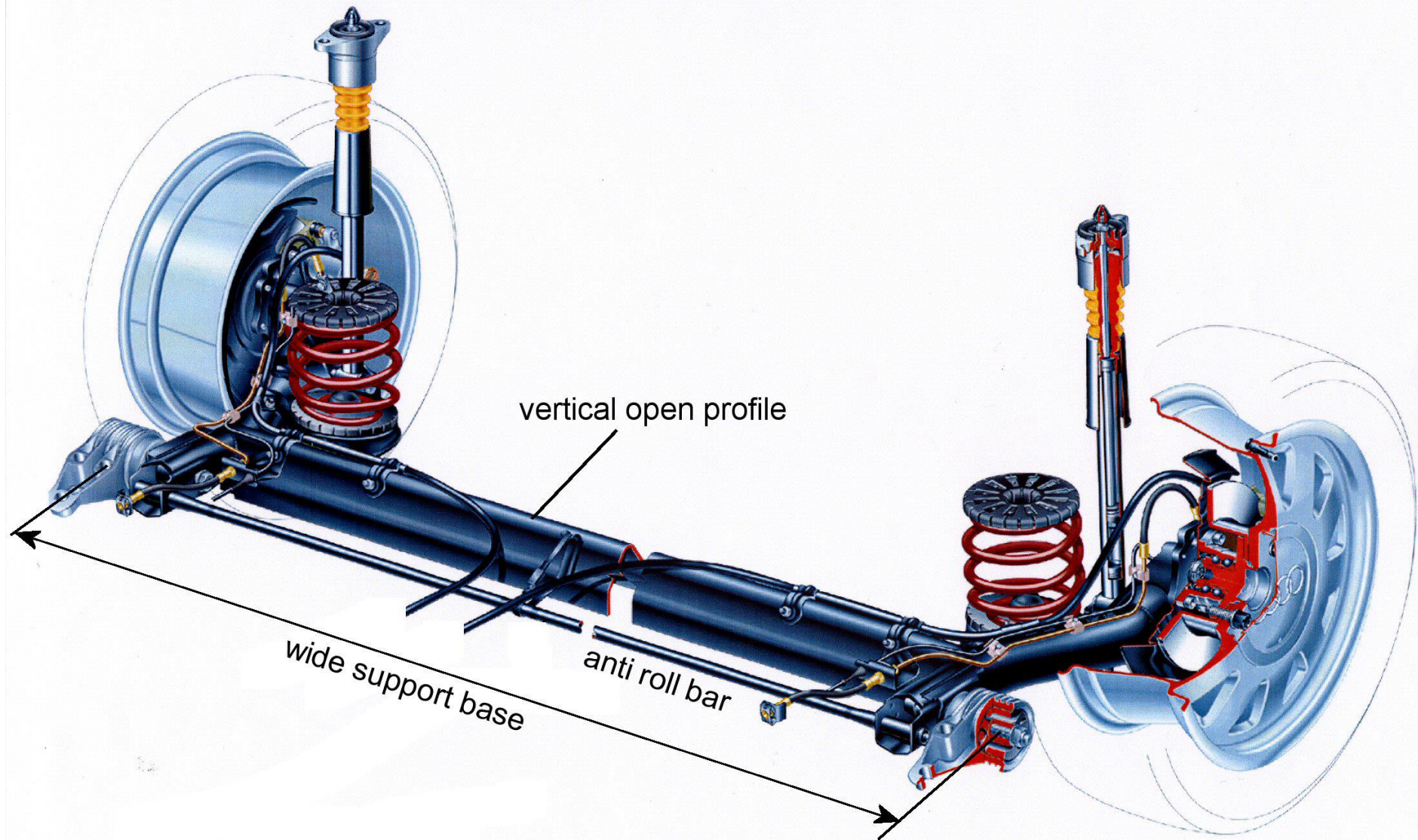
# 3-Barra estabilizadora

Live front axle



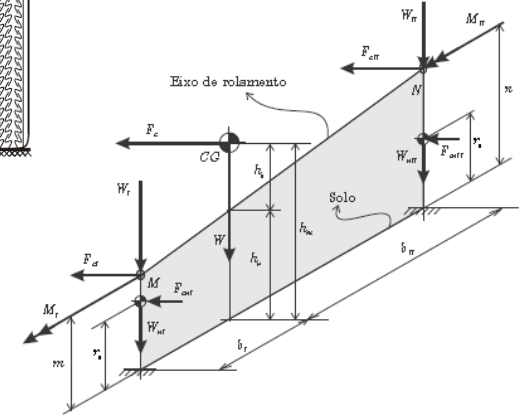
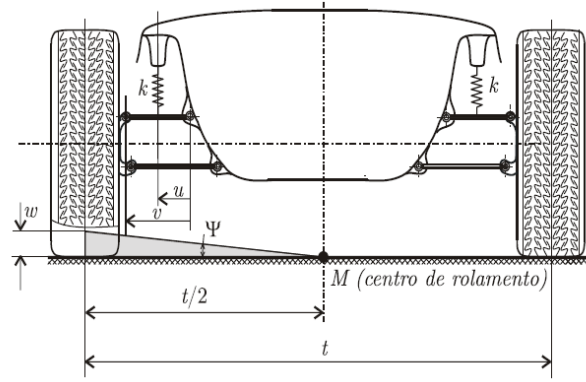
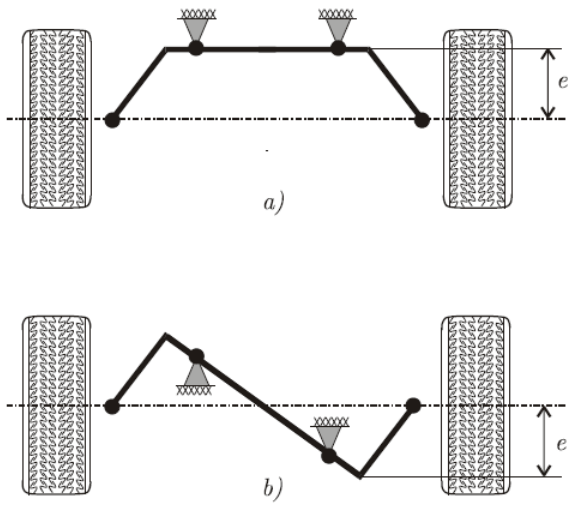


