

3 ESTABILIDADE: CG, CP e E

3.1 CENTRO DE GRAVIDADE (CG)

3.1.1 Definição

O centro de gravidade é o ponto no qual, de forma simplificada, se concentra o peso (P) de um objeto.

Símbolo: 

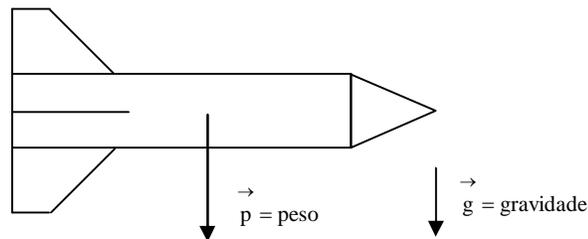


Figura 1: Espaçomodelo (EM)

3.1.2 Objetivo

Determinar o CG de um espaçomodelo (EM).

3.1.3 Justificativa

O CG é uma variável essencial para projetar EMs com vôo estável, na direção desejada, sem oscilações aleatórias.

3.1.4 Determinação Experimental

Basta encontrar o ponto de equilíbrio do EM, com um fio. Exemplo: Sondinha II (S-II).

3.1.5 Cálculo Teórico

Simplificadamente, o CG pode ser obtido através de:

$$CG = \frac{(x_1 M_1 + x_2 M_2 + \dots + x_N M_N)}{M_T} \quad [\text{mm}] \quad (3.1)$$

ou, de forma mais geral,

$$CG = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^N (x_i M_i) \quad [\text{mm}] \quad (3.2)$$

onde N = número de partes do EM

M_i = massa em gramas de cada parte i do EM

M_T = massa total em gramas do EM

x_i = comprimento (mm) entre a ponta do nariz do EM e o centro geométrico em x de cada parte i do EM (CG de cada parte i)

Observação: o CG se altera durante o funcionamento do motor devido à queima do propelente.

3.1.6 Exemplo de Cálculo

A Tabela 1 e Figura 2 exemplificam a aplicação das Equações 1 e 2. Com elas, obtém-se

$$CG_{\text{teórico}} = \frac{7371}{33,3} \cong 221\text{mm}$$

$$CG_{\text{exp}} \cong 218\text{mm}$$

$$\text{Erro relativo} = 1,4\%$$

Tabela 1: Massa e CG das partes do Sondinha II.

i	Parte	M_i (g)	x_i (mm)	$x_i M_i$
1	Nariz	4,9	33	162
2	Tubo-foguete	7,1	182	1292
3	Motor com propelente	18,0	277	4986
4	Tubo-guia	0,1	248	25
5 = N	Empenas (4)	3,2	283	906
Total		33,3		7371

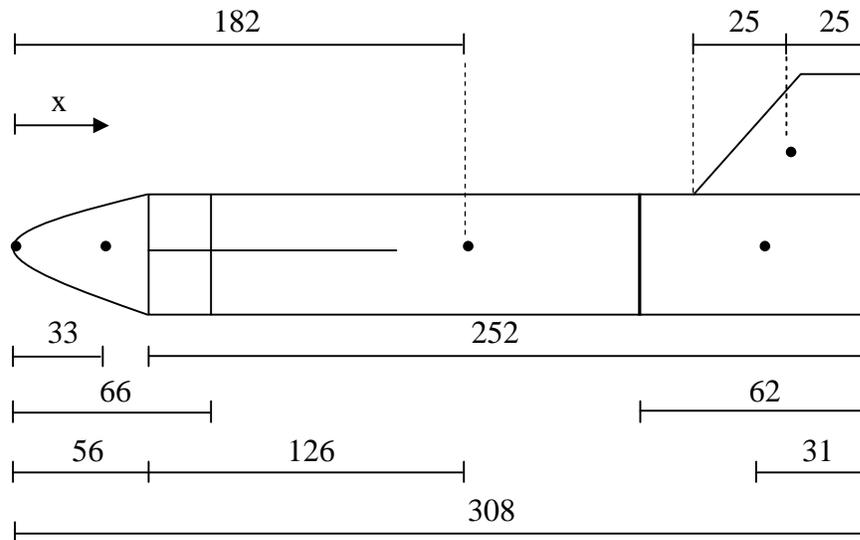


Figura 2: CG das partes do Sondinha II.

Efeito do propelente neste exemplo: calcular o CG do espaçomodelo Sondinha II após a queima do seu propelente de 10 g. Com a Eq. 1 ou 2, obtém-se

$$M_3 = 8 \text{ g}$$

$$x_3 M_3 = 2216$$

$$\Sigma = 4601 \quad M_T = 23,3$$

$$CG = \frac{4601}{23,3} \cong 197\text{mm}$$

Portanto, o CG se alterou de 221 para 197 mm devido à queima do propelente de 10 g.

3.2 CENTRO DE PRESSÃO (CP)

3.2.1 Objetivo

Determinar o CP e a margem estática (E) de um espaçomodelo (EM).

3.2.2 Justificativa

O CP e E são variáveis essenciais, junto com o CG, para projetar EMs com vôo estável, na direção desejada, sem oscilações aleatórias.

