

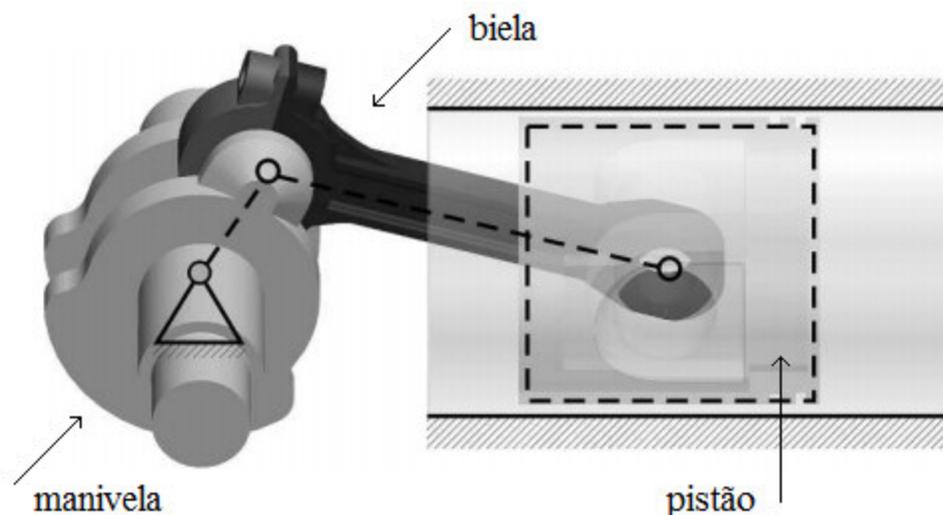
TMEC083 – DINÂMICA DE MÁQUINAS – 2022/2 – 4º. TRABALHO

Fonte: Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems (2nd. ed.)

K. Russel, Q. Shen, R. S. Sodhi, CRC Press, 2019.

1) Contextualização

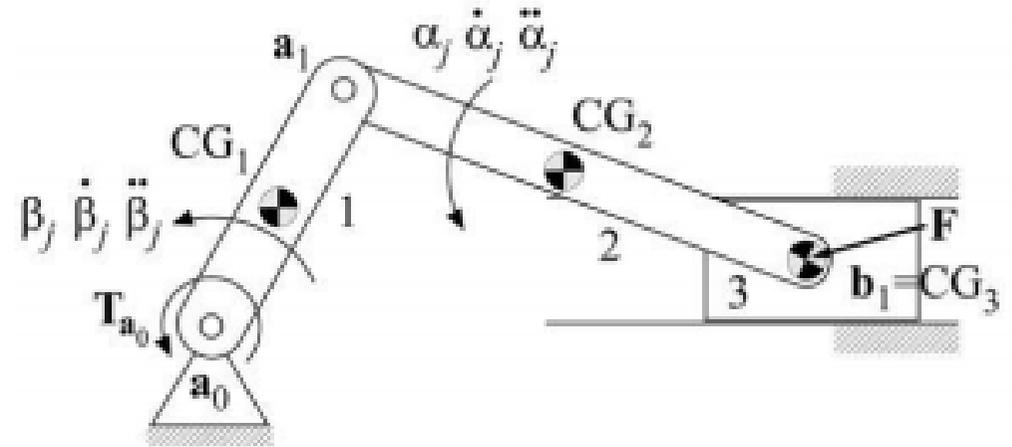
Um mecanismo biela-manivela é ilustrado ao lado. Nele, além da biela e da manivela, há também o pistão. O movimento pode ser iniciado tanto por uma rotação na manivela quanto por uma translação no pistão.