# 3-Barra estabilizadora





# 3-Barra estabilizadora



$$K_E = k_e \left( \frac{u}{v} \right)^2 \tag{10.40}$$

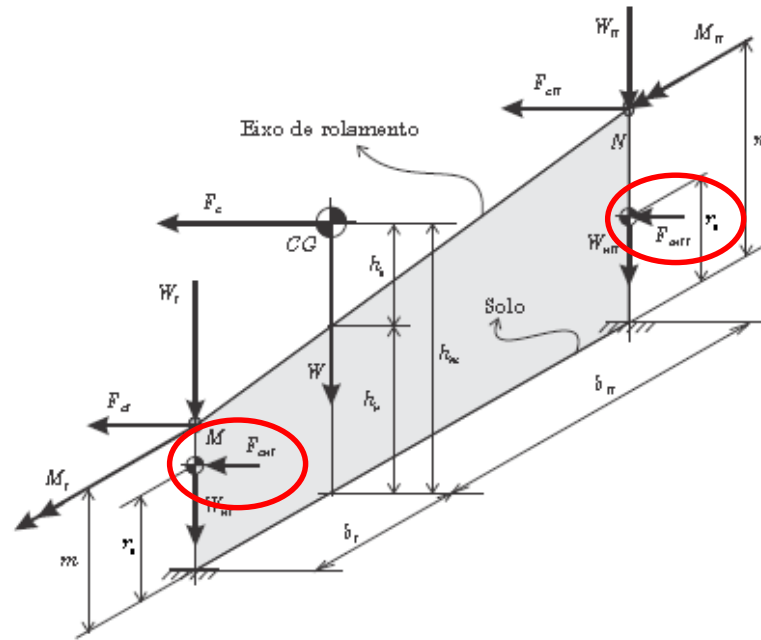
$$\Delta G_I(3) = \frac{t_I}{2} K_{EI} \Psi \tag{10.42}$$