3.2.3 Definições

O centro de pressão é o ponto de aplicação da força aerodinâmica (A) sobre um objeto.

Símbolo: \odot

A força aerodinâmica (A) é composta por duas componentes ortogonais:

- 1) A força de arrasto (D) na direção do eixo longitudinal do EM (próximo capítulo).
- 2) A força normal (N) na direção perpendicular ao eixo longitudinal do EM (neste capítulo).

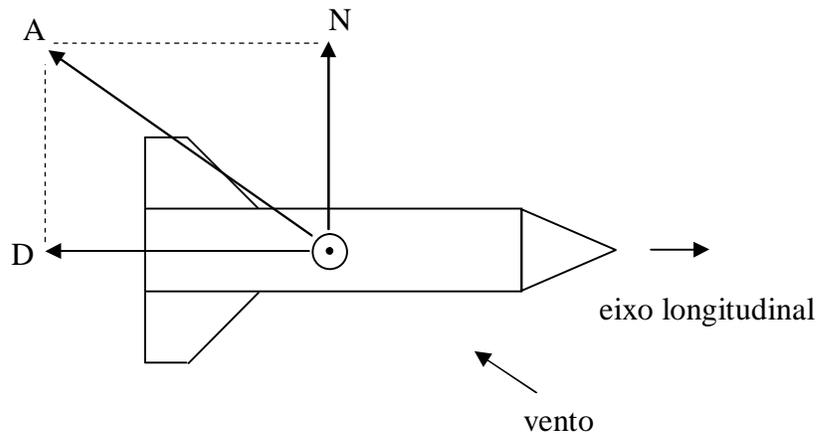


Figura 3: Forças sobre um EM.

$$N = C_{N\alpha} \frac{1}{2} \rho V^2 \alpha A_r \quad [N = \text{newton}] \quad (3.3)$$

onde: $C_{N\alpha}$ = coeficiente de força normal [adimensional]

ρ = massa específica do ar [kg/m^3]

V = velocidade do EM [m/s]

α = ângulo de ataque do EM [radiano]

A_r = área de referência do EM (normalmente é a seção transversal circular) [m^2]

A margem estática (E) é definida por

$$E = \frac{(CP - CG)}{d_{\text{MAX}}} \quad [\text{adimensional}] \quad (3.4)$$

onde d_{MAX} é o maior diâmetro do tubo-foguete do EM, e CP e CG são medidos a partir da ponta do nariz do EM.

Tipos de estabilidade:

- Estável: $E > 0$ (recomenda-se usar $E > 1$, onde 1 em geral já é suficiente)
- Neutra: $E = 0$
- Instável: $E < 0$

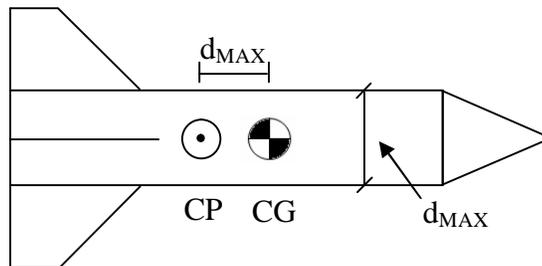


Figura 4: Tipo de estabilidade estável

A Figura 5 esquematiza um vôo balístico (sem propulsão) na vertical, com vento lateral e considerando que a velocidade do EM seja maior do que a do vento (V_{vento}). Neste caso:

- Com $E > 0$, N faz α diminuir, tendendo a zero, e mantendo a direção do vôo.
- Se $E < 0$, N faz α aumentar cada vez mais, levando ao descontrole do vôo e aumentando muito a força aerodinâmica (A).

3.2.4 Determinação Experimental da Estabilidade

Amarrar um fio no CG do EM. Colocá-lo a rotacionar com a traseira no sentido do movimento. Se $E > 0$, o nariz se voltará para a frente.