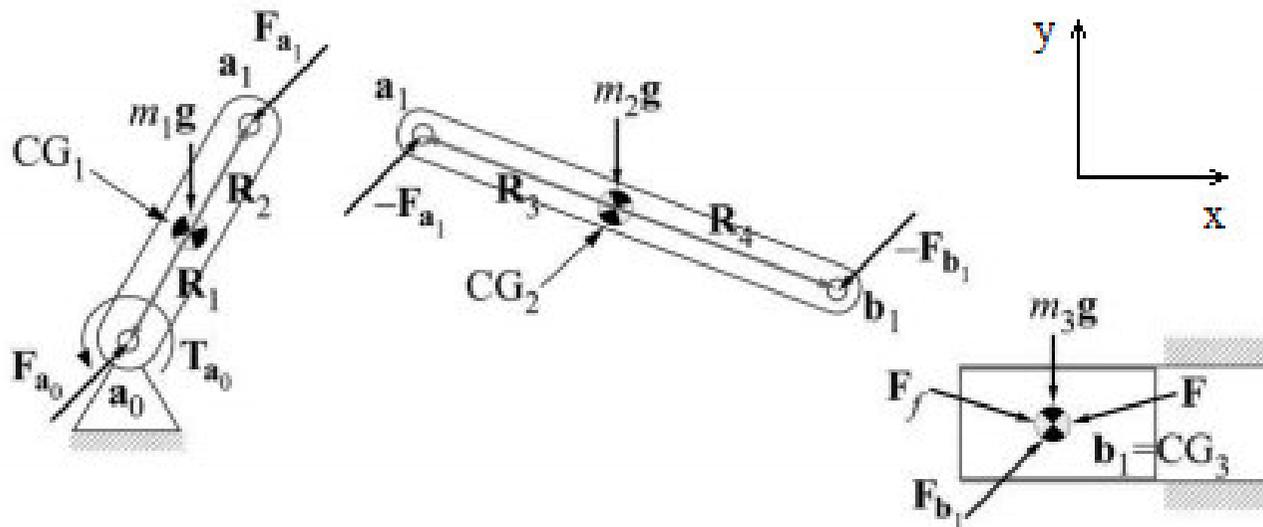
O mecanismo biela-manivela possibilita que a rotação pura da manivela seja transformada na translação retilínea do pistão, e vice-versa, através do movimento plano geral da biela. Esse mecanismo é muito empregado em aplicações, sendo duas das mais conhecidas os usos em motores de combustão interna e compressores.

2) Análise Dinâmica

Na figura ao lado, o torque T_{a_0} é aplicado no ponto a_0 da manivela, para alimentar o mecanismo. Já a força F pode ser aplicada no ponto b_1 , de conexão entre o pistão e a biela. Esse ponto coincide com o centro de massa do pistão (CG_3).



Os esforços em cada componente do mecanismo são mostrados nos **DCLs** abaixo.



Com base neles, podem ser obtidas, por **abordagem vetorial**, as equações escalares individuais de movimento plano.

2) Análise Dinâmica (cont.)

Em coordenadas retangulares, com base nos centros de massa (CGs), têm-se

$$\begin{array}{l} \text{manivela (m}_1\text{)} \\ \left. \begin{array}{l} F_{a0x} + F_{a1x} = m_1 a_{CG1x} \\ F_{a0y} + F_{a1y} + m_1 g = m_1 a_{CG1y} \\ T_{a0} - F_{a0x} R_{1y} + F_{a0y} R_{1x} - F_{a1x} R_{2y} + F_{a1y} R_{2x} = I_1 \ddot{\beta}_j \end{array} \right\} \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{l} \text{biela (m}_2\text{)} \\ \left. \begin{array}{l} -F_{a1x} - F_{b1x} = m_2 a_{CG2x} \\ -F_{a1y} - F_{b1y} + m_2 g = m_2 a_{CG2y} \\ F_{a1x} R_{3y} - F_{a1y} R_{3x} + F_{b1x} R_{4y} - F_{b1y} R_{4x} = I_2 \ddot{\alpha}_j \end{array} \right\} \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{l} \text{pistão (m}_3\text{)} \\ \left. \begin{array}{l} F_x + F_{b1x} \pm \mu F_n = m_3 a_{CG3x} \\ F_y + F_{b1y} + F_n + m_3 g = 0 \end{array} \right\} \end{array} \quad (3)$$

onde os componentes da força F_f são a força de atrito $\pm \mu F_n$ e a força normal F_n .

2) Análise Dinâmica (cont.)