$$\Delta G_{II}(3) = \frac{t_{II}}{2} K_{EII} \Psi \tag{10.43}$$

$$M_{EI} = \frac{t_I^2}{2} K_{EI} \Psi \tag{10.44}$$

$$M_{EII} = \frac{t_{II}^2}{2} K_{EII} \Psi \tag{10.45}$$

# 4-Inércia das massas não suspensas

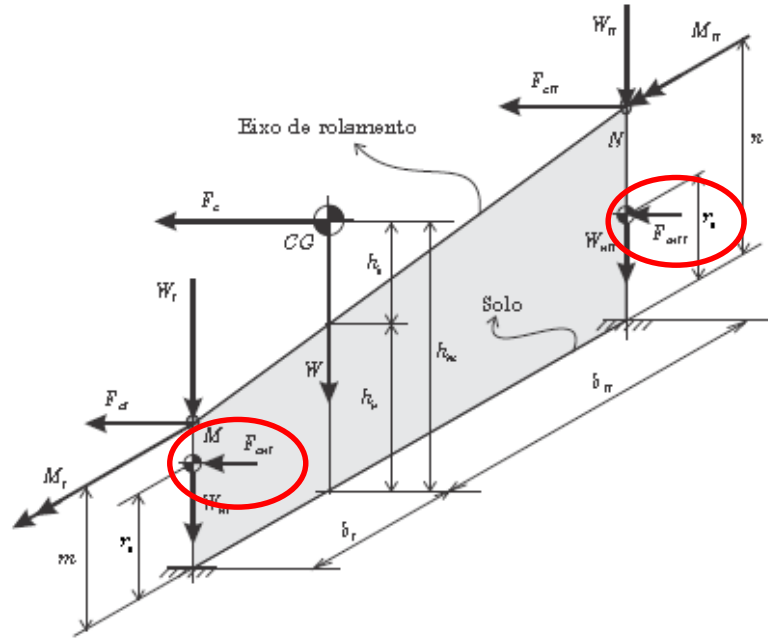
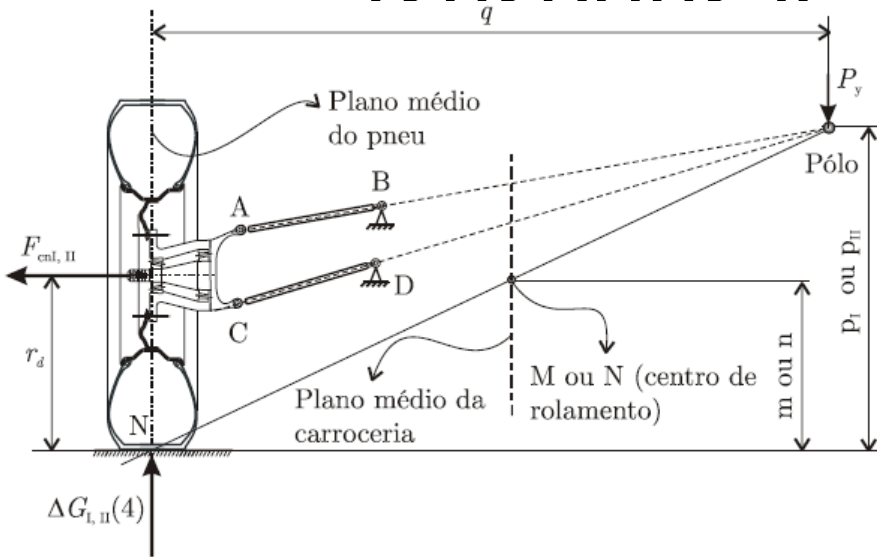


A quarta e última parcela da transferência de carga é devida à ação da aceleração centrípeta sobre as massas não suspensas dos eixos,  $F_{cnI}$  e  $F_{cnII}$ . Essas forças e suas reações na pista originam um binário que ocasiona diferença de carga nas rodas do eixo. A intenção de reduzir esta quarta parcela tem acelerado o uso de novos materiais na construção dos elementos que compõem as massas não suspensas, como ligas de alumínio, ligas de titânio e compósitos. Com a redução das massas desses elementos, além disso, são reduzidas suas inércias, aumentando a capacidade das rodas de seguirem as irregularidades do terreno sem perda de contato com a pista, o que aumenta a estabilidade do veículo.