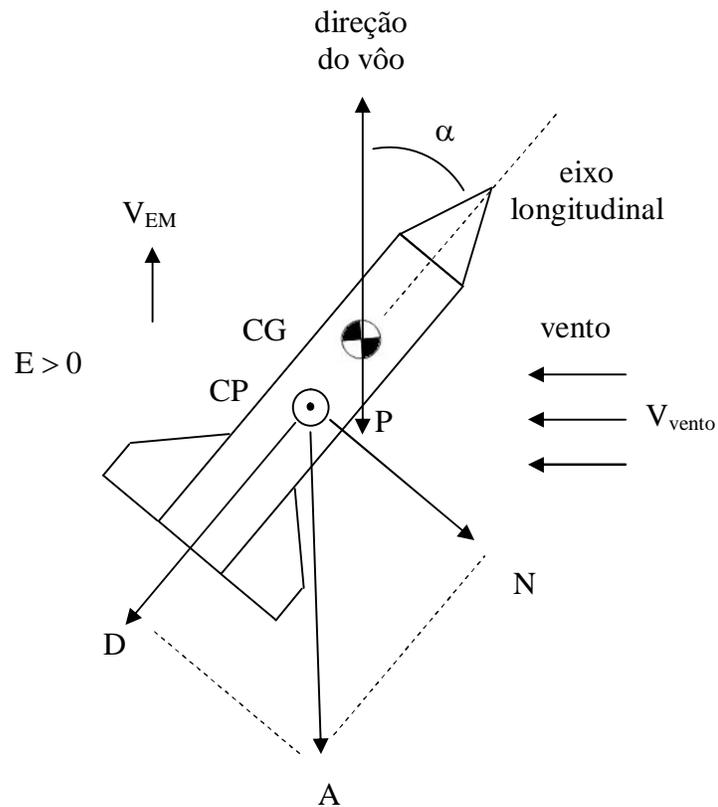


Figura 5: Características de voo do EM

3.2.5 Cálculo do CP (Método de Barrowman)

É um método simples e muito usado. Tem pequeno erro para $\alpha < 10^\circ$ (caso geral dos EMs).

$$CP = \frac{y_n C_n + y_f k C_f}{C_{N\alpha}} \quad (3.5)$$

onde

$$C_{N\alpha} = C_n + k C_f \quad (3.6)$$

3.2.5.1 Nariz

Coefficiente de força normal do nariz:

$$C_n = 2 \quad (3.7)$$

O CP do nariz (y_n) depende do seu tipo:

$$y_n = 0,67L_n \quad y_n = 0,47L_n \quad y_n = 0,5L_n \quad (3.8)$$

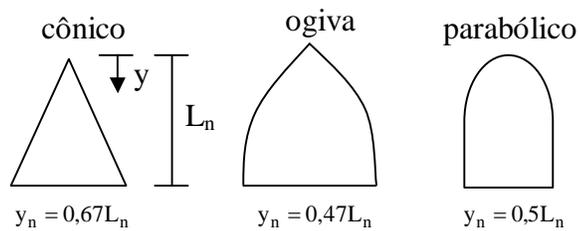


Figura 6: Tipos de nariz do EM

3.2.5.2 Empenas

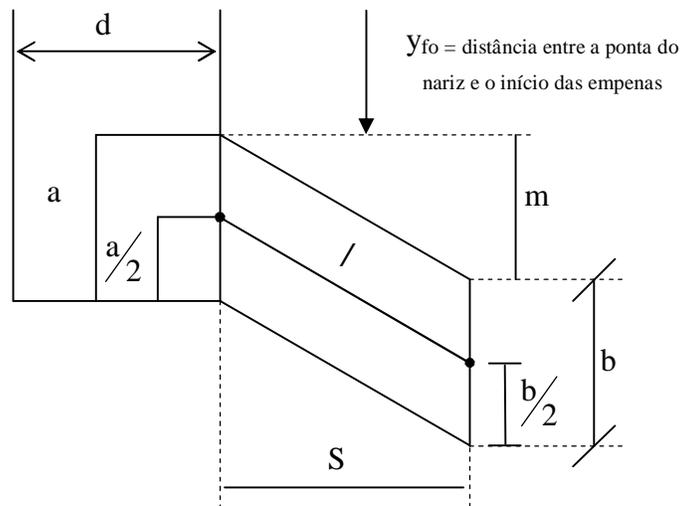


Figura 7: Disposição das empenas no EM

O coeficiente de força normal das empenas é:

$$C_f = \frac{4N(S/d)^2}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2l}{a+b}\right)^2}} \quad (3.9)$$

onde N é o número de empenas.

O CP das empenas (y_f) é

$$y_f = y_{fo} + \frac{m(a+2b)}{3(a+b)} + \frac{1}{6} \frac{(a^2 + ab + b^2)}{(a+b)} \quad (3.10)$$

3.2.5.3 Fator de interferência

Correção de C_f devido ao efeito do tubo cilíndrico sobre as empenas:

$$k = 2 \frac{(S+d)}{(2S+d)} \quad (3.11)$$

Este método também se aplica a EM com variações de diâmetro e/ou vários estágios com vários conjuntos de empenas.

3.2.6 Exemplo de Cálculo

Com os dados de uma versão do EM Sondinha II, tem-se:

Nariz parabólico:

$$L_n = 55\text{mm} \quad \rightarrow \quad C_n = 2 \quad \text{e} \quad y_n = 27,5\text{mm}$$

Empenas:

$$\begin{array}{l}
 N = 4 \\
 a = 51 \text{ mm} \\
 b = 28 \text{ mm} \\
 m = 23 \text{ mm} \\
 S = 36 \text{ mm} \\
 y_{fo} = 256 \text{ mm} \\
 CG_{exp} = 218 \text{ mm}
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l}
 d = 20 \text{ mm} \\
 \\
 l \cong 37,8 \text{ mm}
 \end{array} \right\}
 \begin{array}{l}
 C_f = 21,7 \\
 y_f = 276,5 \text{ mm} \\
 k = 1,22 \\
 C_{N\alpha} = 28,5 \\
 CP = 259,1 \text{ mm} \\
 E = \frac{(259,1 - 218)}{20} \cong 2,1 // \text{ Estável}
 \end{array}$$