Nas Eqs. (1) a (3), m indica a massa do componente em questão e I o momento de inércia de massa correspondente, em torno do respectivo centro de massa.

Salienta-se que os sinais das forças e torques calculados não são determinados pelos sinais prescritos para eles na formulação das equações. Eles são determinados pelas posições das barras do mecanismo e pelos valores dos esforços aplicados.

3) Formulação Matricial

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -R_{1y(\beta_j)} & R_{1x(\beta_j)} & -R_{2y(\beta_j)} & R_{2x(\beta_j)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{3y(\alpha_j)} & -R_{3x(\alpha_j)} & R_{4y(\alpha_j)} & -R_{4x(\alpha_j)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \pm\mu \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_{a0} \\ F_{a0x} \\ F_{a0y} \\ F_{a1x} \\ F_{a1y} \\ F_{b1x} \\ F_{b1y} \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 a_{CG1x} \\ m_1 a_{CG1y} - m_1 g \\ I_1 \ddot{\beta}_j \\ m_2 a_{CG2x} \\ m_2 a_{CG2y} - m_2 g \\ I_2 \ddot{\alpha}_j \\ -F_x + m_3 a_{CG3x} \\ -F_y - m_3 g \end{bmatrix} \quad (4)$$

4) Vetores de Posição

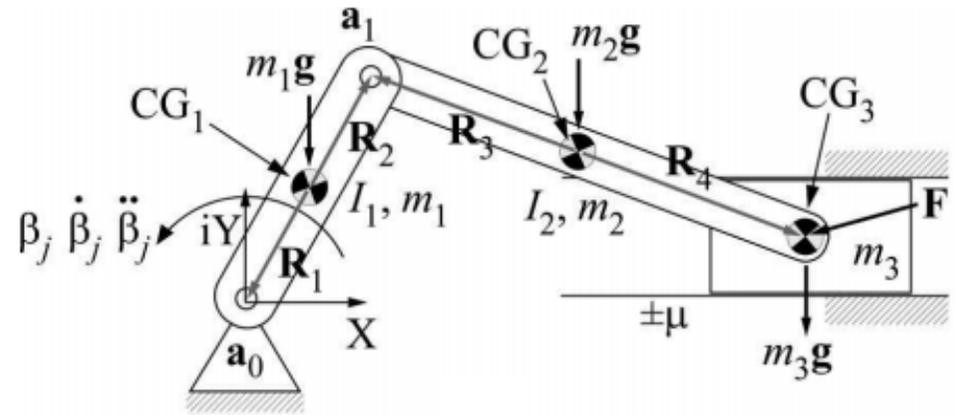
Os vetores de posição do mecanismo (vide figura ao lado) são dados, em notação complexa, por

$$\mathbf{R}_n = R_{nx} + iR_{ny} , \quad n = 1, 2, 3, 4. \quad (5)$$

5) Solução

A Eq. (4) constitui um sistema linear de equações, que pode ser resolvido para se determinar os esforços desconhecidos, que são as incógnitas (vide exemplo do mecanismo de quatro barras).

Como o mecanismo biela-manivela possui um grau de liberdade, os deslocamentos angulares α_j , as velocidades angulares $\dot{\alpha}_j$ e as acelerações angulares $\ddot{\alpha}_j$ podem ser obtidos, junto com as acelerações do pistão \ddot{G}_j , a partir das grandezas cinemáticas da manivela β_j , $\dot{\beta}_j$ e $\ddot{\beta}_j$, via equações de laço.



6) Atividade

Determinar, via programa Compose ou alternativa computacional pertinente, o **torque** aplicado na manivela, bem como as **reações de apoio** nela, ao longo de uma rotação completa desse componente, com base nas informações do mecanismo representado no arquivo Piston Motion.stmod, do programa Inspire Motion.