# 4-Inércia das massas não suspensas

(suspensão independente)



$$\Delta G_I(4) = 2\mu_s W_{nI} \frac{r_d m}{t_I p_I} \quad (10.53)$$

$$\Delta G_{II}(4) = 2\mu_s W_{nII} \frac{r_d n}{t_{II} p_{II}} \quad (10.55)$$

$$M_{nI} = \Delta G_I(4) t_I = 2\mu_s W_{nI} r_d \frac{m}{p_I} \quad (10.54)$$

$$M_{nII} = \Delta G_{II}(4) t_{II} = 2\mu_s W_{nII} r_d \frac{n}{p_{II}} \quad (10.56)$$

# Sobreposição das parcelas de transferência de carga

No eixo dianteiro, as forças que os pneus exercem sobre o solo são dadas por:

*roda externa*

$$G_{Ie} = \frac{R_I}{2} + \sum_{j=1}^4 \Delta G_{Ij} \quad (10.57)$$

*roda interna*

$$G_{Ii} = \frac{R_I}{2} - \sum_{j=1}^4 \Delta G_{Ij} \quad (10.58)$$

$$\sum_{j=1}^4 \Delta G_{Ij} = \Delta G_I(1) + \Delta G_I(2) \pm \Delta G_I(3) + \Delta G_I(4). \quad (10.59)$$

No eixo traseiro tem-se:

*roda externa*

$$G_{IIe} = \frac{R_{II}}{2} + \sum_{j=1}^4 \Delta G_{IIj} \quad (10.60)$$

*roda interna*

$$G_{IIi} = \frac{R_{II}}{2} - \sum_{j=1}^4 \Delta G_{IIj} \quad (10.61)$$

$$\sum_{j=1}^4 \Delta G_{IIj} = \Delta G_{II}(1) + \Delta G_{II}(2) \pm \Delta G_{II}(3) + \Delta G_{II}(4). \quad (10.62)$$

## 10.6.2 Considerações

Da formulação desenvolvida se pode concluir que o eixo que sofre a maior variação de carga é aquele em que:

- a) a maior parcela do peso do veículo se apoia (verificado pelos valores de  $b_I$  e  $b_{II}$  em  $\Delta G(2)$ );
- b) o centro de rolamento apresenta maior altura em relação ao solo ( $m$  ou  $n$  em  $\Delta G(2)$ );
- c) as molas apresentam maior rigidez, seja da suspensão, em  $\Delta G(1)$ , ou do estabilizador, em  $\Delta G(3)$ ;
- d) as massas não suspensas são maiores, em  $\Delta G(4)$ ;
- e) é equipado com pneus de maior raio dinâmico.

Quanto maior a variação de carga em um eixo, tanto maior será o ângulo de deriva nesse eixo, como ilustrado no exemplo resolvido no item 10.1.



# Ângulo de rolagem

Para o caso do veículo ter a suspensão **dianteira independente** e a **traseira eixo rígido**, as equações anteriores se reduzem a:

$$\Psi = 2\mu_s \left[ \frac{W \left( h_m - \frac{b_I n + b_{II} m}{l} \right) + r_d W_{nI} \left( 1 - \frac{m}{p_I} \right)}{t_I^2 (K_I + K_{EI}) + t_{II}^2 (K_{II} + K_{EII})} \right] \quad (10.87)$$

$$\Psi = \frac{2v^2}{\rho g} \left[ \frac{W \left( h_m - \frac{b_I n + b_{II} m}{l} \right) + r_d W_{nI} \left( 1 - \frac{m}{p_I} \right)}{t_I^2 (K_I + K_{EI}) + t_{II}^2 (K_{II} + K_{EII})} \right] \quad (10.88)$$

