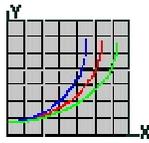


Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka



Teoria de motor-foguete sólido

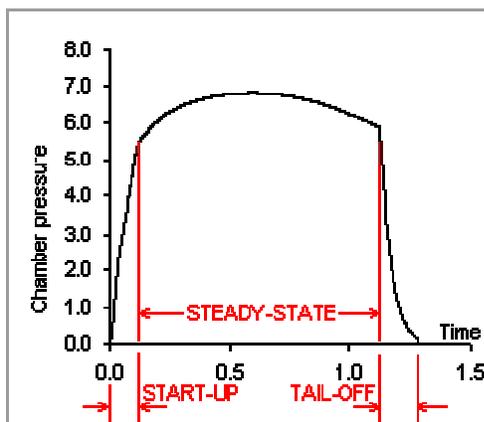
8 Pressão na Câmara

A Pressão na Câmara que um motor-foguete desenvolve é de importância crucial em relação à operação bem-sucedida de um motor-foguete. Não somente a Pressão na Câmara influencia fortemente a taxa de queima do propelente, a eficiência termodinâmica e o empuxo, a Pressão na Câmara carrega estruturalmente toda a estrutura do motor-foguete a um nível crítico. Entendendo a natureza da geração da Pressão na Câmara, e a predição acurada de tal, é uma das chaves para o projeto bem-sucedido de um motor-foguete.

O que causa pressão dentro da câmara de um motor-foguete? O que determina a magnitude desta pressão? Intuitivamente, a pressão estabelecida é um resultado da combustão do grão-propelente, por meio do qual os gases produzidos aceleram para escapar através da garganta da tubeira. Se a garganta é suficientemente pequena, os gases não podem escapar rapidamente o suficiente e a acumulação de gases na câmara resulta em pressurização.

Na realidade, a explicação intuitiva é essencialmente correta. Contudo, um fator importante que determina a *magnitude* da pressão na câmara não é totalmente intuitiva – o conceito de *escoamento bloqueado*. Este conceito fornece um significado conveniente para calcular a pressão na câmara, e é válido para ambos os modos transiente e regime permanente da operação do motor, como discutido abaixo.

Olhando em um gráfico da Pressão na Câmara sobre a duração da operação de um motor-foguete (Figura 8.1), pode-se ver que há três fases distintas e importantes da operação.



Tradução:

Chamber pressure: pressão na câmara

STEADY-STATE: regime permanente

START-UP: pressurização

TAIL-OFF: despressurização

Time: tempo

Figura 8.1 Pressão na câmara do motor.

A curva de pressão do motor-foguete exibe comportamentos *transiente* e de *regime permanente*. As fases transiente são quando a pressão varia substancialmente com o tempo – durante a ignição e a fase de *pressurização*, e seguindo o consumo do grão completo (ou quase completo), quando a

pressão cai ao nível ambiente durante a fase de *despressurização*. A variação da pressão na câmara durante a fase de queima de regime permanente é devido principalmente à variação da geometria do grão (área da superfície de queima) com a variação da taxa de queima associada. Contudo, outros fatores podem influenciar, como a erosão da garganta da tubeira e o aumento da taxa de queima erosiva.

Para começar, as fases de pressurização e de regime permanente serão consideradas. A fase de pressurização é hipoteticamente muito breve, embora na realidade, a ignição do grão completo não ocorre instantaneamente. A duração real da fase de pressurização é fortemente dependente da efetividade do sistema de ignição empregado.

A fase de regime permanente claramente domina o desempenho global do motor, e como tal, constitui a **condição de projeto**.

Na determinação do crescimento da pressão na pressurização, e o nível de pressão de regime permanente, nota-se primeiro que a taxa de *geração dos produtos da combustão* é igual à *taxa de consumo do grão-propelente*, dado por

$$\dot{m}_g = A_b \rho_p r \quad (8.1)$$

onde ρ_p é a massa específica do propelente, A_b é a área de queima do grão, e r é a taxa de queima do propelente (taxa de regressão da superfície).

É importante notar que os produtos da combustão podem consistir de ambas massas de gases e fase condensada. A fase condensada, que se manifesta como fumaça, pode ser partículas sólidas ou líquidas. Somente os produtos gasosos contribuem para desenvolver pressão. A fase condensada certamente, contudo, contribui para o empuxo (desempenho global) do motor-foguete, devido a sua massa e velocidade, como mostrado na [Equação \(6.1\)](#) da *Web page* sobre o **Capítulo 6 Empuxo**.

A taxa na qual os produtos da combustão são armazenados crescentemente dentro da câmara de combustão é dada por

$$\frac{dM_s}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho_o V_o) = \rho_o \frac{dV_o}{dt} + V_o \frac{d\rho_o}{dt} \quad (8.2)$$

onde [M_s é a massa instantânea dos gases dentro da câmara, t é o tempo,] ρ_o é a massa específica instantânea dos gases na câmara, e V_o é o volume instantâneo dos gases (que é igual ao volume livre dentro da câmara).