7) Conteúdo

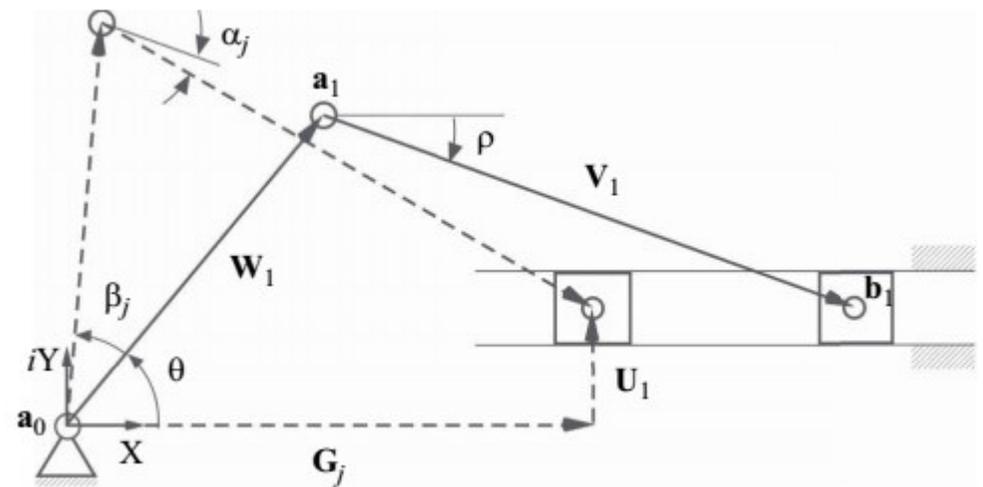
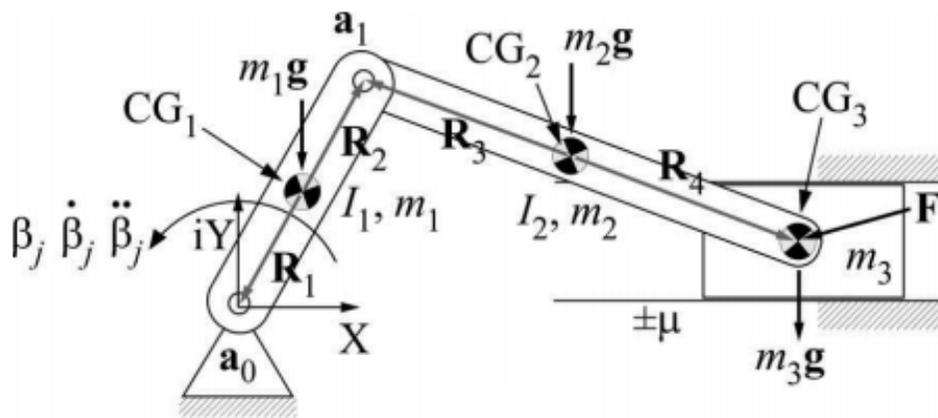
O trabalho deverá conter: (a) a formulação matricial empregada; (b) os gráficos de torque e de reações de apoio da simulação numérica e do programa Inspire Motion; (c) uma discussão sobre os resultados obtidos; (d) o código computacional utilizado na simulação numérica.

8) Entrega

O trabalho deverá ser enviado em um único arquivo pdf, individualmente, **via ambiente UFPR Virtual**, até às 12:00 horas do dia 23/02/23.

Apêndice 1 – Exemplo Ilustrativo

Calcular o torque de entrada na manivela, bem como as reações de apoio nela (ponto a_0), ao longo de uma rotação completa, para o mecanismo biela-manivela representado nas figuras abaixo.



Informações complementares sobre o mecanismo são tabeladas na sequência.

Comprimentos (em m), orientações iniciais (em graus) e coeficiente de atrito cinético

W_1, θ	V_1, ρ	μ
0.5, 90°	0.9014, -33.6901°	± 0.5

Apêndice 1 – Exemplo Ilustrativo (cont.)

Parâmetros dimensionais e dinâmicos (posições em m, massas em kg e momentos de inércia de massa em kg.m₂)

R_1	$0 - i0.25$	m_1	8.05
R_3	$-0.3750 + i0.2500$	I_1	0.805
		m_2	14.49
		I_2	4.025
		m_3	30

Para o mecanismo desse exemplo, o esforço F_{p1} no pistão é nulo, ao passo que a velocidade angular e a aceleração angular da manivela são $\dot{\beta} = 10$ rad/s e $\ddot{\beta} = 0$ rad/s².