No caso das suspensões dianteira e traseiras serem **eixo rígido**, tem-se:

$$\Psi = 2\mu_s \left[ \frac{W \left( h_m - \frac{b_I n + b_{II} m}{l} \right)}{t_I^2 (K_I + K_{EI}) + t_{II}^2 (K_{II} + K_{EII})} \right] \quad (10.89)$$

$$\Psi = \frac{2v^2}{\rho g} \left[ \frac{W \left( h_m - \frac{b_I n + b_{II} m}{l} \right)}{t_I^2 (K_I + K_{EI}) + t_{II}^2 (K_{II} + K_{EII})} \right] \quad (10.90)$$



# Observações

## *Veículo subesterçante*

1. Deslocar o centro de gravidade do veículo para trás (maior  $\Delta G_{II}(2)$  e menor  $\Delta G_I(2)$ ). Em veículos com tração dianteira, essa medida prejudica o arranque em aclives e em terrenos com pouca aderência.
2. Retirar o estabilizador dianteiro ( $\Delta G_I(3) = 0$ ). Isto implica em uma maior inclinação da carroceria, com possibilidade da roda traseira interna perder contato com o solo; reduz o preço da suspensão.
3. Reforçar o estabilizador traseiro (aumento de  $\Delta G_{II}(3)$ ). Tem a vantagem adicional de diminuir a inclinação da carroceria.
4. Usar molas traseiras mais rígidas (maior  $\Delta G_{II}(1)$ ). Tem como desvantagem a redução do conforto.
5. Usar molas dianteiras mais flexíveis (menor  $\Delta G_I(1)$ ). A carreta maior inclinação da carroceria, porém, aumenta o conforto.
6. Baixar o centro de rolamento na frente e levantar atrás ( $\Delta G_I(2)$  diminui e  $\Delta G_{II}(2)$  aumenta). No eixo dianteiro, ocorrerá menor variação da bitola, o que é conveniente. No eixo traseiro, se usada uma barra Panhard, sua elevação implicará na elevação do centro de rolamento sem que surjam maiores desvantagens.

1. Deslocar o centro de gravidade do veículo para frente (aumenta  $\Delta G_I(2)$  e diminui  $\Delta G_{II}(2)$ ). Essa medida tem como desvantagem diminuir a capacidade de tração com o veículo pouco carregado.
2. Retirar o estabilizador traseiro e reforçar o dianteiro ( $\Delta G_{II}(3) = 0$  e aumento de  $\Delta G_I(3)$ ). Como vantagem adicional, tem-se redução de custo.
3. Usar barra estabilizadora tipo Z no eixo traseiro ( $\Delta G_{II}(3) < 0$ ). Aumenta a inclinação da carroceria.
4. Usar molas traseiras menos rígidas ( $\Delta G_{II}(1)$  menor). Como desvantagem, permite uma maior inclinação da carroceria e, como vantagem, um maior conforto.
5. Usar molas dianteiras mais rígidas ( $\Delta G_I(1)$  maior). Menor conforto mas menor inclinação da carroceria.
6. Elevar o centro de rolamento dianteiro ( $\Delta G_I(2)$  aumenta). A desvantagem é aumentar a variação da bitola dianteira.
7. Baixar o centro de rolamento traseiro ( $\Delta G_{II}(2)$  diminui). Uma barra Panhard colocada mais baixo diminui o espaço livre sob o eixo; uma suspensão independente, entretanto, permite conseguir qualquer altura do centro de rolamento, o que justifica a tendência de utilizar, mesmo em carros com tração traseira, esse tipo de suspensão. Uma suspensão independente no eixo traseiro teria a vantagem adicional de ser mais leve do que um eixo rígido.

# Exemplo de cálculo (pág. 242)

Para exemplificar as relações vistas, é calculado o comportamento em curva de um veículo com tração dianteira, com molas lineares e carregado com 2 e 5 pessoas.