A variação do volume de gás em relação ao tempo é igual à variação do volume devido ao consumo de propelente, dado por $dV_o/dt = A_b r$. Isto resulta em

$$\frac{dM_s}{dt} = \rho_o A_b r + V_o \frac{d\rho_o}{dt} \quad (8.3)$$

A taxa na qual os produtos da combustão escoam através da garganta da tubeira é limitada pela condição de *escoamento bloqueado*. Como descrito na *Web Page* do **Capítulo 5 Teoria de Tubeira**, o escoamento atinge velocidade *sônica* (Mach 1) na porção mais estreita (garganta) da tubeira convergente-divergente. A velocidade do escoamento, neste local, nunca pode exceder a velocidade local do som, e é dito estar em uma condição *bloqueada*. Isto nos permite determinar a

taxa na qual os produtos da combustão escoam através da tubeira, que é dada por (a dedução é mostrada no [Apêndice D](#))

$$\dot{m}_n = P_o A^* \sqrt{\frac{k}{RT_o}} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (8.4)$$

Notar que $R = R'/M$, onde R' é a *constante universal dos gases*, e M é a *massa molecular efetiva* dos produtos da combustão. A taxa de escoamento de massa através da tubeira é visto ser uma função da pressão na câmara (que determina a massa específica do escoamento), a área da garganta, e as propriedades do gás (que estabelece a velocidade sônica).

O princípio de conservação da massa requer um balanço entre a *taxa de geração de massa* e a soma das taxas nas quais *armazena massa* na câmara e o *escoamento que sai através da tubeira*:

$$\dot{m}_g = \frac{dM_s}{dt} + \dot{m}_n \quad (8.5)$$

Substituindo as Equações (8.1) e (8.3) na (8.5) obtém-se

$$A_b \rho_p r = \rho_o A_b r + V_o \frac{d\rho_o}{dt} + \dot{m}_n \quad (8.6)$$

A taxa de queima do propelente pode ser expressa em termos da pressão na câmara pela lei de Saint Robert (ver a [Web Page Taxa de Queima de Propelente](#)):

$$r = a P_o^n \quad (8.7)$$

onde a e n são o coeficiente da taxa de queima e o expoente da pressão, respectivamente.

Substituindo as Equações (8.4) (fluxo de massa através da tubeira) e (8.7) na Equação (8.6) tem-se a seguinte equação:

$$A_b \rho_p a P_o^n = \rho_o A_b a P_o^n + V_o \frac{d\rho_o}{dt} + P_o A^* \sqrt{\frac{k}{RT_o}} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (8.8)$$

Da *lei dos gases perfeitos*, a derivada da massa específica na equação acima pode ser expressa como

$$\frac{d\rho_o}{dt} = \frac{1}{RT_o} \frac{dP_o}{dt} \quad (8.9)$$

Também, considerando que a temperatura na câmara T_o é essencialmente independente da pressão na câmara, a Equação (8.8) pode ser reescrita como

$$\frac{V_o}{RT_o} \frac{dP_o}{dt} = A_b a P_o^n (\rho_p - \rho_o) - P_o A^* \sqrt{\frac{k}{RT_o}} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (8.10)$$

Esta é uma equação particularmente útil, já que ela nos permite determinar a taxa de variação da pressão na câmara (dP_o/dt) durante a **fase transitente de pressurização** de operação do motor, onde a pressão na câmara sobe rapidamente até o nível de operação de regime permanente.

Uma vez que a fase de regime permanente é alcançada, quando a saída dos gases de combustão está em equilíbrio com a produção de gases do propelente consumido, $dP_o/dt = 0$, e o primeiro membro da Equação (8.10) torna-se nulo. A pressão na câmara de regime permanente pode então ser expressa por

$$P_o = \left[\frac{A_b}{A^*} \frac{a \rho_p}{\sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}} \right]^{\frac{1}{(1-n)}} \quad (8.11)$$

Notar que o termo da massa específica dos produtos da combustão foi desconsiderado, já que ele é pequeno em comparação à massa específica do propelente.

A Equação (8.11) pode ser grandemente simplificada pelo uso da Equação (8.7), fazendo $K_n = A_b/A^*$ e notando que a velocidade de exaustão característica (*c-estrela*) é dada por (Equação 7.3)

$$c^* = \sqrt{\frac{T_o R}{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}} \quad (8.12)$$

Isto leva a uma expressão simplificada para a pressão na câmara de regime permanente, dada por

$$P_o = K_n \rho_p r c^* \quad (8.13)$$

onde r é a taxa de queima na pressão da câmara P_o .

A terceira e fase final da curva de pressão, a fase de despressurização, idealmente ocorre imediatamente após o grão-propelente ter sido completamente consumido. Na realidade, sobram camadas residuais ou fragmentos do grão-propelente assim que a maioria do grão tenha sido consumida. Isto resulta em uma pressão na despressurização que é mais gradual do que a do caso ideal. Contudo, não é prático considerar este efeito, e a pressão na despressurização é determinada sobre a hipótese de que o grão tem sido totalmente esgotado. Depois do fim da queima, quando $A_b = 0$, a Equação (8.10) resulta em

$$\frac{V_o}{RT_o} \frac{dP_o}{dt} = - \frac{P_o A^*}{c^*} \quad (8.14)$$

Esta equação diferencial pode então ser resolvida para expressar a **pressão na câmara durante a despressurização** como uma função do tempo de despressurização para escoamento bloqueado, através de

$$P_o = P_{bo} \exp\left(\frac{RT_o A^*}{V_o c^*} t\right) \quad (8.15)$$

onde P_{bo} é a pressão na câmara no fim da queima e t é o tempo a partir do fim da queima. A pressão é vista exibir um decaimento exponencial.

Em adição a consequência da queima de resíduos durante a despressurização, a *formação de escória na tubeira* tenderá a fazer a pressão decair mais gradualmente do que predito pela Equação (8.15). A formação de escória na tubeira é a tendência da fase condensada (em particular matéria líquida) acumular em torno da garganta, reduzindo efetivamente o diâmetro. A formação de escória é mais significativa durante a despressurização devido à queda do nível de pressão e à velocidade de exaustão mais baixa.

Um exemplo de cálculo de pressão na câmara em regime permanente, para o motor Kappa-DX, é fornecido no [Apêndice E da Teoria](#).