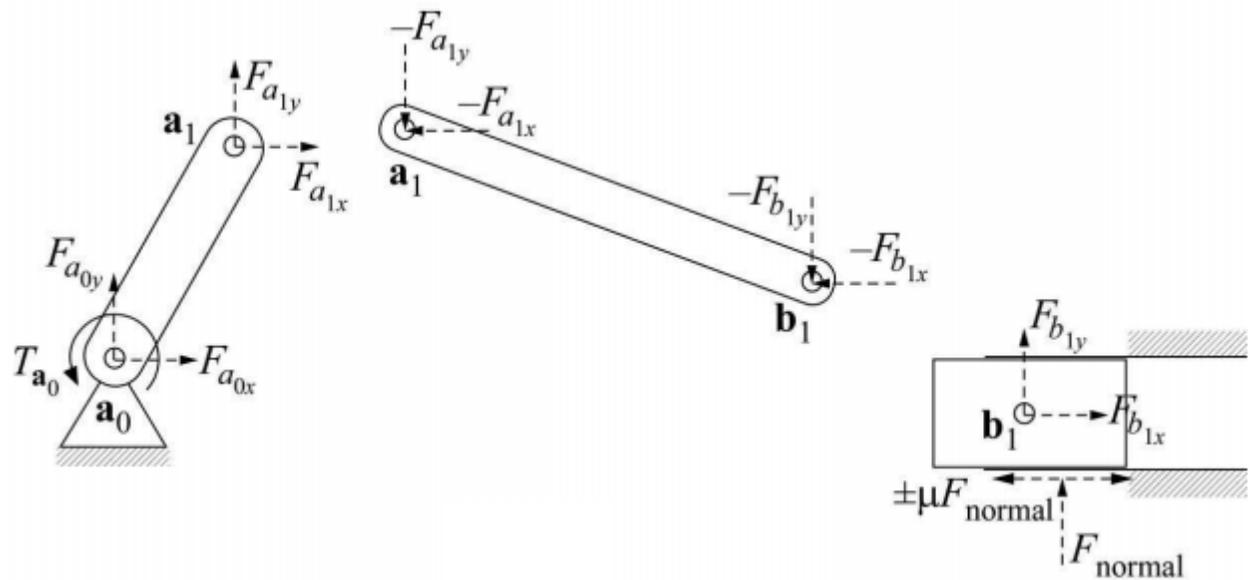
A aceleração da gravidade é $-9,81$ m/s².

Os vetores R_2 e R_4 são obtidos na resolução do exemplo, via aplicação das equações de laço, como se vê na disciplina de Mecanismos (vide também exemplo do mecanismo de quatro barras, em Dinâmica de Máquinas).

Apêndice 1 – Exemplo Ilustrativo (cont.)

O presente exemplo pode ser resolvido numericamente para as incógnitas pela solução da Eq. (4), que, como já exposto, é um sistema de equações lineares. Ressalta-se que a força de atrito deve sempre se opor ao movimento.

Na resolução, devem ser computados, ao longo do movimento, os deslocamentos angulares α_j , as velocidades angulares $\dot{\alpha}_j$ e as acelerações angulares $\ddot{\alpha}_j$ da biela.



Essas grandezas podem ser obtidas a partir das grandezas angulares da manivela, a saber, β_j , $\dot{\beta}_j$ e $\ddot{\beta}_j$, pela resolução de equações não lineares correspondentes, como também se vê em Mecanismos (vide ainda exemplo do mecanismo de quatro barras).

Apêndice 1 – Exemplo Ilustrativo (cont.)