Para o carregamento com duas pessoas, os cálculos devem ser feitos com os seguintes dados; valores que servem somente para esse carregamento receberam o índice 1:

Peso sobre o eixo dianteiro -  $G_{I1} = 695 \text{ kgf}$ ;

Peso do eixo dianteiro -  $W_{nI} = 50 \text{ kgf}$ ;

Bitola dianteira -  $t_I = 134 \text{ cm}$ ;

Peso sobre o eixo traseiro -  $G_{II1} = 420 \text{ kgf}$ ;

Peso do eixo traseiro -  $W_{nII} = 60 \text{ kgf}$ ;

Bitola traseira -  $t_{II} = 132 \text{ cm}$ ;

Altura do centro de gravidade do veículo -  $h_1 = 58 \text{ cm}$ ;

Distância entre eixos -  $l = 249 \text{ cm}$ ;

*Suspensão dianteira com braços transversais duplo:*

altura do centro de rolamento -  $m_1 = 7 \text{ cm}$ ;

altura do pólo -  $p_I = 35 \text{ cm}$ ;

*Suspensão traseira com eixo rígido, braços longitudinais e barra Panhard:*

altura do centro de rolamento -  $n_1 = 28,7 \text{ cm}$ ;

## Exemplo de cálculo (pág. 242) – cont.

Distância entre os braços longitudinais que suportam as molas -  $v = 106 \text{ cm}$ ;

Constante de mola na dianteira (barra de torção longitudinal) -  $k_I = 11,5 \text{ kgf/cm}$ ;

Constante de mola na traseira (barra de torção transversal) -  $k_{II} = 14,0 \text{ kgf/cm}$ ;

Constante de mola escolhida para o estabilizador dianteiro -  $k_{EI} = 5,5 \text{ kgf/cm}$ ;

Constante de mola escolhida para o estabilizador traseiro -  $k_{EII} = 1,5 \text{ kgf/cm}$ ;

Raio dinâmico (para pneus 6,00 - 13/4 PR) -  $r_d = 28,8 \text{ cm}$ ;

Pressão considerada nos pneus (dianteiros e traseiros) -  $p_1 = 1,7 \text{ kgf/cm}^2$ ;

Coefficiente de aderência lateral -  $\mu_s = 0,5$ .

# Exemplo 1

1) A car has a weight of 1901 lb front axle and 1552 lb on the rear with a wheelbase of 100.6 inches. The tires have the following cornering stiffness values:

<u>Load</u>	<u>Cornering Stiffness</u>	<u>Cornering Coefficient</u>
225 lb	67 lb/deg	0.298 lb/lb/deg
450	121	0.269
675	171	0.253
900	225	0.250
1125	257	0.228
1350	300	0.222

# Exemplo 1

Determine the following cornering properties for the vehicle:

- a) Ackerman steer angles for 500, 200, 100 and 50 ft turn radius
- b) Understeer gradient
- c) Characteristic speed
- d) Lateral acceleration gain at 60 mph
- e) Yaw velocity gain at 60 mph
- f) Sideslip angle at the CG on an 800 ft radius turn at 60 mph
- g) Static margin

# Exemplo 2

2) A passenger car has an equal arm (parallel) independent front suspension and a conventional solid rear axle with leaf spring suspension. The front suspension has a roll stiffness,  $K_{\phi f}$ , of 1500 in-lb/deg. The leaf springs have a rate of 115 lb/in and a lateral separation of 40 inches.

a) What is the rear suspension roll stiffness?

b) If the sprung mass is 2750 lb at a CG height 8 inches above the roll axis, what is the roll rate?

c) Assuming a camber stiffness that is 10 percent of the cornering stiffness, estimate the understeer gradient due to camber effects.

# Respostas

## Exemplo 1

a)  $0,96^\circ; 2,4^\circ; 4,8^\circ; 9,6^\circ$

b)  $0,11 \text{ grau/g}$

c)  $268 \text{ mph}$

d)  $0,475 \text{ g/grau}$

e)  $9,95 \frac{\text{grau/s}}{\text{grau}}$

f)  $-0,865^\circ$

g)  $0,8 \%$

## Exemplo 2

a)  $1606 \text{ in.lbf/grau}$

b)  $10,5 \text{ grau/g}$

c)  $1,05 \text{ grau/g}$



## Referência utilizada nesta aula

Gillespie, Thomas D.. FUNDAMENTALS OF VEHICLE DYNAMICS. Warrendale: SAE, 1992. Capítulo 6.