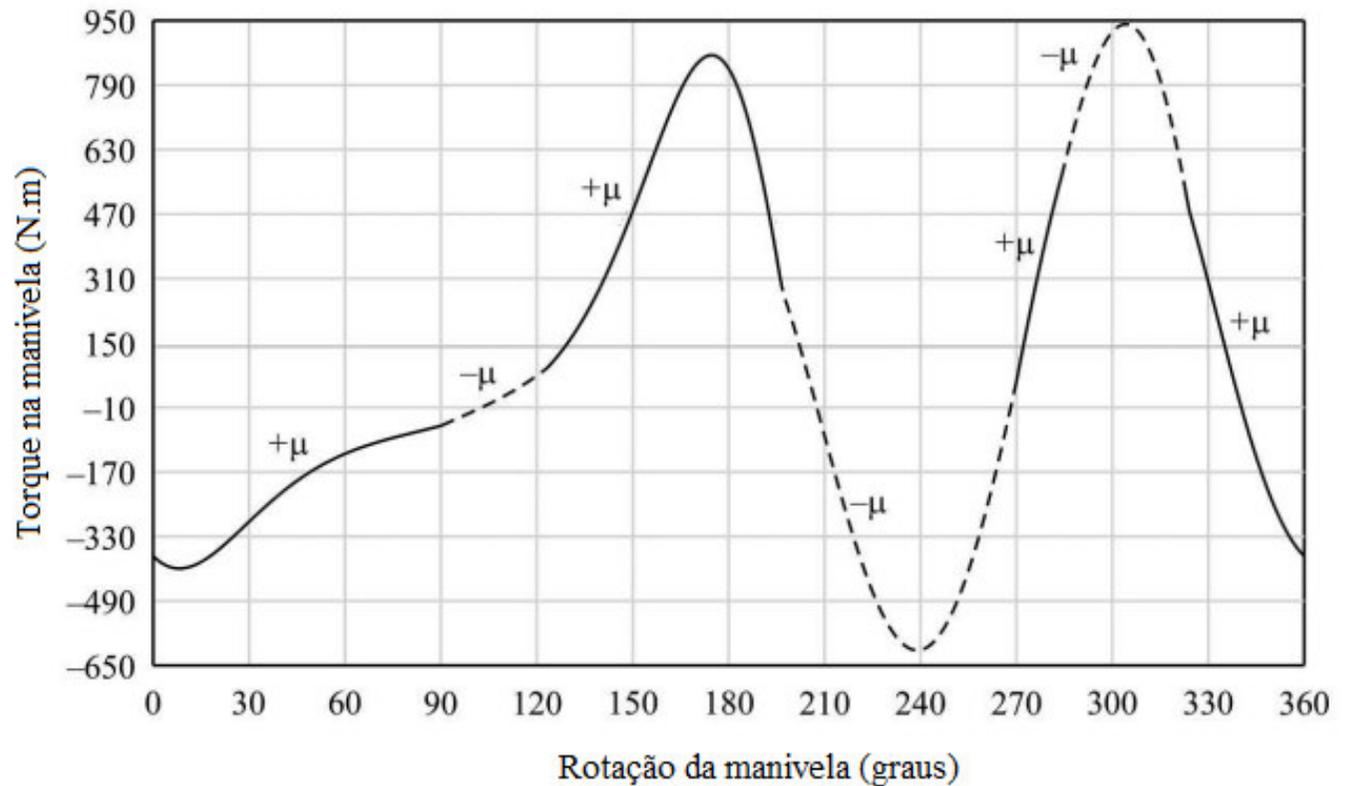
Pela resolução numérica (vide programa em Compose), obtém-se o torque mostrado ao lado.

Esse torque decorre da execução do programa para $\mu = 0,5$ e $\mu = -0,5$, retendo-se, na sequência,

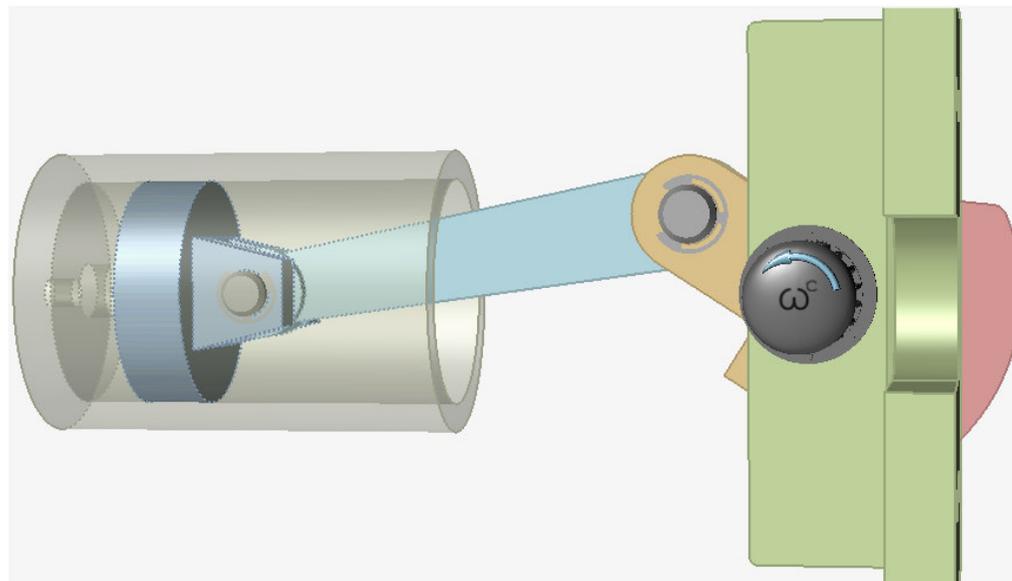
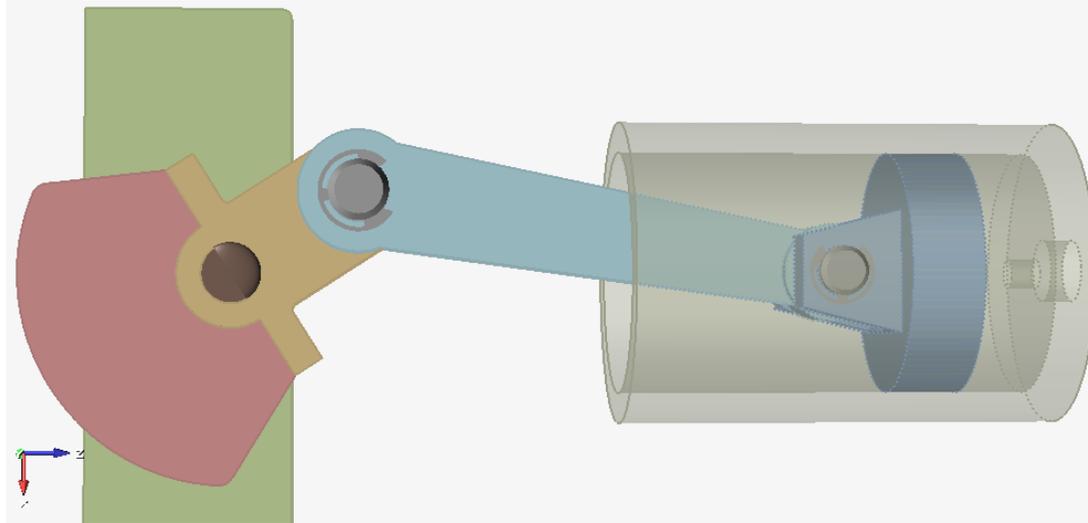
só os valores nos trechos em que a força de atrito se opõe à velocidade do pistão (trechos indicados, respectivamente, pelas linhas cheias e tracejadas da figura acima).

A verificação de oposição entre atrito e velocidade também pode ser feita no código.

As reações de apoio são obtidas de forma análoga ao torque.



Apêndice 2 – Mecanismo Biela-Manivela – Inspire Motion



Apêndice 2 – Mecanismo Biela-Manivela – Inspire Motion (cont.)

Ao se comparar as abordagens via Compose e Inspire, alguns pontos devem ser objeto de atenção. São eles:

- 1) Composição da manivela com 2 peças;
- 2) Sentido de rotação da manivela;
- 3) Orientação dos eixos coordenados para as forças atuantes;
- 4) Gráficos em função da rotação e do tempo;
- 5) Regimes transitório e permanente nos gráficos temporais.